한국 퍼지 및 지능시스템 학회 2002, Vol. 12, No. 5, pp. 397-404

비선형 함수 학습 근사화를 위한 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망

The wavelet neural network using fuzzy concept for the nonlinear function learning approximation

변오성 · 문성룡

Oh-Sung Byun and Sung-Ryong Moon

원광대학교 전기 · 전자 및 정보공학부

요 약

본 논문에서는 퍼지와 웨이브렛 변환의 다해상도 분해(MRA)를 가진 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망을 제안하고, 또한 이 시스템을 이용하여 임의의 비선형 함수 학습 근사화를 개선하고자 한다. 여기에서 퍼지 개념은 벨(bell)형 퍼지 소속 함수를 사용하였다. 그리고 웨이브렛의 구성은 단일 크기를 가지고 있으며, 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망의 학습을 위해 역전파 알고리즘을 사용하였다. 웨이브렛 변환의 다해상도 분해, 벨형 퍼지 소속 함수 그리고 학습을 위한 역전파 알고리즘을 이용한 이 구조는 기존의 알고리즘보다 근사화 성능이 개선됨을 모의 실험을 통하여 1차원, 2차원 함수에서 확인하였다.

ABSTRACT

In this paper, it is proposed wavelet neural network using the fuzzy concept with the fuzzy and the multi-resolution analysis(MRA) of wavelet transform. Also, it wishes to improve any nonlinear function learning approximation using this system. Here, the fuzzy concept is used the bell type fuzzy membership function. And the composition of wavelet has a unit size. It is used the backpropagation algorithm for learning of wavelet neural network using the fuzzy concept. It is used the multi-resolution analysis of wavelet transform, the bell type fuzzy membership function and the backpropagation algorithm for learning. This structure is confirmed to be improved approximation performance than the conventional algorithms from one dimension and two dimensions function through simulation.

Key Words : Wavelet neural network, Approximation, MRA, Fuzzy concept, Bell type, backpropagation

1. 서 론

비선형 회로망에 의한 일반적인 연속 함수 근사화는 구조의 모델링과 증명을 위해 매우 유용하고, 이런 근사화 방법은 비선형 시스템의 블랙 박스 증명(Black-box Identification)에 사용되었다. 과거 십여 년 전부터 신경망이 입력과 출력 데이터에 적합한 비선형 모델을 위한 일반적인 근사화 도구[1]-[3]로써 사용되어 왔다. 또한, 최근에 연구[4]-[7]에서는 웨이브렛의 분해(Wavelet Decompositions) 이론이 근사화를 위해 유용한 도구로 소개되고 있다. 근사화 알고리즘으로 전파 신경망(Feedforword Neural Networks)과 웨이브렛 분해 이론을 적용한 웨이브렛 신경망 이론[8]-[11]이 연구되었다. 웨이브렛 신경망 알고리즘은 웨이브렛 신경망의 학습을 위해 역전파 알고리즘을 사용하였고[8], 주요한 특성은 웨이브렛 함수의 일부분이 은닉층에서 일반적인 시그모이드 함수 대신에 비선형 전달함수(Translation Function)로써 사용하는 것이다. 현재, 웨이브렛 신경망 구조에는 다른 2가지의 종류가 있다. 하나는 웨이브렛 기저가 고정되어 있는 것이고, 다른 하나는 웨이브렛 기저가 가변인 것이다. 전자는 웨이브렛 기저인 크기와 전달 파라미터(Dilation and Translation Parameters)가 고정이고, 출력층의 가중치가 조정 가능하도록 되어있다. 그리고 후자는 웨이브렛 기저와 출력층의 가중치 모두 조정 가능하도록 되어있다. 먼저 고정된 웨이브렛 신경망[10]의 주요한 문제점은 근사화 성능에 커다란 영향을 미치는 웨이브렛 기저와 프레임의 선택이다. 그래서 많은 웨이브렛 신경(wavelet neurons)이 필요하기 때문에 아주 커다란 복잡한 구조를 형성함으로 웨이브렛 기저가 증가하여 근사화가 올바르게 수렴되지 않는 문제점이 발생하게 된다. 그리고 가변 웨이브렛 신경망[9][11]은 역전파 알고리즘을 이용하여 훈련을 함으로써 고정된 웨이브렛 신경망의 단점인 복잡한 구조를 극복하였다. 본 논문에서는 주어진 함수의 웨이브렛 분해와 근사화에 아주 중요한 역할을 하는 해상도가 크기 파라미터에 관련되어 있다는 것에 착안하여 웨이브렛 신경망 구조인 다해상도(MRA)이론에 일반적인 벨(bell)형 퍼지 모델[12]-[14]를 적용하여 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망 구조를 제안하

접수일자 : 2001년 10월 19일
완료일자 : 2002년 8월 16일
본 논문은 2002년도 원광대학교의 교비와 BK21 지역대학육성사업의 부분지원에 의해서 연구됨.

고자한다. 먼저 가변 웨이브렛을 이용하여 고정 웨이브렛 신경망의 단점인 웨이브렛 신경(wavelet neurons)의 증가에 따른 복잡한 구조를 단순화하고, 퍼지를 이용하여 웨이브렛 기저수의 증가를 억제하고, 웨이브렛의 크기와 전달 파라미터의 수를 최소화한다. 그리고 이 모델을 기반으로 근사화 정확도의 성능을 개선하고자 한다. 본 논문의 구성은 2장에서 웨이브렛 신경망의 기본 개념을 서술하였고, 그리고 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망 구조를 3장에서 소개한다. 그리고 본 논문에서, 필기체(x, y, α, …) 심볼은 스칼라 값이고, 일반 고딕체(x , y , θ,…) 심볼은 벡터 값을 나타낸다. 4장에서는 기존 3가지 알고리즘과 제안한 알고리즘을 가지고 1차원과 2차원에서의 모의 실험을 통하여 비교 분석함으로써 본 논문에서 제안하는 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망의 개선된 성능을 보였다. 마지막으로 5장에서는 간단한 결론 순으로 구성이 되었다.

2. 웨이브렛 신경망

본 논문에서는 x 와 y 를 각각 모델의 입력과 출력이고, 이 모델은 일반적인 손실이 없다고 가정한다. 여기서 다중 입력 단일 출력(MISO)함수 $f: \mathrm{x} \in \mathrm{R}^{n} \rightarrow \mathrm{y} \in \mathrm{R}$ 로 구성되었다.

함수 $f(\mathrm{x})$를 위한 근사화 웨이브렛 신경망의 기저 표현 형태는 식 (1)과 같다.

$$f(\mathrm{x}) = \sum_{k=1}^{N} \omega_k \phi_k(\mathrm{x}) \tag{1}$$

여기서 N은 선택된 웨이브렛 함수의 전체 수이고, ω_k는 은닉층에서 출력층까지의 연결 강도이다. 그리고 ϕ_k는 은닉층의 비선형 전달 함수로써 사용된다. 식 (1)은 기존에 연구된 기본 웨이브렛 신경망 함수이다[8]-[10]. 식 (1)은 전체 3층 구조인 웨이브렛 신경망 모델링 함수 f의 함수적인 표현이다. 또한 위 식은 $L^2(R^n)$에서 정의되고, $\phi_k \in \Phi$이다. 여기서 Φ는 식 (2)와 같이 정의한다.

$$\Phi = \left\{ det(D_k^{\frac{1}{2}}) \phi[D_k \mathrm{x} - t_k] :\ t_k \in R^n,\ D_k = diag(d_k),\ d_k \in R^n{}_+,\ k \in Z \right\} \tag{2}$$

여기서 t_k는 전달 벡터이고, 그리고 d_k는 대각선 크기 행렬 D_k를 열거한 크기 벡터이다.

$$D_i = diag(d_i) = diag(d^1{}_i, \ldots, d^n{}_i)$$

식 (1) 형태의 모든 유한 합은 다음 식 (3)과 같다.

$$f(\mathrm{x}) = \sum_{i=1}^{N} \omega_i det(D^{\frac{1}{2}}{}_i) \phi[D_i \mathrm{x} - \mathrm{t}_i] \tag{3}$$

여기서 t_i는 임의의 전달 벡터이고, d_i는 대각선 크기 행렬 D_i를 열거한 임의의 크기 벡터로서 $L^2(R^n)$에서 정의된다. 이것은 프레임 Φ의 특히 모든 유한 선형 조합 원소를 포함하고, ϕ는 다음과 같은 식 (4)와 같이 정의된다.

$$\phi(\mathrm{x}) = \phi_s(x_1)\phi_s(x_2)\ldots\phi_s(x_n) \tag{4}$$

여기서 ϕ_s는 스칼라 웨이브렛이고, $\mathrm{x} = (x_1, \ldots, x_n)$이다. Zhang[8]은 웨이브렛 신경망 구조를 아래 식 (5)와 같이 제안하였다.

$$f(\mathrm{x}) = \sum_{i=1}^{N} \omega_i \phi[D_i(\mathrm{x} - \mathrm{t}_i)] + \bar{g} \tag{5}$$

여기서 추가적인 파라미터 $\bar{g}$는 유한 차원에서 nonzero 평균 함수이다. 그리고 식(5)에서 크기(dilation)의 가변적인 성질에 대한 보정을 위해서, 그리고 융통성있는 구조를 만들기 위해 각각 비슷한 변환을 가진 순환(rotation)을 조합하였다. 이 순환을 결합한 웨이브렛 신경망 구조는 식 (6)과 같다.

$$f(\mathrm{x}) = \sum_{i=1}^{N} \omega_i \phi[D_i R_i(\mathrm{x} - \mathrm{t}_i)] + \bar{g} \tag{6}$$

여기서 웨이브렛 $\phi(\mathrm{x})$가 일반적으로 nonzero이기 때문에, 파라미터 $\bar{g}$는 nonzero 평균을 가진 함수를 보다 쉽게 근사화하기 위해 사용한다. 그리고 R_i는 순환(rotation) 행렬이다. 그림 1은 식 (6)을 설명한 것이다.

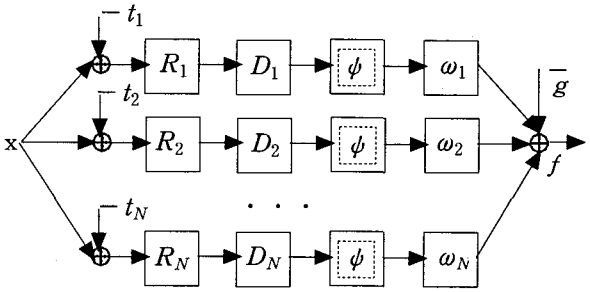


그림 1. 근사화를 위한 웨이브렛 신경망 구조(같은 층에 있는 전달, 순환, 크기, 그리고 웨이브렛의 조합은 웨이브론(wavelon)이라 한다.)

Fig. 1 Wavelet neural network structure for approximation(Combination of translation, rotation, size, and wavelet in same layer is wavelon)

3. 퍼지 개념을 이용한 제안된 웨이브렛 신경망 구조

서론에서 언급한 바를 해결하기 위하여, 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망, 즉 다해상도(MRA)이론에 일반적인 벨(bell)형 퍼지 모델을 적용하여 개선한 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망을 제안하고자 한다. 여기서 퍼지 시스템은 웨이브렛 기저수의 증가를 억제하기 위해 사용하였다. 먼저 여기서 적용한 일반적인 퍼지 규칙을 살펴보면 아래와 같다.

$$\mathrm{R}^i = \textit{If } x_1 \textit{ is } A_1 \text{ and } x_2 \textit{ is } A_2 \text{ and... and } x_N \textit{ is } A_N,$$
$$\textit{then } y_i = \sum_{i=1}^{N} \omega_i \phi_i(x),\ \mathrm{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in Z \tag{7}$$

여기서 R^i는 i번째 규칙($1 \le i \le N$)이고, x_j($1 \le j \le N$)는 x 의 j번째 입력 변수이다. y_i는 규칙 R^i에 대한 국부 모델 출력이며, $A^i{}_j(x_j)$는 벨(bell)형 퍼지 소속 함수로 식(8)을 적용한다.

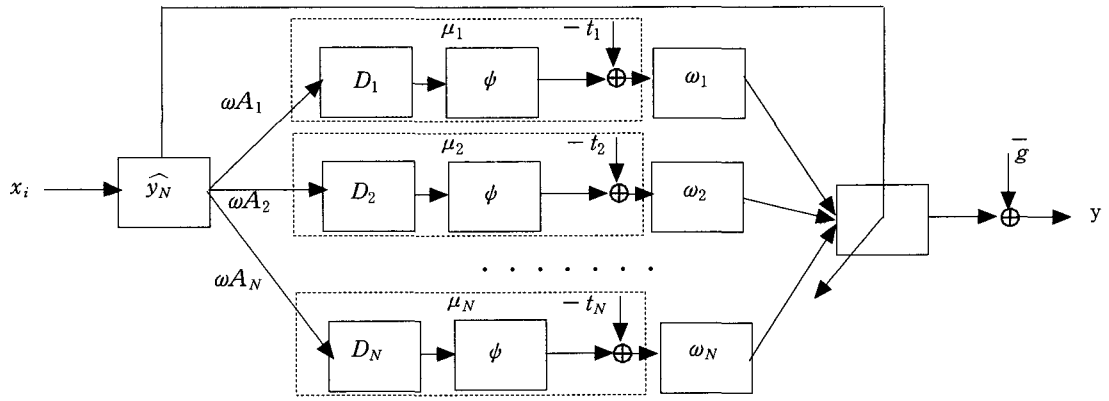


그림 2. 근사화를 위한 퍼지 개념을 이용한 제안된 웨이브렛 신경망 구조
Fig. 2 The proposed wavelet neural network structure using fuzzy concept for approximation

$$A_j(x_j)=\frac{1}{1+\left|\frac{x_j-c}{a}\right|^{2b}} \tag{8}$$

여기서 도함수 정보는 퍼지 시스템의 학습과 적응에 중요한 역할을 하기 때문에 입력과 파라미터에 관한 소속함수(MF)의 도함수를 알 필요가 있다.

$\hat{y}=bell(\mathrm{x};a,b,c)$일 때, x, a, b, c의 각각의 도함수는 아래와 같다.

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial \mathrm{x}}=\begin{cases}-\frac{2b}{\mathrm{x}-c}\hat{y}(1-\hat{y}), & \text{if } \mathrm{x}\neq c.\\ 0, & \text{if } \mathrm{x}=c.\end{cases}$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial a}=\frac{2b}{a}\hat{y}(1-\hat{y}).$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial b}=\begin{cases}-2\ln\left|\frac{x-c}{a}\right|\hat{y}(1-\hat{y}), & \text{if } \mathrm{x}\neq c.\\ 0, & \text{if } \mathrm{x}=c.\end{cases}$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial c}=\begin{cases}\frac{2b}{x-c}\hat{y}(1-\hat{y}), & \text{if } \mathrm{x}\neq c.\\ 0, & \text{if } \mathrm{x}=c.\end{cases}$$

여기서 a는 소속함수의 중심을 나타내고, b와 c는 각각 소속함수의 폭과 형태를 의미한다. 형태라는 것은 기울기를 의미하는 것으로 항상 양수를 취하도록 한다($b>0$). 2장에서 설명한 일반적인 웨이브렛 구조에 다해상도(MRA)를 적용하기 위해 f를 다음 식 (9)와 같이 프레임 원소로 재구성한다.

$$f(\mathrm{x})=\sum_{m\in Z^r,\,n\in Z^s}\langle f,\ S^{-1}\Psi_{\mathrm{m},\,\mathrm{n}}\rangle\Psi_{\mathrm{m},\,\mathrm{n}}(\mathrm{x}) \tag{9}$$

여기서, S는 프레임 연산자 $H\rightarrow H$이고, $\Psi_{\mathrm{m},\,\mathrm{n}}$는 아래와 같다.

$$\Psi_{\mathrm{m},\,\mathrm{n}}(\mathrm{x})=\phi^1{}_{M_1,n_1}(x_1)\,\phi^2{}_{M_2,n_2}(x_2)\cdots\phi^N{}_{M_N,n_N}(x_N) \tag{10}$$

여기서 $\mathrm{m}=[M_1, M_2, \ldots, M_N]$이며, $\mathrm{n}=[n_1, n_2, \ldots, n_N]$이다. 또한 $\phi^i{}_{M_i,n_i}(x_i)$는 다음 식에 의해서 모(mother) 웨이브렛 함수 ϕ를 크기와 전달에 의해 일반화한다.

$$\phi_{M_i,n_i}(x_i)=2^{M_i/2}\phi(2^{M_i}\mathrm{x}-n_i)\quad M_i,\ n_i\in Z \tag{11}$$

여기서 M_i와 n_i는 각 크기와 전달 파라미터를 나타낸다. 그리고 다해상도 분해는 해상도로써 해석되는 웨이브렛의 크기 파라미터를 나타내는 것이다. 본 논문에서 제안하고자 하는 다해상도를 가진 웨이브렛 신경망의 구조는 식 (12)와 같다. 식 (12)는 식(6)에 다해상도 분해를 적용한 웨이브렛 신경망 함수를 나타낸다.

$$f(x_i)=\sum_{\mathrm{m},\,\mathrm{n}}^{N}\omega_{\mathrm{m},\,\mathrm{n}}\phi_{\mathrm{m},\,\mathrm{n}}(x_i) \tag{12}$$

여기서 N은 선택된 웨이브렛 함수의 전체 수이고, $\omega_{\mathrm{m},\,\mathrm{n}}$은 은닉층에서 출력 층의 비선형 변환함수이다. 그리고 $\phi_{M_i,n_i}(x_i)$는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\phi_{M_i,n_i}(x_i)=2^{M_i/2}det(D^{\frac{1}{2}}{}_i)\,\phi[2^{M_i}(D_ix_i-\mathrm{t}_i)] \tag{13}$$

이 함수는 고정 웨이브렛 신경망에서 발생할 수 있는 웨이브렛 신경(wavelet neurons)의 증가를 억제할 수 있는 구조로써, 복잡한 구조를 줄일 수 있는 것이다. 역전파 알고리즘을 이용하여 학습을 함으로써 가변 웨이브렛 신경망은 높은 정확도를 가지고 있으며, 여기에 웨이브렛 기저수의 증가 억제를 하기 위하여 퍼지를 적용함으로써, 보다 빠른 수렴 속도를 얻을 수가 있다.

본 논문에서 얻고자 하는 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망의 출력은 아래와 같이 비퍼지화에 의해 얻어진다.

$$\mathrm{y}=\frac{\sum_{i=1}^{N}\omega_i\mu_i(\mathrm{x})\,\hat{y}}{\sum_{i=1}^{N}\omega_i\mu_i(\mathrm{x})}+\bar{g} \tag{14}$$

여기서, $\hat{y}$는 벨(bell)형 퍼지 소속 함수이고, μ_i는 식 (12)의 $\phi_{\mathrm{m},\,\mathrm{n}}(x_i)$에 퍼지 데이터를 적용한 퍼지 소속함수이고, y는 최종 출력 함수의 값이다. 그리고 파라미터 $\bar{g}$는 비퍼지 값이 nonzero라 할 때, nonzero 평균을 가진 함수는 데이터 값을 유연하게 한다. 식 (12)에 퍼지 소속함수인 식 (8)을 적용하면 아래 식 (15)를 얻을 수 있다.

$$\mu_i(x_i)=2^{M_i/2}det(D^{\frac{1}{2}}{}_i)\,\phi[2^{M_i}(D_iwA_i(x_i)-\mathrm{t}_i)] \tag{15}$$

여기서, x_i는 $x_1, x_2, \ldots, x_N$이고, μ_i는 퍼지 데이터를 적용한 퍼지 소속 함수값이다.

위의 식 (14)을 설명하기 위하여 그림 2에 보였다. 그리고 네트워크 초기화와 학습 알고리즘은 Zhang[8]이 제안한 알

고리즘을 사용하여 실험하였고, 아래 식 (16)은 목적 함수를 정의한 것이다.

$$c(\theta, x_k, y_k) = \frac{1}{2}[f_\theta(x_k) - y_k]^2 \tag{16}$$

여기서 파라미터 벡터 θ에 모든 파라미터들 즉 $\bar{g}$, w_i, t_i, D_i 그리고 $\hat{y_N}$을 포함하고, x_k는 입력, y_k는 출력을 나타낸다. 그리고 c는 목적함수이다. 본 논문에서는 역전파 알고리즘을 적용한 학습 알고리즘을 사용하는데, 그림 3은 본 논문의 전체 구성과 학습 알고리즘의 흐름도를 나타낸 것이다.

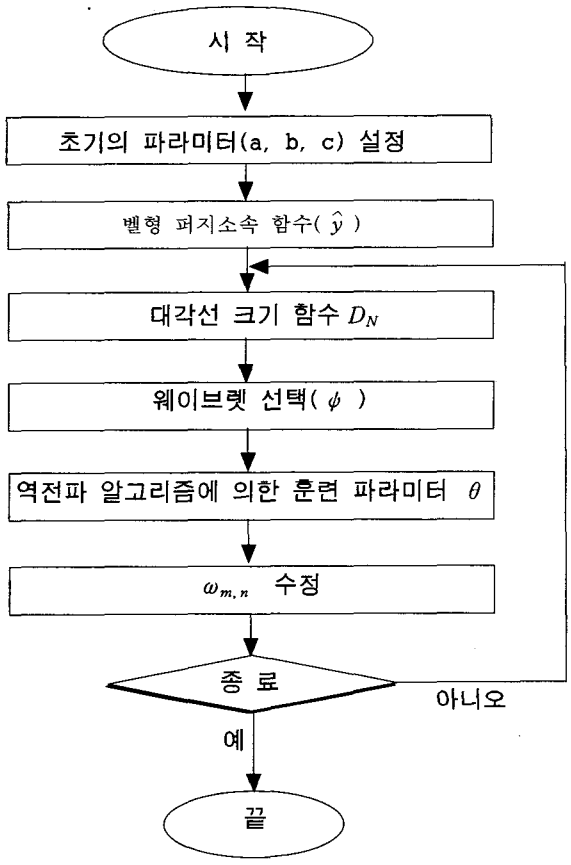


그림 3. 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망 구조 흐름도
Fig. 3 Flowchart of the wavelet neural network structure using fuzzy concept

4. 모의 실험 결과

먼저 모의 실험은 Matlab에서 수행을 하였으며, 1차원과 2차원에서 비교하였다. 그리고 기존의 신경망[3][8]과 웨이브렛 분해[4] 그리고 Zhang의 웨이브렛 신경망[8]과 비교하였다. 여기서 1차원의 일반적인 근사화를 위해 웨이브렛 함수 "Gaussian-derivative"인 $\phi(x) = -xe^{-\frac{1}{2}x^2}$을 사용하였다. 그리고 위의 알고리즘들을 서로 비교하기 위해 Zhang[8]이 제시한 아래의 식을 사용하였다.

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}[f(x_k) - y_k]^2}{\sum_{k=1}^{N}(y_k - \bar{y})^2}} \tag{17}$$

여기서 $\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} y_k$이고, y_k는 원하는 값이며, $f(x_k)$는 여기서 각 알고리즘들에서 얻은 출력의 결과 값들이다. 본 논문의 모의 실험은 식 (17)을 가지고 각 알고리즘들의 성능을 평가하였다. Zhang[8]에 의해 연구된 비선형 함수를 본 논문에서 각 알고리즘들을 비교하기 위해 사용하는데, 이는 식 (18)과 같다.

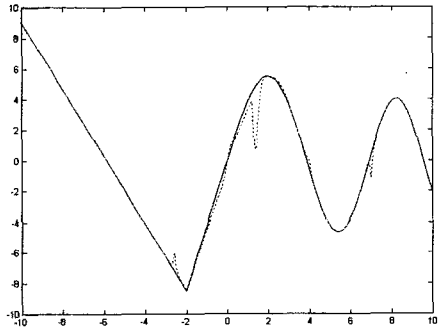
$$f(x) = \begin{cases} -2.186x - 12.864 & -10 \le x < 2 \\ 4.246x & -2 \le x < 0 \\ 10e^{-0.05x-0.5} * \sin[(0.03x + 0.7)x] & 0 \le x \le 10 \end{cases} \tag{18}$$

식 (18)을 이용하여 각 알고리즘들과 비교한 결과는 그림 4와 같다. 이 그림에서 실선은 식(18)을 이용한 함수 값이고, 점선은 아래의 각 알고리즘을 적용한 근사화 결과 데이터를 나타낸다. 이 모의 실험을 하기 위해 [-10, 10]에서 점 200개를 균일하게 선택한 집합을 가지고 수행하였다. 그리고 표 1은 1차원 함수를 사용한 근사화 결과의 데이터를 나타낸 것이다.

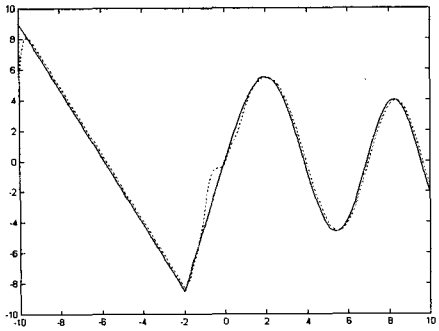
1차원 근사화 정확도(ε)를 얻기 위해 총 200번의 모의 실험을 했으며, 표 1은 총 200번에 대한 결과 평균값이다. 그리고 각 알고리즘을 적용한 근사화 정확도 결과 값에 따른 원 함수와의 차이 값에 대한 비교 그래프를 그림 5에 보였다.

표 1. 1차원 함수 식 (18)의 근사화 결과
Table. 1 Approximation result of 1 dimension function, equation (18)

방법	단위의 수	파라미터 수	반복 횟수	ε
신경망[1]	7	22	10000	0.142950
웨이브렛 분해[4]	31	32	10000	0.046754
웨이브렛 신경망[8]	7	22	10000	0.033975
퍼지 개념을 이용한 제안된 웨이브렛 신경망	7	25	10000	0.015445

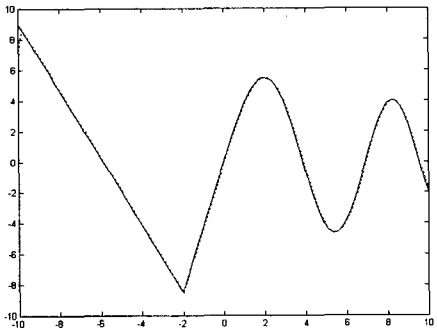


(a) 신경망회로, 7개 뉴런, 22개 파라미터, 10000번 학습 반복, $\varepsilon = 0.14295$
(a) Neural network, 7 neuron, 22 parameter, Learning iteration 10000 times, $\varepsilon = 0.14295$



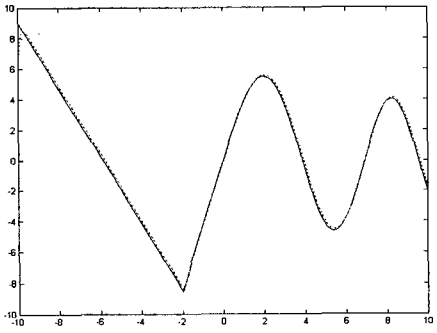
(b) 웨이브렛 분해, 31개 웨이브론, 32개 파라미터, 10000번 학습 반복, $\varepsilon = 0.046754$

(b) Wavelet decomposition, 31 wavelon, 32 parameter, Le arning iteration of 10000 times, $\varepsilon = 0.046754$



(c) 웨이브렛 신경망, 7개 웨이브론, 22개 파라미터, 10000번 학습 반복, $\varepsilon = 0.033975$

(c) Wavelet neural network, 7 wavelon, 22 parameter, Le arning iteration of 10000 times, $\varepsilon = 0.033975$

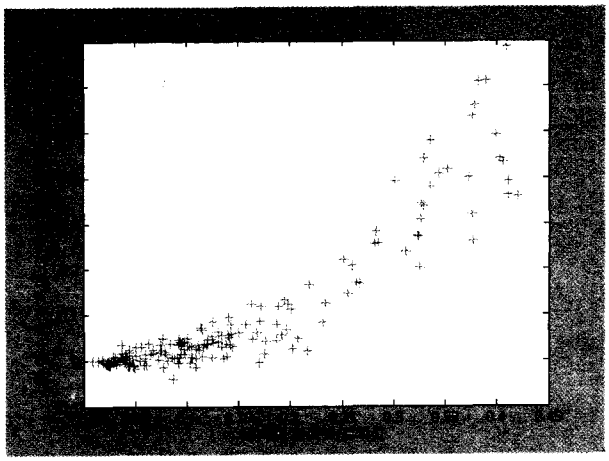


(d) 퍼지 개념을 이용한 제안된 웨이브렛 신경망, 7개 퍼지 웨이브론, 25개 파라미터, 10000번 학습 반복, $\varepsilon = 0.015445$

(d) Proposed wavelet neural network using fuzzy concep t, 7 fuzzy wavelon, 25 parameter, Learning iteration o f 10000 times, $\varepsilon = 0.015445$

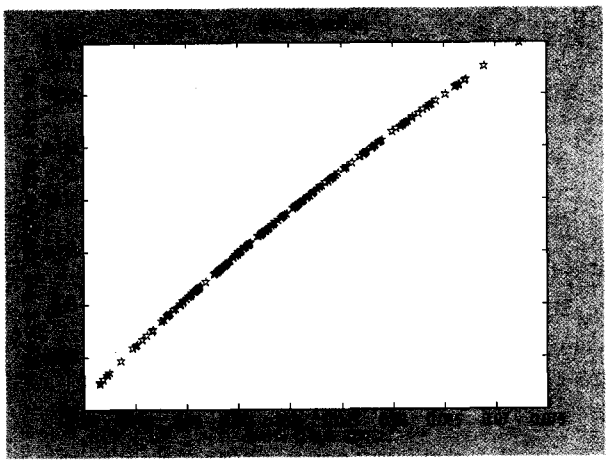
그림 4. 식 (18)에 대한 각 함수 알고리즘의 근사화 결과

Fig. 4 Approximation result of each function algorithm about equation (18)



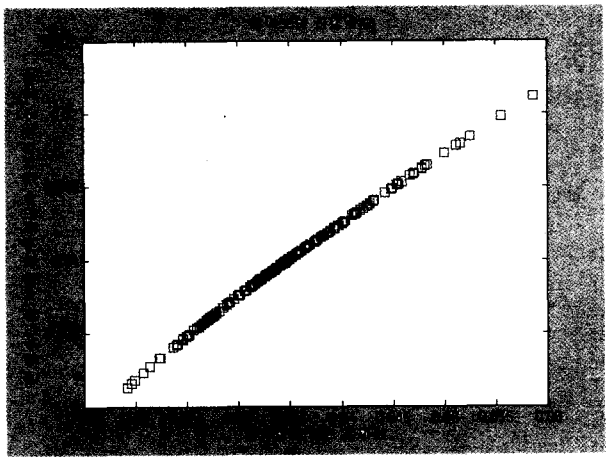
(a) 신경망

(a) Neural Networks



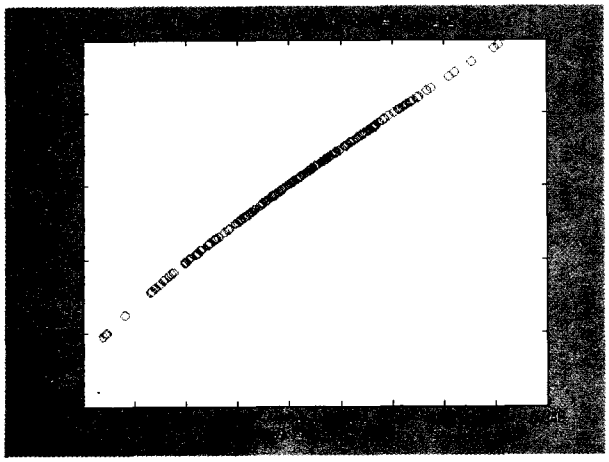
(b) 웨이브렛 분해

(b) Wavelet Decomposition



(c) 웨이브렛 신경망

(c) Wavelet Neural Networks



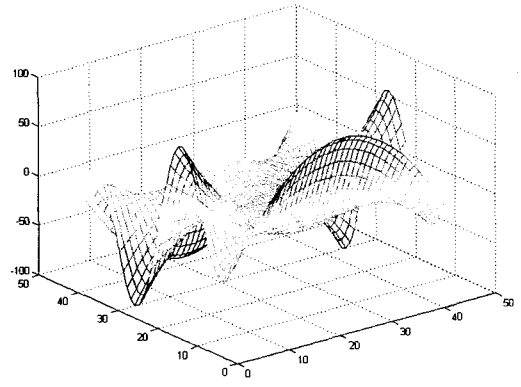
(d) 퍼지 개념을 이용한 제안된 웨이브렛 신경망
(d) Proposed Wavelet Neural Networks using Fuzzy concept

그림 5. 각 알고리즘을 적용한 근사화 정확도 결과 값에 대한 원 함수와의 차이 값 그래프
Fig. 5 Error value of the original function for the approximation accuracy result value applying each algorithms

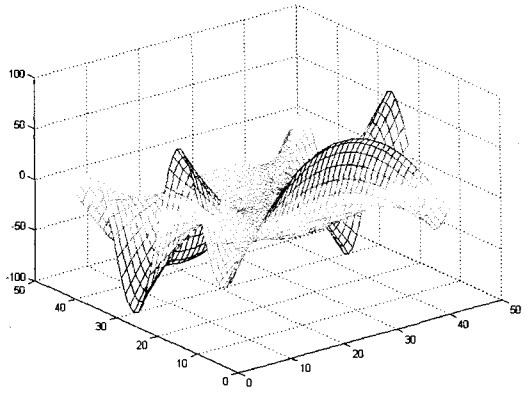
2차원의 2개의 가변 함수 근사화에서 웨이브렛 함수는 $\phi(x) = x_1 x_2 e^{-\frac{1}{2}(x^2_1 + x^2_2)}$를 선택을 하였고, 2차원 [-10,10]×[-10,10]상에서 함수 $f(x) = (x^2_1 - x^2_2)\sin(0.5x_1)$를 근사화하는 모의 실험을 수행하였다. 이는 400개의 점을 이용하여 실험을 하였고, 표 2는 2차원 함수의 근사화 결과를 나타낸 것이다.

표 2 $f(x) = (x^2_1 - x^2_2)\sin(0.5x_1)$의 근사화 결과
Table. 2 Approximation result of $f(x) = (x^2_1 - x^2_2)\sin(0.5x_1)$

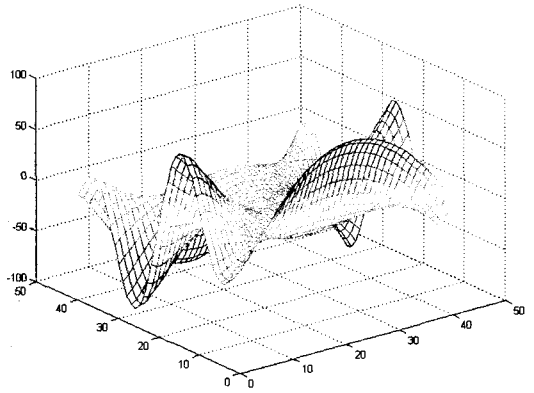
방법	단위의 수	파라미터 수	반복 횟수	ε
웨이브렛 분해[4]	961	962	15000	0.28511
웨이브렛 신경망[8]	49	442	15000	0.21280
퍼지 개념을 이용한 제안된 웨이브렛 신경망	49	151	15000	0.19300



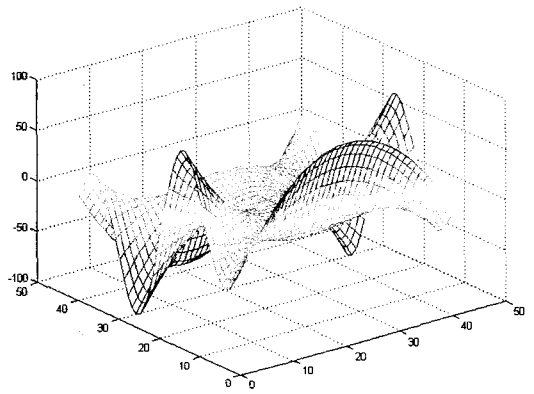
(a) 2차원의 원영상
(a) The original image of two dimensions



(b) 2차원 웨이브렛 분해의 근사화 결과
(b) Approximation result of two dimensions wavelet decomposition



(c) 2차원 웨이브렛 신경망의 근사화 결과
(c) Approximation result of two dimensions wavelet neural network



(d) 퍼지 개념을 이용한 제안된 웨이브렛 신경망의 근사화 결과
(d) Approximation result of proposed wavelet neural network using fuzzy concept

그림 6. [-10,10]×[-10,10]에서 각 알고리즘에 의한 함수 $f(x) = (x^2_1 - x^2_2)\sin(0.5x_1)$의 근사화
Fig. 6 Approximation of function $f(x) = (x^2_1 - x^2_2)\sin(0.5x_1)$ by each algorithm in [-10,10]×[-10,10]

5. 결 론

본 논문에서는 비선형 함수 근사화를 위하여 웨이브렛 신경망을 개선한 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망을 제안하였다. 본 논문의 방법은 Morlet, Daubechies 등이 제안한 다해상도 분해(MRA)와 신경망 알고리즘의 한 분야인 역전파 알고리즘을 이용해 웨이브렛 신경(wavelet neurons)망의 증가에 따른 복잡한 구조를 단순화를 제안하였고, 벨(bell)형 퍼지 소속 함수를 적용하여 웨이브렛 기저수의 증가를 억제하였다. 또한 웨이브렛의 크기와 전달 파라미터의 수를 최소화함과 동시에 근사화 정확도를 개선하였다. 2장과 3장에서 제시한 알고리즘과 신경망 알고리즘, 그리고 본 논문에서 제안한 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망 구조를 모의 실험한 결과, 1차원 예에서 파라미터의 수는 신경망이 22개, 웨이브렛 분해가 32개, 웨이브렛 신경망이 22개, 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망은 25개를 사용하였다. 그리고 식 (17)을 이용한 근사화 정확도(ε)는 웨이브렛 신경망이 0.033975이고, 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망은 0.015445로 개선됨을 모의 실험 결과인 표 1과 그림 4에서 확인하였다. 그리고 1차원 예의 반복횟수는 10,000번을 하였으며, 표 1은 식 (17)을 이용하여 총 200번의 모의 실험 하여 얻은 데이터 평균 결과를 나타낸 것이다. 2차원 예에서는 웨이브렛 분해가 962개, 웨이브렛 신경망은 442개, 본 논문에서 제안한 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망은 151개의 파라미터를 사용함으로써 전체적인 구조의 복잡도가 감소함으로, 빠른 수렴이 됨을 표1과 2를 통하여 확인하였다. 식 (17)을 이용한 근사화의 정확도(ε)가 웨이브렛 분해는 0.28511, 웨이브렛 신경망은 0.21280, 제안한 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망은 0.19300으로 개선됨을 모의실험의 결과인 표 2와 그림 6에서 확인하였다. 그리고 2차원 예의 반복횟수는 15,000번을 하였으며, 표 2는 식 (17)을 이용하여 총 200번의 모의 실험 하여 얻은 데이터 평균 결과를 나타낸 것이다. 본 논문에서 제안한 퍼지 개념을 이용한 웨이브렛 신경망이 기존의 다른 알고리즘 보다 복잡도, 웨이브렛 기저 감소 그리고 근사화 정확도가 개선되었음을 1차원, 2차원의 모의 실험 결과인 표 1, 표 2와 그림 4, 6에서 확인하였다. 그리고 각 알고리즘에 대한 근사화 정확도 결과 값에 대한 원 함수와의 차이 값에 대한 그래프를 그림 5에 보였다. 이 근사화 알고리즘은 향후에 패턴 특징 검출 및 보간에 적용함으로써 보다 성능 향상에 기여할 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

[1] G. Cybenko, "Approximation by superposition of a sigmoidal function," *Mathematics of control, signals and systems*, Vol. 2, pp.303-314, 1989.

[2] L. K. Jones, "Constructive approximations for neural networks by sigmoidal function," *Proc. IEEE*, Vol. 78, Oct. 1990.

[3] T. Poggio and F. Girosi, "Networks for approximation and learning," *Proc. IEEE*, Vol. 78, pp. 1481-1497, Sept. 1990.

[4] I. Daubechies, "The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis," *IEEE Trans. Informat. Theory*, Vol. 36, Sept. 1990.

[5] J. J. Benedetto and M. W. Frazier, "Wavelets Mathematics and Applications," *CRC Press*, Inc., 1994.

[6] C. S. Burrus, R. A. Gopinath and H. Guo, *"Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms,"* Prentice-Hall International, Inc., 1998.

[7] Y. Y. Tang, L. H. Yang, and J. Liu, and H. Ma, *"Wavelet Theory and its Application to Pattern Recognition,"* World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2000.

[8] Q. Zhang and A. Benveniste, "Wavelet networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 3, pp. 889-898, Nov. 1992.

[9] B. Delyon, A. Juditsky, and A. Benveniste, "Accuracy Analysis for Wavelet Approximations," *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 6, No. 2, pp. 332-348, Mar. 1995.

[10] J. Zhang, G. G. Walter, and W. N. Wayne Lee, "Wavelet Neural Networks for Function Learning," *IEEE Trans. signal Processing*, Vol. 43, No. 6, pp. 1485-1496, Jun. 1995.

[11] Q. Zhang, "Using Wavelet Network in Nonparametric Estimation," *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 8, No. 2, pp. 227-236, Mar. 1997.

[12] J. R. Jang, C. T. Sun, and E. Mizutani, *"Neuro-Fuzzy and Soft Computing,"* Prentice-Hall international, Inc., 1997.

[13] 변증남, *"퍼지논리제어,"* 홍릉과학출판사, 1997.

[14] K. Aihara, K. Doya, and I. Matsuba, and H. Ishihashi, and I. Hayashi, and R. Tokunaga, *"Neuro · Fuzzy · Chaos,"* Ohmsha, Ltd., 1994.

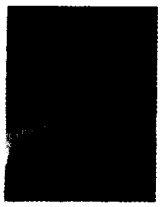
저 자 소 개

변오성

1997년 원광대학교 전자공학과 공학사
1998년~2000년 동 대학원 전자공학과 공학석사
2000년~현재 동 대학원 전자공학과 박사과정

관심분야 : 퍼지 이론, 신경회로망, 유전알고리즘, 영상 처리, 컴퓨터 비전, 웨이브렛, 러프집합이론 등

Phone : 063-850-6883
Fax : 063-855-1798
E-mail : boss@wonkwang.ac.kr



문성룡

1978. 3~1982. 2 원광대학교 전자공학과 공학사

1982. 3~1986. 8 전북대학교 전자공학과 공학석사

1989. 3~1993. 2 전북대학교 전자공학과 공학박사

현재 원광대학교 전기전자 및 정보공학부 부교수

관심분야 : 디지털시스템 설계, 영상처리, 신경망 및 퍼지, 웨이브렛 알고리즘 등

Phone : 063-850-6883
Fax : 063-855-1798
E-mail : srmoon@wonkwang.ac.kr