

피스톤의 점성 마찰력을 고려한 소형 왕복동 압축기의 동적 해석

Dynamic Analysis of the Small Reciprocating Compressors Considering Viscous Frictional Force of a Piston

김 태 종†
Tae-Jong Kim

(2002년 9월 13일 접수 : 2002년 10월 21일 심사완료)

Key Words : Reciprocating Compressors(왕복동형 압축기), Piston Secondary Dynamics(피스톤 동역학), Viscous Friction Force(점성 마찰력), Piston Trajectory (피스톤 궤적), Crankshaft Trajectory (크랭크축 궤적), Friction Loss (마찰손실)

ABSTRACT

In this study, a dynamic analysis of the reciprocating compression mechanism considering viscous friction force of a piston used in small refrigeration compressors is performed. The length of cylinder in this class of compressors is shortening to diminish the frictional losses of the piston-cylinder system. So, the contacting length between piston and cylinder liner is in variable with the rotating crank angle around the BDC of the reciprocating piston. In the problem formulation of the compression mechanism dynamics, the change in bearing length of the piston and all corresponding viscous forces and moments are considered in order to determine the trajectories of piston and crankshaft. The piston orbits for viscous friction model and Coulomb friction model were used to compare the effect of the friction forces of piston on the dynamic trajectories of piston. To investigate the effect of friction force acting on the piston for the dynamic characteristics of crankshaft, comparison of the crankshaft loci is given in both viscous model and Coulomb model. Results show that the viscous friction force of piston must be considered in calculating for the accurate dynamic characteristics of the reciprocating compression mechanism.

1. 서 론

압축기를 산업용 공기압축기, 냉동공조용 냉매압축기로 대별할 때 냉매압축기는 전 세계적으로 생산 수량이 엄청나므로 미소한 성능의 향상도 중요시된다. 이 압축기는 거의 가정용 냉장기에 적용되므로 진동소음의 수준이 품질을 좌우하며, 이의 저감은 소비자의 큰 욕구일 뿐만 아니라 공학적으로도 중요한 과제 중의 하나이다. Fig. 1의 왕복동 소형 압축기는 실린

더 블록, 피스톤, 피스톤 핀, 커넥팅 로드, 크랭크축 및 이를 지지하는 저널 베어링 등으로 구성되며, 압

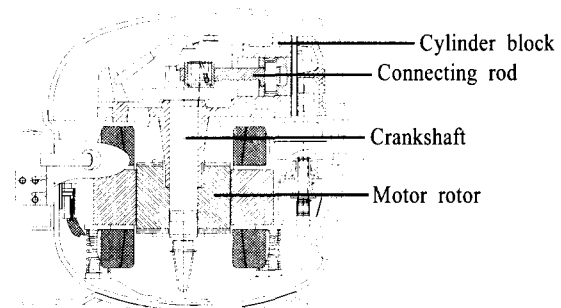


Fig. 1 Schematic view of the reciprocating compressor

† 책임저자, 정희원, 부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소
E-mail : tjong@pusan.ac.kr
Tel : (051) 510-2457, Fax : (051) 514-7640

축기구부는 성능을 좌우하는 핵심적인 기능을 수행하는 것으로 알려져 있다. 압축성능은 실린더 라이너와 피스톤 사이의 반경방향 간극을 통한 냉매기체의 누설에 의해 영향을 받고, 진동 소음, 소비동력 및 신뢰성은 피스톤 반경방향 접촉과 크랭크축-저널 베어링에서의 마찰손실 및 간극에서의 반경방향 궤적에 의해 그 특성이 변화된다. 압축기가 운전될 때 피스톤은 실린더의 축방향을 따라 상하운동을 하지만, 반경방향 간극에서도 병진운동과 피스톤 수직방향의 회전운동에 의한 마찰현상이 발생된다. 이 마찰력은 냉매기체의 압축력, 피스톤의 관성력, 축 균형무게 (balancer weight)의 원심력과 더불어 저널 베어링으로 지지되는 크랭크축에 하중으로 작용하여 축의 휘돌림 운동을 발생시킨다. 피스톤의 점성 마찰력은 피스톤 슬랩(slap)과 유체윤활의 유막 특성을 고려하여 해석되어야 하므로 적절한 동적 모델링 및 수치적 계산방법이 개발되어야 한다. 기존의 연구에서도 쿨롱(coulomb) 마찰계수 $\mu = 0.03$ ⁽¹⁾, $\mu = 0.35$ ⁽²⁾ 등으로 가정하는 근사적 방법을 이용하고 있으며 그 값의 범위를 산정하는 실험적 결과도 없는 실정이다.

왕복동형 피스톤의 슬랩에 관한 연구는 내연기관의 실린더 벽면과 피스톤 사이의 접촉 문제를 대상으로 하였다. 피스톤의 평형방정식에 기초하여 실린더 벽면에 대한 피스톤의 충돌해석이 시도되었지만, 유체윤활의 적절한 고려가 없었기 때문에 실험과 일치하는 양호한 결과가 얻어지지 않았다. 1983년에 이르러서야 Li 등⁽³⁾에 의해 피스톤 스커트(skirts)의 동수력(hydrodynamic) 윤활 모델을 포함하여 피스톤의 궤적 및 마찰 특성이 계산되었다. Zhu 등^(4,5)에 의해 피스톤 및 실린더의 표면 형상을 고려한 피스톤 조립체 동역학에 대한 수치적 해석이 이루어졌다. 또 피스톤 슬랩에 의해 발생하는 엔진 블록의 충격 및 진동에 관한 연구^(6,7)가 있다. 왕복동형 압축기의 경우, Prata 등⁽⁸⁾에 의해 링이 없는 피스톤의 부차적 동적 해석에 관한 논문이 발표되었다.

소형 왕복동 압축기는 마찰손실의 저감 및 조립의 간편성을 위해, 피스톤의 베어링으로 작용하는 실린더 블록의 길이를 짧게 하는 추세에 있다. 즉, 피스톤이 상사점 위치에서 크랭크 각도가 정도 회전하면 피스톤의 하단부가 실린더 벽면과의 접촉을 벗어나는 구조를 갖게 된다. 또, 소형 구조이므로 미소한 마찰손실 및 성능 특성, 피스톤과 크랭크축의 동적 거동 측정에 많은 어려움이 있다. 그러므로, 피스톤과 크랭크

축의 동적 특성이 연성되고 압축기구의 미소한 손실의 변화 및 동적 거동을 이론적으로 엄밀하게 예측할 수 있는 해석 모델의 개발이 필요하다. 본 논문에서는 피스톤의 점성 마찰력 및 피스톤과 실린더 접촉 길이의 변화를 고려한 압축기구의 동역학적 모델링으로 피스톤 및 크랭크축의 동적 거동을 수치적으로 해석하여 그 특성을 이해하고자 한다. 동하중이 작용하는 피스톤과 실린더 벽면 사이 유막에서의 반력 및 모멘트를 계산하여 Newton-Raphson 방법으로 피스톤의 반경방향 동적 거동을 수치적으로 해석하였다. 피스톤의 점성 마찰력이 고려된 압축하중을 받는 왕복동형 기구의 운동방정식을 유도하여 크랭크축에 작용하는 하중을 구하고, 짧은 베어링 이론^(9,10)을 이용하여 베어링에서의 유막 압력에 따른 반력, 축의 궤적 및 마찰손실을 계산하였다. 피스톤의 점성 마찰력이 피스톤과 크랭크축의 마찰손실 및 동적 거동에 미치는 영향을 조사하기 위해 점성 모델의 해석 결과와 쿨롱 마찰 모델이 적용된 기존의 계산 결과를 비교하였다. 즉, 피스톤에 작용하는 마찰력을 쿨롱 마찰 모델(I)⁽¹¹⁾로 가정한 피스톤 반경방향 궤적을 본 연구의 점성 마찰 모델의 궤적과 비교하였다. 또, 피스톤의 마찰력을 쿨롱 마찰 모델(II)⁽¹²⁾로 하는 경우의 크랭크축 궤적을 본 논문의 점성 모델 축 궤적과 비교하였다.

2. 압축기구의 동역학적 해석

2.1 압축기구

본 연구의 압축기에 적용된 피스톤 크랭크 기구의 기구학적 관계를 Fig. 2에 나타내었으며, 피스톤의 운동평면에서 크랭크축의 회전중심위치를 원점으로 하는 xyz 고정좌표계를 설정하였다. 그림에서 $m_e(x_e, y_e)$, $m_c(x_c, y_c)$, $m_p(x_p, y_p)$ 는 크랭크축-전동기 회전자, 커넥팅 로드, 피스톤의 집중 질량(무게중심 위치)을 각각 나타낸다. 또, d 는 피스톤핀의 중심에서 피스톤의 질량중심까지의 거리, θ 는 크랭크축 회전각, ϕ 는 커넥팅 로드 of 회전각도를 각각 표시한다. 커넥팅 로드 기구의 기구학적 관계는 다음과 같다.

$$r \sin \theta + y_{B0} = l \sin \phi, x_p = r \cos \theta + l \cos \phi + d \quad (1)$$

$$x_c = x_p - a \cos \phi - d, y_c = a \sin \phi - y_{B0} \quad (2)$$

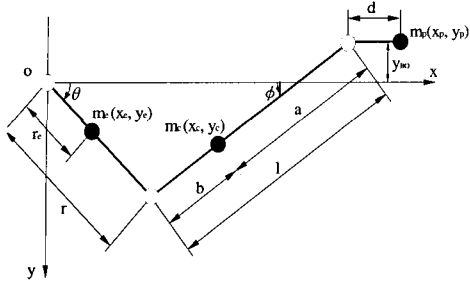


Fig. 2 Connecting-rod mechanism of the reciprocating compressor

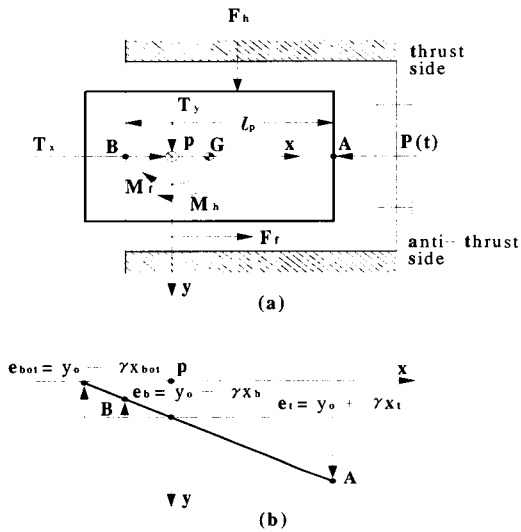


Fig. 3 Free body diagram for the reciprocating piston

피스톤의 자유물체도 Fig. 3(a)에서 축방향으로 왕복 운동하는 피스톤의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_p \ddot{x}_p - T_x + P(t) + F_f = 0 \quad (3)$$

여기서, T_x 는 피스톤에 작용하는 핀의 반력, F_f 는 피스톤에 작용하는 유체유탄의 점성 마찰력, $P(t)$ 는 x 방향으로 작용하는 실린더 내 압축기체에 의한 힘을 나타낸다. 커넥팅 로드와 자유물체도 Fig. 4에서 병진 및 회전의 운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$m_c \ddot{x}_c - S_x + T_x = 0 \quad (4)$$

$$m_c \ddot{y}_c - S_y + T_y = 0 \quad (5)$$

$$I_c \ddot{\phi} - S_x b \sin \phi - S_y b \cos \phi - T_x a \sin \phi - T_y a \cos \phi + L_s + L_T = 0 \quad (6)$$

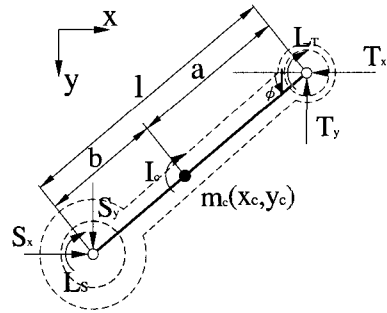


Fig. 4 Free body diagram for the connecting rod

여기서, 피스톤핀의 반력 T_x , T_y 와 커넥팅 로드와 크랭크축의 연결부에 작용하는 반력 S_x , S_y , 커넥팅 로드 무게중심위치에서의 질량관성모멘트는 I_c 로 표시하였다. 피스톤핀과 크랭크핀에서의 마찰토크는 각각 $L_T = \mu_T r_T \sqrt{T_x^2 + T_y^2}$, $L_s = \mu_s r_s \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$ 이다. 각 요소별 운동방정식 및 기구학적 관계식에서 압축기구의 운동을 한정하는 구속력들은 다음과 같이 유도된다.

$$T_x = m_p \ddot{x}_p + P(t) + F_f \quad (7)$$

$$S_x = (m_p + m_{re}) \ddot{x}_p + P(t) + F_f - m_{ro} \cdot r \frac{d}{dt} (\dot{\theta} \cdot \sin \theta) \quad (8)$$

$$T_y = \frac{(I_c - m_c ab) \ddot{\phi} + L_s + L_T}{l \cos \phi} - [(m_p + m_{re}) \ddot{x}_p + P(t) + F_f] \tan \phi \quad (9)$$

$$S_y = \frac{(I_c - m_c ab) \ddot{\phi} + L_s + L_T}{l \cos \phi} - [(m_p + m_{re}) \ddot{x}_p + P(t) + F_f] \tan \phi + m_{ro} \cdot r \frac{d}{dt} (\dot{\theta} \cdot \cos \theta) \quad (10)$$

여기서, $m_{ro} = \frac{a}{l} m_c$, $m_{re} = \frac{b}{l} m_c$ 이다. 점성 마찰력 F_f 가 계산되면 T_x , S_x 는 식 (7), (8)과 같이 주어지므로 구속력 T_y , S_y 만 Newton-Raphson 방법으로 계산한다.

2.2 반경방향 운동의 피스톤

실린더 내에서 왕복운동하는 피스톤의 자유물체도 Fig. 3(a)에서 반경방향의 무차원 운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\bar{T}_y + \bar{F}_h = \bar{m}_p \ddot{\bar{y}}_0 \quad (11)$$

$$\bar{M}_f + \bar{M}_h = \bar{I}_p \ddot{\bar{\gamma}} \quad (12)$$

무차원 변수 $\bar{m}_p = \frac{\omega C_p^3}{\lambda R_p^4} m_p$, $\bar{y}_0 = \frac{y_0}{C_p}$, $\bar{\gamma} = \frac{R_p}{C_p} \gamma$,

$$\bar{I}_p = \frac{\omega}{\lambda R_p^3} \left(\frac{C_p}{R_p}\right)^3 I_p, \quad \bar{T}_y = \frac{1}{\lambda \omega R_p^2} \left(\frac{C_p}{R_p}\right)^2 T_y,$$

$$\bar{F}_h = \frac{1}{\lambda \omega R_p^2} \left(\frac{C_p}{R_p}\right)^2 F_h, \quad \bar{M}_h = \frac{1}{\lambda \omega R_p^3} \left(\frac{C_p}{R_p}\right)^2 M_h,$$

$\bar{M}_f = \frac{1}{\lambda \omega R_p^3} \left(\frac{C_p}{R_p}\right)^2 M_f$ 이다. 여기서, m_p 는 피스톤의 질량, ω 는 크랭크축의 각속도, C_p 는 피스톤과 실린더 벽면 사이의 간극, R_p 은 피스톤의 반지름, λ 는 윤활유 점도, y_0 는 피스톤의 병진운동 변위, γ 는 피스톤의 회전운동 각변위, I_p 는 피스톤핀 위치에서의 수직 방향 관성모멘트, T_y 는 피스톤의 반경방향 작용 힘이다. F_h 는 피스톤과 실린더 사이의 유막 반력, M_h 는 유막 반력의 모멘트, M_f 는 피스톤과 실린더 사이의 점성 마찰력 F_f 에 의한 모멘트이다. 또, Fig. 3(b)에서 피스톤 반경방향의 병진운동 가속도와 회전운동 각속도를 무차원화하여 표시하면 각각 다음과 같다.

$$\ddot{\bar{y}}_0 = \ddot{\epsilon}_b - \left(\frac{\ddot{\epsilon}_b - \ddot{\epsilon}_t}{\bar{\ell}_p}\right) \bar{x}_b \quad (13)$$

$$\ddot{\bar{\gamma}} = (\ddot{\epsilon}_t - \ddot{\epsilon}_b) / \bar{\ell}_p \quad (14)$$

무차원 변수 $\bar{\ell}_p = \frac{\ell_p}{R_p}$, $\bar{x}_b = \frac{x_b}{R_p}$, $\epsilon_b = \frac{e_b}{C_p}$, $\epsilon_t = \frac{e_t}{C_p}$ 이다. 여기서, ℓ_p 는 실린더와 접촉하는 가변적 피스톤 길이, x_b 는 피스톤 핀 위치에 설정된 xyz 직각좌표계에서 실린더와 접촉하는 피스톤 경계면 B까지의 거리를 표시한다. 또, ϵ_b , ϵ_t 는 피스톤 상면 A, 경계면 B에서의 편심률(무차원 편심위치)을 각각 나타낸다. 피스톤의 반경방향 동적 거동을 Newton-Raphson 방법으로 계산하기 위해 무차원의 피스톤 운동방정식 (11), (12)를 다음과 같은 비선형 방정식으로 가정한다.

$$f_1(\epsilon_b, \epsilon_t) = \bar{T}_y + \bar{F}_h - \bar{m}_p [\ddot{\epsilon}_b - (\ddot{\epsilon}_b - \ddot{\epsilon}_t) \frac{\bar{x}_b}{\bar{\ell}_p}] = 0 \quad (15)$$

$$f_2(\epsilon_b, \epsilon_t) = \bar{M}_f + \bar{M}_h - \bar{I}_p (\ddot{\epsilon}_t - \ddot{\epsilon}_b) / \bar{\ell}_p = 0 \quad (16)$$

2.3 크랭크축

크랭크축의 해석 모델 Fig. 5에서 축의 편심 질량에 의한 불평형 하중과 전동기 회전자의 자이로 모멘트를 고려하여 강제 축의 운동방정식을 유도한다. 베어링의 중심과 일치하는 크랭크축의 기하학적 중심에 XY 고정좌표계를 설정한 다음, 축방향의 무게중심 위치에 좌표계의 원점 O 를 둔다. XYZ 좌표계는 평형상태에서 앞서 설정된 xyz 고정좌표계와 평행한다. 축의 운동은 X 방향으로 X_0 , Y 방향으로 Y_0 의 병진운동성분 및 X 축 회전인 α , Y 축 회전인 β 의 회전운동을 하는 경사운동성분의 강제운동으로 가정하고, α, β 의 양은 미소하다고 한다. 오른손 법칙에 의해 X 방향의 세차운동 α 와 Y 방향의 세차운동 β 가 존재하므로 X 방향으로 $T_x = I_z \omega \beta$, Y 방향으로 $T_y = -I_z \omega \alpha$ 의 자이로 모멘트가 각각 작용하게 된다. X, Y, Z 축방향 회전 관성모멘트를 각각 I_x, I_y, I_z 라 하면 축의 병진 및 회전의 운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

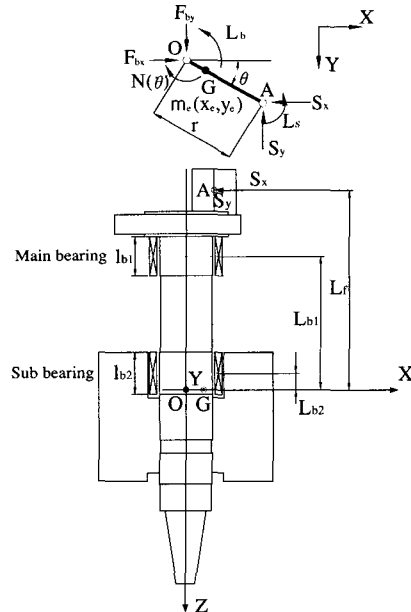


Fig. 5 Analytical model for the crankshaft-journal bearing system

$$m_e \ddot{X}_0 = -S_x + F_{bx} - m_e r_e \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \quad (17)$$

$$m_e \ddot{Y}_0 = -S_y + F_{by} - m_e r_e \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) \quad (18)$$

$$I_x \ddot{\alpha} = -I_z \omega \beta + M_x + M_{bx} \quad (19)$$

$$I_y \ddot{\beta} = I_z \omega \alpha + M_y + M_{by} \quad (20)$$

여기서, $\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \mp \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \end{Bmatrix} L_f$, $\begin{Bmatrix} F_{bx} \\ F_{by} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^2 \begin{Bmatrix} F_{bxi} \\ F_{byi} \end{Bmatrix}$,

$\begin{Bmatrix} M_{bx} \\ M_{by} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_{b1} F_{by1} + L_{b2} F_{by2} \\ -L_{b1} F_{bx1} - L_{b2} F_{bx2} \end{Bmatrix}$ 이다. 각 베어링의 축방

향 중심에서, 크랭크축 중심의 위치 및 속도는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_0 + \beta \cdot Z_{ii} \\ Y_0 - \alpha \cdot Z_{ii} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} \dot{X}_i \\ \dot{Y}_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{X}_0 + \dot{\beta} \cdot Z_{ii} \\ \dot{Y}_0 - \dot{\alpha} \cdot Z_{ii} \end{Bmatrix} \quad (i=1, 2) \quad (21)$$

$Z_{i1} = -L_{b1}$, $Z_{i2} = -L_{b2}$ 이고, 하첨자 $i=1, 2$ 는 주 및 보조 베어링을 각각 표시한다.

3. 동수력 해석

3.1 피스톤과 실린더 사이의 유막

피스톤과 실린더 벽면 사이 유체유회의 무차원 레이놀즈 방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \right) = 6\bar{V}_p \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} + 12 \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \quad (22)$$

$$\bar{h} = 1 - (\bar{y}_0 + \bar{\gamma} \cdot \bar{x}_i) \cos \theta \quad (23)$$

무차원 변수 $\bar{h} = \frac{h}{C_i}$, $\bar{t} = \omega t$, $\bar{x} = \frac{x}{R_p}$, $\bar{x}_i = \frac{x_i}{R_p}$,

$\bar{p} = \frac{p}{\lambda \omega} \left(\frac{C_i}{R_p} \right)^2$, $\bar{V}_p = \frac{V_p}{\omega R_p}$ 이다. 여기서, x_i 는 피스톤 편 위치에 설정된 XYZ 직각 좌표계에서 피스톤 베어링면 격좌점까지의 축방향 위치를 나타낸다. h 는 피스톤과 실린더 사이의 반경방향 간극, t 는 유차원 시간, p 는 유막의 동수력 압력, V_p 는 피스톤의 축방향 속도를 나타낸다. 실린더 벽면의 유회면에서 유막의 압력은 유한차분법 및 SOR(successive over-relaxation) 방법을 이용하여 계산할 수 있다. 피스톤 표면에 작용하는 무차원 유막 반력 및 반력에 의한

피스톤 수직축 방향의 모멘트는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\bar{F}_h = - \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_p} \bar{p}(\theta, \bar{x}) \cos \theta \, d\bar{x} \cdot d\theta \quad (24)$$

$$\bar{M}_h = - \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_p} [\bar{p}(\theta, \bar{x}) \cdot \cos \theta] \bar{x}_i \, d\bar{x} \cdot d\theta \quad (25)$$

피스톤에 작용하는 점성 마찰력은 축방향 운동의 반대방향으로 작용한다고 가정하면, 무차원의 점성 마찰력 및 마찰토크는 각각 다음과 같다.

$$\bar{F}_f = \frac{C_p}{R_p} \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_p} \left(\frac{\bar{h}}{2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\bar{V}_p}{\bar{h}} \right) d\bar{x} \, d\theta \quad (26)$$

$$\bar{M}_f = \frac{C_p}{R_p} \int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{l}_p} \left(\frac{\bar{h}}{2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\bar{V}_p}{\bar{h}} \right) \cos \theta \, d\bar{x} \, d\theta \quad (27)$$

3.2 저널 베어링의 유막

크랭크축을 지지하는 저널 베어링에서 유막 압력의 합력에 의한 베어링 반력은 레이놀즈 방정식에서 구할 수 있고, 베어링의 축방향에 비해 원주방향의 압력 구배는 무시할 수 있으므로 무한히 짧은 베어링으로 모델링하였다. 베어링의 중심에서 크랭크축 중심까지의 거리를 X_i, Y_i 로 표시하면 레이놀즈 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left(h_i^3 \frac{\partial p_i}{\partial Z} \right) = 6\lambda \omega \frac{\partial h_i}{\partial \theta} + 12\lambda \frac{\partial h_i}{\partial t} \quad (28)$$

여기서, 유막의 간극 $h_i = C_i - X_i \cos \theta - Y_i \sin \theta$, p_i 는 유막 압력, C_i 는 저널과 베어링의 중심이 일치할 때의 반경 틈새를 나타낸다. 베어링의 유막에서 발생하는 압력은 다음과 같이 결정된다.

$$p_i - p_a = 3\lambda Z (Z - l_{bi}) \frac{\omega(X_i \sin \theta - Y_i \cos \theta) - 2(\dot{X}_i \cos \theta + \dot{Y}_i \sin \theta)}{h_i^3} = 3\lambda Z (Z - l_{bi}) \cdot f_{pi}(\theta) \quad (29)$$

베어링 유막 압력의 합력의 계산에 있어서, 음압의 유막 영역은 제외되어야 하므로 Gumbel의 경계조건을 이용하여 유막의 발생 압력 $p_i - p_a$ 가 0이 되는 베어링의 원주방향의 경계점 θ_{i1}, θ_{i2} 를 결정한다. 베어링의 유막압력에 의한 반력은 식 (29)을 적분하여 구한다.

$$\begin{pmatrix} F_{bxi} \\ F_{byi} \end{pmatrix} = \frac{\lambda r_i l_{bi}^3}{2} \int_{\theta_{i1}}^{\theta_{i2}} f_{pi}(\theta) \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \cdot d\theta \quad (30)$$

베어링에서 유막의 압력차에 의한 전단효과를 고려하면, 베어링의 마찰력은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} F_{\bar{y}} = & -\frac{\lambda l_{bi}^3}{4} \int_{\theta_{i1}}^{\theta_{i2}} \frac{\omega(X_i \cos \theta + Y_i \sin \theta)}{h^2} \\ & - \int_{\theta_{i1}}^{\theta_{i2}} \frac{2(X_i \cos \theta - Y_i \sin \theta)}{h^2} d\theta \\ & + \lambda \omega l_{bi} r_i^2 \int_{\theta_{i1}}^{\theta_{i2}} \frac{1}{h_i} d\theta \end{aligned} \quad (31)$$

4. 해석 과정 및 결과

4.1 수치적 해석 과정

피스톤의 반경방향 운동방정식 (11), (12)을 수치적

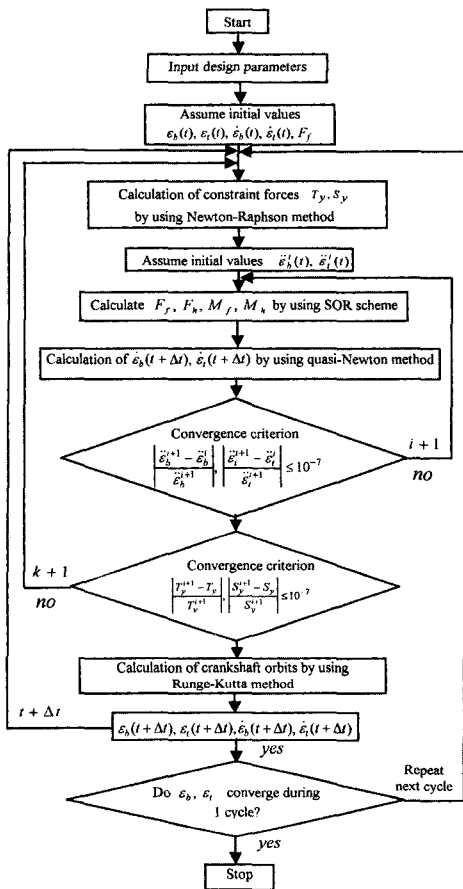


Fig. 6 Flow chart for the calculation procedure

Table 1 Design parameters of the reciprocating compressor and baseline values used in the simulation

Mass of the piston (m_p)	0.043 kg
Mass of the connecting rod (m_c)	0.024 kg
Mass of crankshaft and motor rotor (m_e)	0.944 kg
Moment of inertia of the piston (I_p)	$3.96 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$
Mass moment of inertia of crankshaft and motor rotor about the axial gravity center.	$I_x = 0.82881 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ $I_y = 0.8313 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ $I_z = 0.3855 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$
Radius of the piston (R_p)	11.5 mm
Length of the piston (L)	22 mm
Length of the connecting rod ($l = a + b$)	$a = 25.5 \text{ mm}$, $b = 15.7 \text{ mm}$
Length of the cylinder (CYL)	28.82 mm
Radial clearance between the piston and the cylinder wall (C_p)	$4 \mu\text{m}$
Journal clearance on bearings (C_i)	$11 \mu\text{m}$
Lengths of the main bearing (l_{b1}) and sub bearing (l_{b2})	13.09 mm, 9.5 mm
Rotating radius between crankshaft center and crank-pin center (r)	7.5 mm

으로 적분하지 않고, 비선형 방정식 (15), (16)을 quasi-Newton 방법으로 해석한다. 초기조건 $F_f = 0$ 와 $\epsilon_b = \epsilon_t = \epsilon'_b = \epsilon'_t = 0$ 를 가정하여 압축기구의 구속력 T_y, S_y 를 Newton-Raphson 방법으로, 유막의 반력 F_f, F_h 및 모멘트 M_f, M_h 를 SOR 방법으로 계산한다. 계산 프로그램의 전체 흐름도는 Fig. 6과 같다.

4.2 해석 결과 및 토의

해석 대상 왕복동형 압축기는 축동력이 150 W급인 소형 모델로서 흡입압력 $p_s = 0.132 \text{ MPa}$, 토출압력 $p_d = 1.352 \text{ MPa}$ 조건에서 3570 rpm으로 운전되며, 주요 설계변수 및 그 값은 Table 1과 같다. 피스톤, 커넥팅 로드, 크랭크축으로 구성되는 압축기구의 운동방정식에서 구속력 T_y, S_y , 점성 마찰력 F_f , 이 마찰력의 피스톤 핀 위치에 대한 수직방향의 마찰 토크 M_f 와 유막 반력의 모멘트 M_h 를 반복적으로 계산하

여 구속력 및 점성 마찰력이 수렴되면 피스톤과 크랭크축의 동적 궤적을 해석하였다. 피스톤과 실린더 벽면 사이의 간극 $4\mu\text{m}$, 윤활유 점도 $5\text{mPa}\cdot\text{s}$ 의 조건에서 피스톤의 상면, 핀 위치, 실린더 끝 단면과 접하는 피스톤 경계면 및 하면 위치에서의 피스톤 반경방향 궤적을 $\epsilon_b(t)$, $\epsilon_i(t)$ 의 초기조건을 원점위치로 하여 수렴되는 과정을 Fig. 7에 나타내었다. 이 결과에서, 크랭크각도 $80.2^\circ \sim 280.7^\circ$ 의 영역에서 피스톤의 하면이 실린더 벽면을 벗어나므로 하면과 경계면이 서로 다른 궤적을 그리는 것을 볼 수 있다. 또, 피스톤 상면 중심의 궤적은 실린더 스트러스트면으로 근접하며, 피스톤 하면 중심은 실린더 직경의 중심선상에 그 궤적이 형성된다. 수렴에 필요한 주기적 반복 횟

수는 대략 20회 이상 30회 이내에서 양호하게 수렴되며, Newton-Raphson과정의 계산은 3~4회 이내에서 수렴되었다. 기존의 해석 방법⁽¹¹⁾에서, 피스톤에 작용하는 마찰력을 쿨롱 마찰 모델(I)로 가정하여 피스톤의 반경방향 작용 하중을 계산하였다. 이 쿨롱 마찰력과 본 연구의 점성 마찰력이 작용하는 경우에 대한 피스톤 핀 위치에서의 반경방향 동적 궤적을 Fig. 8에 나타내었다.

점성 마찰 모델의 경우, 피스톤 핀 위치에서의 궤적은 쿨롱 마찰 계수 $\mu=0.01$ 과 0.03 사이에 위치하며 $\mu=0.03$ 에 더 근접되는 것을 볼 수 있다. 같은 조건에서 피스톤의 회전운동을 관찰하기 위해 경사각도 γ 을 Fig. 9에 나타내었으며, 앞서와 같은 경향으로 변화되는 것을 볼 수 있다. 피스톤에 작용하는 반경방향의 가진력 계산에 있어서 점성 마찰력과 쿨롱 마찰력에 따라 피스톤의 궤적이 상당히 차이가 나므로 이 현상을 이해하기 위해 피스톤에 작용하는 점성 마찰력과 쿨롱 마찰력, 점성 마찰 토크 및 쿨롱 마찰 토크를 Figs. 10, 11에 나타내었다. 마찰력 F_f 와 마찰 토크 M_f 는 한정된 크랭크 각도 구간에서 서로 미소하게 차이가 나므로 이를 그림과 같이 확대하여 나타내었다. 이 결과에서 피스톤에 작용하는 미소한 힘과 모멘트의 변화에 따라 피스톤의 반경방향 궤적이 서로 달라지는 것을 확인 할 수 있다. 기존의 해석 방법⁽¹²⁾에서 피스톤의 마찰력을 쿨롱 마찰 모델(II)의 마찰계수 $\mu=0.03$ 으로 가정하여 계산하고, 크랭크축에 작용하는 하중을 구하여 축의 궤적을 해석

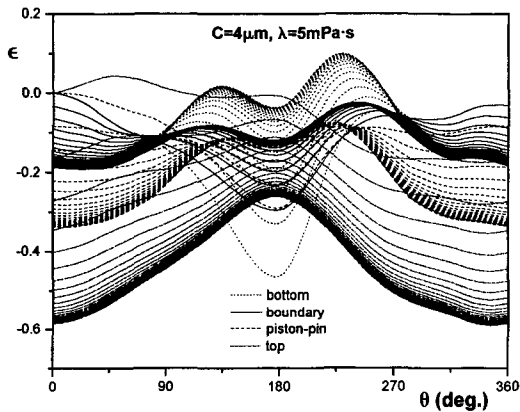


Fig. 7 The radial direction orbits at 4 locations of the piston showing the converged periodic solution

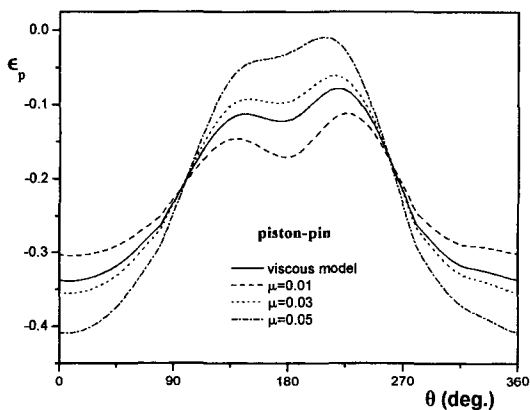


Fig. 8 Comparison of the piston-pin orbits between viscous friction model and Coulomb friction model (I)

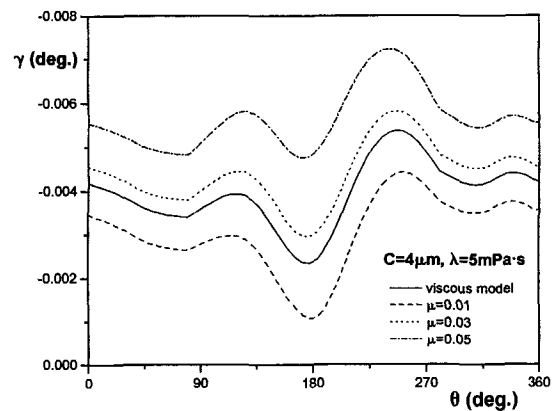


Fig. 9 Comparison of the piston tilting angle between viscous friction model and Coulomb friction model (I)

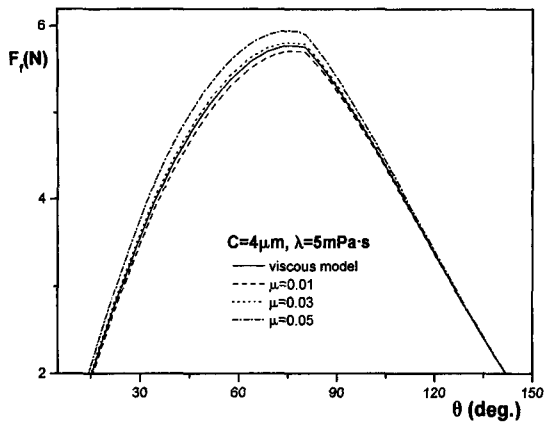


Fig. 10 Comparison of the piston frictional forces between viscous friction model and Coulomb friction model (I) (zooming in the narrow band of crankangle)

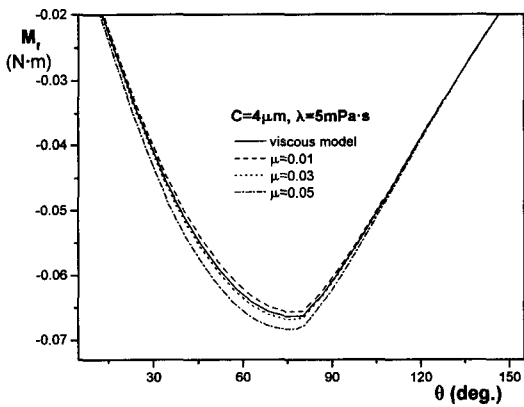


Fig. 11 Comparison of the piston frictional moments about the piston pin between viscous friction model and Coulomb friction model (I) (zooming in the narrow band of crankangle)

하였다. 본 연구의 점성 마찰력이 작용하는 경우와 피스톤의 쿨롱 마찰력이 가정된 조건에 대해 크랭크축의 궤적을 무차원 편심률($\bar{X} = X/C$, $\bar{Y} = Y/C$)로서 Fig. 12에 비교하였다. 결과에서 보듯이 점성 마찰력 모델과 쿨롱 마찰력 모델은 보조 베어링의 경우에는 현저한 차이를 보였다. 하지만, 쿨롱 마찰 모델에서 마찰계수의 변화에 따른 축 궤적의 차이는 거의 나타나지 않았다. 크랭크축의 궤적 형상에서 나타나는 차이를 이해하기 위해 피스톤에 작용하는 마찰력을 Fig. 13에 나타내었다. 결과에서, 점성 마찰력과 쿨롱 마찰력은 그 크기와 변화되는 양상에서 뚜렷한 차이

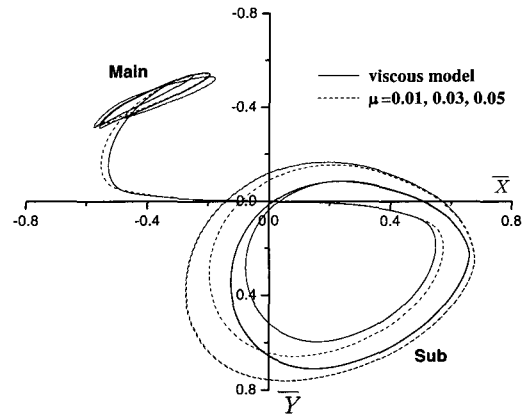


Fig. 12 Comparison of the crankshaft orbits on main bearing and sub bearing between viscous friction model and Coulomb friction model (II)

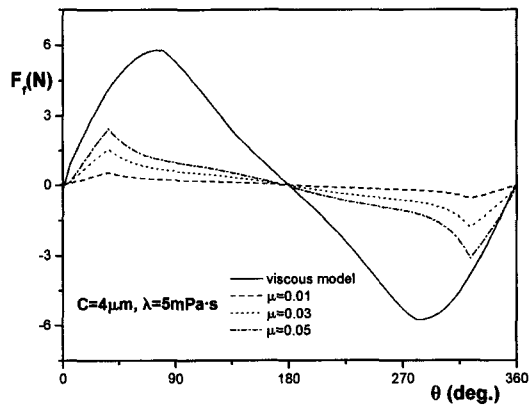


Fig. 13 Comparison of the piston frictional forces between viscous friction model and Coulomb friction model (II)

를 나타내었다. 쿨롱 모델(II)는 마찰력을 쿨롱 마찰법칙으로 계산하므로, Fig. 13과 같이, 작용하중 T_y 와 선형비례적 형상으로 나타나기 때문에 분명한 차이가 난다. 하지만, 쿨롱 모델(I)의 경우는 쿨롱 마찰력을 고려하여 T_y 을 계산하지만 피스톤 슬랩 해석에 의해 구해지는 점성 마찰력이므로 Fig. 10과 같이 본 연구의 점성 마찰력과는 미소한 차이를 나타내게 된다. 이와 같이 마찰력의 크기와 형상이 서로 달라짐에 따라 크랭크축에 작용하는 하중에도 그 영향을 끼치게 된다. 축에 작용하는 y 방향의 하중 S_y 에는 그 영향이 미미하여 나타내지 않았지만 x 방향 하중 S_x 에는 Fig. 14와 같이 그 차이를 확인할 수 있

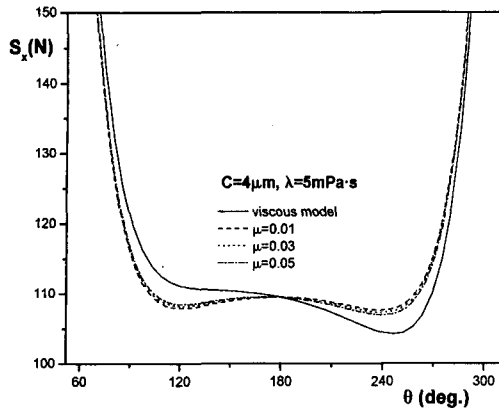


Fig. 14 Comparison of applied load S_x on the crank pin between viscous friction model and Coulomb friction model (II) (zooming in the narrow band of crankangle)

Table 2 Friction losses and coefficients for viscous friction model and Coulomb friction models

Classification	Piston		Main bearing		Sub bearing		
	L_p (W)	μ_p	L_1 (W)	μ_1	L_2 (W)	μ_2	
Viscous model	8.748	0.185	3.368	0.005	2.480	0.014	
Coulomb model (I)	$\mu=0.01$	6.876	0.175	3.367	0.005	2.481	0.014
	$\mu=0.03$	7.402	0.187	3.367	0.005	2.481	0.014
	$\mu=0.05$	8.033	0.208	3.367	0.005	2.482	0.014
Coulomb model (II)	$\mu=0.01$			2.143	0.003	2.609	0.015
	$\mu=0.03$			2.143	0.003	2.610	0.015
	$\mu=0.05$			2.143	0.003	2.610	0.015

다. 쿨롱 마찰계수 μ 의 값에 따라 축에 작용하는 하중 S_x 는 거의 차이가 없지만 점성 모델의 경우에는 쿨롱 마찰 모델과는 서로 다른 작용 하중 선도를 나타내었다. 즉, 피스톤과 실린더 사이의 마찰력을 유체 윤활의 점성 모델로 가정하면 이론적 또는 수치적으로 그 값의 엄밀한 계산이 가능하므로 본 연구의 해석 모델의 적용이 타당한 것으로 사료된다.

쿨롱 마찰계수의 산정은 실험적으로 복잡하고 또 그 값을 가정하기에는 근거 자료가 부족하므로 본 연구의 유체윤활 이론의 적용에 의한 점성 마찰력의 해석이 현실적인 접근 방법이 될 수 있다. 앞서의 점성 모델, 쿨롱 마찰 모델(I), 쿨롱 마찰 모델(II)의 경우에 대해 피스톤의 마찰손실과 등가적인 개념의 마찰

계수의 값을 Table 2에서 비교하였다. 점성 모델과 쿨롱 모델(I)의 경우, 피스톤에서 마찰손실과 마찰계수는 앞의 궤적 특성과 같이 변화되지만 크랭크축을 지지하는 주베어링과 보조 베어링에서의 마찰손실과 마찰계수는 거의 일치하였다. 점성 모델과 쿨롱 모델(II)의 경우, 모델에 따라 손실 및 마찰계수는 차이를 나타내지만 쿨롱 마찰 모델의 계수에 따른 특성 변화는 거의 없었다.

5. 결 론

동수력 모델링을 이용하여 피스톤의 점성 마찰력과 피스톤을 지지하는 실린더 길이의 변화를 고려하여 왕복동형 압축기구의 동적 거동 및 마찰손실 해석 프로그램을 작성하였다. 개발된 프로그램의 신뢰성 확인 및 피스톤의 점성 마찰력이 피스톤과 크랭크축의 동적 궤적 및 마찰손실에 미치는 영향을 알기 위해 기존의 쿨롱 마찰 모델과 점성 모델의 결과를 비교하여 다음의 결론을 구하였다.

(1) 피스톤에 작용하는 마찰력을 쿨롱 마찰로 가정하여 피스톤의 반경방향 작용 하중을 계산하여 구한 피스톤의 궤적은 점성 모델의 궤적과 유사한 형상을 갖지만, 마찰계수의 값에 따라 궤적의 크기는 변화된다. 점성 모델의 궤적은 쿨롱 마찰 모델 $\mu = 0.01$ 과 $\mu = 0.03$ 의 궤적 사이에 위치하며 $\mu = 0.03$ 쪽으로 더 근접하였다.

(2) 피스톤에 작용하는 마찰력을 고려하여 축 하중을 계산하는 경우, 점성 마찰력과 쿨롱 마찰력의 크기와 형태가 서로 다르기 때문에 쿨롱 모델의 크랭크축 궤적은 점성 모델의 축 궤적과 비교하여 보조 베어링 위치에서 뚜렷한 차이를 보였다. 하지만, 쿨롱 마찰계수 값의 변화에 따른 마찰력의 변동이 축 하중에 미치는 영향은 작아서 축 궤적 형상의 차이는 나타나지 않았다.

(3) 압축기구의 동역학적 해석에 있어서 피스톤과 실린더 벽면 사이의 마찰력을 구하기 위해서는 마찰계수의 값이 결정되어야 한다. 이와 관련된 실험결과 혹은 자료는 부족하므로 본 연구의 점성 마찰 모델은 왕복동형 압축기구의 동적 거동 및 마찰손실의 해석에 적합한 방법으로 활용될 수 있다. 특히, 피스톤의 점성 마찰력은 피스톤과 크랭크축의 동적 거동 및 마찰손실에 영향을 주므로 왕복동형 압축기구의 동적

거동 및 마찰손실을 이론적으로 엄밀하게 구하기 위해서는 피스톤의 점성 마찰의 해석 모델이 적용되어야 한다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호: R01-2001-00383) 지원으로 수행된 결과의 일부이며, 재단의 연구비 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) 今市憲作, 石井徳章, 鹿籠六信夫, 1975, "小形往復壓縮機の振動," 日本機械學會論文集, 第 41卷 348號, pp. 2333~2346.
- (2) Dufour, R., Hagopian, J. D. and Lalanne, M., 1995, "Transient and Steady State Dynamic Behavior of Single Cylinder Compressors: Prediction and Experiments," Journal of Sound and Vibration, Vol. 181, No. 1, pp. 23~41.
- (3) Li, D. F., Rohde, S. M. and Ezzat, H. A., 1983, "An Automotive Piston Lubrication Model," ASLE Transactions, Vol. 26, No. 2, pp. 151~160.
- (4) Zhu, D., Cheng, H. S., Arai, T. and Hamai, K., 1992, "A Numerical Analysis for Piston Skirts in Mixed Lubrication Part 1: Basic Modeling," Journal of Tribology, Vol. 114, pp. 553~562.
- (5) Zhu, D., Hu, Y. Z., Cheng, H. S., Arai, T., and Hamai, K., 1993, "A Numerical Analysis for Piston Skirts in Mixed Lubrication Part 2: Deformation Consideration," Journal of Tribology, Vol. 115, pp. 125~133.
- (6) Nakada, T., Yamamoto, A. and Abe, T., 1997, "A Numerical Approach for Piston Secondary Motion Analysis and its Application to the Piston Related Noise," SAE paper No. 972043.
- (7) 조성호, 안상태, 김양한, 2000, "피스톤 슬랩 충격력 예측을 위한 충돌점 모델," 한국소음진동공학회지(현 논문집), 제 10권 제 3호, pp. 474~479.
- (8) Prata, A. T., Fernando Julio, R. S. and Fagotti, F., 2000, "Dynamic Analysis of Piston Secondary Motion for Small Reciprocating Compressors," Trans ASME, Journal of Tribology, Vol. 122, pp. 752~760.
- (9) Kirk, R. G. and Gunter E. J., 1975, "Short Bearing Analysis Applied to Rotor Dynamics, Part 1: Theory," Journal of Lubrication Technology, April, pp. 319~329.
- (10) Lund, J. W., 1987, "Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings," ASME Journal of Tribology, Vol. 109, pp. 37~41.
- (11) 김태중, 2002, "왕복동형 압축기 피스톤의 동적 거동 해석," 한국소음진동학회논문집, 제 12 권 제 9 호, pp. 717~724.
- (12) 김태중, 2001, "가변속 왕복동형 압축기 크랭크축-베어링계의 동적 거동 해석," 한국윤활학회지, 제 17 권 제 6 호, pp. 426~434.