

다지점으로 구성된 재고시스템의 최적화 분석 : 저수요, 유실판매 모형

윤승철 · 최영섭

단국대학교 경영학과

Analysis of Multi-branch Inventory Distribution System for an Item with Low Level of Demand and Lost Sale Allowed

Yoon, Seung Chul · Choi, Young Sub

Dept. of Business Administration, Dankook University

This research is basically deals with an inventory distribution system with several regional sales branches. Under the continuous review policy, each sales branch places an order to its supplier whenever on hand plus on order inventory falls on the order point, and the order quantity is received after elapsing a certain lead time. This research first shows the method how to apply the product with low lever of demand into the continuous review policy. For the application, we use an order level as the maximum level of inventory during an order cycle. Also we analyze the lost sales case as a customer behavior. Further we use variable demands and variable lead times for more realistic situation. Based on the above circumstances, the research mainly discusses those methods to decide the optimal order level, order point, and order quantity for each sales branch which guarantees the system wide goal level of service, while keeping the minimum level of the system wide total inventory.

Keywords: 다지점, 재고시스템, 저수요, 유실판매, 최적화

1. 서론

여러 판매지점을 운영하는 회사의 재고관리에 있어서 중요한 문제는 이들 판매지점들로 구성되는 통합적 재고분배시스템의 효율적인 관리문제이다.

이 통합적 시스템의 관리를 위한 주요 내용은 각 지점의 제품판매와 고객수요를 분석하고, 목표서비스수준을 유지하기 위한 적정 재고량과 입출고 계획을 결정하여 이를 기초로 하여 각 지점의 운영 지침을 수립하는

것이다. 이 연구는 기본적으로 여러 지역담당 판매지점으로 구성된 재고분배시스템의 통합적 관리를 위한 분석방법을 다루고 있다. 이 연구의 특징과 가정은 다음과 같다. 먼저 연구대상 제품은 단위기간당 수요수준이 낮은 제품을 대상으로 하고 있다. 즉 부피가 크고 단가는 높은 제품들이 한 예이다. 그리고 재고부족이 발생하였을 때 유실판매됨을 가정한다. 재고조사 방법은 연속 조사방법을 사용한다. 즉 각 판매지점은 보유재고량과 발주된 주문량의 합이 주문점에 이를 때마다 외부 공급

업체에 적정 주문량을 발주하며 이 주문량은 얼마간의 조달기간이 경과한 후 도착하게 된다. 또한 보다 실제적 상황을 고려하여 변동수요와 변동조달기간을 분석한다. 각 지점의 제품수요는 낮은 수요수준을 고려하여 포와 송분포를 사용하며, 조달기간의 변동은 보다 일반적인 상황을 고려한 혼합화를 분포를 사용한다. 그리고 재고보충을 위한 시스템으로서 낮은 수요수준 제품에 대한 효율적인 계산방법을 제시하기 위해 (주문점, 주문수준) 시스템을 이용한다.

변동 조달기간 모형에서 각 지점이 실제로 달성하는 고객 서비스수준은 서비스수준의 기대값으로 설명될 수 있다. 이러한 관점에서 이 연구의 목적은 시스템 전체의 목표서비스수준을 달성하기 위한 각 지점의 최적 주문량, 주문점, 주문수준 등을 결정하는 방법을 제시하기 위한 것이다.

2. 각 판매지점의 재고분석

2.1 분석을 위한 자료

각 판매지점의 분석을 위한 자료는 다음과 같다.

λ : 시스템 전체의 월평균 수요량.

L_i : 판매지점 i 의 계획조달기간.

$P(L'_i = L_i)$: 판매지점 i 의 실제조달기간(L'_i)이

계획조달기간(L_i)과 같을 확률.

$P(L'_i > L_i)$: 판매지점 i 의 실제조달기간(L'_i)이 계획조달기간(L_i)보다 길어질 확률.

θ_i : 판매지점 i 의 실제조달기간이 계획조달기간 보다 길어질 경우의 실제 조달기간의 기대값.

P_i : 판매지점 i 에서의 수요발생 확률.

n : 판매지점의 수.

위의 자료에서 λ 는 모든 지점들의 월평균 수요량의 합과 같으며, 각 지점의 월 수요량은 포와송 분포를 따르는 것으로 가정한다. 또한 P_i 는 과거의 각 지점의 수요량 자료들로부터 각 지점이 차지하는 월 수요량의 비율을 이용하여 결정할 수 있으며, $(P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1)$ 이다. λ 와 P_i 를 이용함으로써 판매지점 i 의 월 평균수요량은 $(\lambda \cdot P_i)$ 로 계산된다. 이 top-down 방법은 참고문헌 [3]과 [9]에서 설명하고 있다. 또한 판매지점 i 에서의 계획조달기간 L_i 보다 긴 실제 조달기간 L'_i 의 확률 분포는 기대값 θ_i 를 갖는 지수분포를 가정하며, L_i 보다

짧은 L'_i , 즉 일찍 도착하는 경우는 없는 것으로 가정한다.

2.2 각 판매지점의 주문점, 주문수준, 주문량 결정

판매지점 i 의 서비스수준 (R_i)을 얻기 위한 주문점 (N_i)과 주문수준 (M_i), 그리고 주문량 (Q_i)는 다음의 절차를 통해 결정된다. 한 주문주기 동안의 지점 i 의 서비스수준 R_i 는 그 주문주기의 (총족된 수요/총수요)의 비율로 정의된다. 유실판매 모형에서 이 정의는 한 주문주기 동안의 [수요량의 기대값 / (수요량의 기대값+부족량의 기대값)]의 관계를 갖는다. 이 내용은 참고문헌 [8]과 [9]를 참고한다. 이 연구에서 사용되는 주문수준 M_i 는 한 주문주기의 최대 재고수준을 의미하며, 이는 저장공간의 제약을 고려하여 관리자가 조정할 수 있도록 하는 방법을 이용하고 있다. 따라서 주문량 Q_i 는 $(M_i - N_i)$ 의 양이 되며, 이 양은 한 주문주기의 기대 수요량을 충족시키기 위한 양이 된다. 이를 기초로 한 판매지점 i 의 서비스수준 R_i 는

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{M_i - N_i}{(M_i - N_i) + E(x)N_i} \\ &= \frac{M_i - N_i}{(M_i - N_i) + \sum_{x>N_i} (x - N_i) \cdot P(x)} \quad \langle \text{식 } 2-1 \rangle \end{aligned}$$

와 같다. 위의 식에서 x 는 지점 i 에서의 조달기간 동안의 실제 수요량이며, $E(x)N_i$ 는 재고부족량의 기대값, 즉 유실판매량을 나타낸다. 이 관계는 참고문헌 [7]을 참고한다.

서비스수준 R_i 는 판매지점 i 의 실제조달기간들의 변동에 따라 변화하게 되며, 따라서 판매지점 i 에서 얻어지게 되는 R_i 는 R_i 의 기대값으로 설명된다. 즉 실제조달기간 L'_i 가 계획조달기간 L_i 와 같을 때 서비스수준의 기대값 $E(R_i | L'_i = L_i)$ 는

$$E(R_i | L'_i = L_i) = R_i \quad \langle \text{식 } 2-2 \rangle$$

로서 〈식 2-1〉에서 자료값 L_i 를 이용하여 계산된다. 또한 L'_i 가 L_i 보다 긴 경우, 즉 주문량이 늦게 도착되는 경우 서비스수준의 기대값 $E(R_i | L'_i > L_i)$ 는

$$E(R_i | L'_i > L_i) = \int_{L'_i > L_i} R'_i \cdot f(L'_i | L'_i > L_i) dL'_i \quad \langle \text{식 } 2-3 \rangle$$

의 관계로부터 얻어진다. 이 식에서 $f(L'_i | L'_i > L_i)$ 는 $f(L'_i) / P(L'_i > L_i)$ 이며, 기대값이 θ_i 인 지수분포를 따르고 있다. 이 식의 계산은 참고문헌 [1]과 [4]를 참고한다. 그리고 R'_i 는 하나의 실제조달기간이 L'_i 일 때 대응되는 판매지점 i 의 서비스수준을 나타낸다.

<식 2-2>와 <식 2-3>을 이용하여 판매지점 i 의 서비스수준의 기대값 $E(R_i)$ 는 다음과 같이 결정된다. 즉

$$E(R_i) = E(R_i | L'_i = L_i) \cdot P(L'_i = L_i) + E(R_i | L'_i > L_i) \cdot P(L'_i > L_i) \quad <\text{식 } 2-4>$$

의 관계로부터 결정된다. 이 과정을 이용한 분석의 예는 다음과 같다.

(분석 예) : 판매지점 i 의 자료는 다음과 같다.

자료 : $\lambda = 10$

$$L_i = 0.8\text{개월}$$

$$P(L'_i = L_i) = 0.7$$

$$P(L'_i > L_i) = 0.3$$

$$\theta_i = 1\text{개월}$$

$$P_i = 0.5$$

그리고 이 지점의 목표서비스 수준은 95%이며, 관리자는 주문수준(최대 재고수준)을 $M_i = 12$ 개로 정하였다면 목표서비스수준 즉 서비스수준의 기대값 $E(R_i)$ 가 95%가 되는 주문점 N_i 와 주문량 Q_i 는 얼마인가? 먼저 이 문제를 계산하기 위해 계획 조달기간 $L_i = 0.8$ 개월보다 큰 1000개의 L'_i 를 이용하여 각각의 R_i 와 기대값 $E(R_i)$ 를 계산하였다. 그리고 $M_i = 12$ 일 때, $N_i = 0, 1, 2, \dots, 11$ 의 경우에 대해 각각 조사한 $E(R_i)$ 의 결과는 다음과 같다.

M_i	12	...	12	12	12	...
N_i	1	...	5	6	7	...
Q_i	11	...	7	6	5	...
$E(R_i)$	0.65	...	0.90	0.93	0.95	...

즉 최대 재고수준을 12로 정한다면 95%의 서비스수준을 얻기 위해서는 주문점을 7개로 하고, 주문량을 5개로 결정해야 한다.

<표 2-1>은 3개의 판매지점으로 이루어진 시스템에

각 자료값들의 다양한 변화에 따른 서비스수준의 기대값 $E(R_i)$ 의 변화를 보여주고 있다. 이 표에 사용된 기초 자료는

$$\lambda = 15$$

$$L_1 = 0.4, L_2 = 0.5, L_3 = 0.6\text{개월}$$

$$P(L'_i = L_i) = 0.6, P(L'_i > L_i) = 0.4$$

$$\theta_1 = 0.6, \theta_2 = 0.7, \theta_3 = 0.8\text{개월}$$

$$P_1 = 0.2, P_2 = 0.3, P_3 = 0.5$$

$$n = 3$$

이다. 예를 들어 다른 자료는 변하지 않고 전체 수요량이 감소함에 따라, 즉 $\lambda = 15$ 에서 $\lambda = 10$ 으로 변함에 따라 정해진 주문점 하에서 각 지점들의 서비스수준의 기대값 $E(R_i)$ 는 증가하고 있다. 그 밖의 다른 자료의 변화에 따른 $E(R_i)$ 는 <표 2-1>을 참고한다.

3. 시스템 최적화 분석

시스템 전체의 최적화를 위한 분석은 여러 방법이 가능하나 이 연구에서는 시스템 전체의 보유재고량을 제약으로 사용하는 방법을 제시한다. 즉 시스템의 동일한 특정 서비스수준을 얻게 하는 주문수준 M_i 와 주문점 N_i 의 값은 매우 다양하게 나타난다. 예를 들면 $(M_i, N_i) = (10, 5)$ 일 때와 $(M_i, N_i) = (7, 4)$ 일 때, 두 경우 모두 $E(R_i) = 0.95$ 를 제공 할 수 있다. 그러나 두 경우의 평균 보유 재고량은 서로 다르게 나타난다. 이러한 상황에서 최적 M_i , N_i 그리고 Q_i 는 시스템의 보유재고량을 가장 낮게 해주는 값들로 결정하게 된다. 이는 일반적으로 보유재고량이 작을수록 유지비용이 작아지게 되기 때문이다.

판매지점 i 의 한 주문주기 동안의 평균재고 보유량은 그 주문주기초의 재고량과 주문주기말 재고량의 평균값으로 나타내 진다. 이 관계는 참고문헌 [8]을 참고로 한다. 주문량 ($Q_i = M_i - N_i$)를 받은 즉시 지점 i 의 주기초 재고량의 기대값 $H_{I,i}$ 는

$$\begin{aligned} H_{I,i} &= Q_i + \sum_{x=0}^{N_i} (N_i - x) \cdot P(x) \\ &= (M_i - N_i) + \sum_{x=0}^{\infty} (N_i - x) \cdot P(x) \\ &\quad + \sum_{x=N_i}^{\infty} (x - N_i) \cdot P(x) \\ &= (M_i - N_i) + (N_i - \lambda \cdot P_i \cdot L_i) \\ &\quad + \sum_{x=N_i}^{\infty} x \cdot P(x) - N_i \cdot \sum_{x=N_i}^{\infty} P(x) \quad <\text{식 } 3-1> \end{aligned}$$

<표 2-1> 자료변화에 따른 서비스수준의 기대값($E(R_i)$)의 변화 (3지점 시스템)

	M_i	7	7	7
	N_i	1	2	3
$\lambda = 5$	$E(R_1)$	0.97	0.99	0.99
	$E(R_2)$	0.94	0.97	0.99
	$E(R_3)$	0.85	0.90	0.94
$\lambda = 10$	$E(R_1)$	0.92	0.96	0.98
	$E(R_2)$	0.84	0.90	0.94
	$E(R_3)$	0.69	0.73	0.77
$\lambda = 15$	$E(R_1)$	0.87	0.92	0.95
	$E(R_2)$	0.75	0.80	0.85
	$E(R_3)$	0.57	0.59	0.62
$L_1 = 0.2$	$E(R_1)$	0.93	0.96	0.98
$L_2 = 0.2$	$E(R_2)$	0.88	0.92	0.95
$L_3 = 0.2$	$E(R_3)$	0.79	0.83	0.87
$L_1 = 0.4$	$E(R_1)$	0.87	0.92	0.95
$L_2 = 0.4$	$E(R_2)$	0.79	0.85	0.89
$L_3 = 0.4$	$E(R_3)$	0.66	0.70	0.94
$L_1 = 0.6$	$E(R_1)$	0.81	0.87	0.92
$L_2 = 0.6$	$E(R_2)$	0.71	0.76	0.81
$L_3 = 0.6$	$E(R_3)$	0.57	0.59	0.62
$P(L'_i = L_i) = 0.8$	$E(R_1)$	0.89	0.94	0.97
$P(L'_i > L_i) = 0.2$	$E(R_2)$	0.78	0.84	0.89
	$E(R_3)$	0.60	0.62	0.65
$P(L'_i = L_i) = 0.6$	$E(R_1)$	0.87	0.92	0.95
$P(L'_i > L_i) = 0.4$	$E(R_2)$	0.75	0.80	0.85
	$E(R_3)$	0.57	0.59	0.62
$P(L'_i = L_i) = 0.4$	$E(R_1)$	0.85	0.90	0.94
$P(L'_i > L_i) = 0.6$	$E(R_2)$	0.72	0.77	0.82
	$E(R_3)$	0.54	0.55	0.60

이며, 주기말 재고량의 기대값 $H_{E,i}$ 는

$$\begin{aligned} H_{E,i} &= \sum_{x=0}^N (N_i - x) \cdot P(x) \\ &= (N_i - \lambda \cdot P_i \cdot L_i) \\ &\quad + \sum_{x>N_i}^{\infty} x \cdot P(x) - N_i \cdot \sum_{x>N_i}^{\infty} P(x) \quad \langle \text{식 3-2} \rangle \end{aligned}$$

이다. 따라서 유설판매의 경우 지점 i 에서의 평균재고보

유량 H_i 는

$$\begin{aligned} H_i &= \frac{H_{I,i} + H_{E,i}}{2} \\ &= \frac{M_i + N_i}{2} - \lambda \cdot P_i \cdot L_i \\ &\quad + \sum_{x>N_i}^{\infty} x \cdot P(x) - N_i \cdot \sum_{x>N_i}^{\infty} P(x) \quad \langle \text{식 3-3} \rangle \end{aligned}$$

의 관계를 이용하여 계산된다. 예를 들어 3개의 판매지점 시스템의 자료가

$$\lambda = 15$$

$$L_1 = 0.2, \quad L_2 = 0.4, \quad L_3 = 0.6 \text{개월}$$

$$\theta_1 = 0.4, \quad \theta_2 = 0.6, \quad \theta_3 = 0.8 \text{개월}$$

$$P_1 = 0.33, \quad P_2 = 0.33, \quad P_3 = 0.34$$

$$P(L'_i = L_i) = 0.6, \quad P(L'_i > L_i) = 0.4$$

$$n = 3$$

인 경우 지점 1에서 95%의 서비스수준의 기대값

$E(R_1)$ 을 제공하는 M_1 과 N_1 은 각각 $(M_1, N_1) = \{(7, 4), (7, 5), (7, 6), (8, 4), (8, 5), (8, 6), (8, 7) \dots\}$ 등이다. 이들 중 H_1 이 가장 작은 M_1 과 N_1 은 7과 4가 되고, 이때 H_1 은 4.5개가된다. 나머지 두 지점도 같은 절차에 의해 M 과 N 그리고 주문량 Q 가 결정된다.

시스템 전체의 최적화는 시스템 전체의 목표서비스수준이 α 라면 각 지점 모두 α 를 달성하는 방법을 가정하여 다음의 절차로 요약할 수 있다.

i) <식 2-4>로부터 시스템 목표서비스수준과 동일

<표 3-1> 시스템전체의 목표 서비스수준 = 95%인 경우 다양한 자료 변화에 따른 최적화 결과

	$n = 3$				$n = 5$				$n = 10$			
	M_i	N_i	Q_i	H_i	M_i	N_i	Q_i	H_i	M_i	N_i	Q_i	H_i
$L_i = 0.2$	9	7	2	21	7	4	3	24.5	4	3	1	32
$L_i = 0.4$	9	7	2	18	7	4	3	21.5	4	3	1	29
$L_i = 0.6$	10	7	3	16.5	7	4	3	18.5	4	3	1	26
$\lambda = 5$	5	3	2	9	4	2	2	12	3	1	2	17
$\lambda = 10$	7	5	2	12	6	3	3	16.5	4	2	2	24
$\lambda = 15$	10	7	3	16.5	7	4	3	18.5	4	3	1	26
$P(L'_i = L_i) = 0.8$	9	6	3	13.5	6	4	2	16	4	3	1	26
$P(L'_i > L_i) = 0.2$												
$P(L'_i = L_i) = 0.6$	10	7	3	16.5	7	4	3	18.5	4	3	1	26
$P(L'_i > L_i) = 0.4$												
$P(L'_i = L_i) = 0.4$	11	7	4	18	7	5	2	21	5	3	2	31
$P(L'_i > L_i) = 0.6$												
$P(L'_i = L_i) = 0.2$	11	8	3	19.5	8	5	3	23.5	5	3	2	31
$P(L'_i > L_i) = 0.8$												
$\theta_i = 0.8$	10	7	3	16.5	7	4	3	18.5	4	3	1	26
$\theta_i = 0.9$	11	7	3	18	7	5	2	21	5	3	2	31
$\theta_i = 1$	11	8	3	19.5	8	5	3	23.5	5	3	2	31

한 값의 서비스수준의 기대값 $E(R_i)$, ($i=1, 2, \dots, n$), 를 제공하는 M_i , N_i , Q_i 를 계산한다.

- ii) 위의 i)에서 구해진 M_i , N_i , Q_i 를 이용하여 각 지점의 평균 재고보유량 H_i 를 계산한다.
- iii) 위의 ii)에서 계산된 M_i , N_i , Q_i 를中最 가장 작은 값의 H_i 를 갖는 M_i , N_i , Q_i 를 최적해로 결정한다.

이 절차는 수요수준이 낮은 제품의 경우 탐색범위가 작으므로 복잡한 수학적 모형을 사용하지 않고 효과적으로 최적해를 찾을 수 있다. <표 3-1>은 각각 3, 5, 10 개의 지점으로 구성된 시스템의 목표서비스수준이 95% 일 때 이를 얻기 위한 각 지점의 최적 주문수준 M_i 와 주문점 N_i 그리고 주문량 Q_i 를 계산한 결과를 보여주고 있다. 또한 이 표에서 H 는 각 시스템의 총 보유재고량을 나타내며 $H = \sum_{i=0}^n H_i$ 의 관계를 갖고 있다. 이 표에서 사용된 기본 자료는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\lambda &= 15, \\ L_i &= 0.6 \text{개월} \\ P(L'_i = L_i) &= 0.6, \\ P(L'_i > L_i) &= 0.4 \\ \theta_i &= 0.8 \text{개월}, \\ P_i &= 1/n \\ n &= 3, 5, 10\end{aligned}$$

표의 효과적인 작성을 위해 각 지점의 계획조달기간, 수요발생 확률, 그리고 확률분포에 대해 동일한 값을 사용하였으며, 따라서 자료에서 지점 1, 2, 3 등과 같이 구별 없이 지점 i 로 표시하였다. 예를 들어 $L_i = 0.6$ 개월이라 함은 각 지점의 계획 조달기간이 모두 동일하게 0.6개월임을 나타낸다. 그리고 이 기본 자료값의 다양한 변화에 따른 최적 M_i , N_i , Q_i 그리고 H_i 의 변화를 보여주고 있다.

4. 결론

이 연구는 유실판매와 낮은 수요수준의 특성을 갖는 제품에 관하여 n 개의 판매지점으로 구성된 시스템 전체의 목표서비스수준을 달성하기 위한 각 지점의 최적 주문수준, 주문점 그리고 주문량을 결정하는 방법을 제

시하고 있다. 이 분야의 관련 연구와 이론들은 참고문헌 [2], [5], [6]에서 제시하고 있다. 이 연구에 사용된 탐색 방법은 낮은 수요수준의 제품의 경우 탐색범위가 작으므로 매우 효과적이며, 복잡한 수학적 최적화 모형의 전개 없이도 최적화를 쉽게 이를 수 있다는 데에 그 장점이 있다.

이 연구에서 제시하지 못한 점은 낮은 수요수준의 경우 추후납품과 유실판매의 비교이다. 참고문헌[8]에 의하면 수요수준이 큰 경우 일반적으로 계획 서비스수준을 얻기 위한 주문점은 유실판매와 추후납품 상황에서 큰 변동이 없는 것으로 알려져 있다. 그러나 수요수준이 낮은 경우 두 모형의 차이가 크게 나타날 수 있다. 따라서 이에 대한 비교분석이 필요하다고 생각된다. 또한 발주점에 이를 때 발주점을 지키지 못하는 현상은 낮은 수요수준의 관리에 있어서는 분석해야 할 중요한 문제로 생각되며, 이 점에 관한 연구도 필요할 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] Eppen, G. D. et al. ; "Determining Safety Stock in the Presence of Stochastic Lead Time and Demand", *Management Science*, Vol. 34(11), Nov., 1988.
- [2] Kok, A. G. ; "Approximations for a Lost-Sales Production/Inventory Control Model with Service Level Constraints", *Management Science*, Vol. 31(6), pp. 225-235, 1985.
- [3] Lee, J. S., and Yoon, S. C. ; "Analysis of Multi-Level Inventory Distribution System for an Item with Low Level of Demand", *Journal of Industrial and System Engineering*, Vol. 23, No. 60, pp. 11-22, Nov.30, 2000.
- [4] Montgomery, D. C., and Runger, G. C. ; *Applied Statistics and Probability for Engineers*, Wiley, pp. 195-200, 1994.
- [5] Schwarz, L. B. ; "A Single Continuous Review Deterministic One-Warehouse N-Retailer Inventory System", *Management Science*, Vol. 31(4), pp. 555-566, April, 1993.
- [6] Schwarz, L. B., Deuermeyer, B. L., and Bandinelli, R. D., ; "Fill-Rate Optimization in a One-Warehouse N-Retailer Inventory System", *Management Science*, Vol. 31(4), pp. 488-498, April, 1985.
- [7] Smith, B. S. ; *Computer Based Production and*

- Inventory Control, Prentice-Hall, N. J., pp.
130-138, 1989.
- [8] Tersine, J. R. ; Principles of Inventory and Materials Management, North-Holland, N. Y.,
pp. 211-222, 1988.
- [9] 윤승철 ; 재고관리-방법과 응용, 시공사, pp.
349-370, 1997.