

論文2002-39TC-10-4

결합 적분방정식을 이용한 삼차원 임의형태 유전체의 전자파 산란 해석

(Analysis of Electromagnetic Scattering from Arbitrarily Shaped Three-Dimensional Dielectric Objects Using Combined Field Integral Equation)

鄭 白 鎬 * , 韓 相 皓 ** , 李 華 鎔 *

(Baek Ho Jung, Sang Ho Han, and Hwa Yong Lee)

요 약

본 논문에서는 주파수 영역에서 3차원 임의형태의 유전체 산란 해석을 위하여 다양한 결합 적분방정식(combined field integral equation, CFIE)의 구성을 제안한다. 서로 다른 시험 함수의 조합으로 8 가지의 CFIE를 제안하였다. 본 논문의 목적 중의 하나는 제안된 모든 CFIE가 구조물의 내부공진 주파수에서 공진 문제를 극복하지 못함을 보이는 것이다. 또한 이 8 가지의 CFIE는 네 개의 항으로 구성되는데, 이 중에서 하나를 무시하는 방법으로 16 가지의 새로운 CFIE를 제안하였다. 수치 예로서 유전체구로부터의 원거리장과 레이더 단면적(radar cross section, RCS) 계산 결과들을 보이며, 제안되는 각 CFIE의 동작 특성을 비교하고 고찰하였다.

Abstract

In this paper, we present various combined field integral equation (CFIE) formulations for the analysis of electromagnetic scattering from arbitrarily shaped three-dimensional homogeneous dielectric body in the frequency domain. For the CFIE case, we propose eight separate formulations with different combinations of testing functions that result in sixteen different formulations of CFIE by neglecting one of testing terms. One of the objectives of this paper is to illustrate that not all CFIE are valid methodologies in removing defects, which occur at a frequency corresponding to an internal resonance of the structure. Numerical results involving far scattered fields and radar cross section (RCS) are presented for a dielectric sphere to illustrate which formulation works and which do not.

Keywords : dielectric, integral equation, CFIE, scattering, moment method.

* 正會員, 湖西大學校 電氣情報通信工學部

(Department of Information and Communication Eng., Hoseo University)

** 正會員, 湖西大學校 벤처專門大學院

(Graduate School of Venture, Hoseo University)

接受日字:2002年5月30日, 수정완료일:2002年8月30日

I. 서 론

매질이 균일하고 3차원 임의 형상인 유전체에 대한 주파수 영역의 전자파 산란 문제는 최근까지 상당한 연구의 관심이 집중되었다. 유전체의 산란 해석에서 구조물의 내부공진 주파수에 해당하는 주파수 부근에서 전

장 적분방정식(Electric Field Integral Equation, EFIE)과 자장 적분방정식(Magnetic Field Integral Equation, MFIE)의 해는 발산한다. 이 공진 문제를 해결하는 방법은 EFIE와 MFIE를 선형적으로 결합하는 것이며, 그 결과 CFIE를 얻게 된다^[1]. 주파수 영역의 3차원 임의 형태 유전체 문제를 해석하는데 적분방정식을 사용한 경우, 소수의 연구자만이 유전체 표면을 삼각형으로 근사하여 3차원 문제를 해결하였으며, 그 적용은 매우 제한적이었다^[2-6]. 참고문헌 [2]와 [5]에서 사용된 적분식은 PMCHW(Poggio, Miller, Chang, Harrington, Wu) 식이었으며, 전기 및 자기 전류의 전개함수와 모멘트법의 적용시 시험함수로서 RWG (Rao-Wilton-Glisson) 함수를 사용하였다^[7]. 참고문헌 [3]에서 사용된 식은 EFIE이며, 전기전류의 전개함수로는 RWG 함수를, 자기 전류에는 $\hat{n} \times \text{RWG}$ 함수를 사용하였다. 여기서 \hat{n} 은 유전체 표면의 외향 법선 단위벡터이다. 그리고 시험함수로서 RWG 함수가 사용되었다. 3차원 임의 형상 유전체를 삼각형으로 모델링하고 EFIE와 MFIE를 결합한 CFIE는 라오와 윌튼에 의하여 처음으로 제안되었다^[4]. 이 연구에서도 참고문헌 [3]의 경우처럼 전기전류는 RWG 함수로써, 자기전류는 $\hat{n} \times \text{RWG}$ 함수로 근사되었다. 이와 같은 유전체 문제에 대하여 최근에 참고문헌 [4]의 단점을 보완한 CFIE가 제안되었다^[6]. 여기서 전기 및 자기 전류를 전개하는데 있어서 모두 RWG 함수를 사용하였으며, 시험함수로서 RWG+ $\hat{n} \times \text{RWG}$ 의 함수가 사용되었다. 이 과정에 근거하여 수치적으로 타당한 결과들이 제시되었으며, 또한 $\langle \text{RWG}, \text{EFIE} \rangle + \langle \hat{n} \times \text{RWG}, \text{EFIE} \rangle + \langle \text{RWG}, \text{MFIE} \rangle + \langle \hat{n} \times \text{RWG}, \text{MFIE} \rangle$ 의 4개 항으로 구성되는 CFIE에서 한 항을 무시하여 새로운 4 가지의 CFIE를 제안하였다.

본 논문에서는 참고문헌 [6]에 제시된 방법 외에도 시험함수의 선택에 따라 다양한 CFIE의 구성이 가능함을 제안하고자 한다. 또한 상기에 기술한대로 CFIE를 구성하는 네 개의 요소에서 그중 하나를 무시한 결과 16 가지 CFIE의 구성이 가능함을 제시하며, 엄밀해가 잘 알려진 유전체구에 대한 산란 전장과 RCS의 계산을 통하여 제안되는 다양한 CFIE를 비교하고 그 동작 특성을 고찰한다.

II. 결합 적분방정식

본 절에서는 3차원 유전체의 전자파 산란 문제를 위한 적분방정식과 수치 해석에 필요한 수학적 전개 과정을 보이고자 한다. 유전율과 투자율이 각각 ϵ_2 와 μ_2 인 3차원 유전체가 그림 1과 같이 유전율 ϵ_1 과 투자율 μ_1 인 공간에 놓여져 있으며, 외부로부터 전장이 E^i 이고 자장이 H^i 인 평면파로 조사된다고 가정한다. 등가 원리에 의하여 유전체 표면에 유기되는 전기전류 J 와 자기전류 M 으로써 유전체 내부 및 외부 문제로 분리할 수 있다^[8]. 전장 및 자장의 접선 성분이 표면 S 에서 연속인 경계조건을 이용하면 다음 식을 얻는다.

$$[-E^i(J, M)]_{\tan} = [E^i]_{\tan} \quad (1)$$

$$[-H^i(J, M)]_{\tan} = [H^i]_{\tan} \quad (2)$$

여기서 아래첨자 '1'은 외부 산란장(E^i_1, H^i_1)이 계산되는 매질을 나타낸다. 유전체 내부의 장은 영이기 때문에 전체 공간을 매질상수(ϵ_1, μ_1)으로 둘 수 있다. 유전체의 외부 표면에서 전장과 자장의 연속조건을 적용하면 다음의 두 식을 얻을 수 있다.

$$[-E^i_2(J, M)]_{\tan} = 0 \quad (3)$$

$$[-H^i_2(J, M)]_{\tan} = 0 \quad (4)$$

여기서 첨자 '2'는 내부 산란장(E^i_2, H^i_2)이 계산되는 매질을 나타낸다. 유전체 외부의 장은 영이기 때문에 외부 영역도 매질상수(ϵ_2, μ_2)로 둘 수 있다. 식(1)-(4)에서 아래 첨자 'tan'은 접선성분을 나타낸다.

전기전류와 자기전류에 의한 전장과 자장은 다음과 같다.

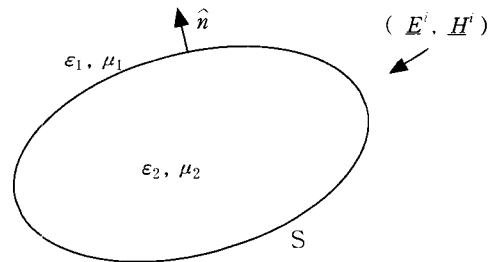


그림 1. 해석 구조의 유전체.

Fig. 1. Dielectric geometry to be analyzed.

$$E_\nu^s(J) = -j\omega A_\nu - \nabla \phi_\nu \quad (5)$$

$$E_\nu^s(M) = -\frac{1}{\epsilon_\nu} \nabla \times E_\nu \quad (6)$$

$$H_\nu^s(J) = \frac{1}{\mu_\nu} \nabla \times A_\nu \quad (7)$$

$$H_\nu^s(M) = -j\omega E_\nu - \nabla \phi_\nu \quad (8)$$

여기서 A_ν 와 E_ν 는 자기 및 전기 벡터 전위이며, ϕ_ν 와 ϕ_ν 는 전기 및 자기 스칼라 전위로서 각각 다음과 같이 주어진다.

$$A_\nu(x) = \frac{\mu_\nu}{4\pi} \int_S I(x') G_\nu(x, x') dS' \quad (9)$$

$$E_\nu(x) = \frac{\epsilon_\nu}{4\pi} \int_S M(x') G_\nu(x, x') dS' \quad (10)$$

$$\phi_\nu(x) = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon_\nu} \int_S \nabla' \cdot I(x') G_\nu(x, x') dS' \quad (11)$$

$$\phi_\nu(x) = \frac{j}{4\pi\omega\mu_\nu} \int_S \nabla' \cdot M(x') G_\nu(x, x') dS' \quad (12)$$

여기서 $\nu=1$ 또는 2이며, 그린함수 G_ν 는 다음과 같다.

$$G_\nu(x, x') = \frac{e^{-jk_\nu R}}{R}; R = |x - x'| \quad (13)$$

식 (9)-(12)에서 시간의 함수는 $e^{j\omega t}$ 으로 가정하였다. 식 (13)에서 R 은 관찰점 x 와 전원점 x' 간의 거리를 나타낸다. 그리고 $k_\nu = \omega\sqrt{\mu_\nu\epsilon_\nu}$ 이고 파수이며, ω 는 각 주파수이다.

식 (1)-(4)의 네 개의 식 중에서 EFIE는 식 (1)과 (3)으로 만들어지며, 식 (2)와 (4)로써 MFIE를 얻는다. 그러나 EFIE 또는 MFIE만으로는 유전체의 표면 S 가 도체로 대체되고, 그 내부가 외부와 동일한 매질로 채워진 구조의 내부 공진 주파수에서 안정된 해를 얻기가 어렵다. 이를 극복하는 방법이 CFIE이며, 식 (1)-(4)를 다음과 같이 결합한다.

$$[-E_\nu^s(J, M)]_{\tan} + \eta_1 [-H_\nu^s(J, M)]_{\tan} = \begin{cases} [E^i]_{\tan} + \eta_1 [H^i]_{\tan}, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \quad (14)$$

여기서 η_1 은 영역 1의 파동 임피던스이다.

III. 모멘트법의 적용

임의 형상 3차원 유전체 구조의 표면 S 는 평면 삼각

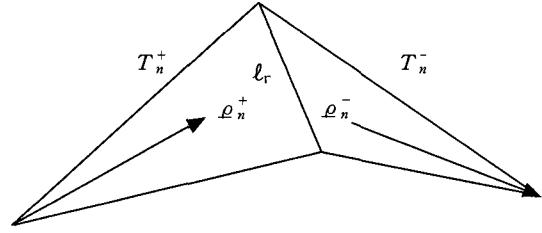


그림 2. 두 개의 삼각형과 공유변.

Fig. 2. Two triangular patches associated with a common edge.

형 조각으로 근사할 수 있다. 삼각형으로 모델링된 구조에 적합한 벡터 전개함수는 RWG 함수이며, 그림 2와 같이 공유변 n 과 관련하여 다음과 같이 주어진다.

$$f_n(x) = f_n^+(x) + f_n^-(x) \quad (15-1)$$

$$f_n^+(x) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} \rho_n^+, & x \in T_n^+ \\ 0, & x \notin T_n^+ \end{cases} \quad (15-2)$$

여기서 l_n 은 공유변의 길이이며 A_n^\pm 은 삼각형 T_n^\pm 의 면적이다. ρ_n^+ 는 삼각형 T_n^+ 에서 공유변에 접하지 않은 꼭지점으로부터 정의되는 위치 벡터이다. 식 (15)의 발산은 다음과 같이 주어진다.

$$\nabla \cdot f_n(x) = \nabla \cdot f_n^+(x) + \nabla \cdot f_n^-(x) \quad (16-1)$$

$$\nabla \cdot f_n^+(x) = \begin{cases} \pm \frac{l_n}{A_n^+}, & x \in T_n^+ \\ 0, & x \notin T_n^+ \end{cases} \quad (16-2)$$

식 (14)의 시험에 식 (15)와 같은 벡터함수가 사용되지만 정확한 시험을 위하여 또 다른 함수가 필요하며^[6], 이 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$g_n(x) = \hat{n} \times f_n(x) \quad (17)$$

함수 f_n 과 g_n 은 삼각형 내부에서 서로 직교한다. 식 (15)와 (17)은 이미 EFIE와 PMCHW에서 사용되었으며, EFIE와 쌍대인 MFIE, 그리고 본 논문에서 고려하는 CFIE에 각각 사용되는 전류의 전개함수와 시험함수를 요약하면 표 1과 같다. EFIE의 자세한 공식화 과정은 참고문헌 [3, 4]에 잘 나타나 있으며, MFIE는 EFIE와 쌍대이므로 유사한 과정을 적용하면 된다. 그리고 PMCHW의 경우에도 참고문헌 [2, 5]에 언급되어 있다. 본 논문에서는 CFIE의 공식화 과정을 보이교자 한다. 전류 J 와 M 은 식 (15)의 벡터 전개함수를 이용하여

표 1. 네 개의 적분식에 사용되는 전개함수와 시험함수.

Table 1. Expansion and testing functions used in four formulations.

Formulation	Testing function	Current expansion function	
		I	M
EFIE	f_m	f_n	$\hat{n} \times f_n$
MFIE	f_m	$\hat{n} \times f_n$	f_n
PMCHW	f_m	f_n	f_n
CFIE	$f_m + \hat{n} \times f_m$	f_n	f_n

다음과 같이 표현된다.

$$I(x) = \sum_{n=1}^N I_n f_n(x) \quad (18)$$

$$M(x) = \sum_{n=1}^N M_n f_n(x) \quad (19)$$

여기서 I_n 과 M_n 은 전류 계수이며, N 은 삼각형으로 모델링된 유전체 표면의 공유변 개수이다. 시험함수를 이용한 모멘트법의 적용을 위하여 내적은 다음과 같이 정의된다.

$$\langle f \cdot g \rangle = \int_S f \cdot g dS \quad (20)$$

식(15)에서 정의된 RWG 함수는 PMCHW에서와 같이 전류 I 와 M 의 전개함수로 사용되며 CFIE를 행렬식으로 변환하기 위한 시험함수는 $f_m + g_m$ 이 사용된다. 따라서 (14)에 시험과정을 적용하면

$$\begin{aligned} & \langle f_m + g_m, -E_\nu^s \rangle + \eta_1 \langle f_m + g_m, -H_\nu^s \rangle \\ & = \begin{cases} \langle f_m + g_m, E^i \rangle + \eta_1 \langle f_m + g_m, H^i \rangle, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

을 얻게 된다.

CFIE를 구성하기 위하여 적분식을 조합하는 또 다른 방법은 다음과 같다^[1]. 식(1)-(4)를 다시 쓰면

$$-\hat{n} \times E_\nu^i(I, M) = \hat{n} \times E^i \quad (22)$$

$$-\hat{n} \times H_\nu^i(I, M) = \hat{n} \times H^i \quad (23)$$

$$-\hat{n} \times E_\nu^s(I, M) = 0 \quad (24)$$

$$-\hat{n} \times H_\nu^s(I, M) = 0 \quad (25)$$

이 되고 식(1)-(4)와 (22)-(25)를 각각 합하고 f_m 으로 시험 내적을 취하면 그 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \langle f_m, -E_\nu^s - \hat{n} \times E_\nu^s \rangle + \eta_1 \langle f_m, -H_\nu^s - \hat{n} \times H_\nu^s \rangle \\ & = \begin{cases} \langle f_m, E^i + \hat{n} \times E^i \rangle + \eta_1 \langle f_m, H^i + \hat{n} \times H^i \rangle, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

벡터 항등식 $A \cdot B \times C = C \cdot A \times B$ 을 이용하면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$\langle f_m, \hat{n} \times E \rangle = \langle -\hat{n} \times f_m, E \rangle = \langle -g_m, E \rangle \quad (27)$$

여기서 E 는 식(26)의 전장 또는 자장을 의미하는 벡터이다. 따라서 (27)을 이용하면 (26)을

$$\begin{aligned} & \langle f_m - g_m, -E_\nu^s \rangle + \eta_1 \langle f_m - g_m, -H_\nu^s \rangle \\ & = \begin{cases} \langle f_m - g_m, E^i \rangle + \eta_1 \langle f_m - g_m, H^i \rangle, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \end{aligned} \quad (28)$$

와 같이 쓸 수 있다. 식(21)과 (28)을 비교하면, 동일한 CFIE에 대하여 식(21)에서는 $f_m + g_m$ 을, 식(28)에서는 $f_m - g_m$ 을 시험함수로서 사용하였음을 주목할 필요가 있다. 따라서 EFIE 또는 MFIE에 시험내적을 취할 때 $f_m + g_m$ 또는 $f_m - g_m$ 을 사용할 수 있다. 그 결과 $\langle f_m \pm g_m, \text{EFIE} \rangle \pm \langle f_m \pm g_m, \text{MFIE} \rangle$ 으로 조합하면 8가지의 서로 다른 CFIE를 얻게 된다. 이런 방법으로 시험함수와 관련된 4개의 파라미터를 도입하여 일반화된 CFIE를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & (1-a) \langle f_E f_m + g_E g_m, -E_\nu^s \rangle + a \eta_1 \langle f_H f_m + g_H g_m, -H_\nu^s \rangle \\ & = \begin{cases} (1-a) \langle f_E f_m + g_E g_m, E^i \rangle + a \eta_1 \langle f_H f_m + g_H g_m, H^i \rangle, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \end{aligned} \quad (29)$$

여기서 a 는 일반적으로 사용되는 CFIE의 결합계수이며, 0과 1 사이에서 임의 값을 가진다. 시험계수 f_E 와 g_E , 그리고 f_H 와 g_H 는 +1 또는 -1이다. 만일 $f_E=1, g_E=1, f_H=1, g_H=1$ 이면 식(29)는 식(21)이 되며, $f_E=1, g_E=-1, f_H=1, g_H=-1$ 이면 식(29)는 식(28)이 된다.

식(29)의 내적을 계산하여 행렬식으로 변환하는 과정을 기술하고자 한다. 계산과정의 편의를 위하여 식(29)를 전장 및 자장과 관련된 항으로 분리하여 취급한다. 먼저 전장과 관련된 식의 형태는 다음과 같다.

$$\langle f_E f_m + g_E g_m, -E_\nu^s(I, M) \rangle$$

$$= \begin{cases} \langle f_E f_m + g_E g_m, \mathbf{E}^i \rangle, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \quad (30)$$

이 식은 참고문헌 [6]에서 'TENE'로 명명되었다. 식(30)은 전장 적분방정식이지만 참고문헌 [3], 또는 표 1의 EFIE와는 사용된 전개함수 및 시험함수가 다르므로 구별된다. 식(18)과 (19), 그리고 식(15)와 (16)을 식(30)에 대입하여 각 시험내적을 계산한 결과는 다음과 같다.

$$\sum_{n=1}^N jk_\nu \eta_\nu \left(A_{mn,\nu}^E - \frac{B_{mn,\nu}^E}{k_\nu^2} \right) I_n + \sum_{n=1}^N (C_{mn,\nu}^E + D_{mn,\nu}^E) M_n = V_{m,\nu}^E \quad (31)$$

여기서

$$A_{mn,\nu}^E = f_E A_{mn,\nu}^f + g_E A_{mn,\nu}^g \quad (32)$$

$$B_{mn,\nu}^E = f_E B_{mn,\nu}^f + g_E B_{mn,\nu}^g \quad (33)$$

$$C_{mn,\nu}^E = \begin{cases} +C_{mn}^E, & \nu=1 \\ -C_{mn}^E, & \nu=2 \end{cases} \quad (34)$$

$$C_{mn}^E = f_E C_{mn}^f + g_E C_{mn}^g \quad (35)$$

$$D_{mn,\nu}^E = f_E D_{mn,\nu}^f + g_E D_{mn,\nu}^g \quad (36)$$

$$V_{m,\nu}^E = \begin{cases} \int_S [f_E f_m(\mathbf{r}) + g_E g_m(\mathbf{r})] \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) dS, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \quad (37)$$

이다. 식(32)-(36)의 각 요소에서 윗 첨자 'f'는 f_m 으로, 'g'는 g_m 으로 취한 내적과 관련된 기호이다. 그리고 각 요소의 적분 형태는 다음과 같다.

$$A_{mn,\nu}^f = \frac{1}{4\pi} \int_S f_m(\mathbf{r}) \cdot \int_S f_n(\mathbf{r}') G_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' dS \quad (38)$$

$$A_{mn,\nu}^g = \frac{1}{4\pi} \int_S g_m(\mathbf{r}) \cdot \int_S f_n(\mathbf{r}') G_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' dS \quad (39)$$

$$B_{mn,\nu}^f = \frac{1}{4\pi} \int_S \nabla \cdot f_m(\mathbf{r}) \int_S \nabla' \cdot f_n(\mathbf{r}') G_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' dS \quad (40)$$

$$B_{mn,\nu}^g = \frac{1}{4\pi} \int_S g_m(\mathbf{r}) \cdot \int_S \nabla' \cdot f_n(\mathbf{r}') \nabla' G_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' dS \quad (41)$$

$$C_{mn}^f = \frac{1}{2} \int_S f_m(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{n}} \times f_n(\mathbf{r}) dS \quad (42)$$

$$C_{mn}^g = \frac{1}{2} \int_S g_m(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{n}} \times f_n(\mathbf{r}) dS \quad (43)$$

$$D_{mn,\nu}^f = \frac{1}{4\pi} \int_S f_m(\mathbf{r}) \cdot \int_S f_n(\mathbf{r}') \nabla' G_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' dS \quad (44)$$

$$D_{mn,\nu}^g = \frac{1}{4\pi} \int_S g_m(\mathbf{r}) \cdot \int_S f_n(\mathbf{r}') \nabla' G_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS' dS \quad (45)$$

식(38)-(45)의 적분은 참고문헌 [10-13]을 이용하여 계산할 수 있다. 그러므로 식(31)로부터 얻어지는 행렬식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} [jk_1 \eta_1 (A_{mn,1}^E - B_{mn,1}^E / k_1^2)] & [C_{mn,1}^E + D_{mn,1}^E] \\ [jk_2 \eta_2 (A_{mn,2}^E - B_{mn,2}^E / k_2^2)] & [C_{mn,2}^E + D_{mn,2}^E] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_n] \\ [M_n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V_{m,1}^E] \\ [V_{m,2}^E] \end{bmatrix} \quad (46)$$

식(29)에서 자장과 관련된 항을 적으면

$$\langle f_H f_m + g_H g_m, -\mathbf{H}^s(\mathbf{I}, \mathbf{M}) \rangle = \begin{cases} \langle f_H f_m + g_H g_m, \mathbf{H}^i \rangle, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \quad (47)$$

와 같다. 식(47)은 참고문헌 [6]에서 'THNH'로 명명되었다. 식(47)은 자장 적분방정식이지만 사용되는 전개함수와 시험함수는 <표 1>에 있는 MFIE와는 다르다. 식(31)을 얻는 과정과 유사한 방법으로 각 시험 내적을 계산하면

$$- \sum_{n=1}^N (C_{mn,\nu}^H + D_{mn,\nu}^H) I_n + \sum_{n=1}^N j \frac{k_\nu}{\eta_\nu} \left(A_{mn,\nu}^H - \frac{B_{mn,\nu}^H}{k_\nu^2} \right) M_n = V_{m,\nu}^H \quad (48)$$

을 얻으며, 여기서

$$A_{mn,\nu}^H = f_H A_{mn,\nu}^f + g_H A_{mn,\nu}^g \quad (49)$$

$$B_{mn,\nu}^H = f_H B_{mn,\nu}^f + g_H B_{mn,\nu}^g \quad (50)$$

$$C_{mn,\nu}^H = \begin{cases} +C_{mn}^H, & \nu=1 \\ -C_{mn}^H, & \nu=2 \end{cases} \quad (51)$$

$$C_{mn}^H = f_H C_{mn}^f + g_H C_{mn}^g \quad (52)$$

$$D_{mn,\nu}^H = f_H D_{mn,\nu}^f + g_H D_{mn,\nu}^g \quad (53)$$

$$V_{m,\nu}^H = \begin{cases} \int_S (f_H f_m(\mathbf{r}) + g_H g_m(\mathbf{r})) \cdot \mathbf{H}^i(\mathbf{r}) dS, & \nu=1 \\ 0, & \nu=2 \end{cases} \quad (54)$$

이다. 식(49)-(53)의 적분 요소는 식(38)-(45)에 주어진 바와 같으며, 사용된 윗첨자 'f'와 'g'는 식(32)-(36)에 사용된 의미와 동일하다. 식(48)은 쌍대성 이론을 사용하여 별도의 계산 과정없이 식(31)로부터 직접 얻을 수도 있다. 식(48)을 행렬식으로 쓰면

$$\begin{bmatrix} [-(C_{mn,1}^H + D_{mn,1}^H)] \\ [-(C_{mn,2}^H + D_{mn,2}^H)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [jk_1/\eta_1(A_{mn,1}^H - B_{mn,1}^H/k_1^2)] \\ [jk_2/\eta_2(A_{mn,2}^H - B_{mn,2}^H/k_2^2)] \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} [I_n] \\ [M_n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [V_{m,1}^H] \\ [V_{m,2}^H] \end{bmatrix} \quad (55)$$

와 같다.

행렬식 (46)과 (55)를 간단히 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[Z_{mn}^E][C_n] = [V_m^E] \quad (56)$$

$$[Z_{mn}^H][C_n] = [V_m^H] \quad (57)$$

여기서 $C_n = I_n$ 이며, $C_{(N+n)} = M_n$ 이다. 그리고 $n=1, 2, \dots, N$ 이다. 최종적으로 식 (56)과 (57)로 주어진 TENE와 THNH의 행렬식을 결합하면 식 (29)의 결과로 주어지는 일반화된 CFIE의 행렬식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$[Z_{mn}][C_n] = [V_m] \quad (58)$$

식 (58)의 각 행렬요소는 다음과 같다.

$$Z_{mn} = (1 - \alpha)Z_{mn}^E + \alpha\eta_1 Z_{mn}^H \quad (59)$$

$$V_m = (1 - \alpha)V_m^E + \alpha\eta_1 V_m^H \quad (60)$$

여기서 $m=1, 2, \dots, 2N$, 그리고 $n=1, 2, \dots, 2N$ 이다.

IV. 수치 결과와 분석

본 장에서는 CFIE의 일반적 표현인 식(29)에 의하여 구성되는 행렬식 (58)의 연산을 수행하여 그 결과를 고찰한다. 앞 장에서 논의된대로 시험계수의 서로 다른 조합으로 8 가지의 CFIE를 얻을 수 있다. 시험계수의 조합에 따른 CFIE의 종류가 표 2에 나타나 있다. 수치 결과를 얻기 위하여 엄밀해가 잘 알려진 유전체구를 고려하며, 상대 유전율과 투자율이 각각 $\epsilon_r=2$ 와 $\mu_r=1$ 이고 반경이 0.5 m인 유전체구의 삼각형 모델링을 그림 3에 보였다. 삼각형의 분할은 구의 위도 및 경도를 따라 12 등분과 24 등분을 하였으며, 그 결과 구의 표면은 528 개의 삼각형으로 구성되며 공유변은 792 개가 된다. 수치 계산시 입사파는 x 방향의 전장을 가지고 $-z$ 방향으로 입사하는 평면파를 사용하였다. 그리고 $0 < f \leq 400$ MHz 범위에서 4 MHz의 간격으로 계산하였다. CFIE에 의하여 계산된 결과는 해석해(Mie series)와 비교된다.

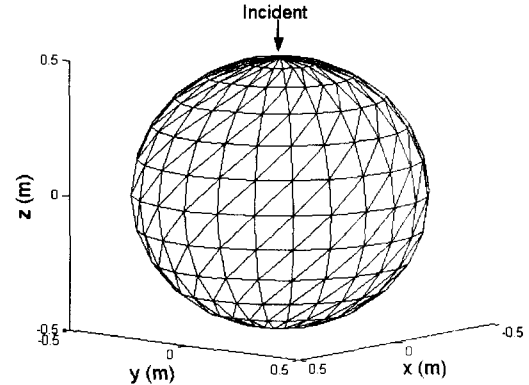


그림 3. 유전체구 표면의 삼각형 모델링, 반지름 0.5 m, $\epsilon_r=2$.

Fig. 3. Triangle surface patching of a dielectric sphere, radius 0.5 m, $\epsilon_r=2$.

표 2. 시험계수의 서로 다른 조합으로 구성되는 8 가지 CFIE 공식과 유전체구에 대한 해석해(Mie)와 CFIE 해의 RCS 평균 오차.

Table 2. Eight CFIE formulations with the different combination of testing coefficients and the averaged difference of monostatic RCS between Mie and CFIE solution for the dielectric sphere.

Formulation	Testing coefficients				$\Delta\sigma$ (dBm ²)
	f_E	g_E	f_H	g_H	
CFIE-1	1	1	1	1	1.02
CFIE-2	1	1	1	-1	4.61
CFIE-3	1	1	-1	1	0.40
CFIE-4	1	1	-1	-1	0.73
CFIE-5	1	-1	1	1	0.41
CFIE-6	1	-1	1	-1	0.85
CFIE-7	1	-1	-1	1	1.10
CFIE-8	1	-1	-1	-1	4.61

<그림 4>는 <표 2>에 나열된 8 가지 CFIE에 의하여 계산된 유전체구의 단안정(monostatic) RCS를 보인다. 이때 결합 계수 $\alpha=0.5$ 를 사용하였다. 그림에서 보는 바와 같이 두 개의 CFIE, 즉 CFIE-3과 CFIE-5만이 해석해와 잘 일치하고 있으며 그 외 다른 해들은 내부 공진 문제 때문에 공진 주파수 부근에서 발산하거나 해석해로부터 크게 벗어나 있다. <그림 4(a)>의 CFIE-1과

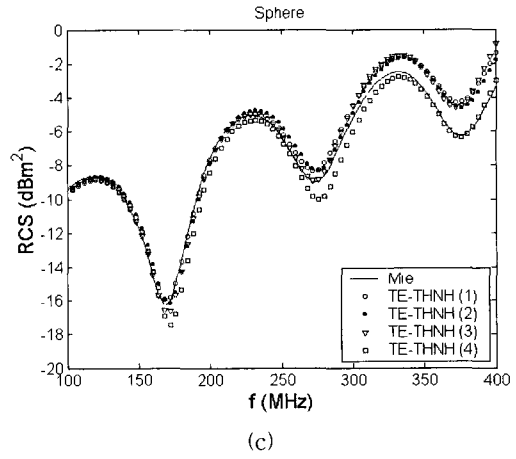
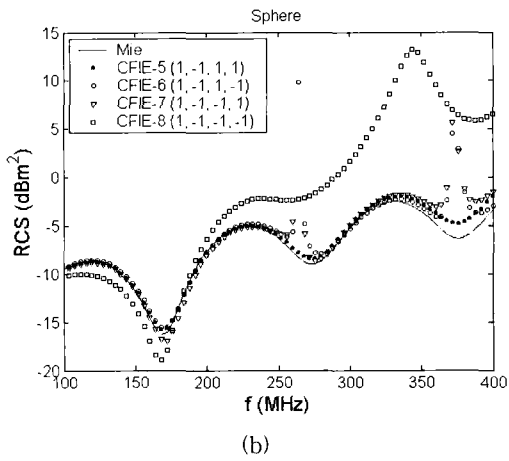
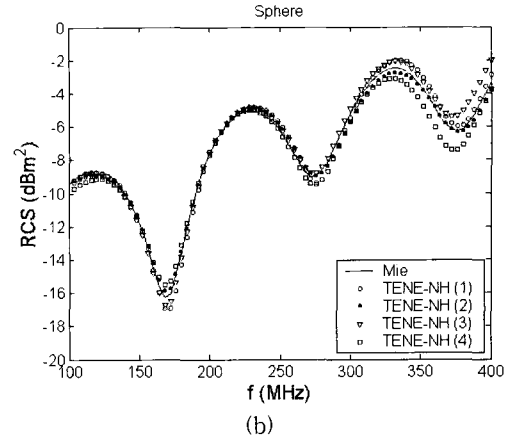
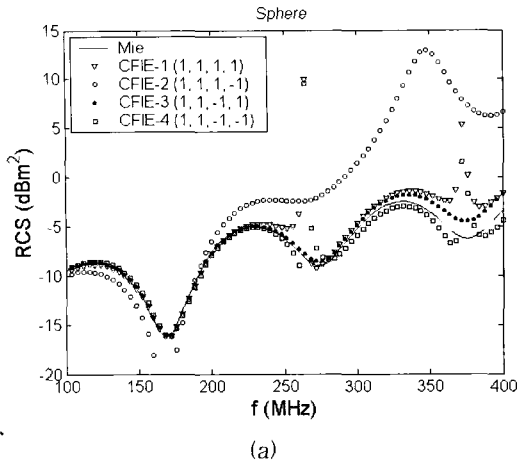


그림 4. 표 2의 CFIE에 의하여 산출된 유전체구의 RCS.
Fig. 4. Monostatic RCS of the dielectric sphere computed by eight CFIE formulations in Table 2.

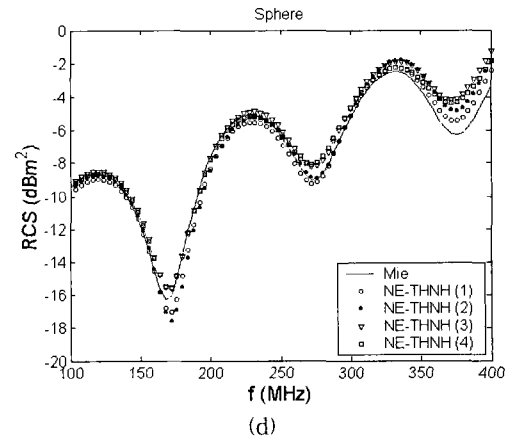
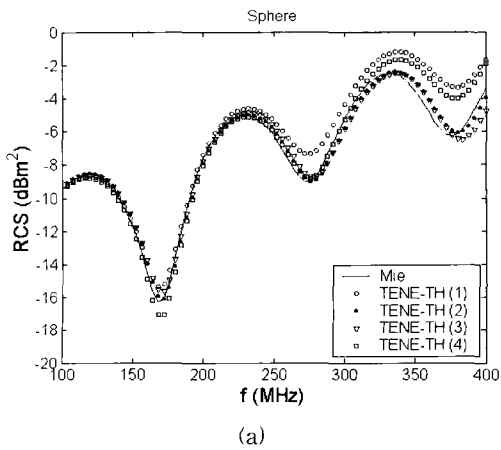


그림 5. 표 3의 16가지 CFIE에 의하여 산출된 유전체구의 RCS. (a) TENE-TH. (b) TENE-NH. (c) TE-THNH. (d) NE-THNH.
Fig. 5. Monostatic RCS of the dielectric sphere computed by the sixteen CFIE formulations of Table 3. (a) TENE-TH. (b) TENE-NH. (c) TE-THNH. (d) NE-THNH.

CFIE-4, 그리고 <그림 4(b)>의 CFIE-6과 CFIE-7의 결과는 유전체구의 공진 주파수인 262 MHz와 369 MHz 부근을 제외하면 해석해와 잘 일치하고 있음을 주목할 필요가 있다. CFIE로 계산된 유전체구의 RCS와 해석해와의 차를 합한 다음 표본 개수로 나눈 평균을 <표 2>에 나열하였다. 평균오차를 계산하는 정의식은 다음과 같다.

$$\Delta\sigma = \frac{\sum_{M} |\sigma_{Mie} - \sigma_{numel}|}{M} \quad (61)$$

여기서 σ 는 RCS이며, M 은 표본의 개수, 즉 이 문제에서 $M=100$ 이다.

TENE와 THNH를 결합한 CFIE는 네 개의 항으로 구성된다. 즉 f_m 으로 시험내적을 취하는

$$\begin{aligned} &\langle f_m, EFIE \rangle + \langle f_m, \hat{n} \times EFIE \rangle + \langle f_m, MFIE \rangle \\ &+ \langle f_m, \hat{n} \times MFIE \rangle \end{aligned}$$

형태와, $f_m + g_m$ 으로 시험내적을 취하는

$$\begin{aligned} &\langle f_m, EFIE \rangle + \langle g_m, EFIE \rangle + \langle f_m, MFIE \rangle \\ &+ \langle g_m, MFIE \rangle \end{aligned}$$

이다. 이 네 개의 항에서 그 중 하나를 무시하는 방법이 참고문헌 [6]에서 제시된 바가 있다. 이 결과는 무시되는 항의 순서에 따라 NE-THNH, TE-THNH, TENE-NH, TENE-TH으로 이름이 정해졌다. 이런 방법을 <표 2>에 나열된 8 가지 CFIE에 적용하면 모두 16 가지의 CFIE를 얻게 되며, 시험계수와 함께 이를 <표 3>에 나타내었다. 그리고 이 16 가지 CFIE에 의하여 계산된 RCS를 <그림 5>에서 해석해(Mie series)와 함께 나타내었으며, 모든 수치해는 해석해와 잘 비교되고 있으며, 고주파수 부분에서는 약간의 차이를 보이고 있다. 이 중의 어느 것도 내부공진 문제를 보이지 않음에 주목할 필요가 있다. 즉 <표 2>에 있는 8 가지 CFIE 중에서 두 개만의 수치 결과가 타당하였으나, <표 3>에서처럼 어느 한 항이라도 무시한 CFIE는 내부공진 주파수 문제를 겪지 않는다. 16 가지 CFIE로부터 계산된 원거리장 및 RCS와 해석해(Mie series)로부터 식(61)에 의한 평균오차를 구하여 <표 3>에 요약하였다. RCS의 오차는 TENE-NH (2)의 경우가 가장 작았으며 그 값은 0.22 dBm²이다. 그러나 원거리장에 대해서 차이를 비교하면 TENE-TH (2)의 결과가 θ 및 ϕ 성분 모두에 대하여 상대적으로 가장 정확하였다. 이를 자세히 보기 위하여

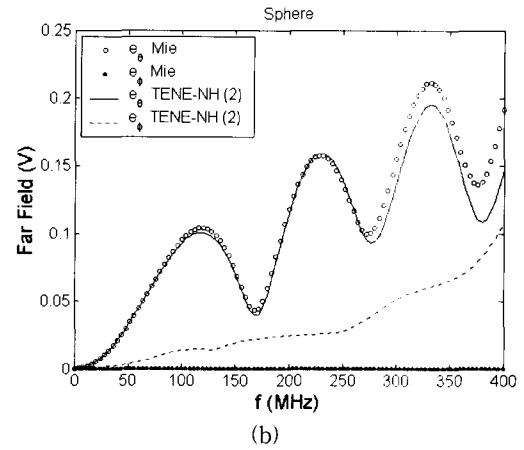
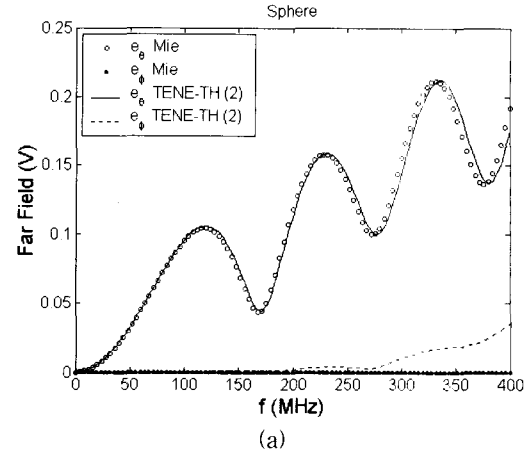


그림 6. 해석해(Mie)와 CFIE에 의해 계산된 원거리장 비교. (a) TENE-TH (2) ($f_E=1, g_E=1, f_H=-1, g_H=0$). (b) TENE-NH (2) ($f_E=1, g_E=1, f_H=0, g_H=-1$).

Fig. 6. Comparison of the normalized far field for the dielectric sphere computed by Mie and CFIE solution. (a) TENE-TH (2) ($f_E=1, g_E=1, f_H=-1, g_H=0$). (b) TENE-NH (2) ($f_E=1, g_E=1, f_H=0, g_H=-1$).

<그림 6>은 TENE-TH (2) 및 TENE-NH (2)의 원거리장을 해석해와 비교하고 있다. 그림으로부터 분명히 알 수 있듯이 TENE-TH (2)가 TENE-NH (2)보다 더 정확한 결과를 주고 있다.

다음은 TENE와 THNH를 결합하는 계수 a 의 영향을 알아보려고 한다. <그림 7>은 a 를 0.3부터 0.7까지 0.1 간격으로 변화시켜 TENE-TH (2)로 계산된 RCS를 해석해와 비교하고 있다. 모든 결과는 서로 잘 일치하고

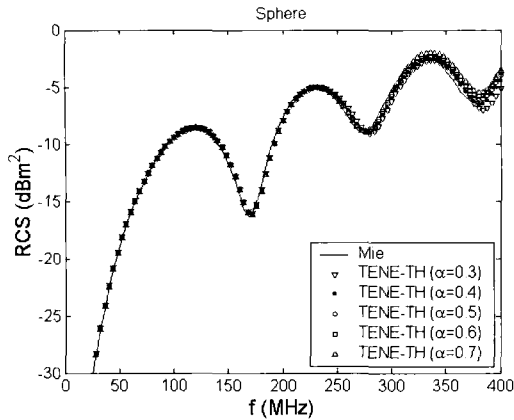


그림 7. CFIE의 결합 계수 α 의 변화에 따라 TENE-TH (2) ($f_E=1, g_E=1, f_H=-1, g_H=0$)에 의하여 계산된 유전체구의 RCS.

Fig. 7. Monostatic RCS of the dielectric sphere computed by TENE-TH (2) formulation ($f_E=1, g_E=1, f_H=-1, g_H=0$) as varying CFIE combining parameter α .

표 3. 시험계수의 다른 조합으로 구성되는 CFIE 공식과 유전체구에 대한 해석해 (Mie)와 CFIE 해의 원거리장 및 RCS 평균 오차.

Table 3. CFIE formulations with the different combination of testing coefficients and the averaged difference of normalized far field and monostatic RCS between Mie and CFIE solution for the dielectric sphere.

Formulation	Testing coefficients				Δe_θ (mV)	Δe_ϕ (mV)	$\Delta \sigma$ (dBm2)	
	f_E	g_E	f_H	g_H				
TENE-TH	(1)	1	1	1	0	12.0	16.7	0.79
	(2)	1	1	-1	0	4.1	6.4	0.30
	(3)	1	-1	1	0	4.7	6.0	0.34
	(4)	1	1	-1	0	4.5	24.0	0.51
TENE-NH	(1)	1	1	0	1	3.5	12.9	0.28
	(2)	1	1	0	-1	7.8	32.1	0.22
	(3)	1	-1	0	1	2.4	20.3	0.37
	(4)	1	1	0	-1	8.2	21.4	0.48
TE-THNH	(1)	1	0	1	1	9.4	5.5	0.61
	(2)	1	0	1	-1	8.1	9.8	0.59
	(3)	1	0	-1	1	8.7	7.2	0.55
	(4)	1	0	-1	-1	6.9	16.4	0.49
NE-THNH	(1)	0	1	1	1	5.1	12.9	0.42
	(2)	0	1	1	-1	5.7	16.4	0.48
	(3)	0	1	1	1	5.7	21.5	0.52
	(4)	0	1	-1	1	5.3	15.6	0.45

표 4. TENE-TH (2) ($f_E=1, g_E=1, f_H=-1, g_H=0$)에 의해 파라미터 α 를 변화시키면서 계산된 유전체구의 원거리장과 RCS 평균 오차.

Table 4. Averaged difference of the normalized far field and monostatic RCS for the dielectric sphere computed by using TENE-TH (2) ($f_E=1, g_E=1, f_H=-1, g_H=0$) formulation as varying parameter α .

α	Δe_θ (mV)	Δe_ϕ (mV)	$\Delta \sigma$ (dBm2)
0.3	6.0	5.0	0.41
0.4	4.8	5.7	0.34
0.5	4.1	6.4	0.30
0.6	4.0	6.8	0.29
0.7	4.5	6.9	0.31

있으며, <표 4>에 해석해와 수치해의 전장 및 RCS의 평균오차를 요약하였다. <그림 7>과 <표 4>에서 알 수 있듯이 CFIE의 해는 α 에 대해 민감하지 않음을 볼 수 있다. 즉 α 는 0.5를 중심으로 선택의 범위가 넓다. 지금까지 보여진 유전체구의 결과를 보면 400 MHz에 가까운 높은 주파수 영역에서 해석해와 약간의 차이를 보이는 현상은 유전체 표면의 모델링에 기인한다. 즉 <그림 3>과 같은 표면 모델링에서 삼각형 분할을 세분화하면 공유변의 개수가 증가하여 계산 시간이 오래 소요되지만 그 오차는 줄어들 수 있다. 그리고 본 논문에서는 보이지 않았지만 육면체 또는 원통형의 유전체에 CFIE를 적용하여도 유전체구의 결과와 유사하였다.

V. 결론

임의 형상 3차원 유전체의 평면파 산란 문제의 해석을 위하여 그 표면에 경계조건을 적용한 적분식으로부터 결합 적분방정식을 구성하는 다양한 방법을 제안하였다. 유전체 표면을 삼각형으로 모델링하고 모멘트법을 적용하여 수치 결과를 보였다. 전장 및 자장 적분방정식은 내부공진 주파수에 상응하는 주파수 부근에서 해가 발산하지만 결합 적분방정식은 안정된 해를 준다. 그러나 시험계수를 달리하여 8 가지로 구성된 CFIE의 수치 결과에서 보았듯이, 2 가지의 CFIE만이 공진 주파수의 영향을 받지 않고 타당한 결과를 보여 주었다. 모든

CFIE가 내부공진 문제를 해결하지는 못하였다. 그리고 CFIE를 구성하는 네 개의 항에서 그 중 하나를 무시하여 16 가지의 새로운 CFIE를 얻었다. 즉 각 4 가지의 TENE-TH, TENE-NH, TE-THNH, NE-THNH이었다. 이 CFIE들은 약간의 오차를 가지고 있으나 공진 문제 없이 모든 결과가 해석해와 잘 비교되었다. 이 가운데에서도 TENE-TH와 TENE-NH의 해가 비교적 정확하였다.

참 고 문 헌

- [1] R. F. Harrington, "Boundary integral formulations for homogeneous material bodies," *J. Electromagn. Waves Applicat.*, vol. 3, no. 1, pp. 1~15, 1989.
- [2] K. Umashankar, A. Taflove, and S. M. Rao, "Electromagnetic scattering by arbitrary shaped three-dimensional homogeneous lossy dielectric bodies," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 34, no. 6, pp. 758~766, June 1986.
- [3] T. K. Sarkar, S. M. Rao, and A. R. Djordjevic, "Electromagnetic scattering and radiation from finite microstrip structures," *IEEE Trans. Microwave Theory Technol.*, vol. 38, no. 11, pp. 1568~1575, Nov. 1990.
- [4] S. M. Rao and D. R. Wilton, "E-field, H-field, and combined field solution for arbitrarily shaped three-dimensional dielectric bodies," *Electromagn.*, vol. 10, pp. 407~421, 1990.
- [5] S. M. Rao, C. C. Cha, R. L. Cravey, and D. L. Wilkes, "Electromagnetic scattering from arbitrary shaped conducting bodies coated with lossy materials of arbitrary thickness," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, no. 5, pp. 627~631, May 1991.
- [6] X. Q. Sheng, J. M. Jin, J. M. Song, W. C. Chew, and C. C. Lu, "Solution of combined-field integral equation using multilevel fast multipole algorithm for scattering by homogeneous bodies," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 46, no. 11, pp. 1718~1726, Nov. 1998.
- [7] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 30, no. 5, pp. 409~418, May 1982.
- [8] R. F. Harrington, *Time Harmonic Electrodynamics*. New York: McGraw-Hill, 1961.
- [9] S. M. Rao, *Electromagnetic Scattering and Radiation of Arbitrarily-Shaped Surfaces by Triangular Patch Modeling*. PhD Dissertation, Univ. Mississippi, Aug. 1980.
- [10] D. R. Wilton, S. M. Rao, A. W. Glisson, D. H. Schaubert, O. M. Al-Bundak, and C. M. Butler, "Potential integrals for uniform and linear source distributions on polygonal and polyhedral domains," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 32, no. 3, pp. 276~281, March 1984.
- [11] S. Caorsi, D. Moreno, and F. Sidoti, "Theoretical and numerical treatment of surface integrals involving the free-space Greens function," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, no. 9, pp. 1296~1301, Sept. 1993.
- [12] R. D. Graglia, "On the numerical integration of the linear shape functions times the 3-D Greens function or its gradient on a plane triangle," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, no. 10, pp. 1448~1455, Oct. 1993.
- [13] T. F. Eibert and V. Hansen, "On the calculation of potential integrals for linear source distributions on triangular domains," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, no. 12, pp. 1499~1502, Dec. 1995.

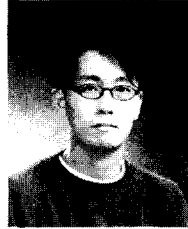
저 자 소 개



鄭 白 鎬(正會員)

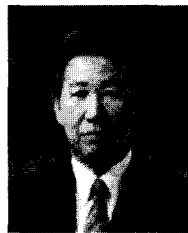
1985년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학사). 1989년 2월: 경북대학교 대학원 전자공학과(공학석사). 1997년 8월: 경북대학교 대학원 전자공학과(공학박사). 1989년 2월~1994년 3월: 국방과학연구소 연구원.

1997년 9월~현재: 호서대학교 전기정보통신공학부 및 벤처전문대학원 조교수. 2001년 1월~2002년 2월: 미국 Syracuse 대학교 연구교수. <주관심분야: 전자파 수치 해석, 이동통신 전파환경, 비선형 광학>



韓 相 皓(正會員)

2002년 2월: 호서대학교 전파공학과 (공학사). 2002년 3월~현재: 호서대학교 벤처전문대학원 정보통신응용기술학과 석사과정. <주관심분야: 전자파 수치해석>



李 華 鎔(正會員)

1963년 2월: 한국항공대학교 통신공학과(공학사). 1979년 2월: 동아대학교 대학원 전자공학과(공학석사). 1986년 2월: 경북대학교 대학원 전자공학과(공학박사). 1967년 3월~1974년 2월: 대양정보고등학교 교

사. 1974년 3월~1983년 2월: 동의공업대학 부교수. 1983년 3월~현재: 호서대학교 전기정보통신공학부 교수. 1991년 8월~1992년 8월: 미국 University of Louisville 연구교수. <주관심분야: Microwave Industry, Electronic Switching System.>