

투과성 해안구조물의 소상파 및 내부수위변동에 관한 수치모델링

남인식* · 윤한삼** · 김종욱*** · 류청로****

*한국컨테이너부두공단, **(주)한국연안개발기술, ***현대중공업(주) 선박해양연구소, ****부경대학교 해양공학과

Numerical Modeling of Wave Run-up and Internal Set-up on and in Permeable Coastal Structures

IN-SIK NAM*, HAN-SAM YOON**, JONG-WOOK KIM*** AND CHEONG-RO RYU****

*Korea Container Terminal Authority, Busan, Korea

**Korea Coastal Development Technology Co. Ltd., Seoul, Korea

***Hyundai Maritime Research Institute, Hyundai Heavy Industries Co. Ltd., Ulsan, Korea

****Department of Ocean Engineering, Pukyong National University, Busan, Korea

KEY WORDS: Permeable Coastal Structure 투과성 해안구조물, Internal Waterlevel Fluctuation 내부수위변동, Non-linear Shallow Water Wave Equation 비선형천해방정식, Inertia Resistance 관성저항, Wave Run-up 소상파고, Wave-structure Interaction 과랑구조물 상호작용

ABSTRACT: A numerical model has been developed for the permeable coastal structures to simulate hydraulic characteristics on the permeable slopes, which interact with internal flow field of the structures. The model includes hydraulics in the porous medium. Numerical model was calibrated using hydraulic model experiments performed in 2-D wave flume in the Institute of Ocean Hydraulics in PKNU. Better agreements were obtained with the model which employed inertia resistance term than with the conventional model, PBREAK.

1. 서 론

기존의 사석방파제와 관련된 일련의 연구는 구조물의 천단을 결정하기 위한 Wave run-up(소상파고) 및 구조물 피복석의 안정성 평가와 같이 비교적 다양한 형태로 수행되었으며, 수리모형실험 뿐만 아니라 수치모델 개발을 통해 방파제 안정성 및 과랑·구조물의 상호작용을 비교적 정확하게 재현하고 있다(Van der Meer, 1988; Van Gent, 1994).

투과성 구조물과 과랑의 상호작용에 관한 기존 연구는 크게 3부분으로, 구조물의 안정성 및 기능성 평가와 관련하여 투수층 내부 흐름거동 및 압력·역학장에 대한 실험적 연구(Muttray et al., 1992; Losada et al., 1995), 이에 따른 구조물 내부 흐름에 관한 정식화 연구(Sollitt et al., 1972; Andersen et al., 1995), 이를 응용한 수치적 모델링에 관한 연구(Kobayashi et al., 1993; Van Gent, 1994)이다.

그러나 사석방파제 내부의 수리학적 거동특성과 사면상의 수리특성에 미치는 영향에 대해서 몇몇 연구자들에 의해 문제가 지적되어 왔으나, 이 분야에 대한 체계적인 연구는 미흡하다고 할 수 있다. Bruun(1985)에 따르면 사석방파제 내부수위(Internal waterlevel) 변동은 run-up/run-down의 변동시 방파

제 내부의 압력경도력 차이로 인해 발생하며, 방파제의 안정성에 영향을 미친다고 보고하였다.

또한 Ryu(1984)는 내부수위변동으로 인해 구조물 내부에서 발생하는 평균내부수위상승은 투수층 내로의 침투류 특성에 의해 발생하며, 이는 사석의 직경, 공극율, 사석의 형상, 사석의 표면조도 및 압력경사에 대한 파라메터인 사석의 투수계수에 직접적인 영향을 받는다고 지적하였다. 또한, 수리학적 거동이 사면상에서 가장 발달하고, 사석방파제의 core부로 들어갈수록 급격히 약해질 수 있기 때문에 투수층 사면의 어느 정도 두께까지가 사면상의 흐름특성에 크게 영향을 주는지 규명할 필요성을 제기하였다.

일반적으로 사석방파제의 내부수위는 소상파 및 제체의 투수성에 의해 영향을 많이 받아 항상 평균수위 보다 높게 나타나며, 배후에 뒷채움재가 존재하는 호안에서는 그 효과가 더 크게 나타난다(Van der Meer et al., 1992). 이에 전재우(2000)는 과고 및 주기, 파련길이(run-length)가 커질수록 투과성 방파제의 평균내부수위상승량이 증가하며, 이러한 내부수위상승은 run-up의 상승 및 감쇠에 영향을 미친다고 보고하였다.

이상의 기존 연구결과에 따르면 내부수위의 변동은 해안구조물의 안정성 및 사면상의 run-up 특성에 영향을 주며, 따라서 투과성 구조물의 최적설계를 위해서는 사면상의 run-up과 내부수위변동과의 상호작용에 대한 정량적인 평가가 요구된다(김종욱, 2001).

이를 위해 본 연구는 비선형 천해방정식을 근간으로 하는

제1저자 남인식 연락처: 부산광역시 동구 좌천동 68-889

051-640-1398 naminsik@hanmail.net

수치모델 PBREAK(Kobayashi *et al.*, 1992)를 사용하여 계산한 run-up 및 내부수위변동을 2차원 수리모형실험 결과와의 비교를 통해 기존 수치모델의 적용성 및 한계를 평가하고, 이러한 한계를 향상·개선시킨 수치모델을 개발하였다. 기존 수치모델의 평가방법은 수치모델에 적용되는 파라미터들에 대한 민감도 분석을 통해 기존 모델의 수정·보완사항을 제시하며, 수리모형실험 결과와 비교·고찰한다. 이를 통해 사석방파제 사면상의 수리특성과 내부수위변동과의 상호작용에 대한 정량적 평가를 수행하고자 한다.

2. 수리모형실험

수리모형실험은 길이 35m, 높이 1m, 폭 1m의 2차원 반사파 흡수형 조파수조내에서 수행하였다(Fig. 1). 수조의 한쪽 끝에는 조파기를, 다른 쪽에는 투파방파제를 설치하였으며, 사면경사 1:3인 투파방파제는 투수층의 수평폭이 각각 1m와 2.2m이다.

또한 실험파랑은 파고 3~7cm, 주기 1.0~2.5sec이며, 입사하는 파랑의 계측은 6개의 용량식 파고계를 방파제 전면에 설치하여 계측하였고, 사면상에 run-up gauge 1개와 internal waterlevel gauge 3개를 설치하여 각각 run-up 및 내부수위변동량을 계측하였다(Fig. 2). 투수층 사석의 평균직경은 1.5 cm이며, 공극율은 44%, 투수계수는 정수두 실험결과 9.86 cm/sec였다. 구조물 toe에서의 수심은 40 cm이며, 무월파조건으로 실험을 실시하였다(Table 1).

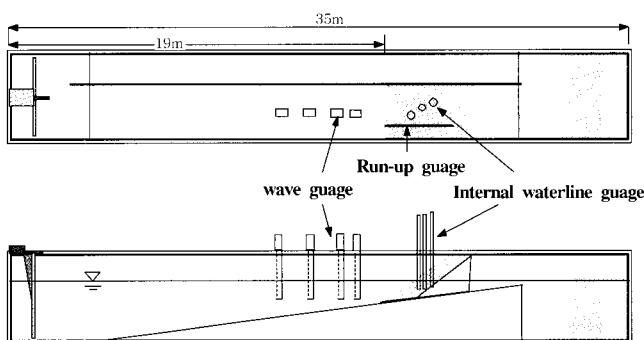


Fig. 1 Layout of test flume

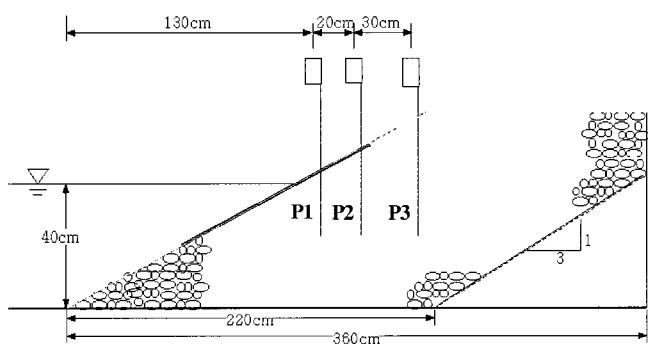


Fig. 2 Details of model breakwater and internal waterlevel gauges.

Table 1 Experimental conditions and equipments

Experimental conditions			Experimental equipments	
W a v e	H	3~7 cm	Wave gauge (Capacity type)	6 set
T		1~2.5 sec		
S t r u c t u r e	θ'	1/3	Wave run-up gauge	1 set
	d_t'	40 cm	Internal water-level gauge	3 set
	d_p'	1.5 cm		
	n_p	0.44		
	W_a	2 - 5 g	A.D.Velocimeter	2 set
	k	9.86 cm/sec		

H Wave height; T Wave period; θ' Slope of structure;
 d_t' Water depth at toe; d_p' Reference stone size;
 n_p Porosity; W_a Weight of core; k Permeability coef.

3. 수치모델

3.1 지배방정식

임의 경사를 가지는 투수층 사면에서 규칙파 및 불규칙파랑의 거동을 계산하기 위해 Kobayashi *et al.*(1992)이 개발한 PBREAK는 정수압 및 수심평균유속을 가정한 1차원 비선형 천해장파모델이다. 다음 식(1)~(6)은 Fig. 3에 나타낸 각 영역별 지배방정식이다. 여기서 prime(')이 있는 경우는 차원량을, 없는 경우는 무차원량을 가진 변수를 의미한다.

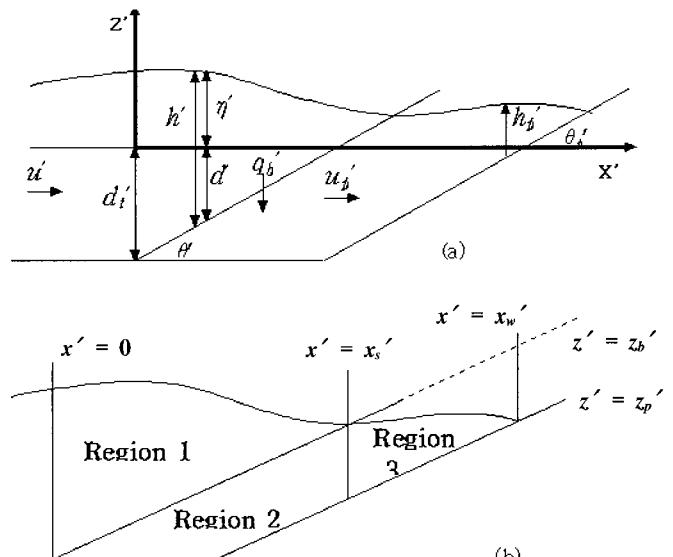


Fig. 3 Definition of coordinate system and dimensional variables

Region 1

$$\frac{\partial h'}{\partial t'} + \frac{\partial h' u'}{\partial x'} = -q_b' \quad (1)$$

$$\frac{\partial h' u'}{\partial t'} + \frac{\partial(h' u'^2)}{\partial x'} = -gh' \frac{\partial \eta'}{\partial x'} - \frac{1}{2} f' u' |u'| + u_b' q_b' \quad (2)$$

Region 2

$$\frac{\partial}{\partial x} (h_b' u_b') = q_b' \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t'} (h_b' u_b') + \frac{1}{n_p} \frac{\partial}{\partial x'} (h_b' u_b'^2) - u_b' q_b' \\ = -g n_p h_b' \frac{\partial \eta'}{\partial x'} - n_p h_b' (\alpha' + \beta' |u_b'|) u_b' \end{aligned} \quad (4)$$

Region 3

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t'} + \frac{1}{n_p} \frac{\partial}{\partial x'} (h_b' u_b') = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t'} (h_b' u_b') + \frac{1}{n_p} \frac{\partial}{\partial x'} (h_b' u_b'^2) = -g n_p h_b' \frac{\partial \eta'}{\partial x'} \\ - n_p h_b' (\alpha' + \beta' |u_b'|) u_b' \end{aligned} \quad (6)$$

3.2 관성항을 고려한 경우의 지배방정식

파랑과 투과성 구조물의 상호작용을 재현하기 위한 수치모델링 연구에 있어서의 관건은 주로 투수층 내부에 부과되는 마찰항을 기술하는 경험공식과 계수의 정확성 여부에 있다. Forchheimer는 Darcy 법칙으로부터 확장하여, 투수층 내부의 동수압력경사에 층류마찰저항 뿐만 아니라 난류마찰저항항을 고려하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$I = \alpha' u + \beta' u |u| \quad (7)$$

$$\text{여기서, } \alpha' = \frac{\alpha(1-n_p)^3\nu}{(n_p d_p')^2}, \beta' = \frac{\beta(1-n_p)}{n_p^3 d_p'} \text{이며 (Madsen et al., 1976), } \alpha', \beta' \text{는 투수층 사석의 형상 및 입도분포 등 재료의 특성에 영향을 받는 계수이다. 그리고 } \nu \text{는 동점성 계수이다.}$$

최근에는 Forchheimer 방정식이 투수층 내부의 정상상태의 흐름영역에 대한 것임을 지적하고 투수층 내부에서 발생하는 비정상류를 고려하기 위해 관성저항항을 고려한 확장된 Forchheimer 방정식을 수치모델에 적용하는 시도가 되고 있다 (Van Gent, 1994). 관성저항항을 고려한 확장된 Forchheimer 식은 다음과 같다.

$$I = \alpha' u + \beta' u |u| + c \frac{\partial u}{\partial t} \quad (8)$$

여기서, c 는 관성저항계수이다. 투수층 내부에 적용되는 지배방정식에 확장된 Forchheimer 식(8)을 적용하면 영역 2의 운동방정식은 다음 식(9)와 같으며 이 식을 수정모델의 지배방정식으로 적용하였다.

Region 2

$$\begin{aligned} (n_p g c) \frac{\partial}{\partial t'} (h_b' u_b') + \frac{1}{n_p} \frac{\partial}{\partial x'} (h_b' u_b'^2) - u_b' q_b' \\ = -g n_p h_b' \frac{\partial \eta'}{\partial x'} - n_p h_b' (\alpha' + \beta' |u_b'|) u_b' \end{aligned} \quad (9)$$

4. 민감도분석

Andersen et al.(1995)은 실험적 연구결과로부터 불규칙적인 사석에 대한 관성저항계수는 0.25-0.78의 범위이며, 일정한 경향이 나타나지 않는다는 것을 보고한 바 있으며, 본 연구에서는 수치모델에 적용되는 여러 가지 인자들 중 그 영향이 크다

고 판단되거나, 또는 그 물리적 의미가 중요하다고 판단되는 인자들에 대해 민감도분석을 수행함과 아울러 관성항을 고려하여 투수층 내부수위변동에 미치는 영향을 고찰하고자 한다.

사석의 특성과 관련하여 사면상의 조도와 관련된 마찰계수 f , 투수층을 이루는 사석의 공극율 n_p , 사석의 대표입경 d_p' , 투수층 내부흐름의 기술에 적용되는 층류저항계수 α' , 난류저항계수 β' 그리고 관성저항항에 포함되어있는 관성저항계수 c 에 대해서 나머지 파라메터들을 고정하고 하나의 파라메터를 변화시켜 가면서 내부수위변동에 대한 각 인자별 민감도를 살펴보았다.

그 결과는 사면상의 run-up (R_u) 및 run-down (R_d), 그리고 수리모형에 설치된 3 set의 내부수위계가 위치한 지점 중에서 P3에 해당하는 지점에서의 내부수위변동 및 평균내부수위상승량(set-up, η_p)으로 비교하였다. 후술하는 민감도분석 실험결과의 모든 파랑조건은 $H=5.9$ cm, $T=2.0$ sec인 경우이다.

4.1 사석의 특성에 관한 영향인자

사석의 특성에 관한 인자로 사석의 대표입경 d_p' , 사석의 공극율 n_p , 마찰계수 f 에 대하여 그 영향정도를 평가하고, Fig. 4~Fig. 6에 나타내었다. 실험결과에 따르면 사석직경 및 공극율이 커질 때, 투수성이 증대되는 효과가 나타나며 사면상의 run-up 및 run-down이 감소하고 평균내부수위상승량도 감소한다. 그리고 사면상의 마찰계수가 커질 때도 상대적인 크기는 작으나 동일한 결과를 나타낸다.

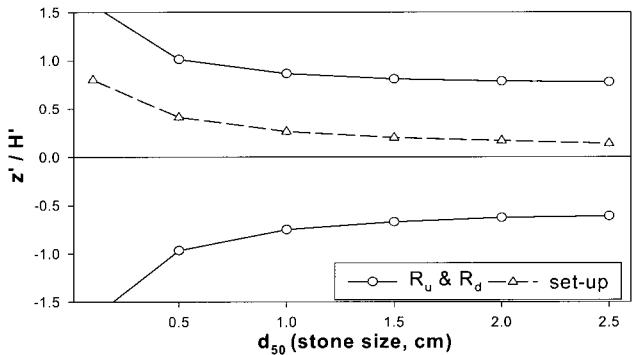


Fig. 4 Sensitivity analysis - stone size

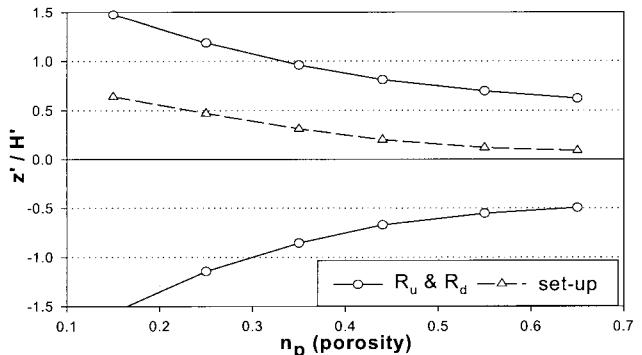


Fig. 5 Sensitivity analysis - porosity

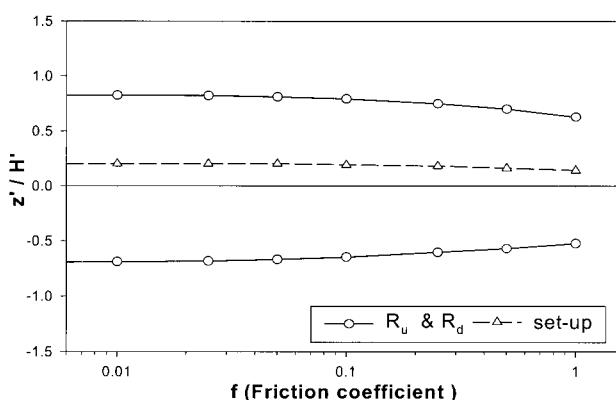


Fig. 6 Sensitivity analysis - friction coefficient

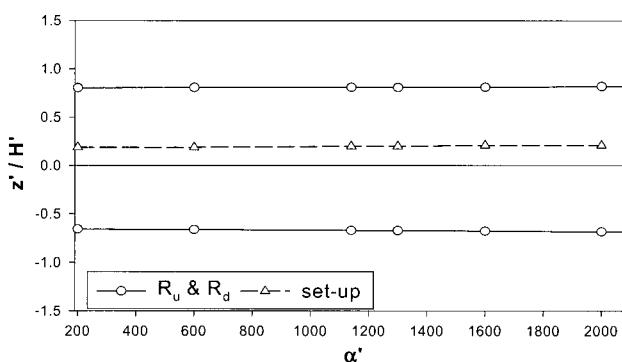


Fig. 7 Sensitivity analysis - laminar resistance coefficient

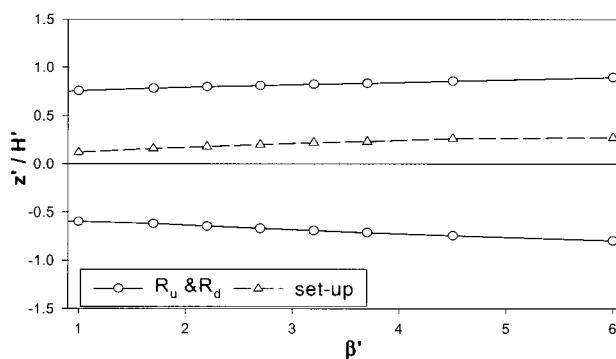


Fig. 8 Sensitivity analysis - turbulent resistance coefficient

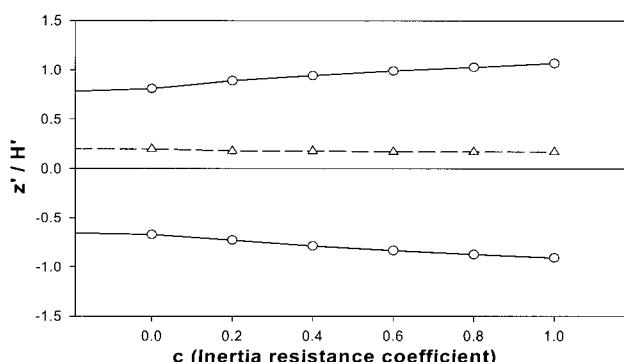


Fig. 9 Sensitivity analysis - inertia resistance coefficient

4.2 투수층 내부 흐름특성에 관한 영향인자

투수층 내부 흐름특성에 관한 인자로서 층류저항계수 α' , 난류저항계수 β' , 그리고 관성저항계수 c 에 대하여 그 영향 정도를 평가하고, Fig. 7~Fig. 9에 나타내었다.

Fig. 7은 α' 의 영향정도를 나타낸 것인데, 사면상의 run-up 및 run-down은 전 범위에서 거의 일정한 값을 나타내었다. 이는 투수층 내부의 흐름이 난류성분이 지배적이기 때문으로 판단된다. Fig. 8과 Fig. 9는 난류저항계수 β' 및 관성저항계수 c 의 영향을 나타낸 것으로 계수값이 증가할 때 run-up 및 run-down이 증가하는 동일한 경향을 나타내었다. 그러나 평균 내부수위상승량은 β' 가 증가할 때 증가하는 반면, c 가 증가 할 때는 일정한 값으로 나타났다.

5. 결과 고찰

수리모형실험에서 계측된 파열에 대하여 입·반사파 분리를 실시하고, 입사파랑을 구축된 수치모델의 입력조건으로 사용하였다. run-up 및 사면상의 최대수립자 속도, 그리고 내부수위의 시계열에 대해 수치계산결과와 수리모형실험결과를 비교·검토하였다.

5.1 사면상의 소상파

실험에서 계측되어진 입사파랑을 기준 모델 및 수정모델에 적용하여 계산하였다. 전체적으로 수치모델은 run-up을 과소평 가한 반면, run-down은 잘 재현하는 결과를 나타내었다.

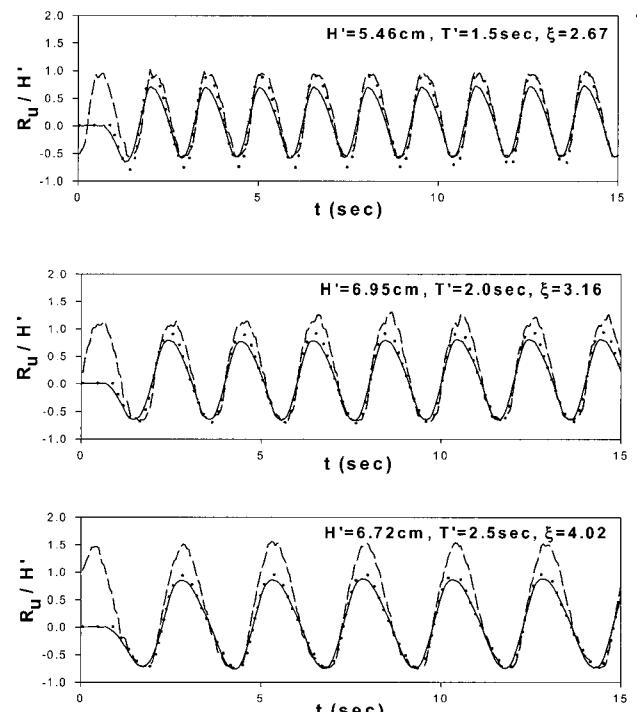


Fig. 10 Comparison of wave run-up time series

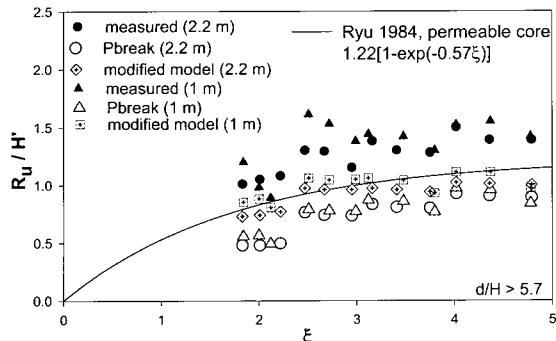
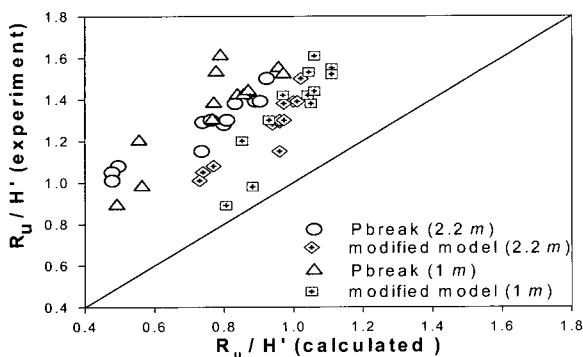
Fig. 11 Run-up versus ξ 

Fig. 12 Computed run-up versus measured run-up

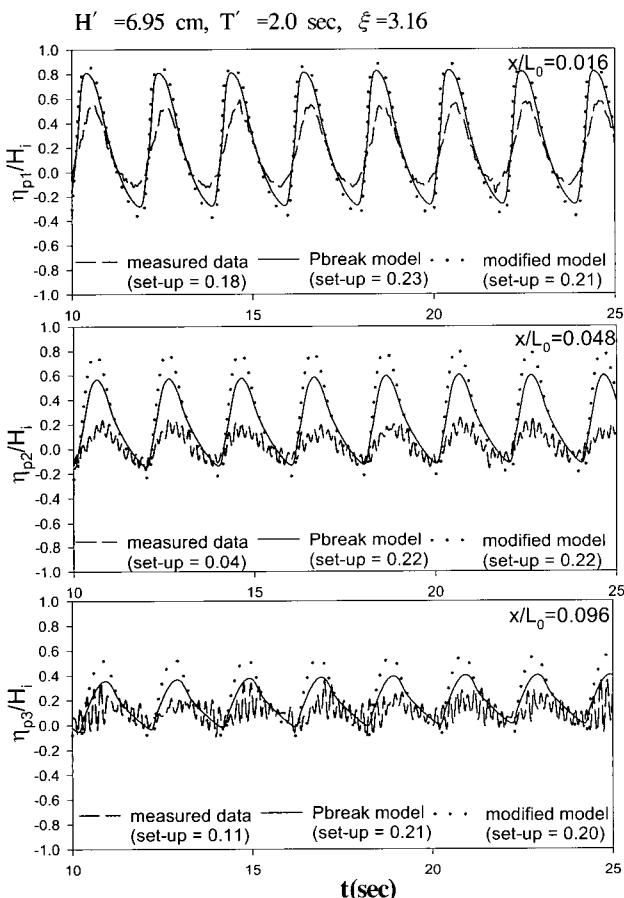


Fig. 13 Comparison of wave run-up time series

Fig. 10은 기존모델 및 수정모델에 의해 계산된 run-up 시계열, 그리고 수리모형실험시 계측된 run-up 시계열을 비교한 것이다. 투수층의 폭이 1 m인 경우와 폭이 2.2 m인 경우의 run-up 시계열이 전반적으로 동일한 경향을 나타내었는데 본 연구에서는 투수층의 폭이 2.2 m인 경우의 시계열을 대상으로 비교·검토하였다. 시계열 그림에서 파선은 수리모형실험 결과, 실선은 기존모델의 결과, 그리고 점선은 수정된 모델의 결과이다.

Fig. 11은 실험시 계측된 run-up과 기존모델 및 수정모델에 의해 계산된 run-up의 관계를 나타낸 것이다. 기존모델의 결과는 모든 범위에서 run-up을 과소평가하며, 특히 run-up이 0.8~1.2인 영역에서 오차가 가장 크게 나타났다(Fig. 12). 이에 반해 수정모델의 경우 기존모델에서의 run-up 오차보다 약 20% 낮게 나타남으로써 기존 수치모델의 정도를 향상시켰다.

5.2 투수층 내부수위변동

Fig. 13은 각각의 내부수위계에서 계측된 시계열과, 동일위치에서 기존모델 및 수정모델에 의해 계산된 시계열을 비교한 것이다. Fig. 13에서 x 는 toe로부터 internal waterlevel gauge 까지의 거리이며 L_0 는 심해입사파장이다.

실험결과에 따르면 기존모델 및 수정모델 결과는 P1 및 P2에서 내부수위의 변동폭을 과대평가하였고, P3에서의 내부수위변동폭은 대체로 일치하였다. 구조물내부의 평균내부수위상승

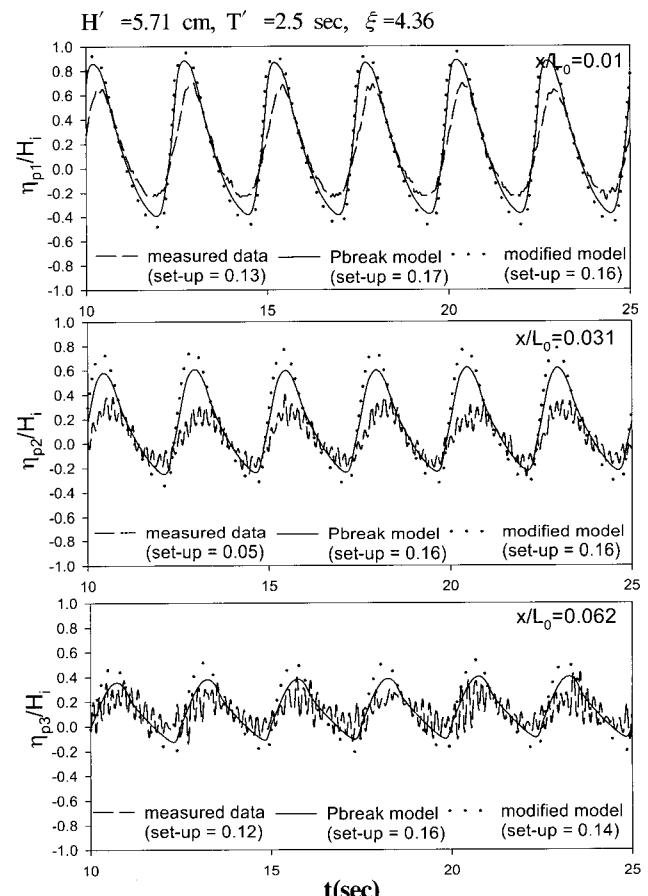


Fig. 13 Comparison of wave run-up time series

량은 대체로 과대평가되었으며, P2에서는 그 오차가 매우 크게 나타났다. Fig. 14(a)~(c)는 각각 P1, P2, P3에서의 평균내부수 위상승량을 나타낸 것이다. P2에서는 그 오차가 크지만, P1 및 P3에서는 양호한 결과를 나타내었고, 입사파랑의 파고가 작고 주기가 긴 장파조건에서 그 정도가 높다.

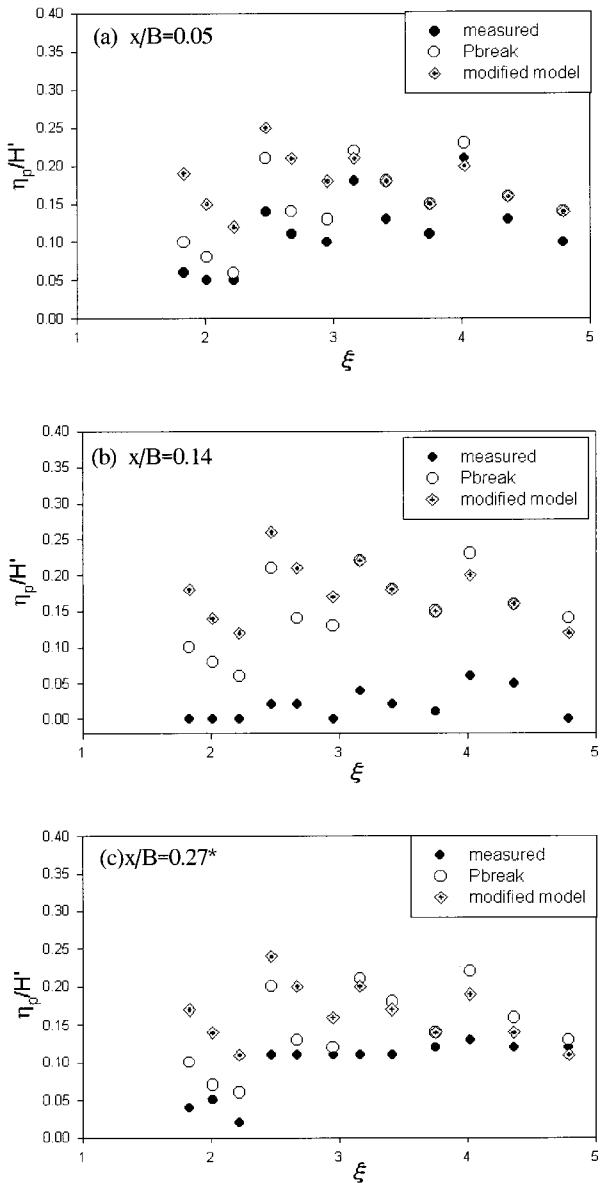


Fig. 14 Internal setup versus ξ

5.3 수치모델의 적용한계 고찰

본 수치모델계산결과를 통해 수치모델은 파가 최대로 처오른 부분으로부터 외부수가 직접 침투하는 영역(P2)을 벗어난 구조물 내부에서는 대체로 평균내부수위상승량을 잘 재현하고 있음을 알 수 있었다. 기존의 모델은 surf-similarity parameter ξ 가 2.4보다 작은 영역에서 일반적으로 run-up 및 평균내부수 위상승량의 오차가 크다. 그러나 ξ 가 커질수록 일치하는 경향

이 나타난다. 즉, 쇄파형태가 surging breaker인 경우에 그 정도가 높다. 이러한 경향은 수정된 모델의 결과에서도 동일하게 나타난다. 수정된 모델에 의한 결과에서 전체적으로 $\xi > 2.4$ 인 영역에서는 대체로 일치하는 경향이 나타나고 있으며, $\xi > 3$ 인 영역에서 P3의 평균내부수위상승량은 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 그리고 수정된 모델은 기존 모델에 비해 run-up의 오차를 약 20% 감소시켰다.

그러나 P2의 위치에서는 기존의 모델 및 수정된 모델의 계산결과가 큰 오차를 보이고 있다. 수리실험 결과에서는 천이영역에서 내부수위상승량이 급격히 감소하는 반면 수치계산결과는 이를 재현하지 못하였다.

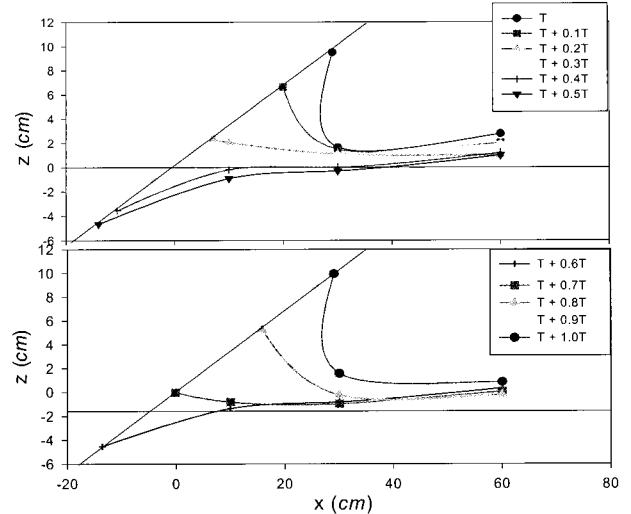


Fig. 15 Experimental instantaneous spatial variation of η

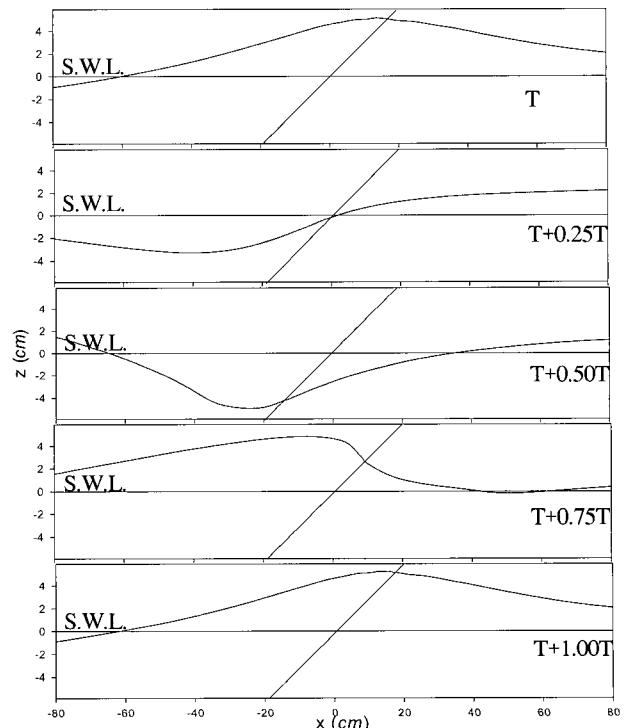


Fig. 16 Computational instantaneous spatial variation of η

이를 명확히 규명하기 위해서 실험 및 계산에서 나타난 연속적인 순간수면형을 각각 Fig. 15과 Fig. 16에 나타내었는데, 수리실험 및 수치계산에서의 파랑조건은 $H'=6.72$ cm, $T'=2.5$ sec, $\xi=4.02$ 이다. Fig. 15은 0.1주기별로 run-up gauge 및 P 1~P3에서 계측된 수위를 연결한 선이며, Fig. 16는 0.25주기별로 계산되어 얻어진 수면형이다. Fig. 15에서 보면 P2가 위치한 천이역에서 최대 run-up이 관측된 지점으로부터 급격히 수위가 감소하지만, Fig. 16의 계산결과에서는 동일영역에서 수위가 완만하게 연속됨을 볼 수 있다. 따라서 P2가 위치한 천이영역에서 본 수치모델은 실제로 나타나는 물리적 현상을 재현하는데 한계가 있음을 알 수 있으며 차후 상술한 천이역에 대한 연구가 요구되어진다.

6. 결 론

본 연구에서는 투과성 해안구조물에서 구조물 내부의 수리학적 거동특성과 사면상의 수리학적 특성이 상호작용한다는 사실을 바탕으로 이를 고려할 수 있는 수치모델의 개발을 목표로 하였다. 먼저, 비선형 천해방정식을 기초로 한 1차원 모델에 대해서 고찰 및 그 영향인자들을 검토하였고, 수리모형실험을 실시하여 소상파고 및 내부수위변동에 관한 수리실험결과와 수치계산결과를 비교·검토하였다. 이를 통해 본 연구의 주요 결과를 다음과 같이 요약할 수 있다.

- 1) 기존의 수치모델(PBREAK)은 수리모형실험에 비해 run-up과 를 과소평가하며 평균내부수위상승량을 과대평가한다. 즉, $\xi > 2.5$ 인 경우 run-up이 약 30%정도 과소평가되며, $\xi < 2.5$ 인 경우 오차가 약 50%정도로 크게 나타났다. 내부수위변동 시계열 및 평균내부수위상승량은 대체로 과대평가되지만, run-up이 직접 구조물 내부로 침투하는 지점(P2)보다 구조물 내부영역에서는 대체로 일치하는 경향을 나타낸다.
- 2) 민감도 분석결과, 사석의 공극율 및 사석의 직경이 커질수록 투수성이 증대되는 효과가 나타나며 사면상의 run-up은 감소하고 평균내부수위상승량도 감소한다. 이때 구조물 내부로의 유속감소율은 급격하게 감소한다. 이와 반대로, 투수층 내부흐름에 작용하는 난류저항계수 β' 가 증가할 때는 사면상의 run-up 및 평균내부수위상승량도 증가하며, 이때 구조물 내부로의 유속감소율은 급격히 증가한다. 관성저항계수를 증가시켰을 때에는 사면상의 run-up이 증가하지만 구조물내 평균내부수위상승량은 거의 동일하였으며, 이때 구조물 내부로의 유속의 감소율도 일정하였다.
- 3) 민감도 분석내용을 고찰하여 모델의 보정인자를 관성항으로 설정하였고, 기존모델에 관성항을 적용한 수정모델을 개발하여 동일한 조건에 대해 계산을 수행한 결과, run-up에 있어서는 기존모델보다 오차가 약 20%낮게 나타남으로써 수정모델은 기존 모델에 비해 run-up의 재현성을 향상시켰다.
- 4) 파가 최대로 치오른 부분으로부터 외부수가 직접 침투하는 지점(P2)보다 구조물 내부영역에서는 기존모델 및 수정모델의 결과는 큰 차이를 나타내지는 않았다. 수리실험결과, 이 영역에서는 내부수위상승량이 급격히 감소하였으며, 수치모델을 이 영역에 적용하기 위한 노력이 부가적으로 필요하다고 판단된다.

참 고 문 헌

- 김종욱 (2001). “투수성해안구조물과 불규칙파의 상호작용에 관한 수치모델 연구”, 부경대학교 박사학위논문
- 전재우 (2000). “투과성 방파제의 내부수위 변동과 방파제의 수리특성”, 부경대학교 석사학위논문
- Andersen, O.H. and Burchartch, H.F. (1995). “On the one-dimensional steady and unsteady porous flow equation”, Coastal Engineering, Vol 24, pp 233-257.
- Bruun, P. (1985). “Design and construction of mounds for breakwaters and coastal problems”, Coastal Engineering, Vol 1, pp 28-380.
- Losada, I.J., Losada, M.A. and Martin, F.L. (1995). “Experimental study of wave-induced flow in a porous structure”, Coastal Engineering, Vol 26, pp 77-98.
- Kobayashi, N. and Wurjanto, A. (1992). “Numerical model for random waves on permeable coastal structures”, Technical Report CACR-92-02.
- Kobayashi, N. and Wurjanto, A. (1993). “Irregular wave reflection and run-up on permeable slopes”, J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol 119, No 5, pp 537-557.
- Madsen, O.S. and White, S.M. (1976). “Reflection and transmission characteristics of porous rubble mound breakwaters”, Miscellaneous Report 76-5, U.S. Army Corps of Eng., Coastal Engineering Research Center.
- Muttray, M., Oumeraci, Z.C. and Partenscky, H.W. (1992). “Wave energy dissipation on and in rubble mound structures”, Proc. 23th Conf. on Coastal Eng., Chap 110.
- Ryu, C.R. (1984). A study on the hydraulic optimal design of the rubble mound breakwaters, Thesis of Doctor of Eng., Osaka Univ.
- Sollitt, C.K. and Cross, R.H. (1972). Wave reflection and transmission at permeable breakwater, Ralf Parsons Lab., M.I.T., Rept. No 147, pp 235.
- Van der Meer, J.W. (1988). “Deterministic and probabilistic design of breakwater armor layers”, J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol 114, No 1, pp 537-557.
- Van der Meer, J.W., Petit, H.A. H., van der Bosch, P., Klopman, G., and Broekends, R.D. (1992). “Numerical simulation of wave motion on and in coastal structures”, Proc. 23th Conf. on Coastal Eng., Chap 122.
- Van Gent, M.R.A. (1994). “The modelling of wave action on and in coastal structures”, Coastal Engineering, Vol 22, pp 311-339.