

## 실용적인 확률론적 사면안정 해석 기법 개발

### A Study to Develop a Practical Probabilistic Slope Stability Analysis Method

김 형 배\*<sup>1</sup> Kim, Hyung-Bae

이 승 호\*<sup>2</sup> Lee, Seung-Ho

#### Abstract

A probabilistic approach to identify the effects of uncertainties of soil strength parameters on searching a critical slip surface with the lowest reliability is introduced. In general construction field, it is impossible for the engineer to always gather a variety of statistical information of soil strength parameters for which lots of laboratory and in-situ soil testing are required and to use it with enough statistical knowledge. Thus, in order that the engineer may easily understand the probabilistic concept for the slope stability analysis, this study proposes a combined procedure to incorporate the engineering probabilistic tools into the existing deterministic slope stability analysis methods. Using UTEXAS 3, a slope stability analysis computer program developed by U.S. Army Corps of Engineers (U.S. COE), this study provides the results of this probabilistic slope stability analysis in terms of probability of failure or reliability index. This probabilistic method for slope stability analysis appears to yield more comprehensive results of slope reliability than does existing deterministic methods with safety factors alone.

#### 요 지

본 연구에서는 사면안정해석 수행과정에서 입력되는 지반강도정수의 불확실성이 최소 신뢰성을 갖는 임계 활동면의 추적에 미치는 영향을 정량화하기 위한 확률론적 사면안정해석기법을 소개하였다. 일반적인 공사 현장에서 실무자가 상당한 양의 실내 및 현장 시험을 통해 얻어질 수 있는 지반강도정수의 다양한 통계·확률적 정보를 항상 확보하여 그것들을 상당한 수준의 통계적 지식을 가지고 자유스럽게 이용하는 것은 현실적으로 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 실무자가 쉽게 확률적인 개념을 이해하면서 사면안정해석을 수행할 수 있도록 기존의 결정론적 사면안정해석 기법에 공학적 확률해석 기법을 결합시키는 방안을 제시하였다. 미 공병단에서 개발한 UTEXAS 3라는 범용 사면안정 해석 프로그램을 이용하여 본 연구는 파괴확률 또는 신뢰지수라는 관점에서 제안한 확률론적 사면안정해석기법의 결과들을 도출하였다. 본 확률론적 사면안정해석기법은 사면안정의 안전율만을 고려하는 기존의 결정론적 사면해석 기법들 보다 더욱 종합적으로 사면안정의 신뢰성에 대한 결과를 제시하는 것으로 나타났다.

**Keywords :** Factor of safety, Probabilistic theory, Reliability index, Slope stability analysis

\*1 정회원, 한국도로공사 도로연구소 책임연구원 (Member, Chief Researcher, Korea Highway Corporation, kimhyun3@freeway.co.kr)

\*2 정회원, 상지대학교 토목공학과 교수 (Member, Prof., Sangji Univ.)

# 1. 서론

## 1.1 배경

사면안정해석에서 해당 사면의 지반 강도 정수들이 얼마나 정밀하게 정량화 되는가 하는 문제는 그 해석이 얼마나 정확히 수행되어질 수 있는가 하는 문제와 직결된다. 실제로 적절한 지반강도정수가 제시되는 경우 대부분의 결정론적 해석 방법들은 사면 안정 해석에 성공적으로 적용되어 왔다. 지반 강도정수들의 적절한 대표값을 결정하기 위해서, 공학기술자들은 이들에게 들어 있는 불확실성들을 반드시 고려하여야 한다. 즉, 해당 사면의 파괴원인에 대한 분석과 이용되는 사면안정 해석 기법이 아무리 완벽하여도, 지반 강도 정수에 대한 설계입력치가 적절하지 못하다면 해석결과의 신뢰성은 그다지 높지 못할 것이다. 결정론적 사면안정해석 기법은 안전율을 계산하는 과정에서 설계입력 값의 기대값만을 고려하므로, 결정론적 기법만을 이용하는 사면안정 해석에서 공간적 변이 및 측정 오차 등에 따라 기인하는 지반 강도정수들의 불확실성을 확률·통계적으로 정량화 하여 이를 해석결과에서 고려하는 방안을 도출하는 것은 매우 어려운 일이다. 또한 여기서 계산되는 안전율은 사면이 파괴될 확률이나 임계사면 활동에 대한 안전율의 신뢰성을 진정한 의미에서 정량적으로 보여주는 것이 아니다. 사면안정에 대한 확률론적 해석을 위해서는 설계 입력치에 지반강도정수와 지반투수조건,

지반구조물의 제원과 관련된 대표값은 물론이거니와 이들의 확률적 변화량도 포함되어야 한다. 확률론적 사면안정 해석에서 해석결과는 사면의 신뢰성 지수나 파괴확률로 표현이 되는데 이 값들은 사면의 안정도에 대한 정량화는 물론 설계 입력치의 확률적 가변성에 따른 사면안정 해석결과의 신뢰성에 대한 정보도 함께 제공한다.

## 1.2 연구의 범위

본 연구의 목적은 결정론적 사면안정 해석과정에서 나온 결과들에 대하여 공학적 확률처리기법을 적용하여 기존의 결정론적 사면안정 해석 기법을 그대로 사용하면서도 확률론적 사면안정 해석이 가능하다는 것을 보여주고자 하는 것이다. 그림 1과 같은 단면을 갖는 제방이 대하여 사면안정 해석을 실시하고 그 결과를 이용하여 확률론적 사면안정 해석 기법의 타당성을 고찰하였다. 제방의 각 부분에서 내부마찰각과 점착력은 대칭적 확률분포를 갖는 임의의 확률변수로 가정되었으며 그에 대한 구체적 값들은 표 1에 요약되어 있다.

설계입력변수들의 공간적 변위에 따른 확률적 편차들을 정량화 할 때, 변수들간의 상관관계는 반드시 고려되어야 하며 이에 따라 실제 편차도 조정되어야 한다. 일반적으로, 지반강도정수의 측정을 보다 조밀한 간격에서 수행하였다면 공간적 변위에 따른 강도정수의 분산은 보다 감소하며 내부 마찰각과 점착력 사이의 상관

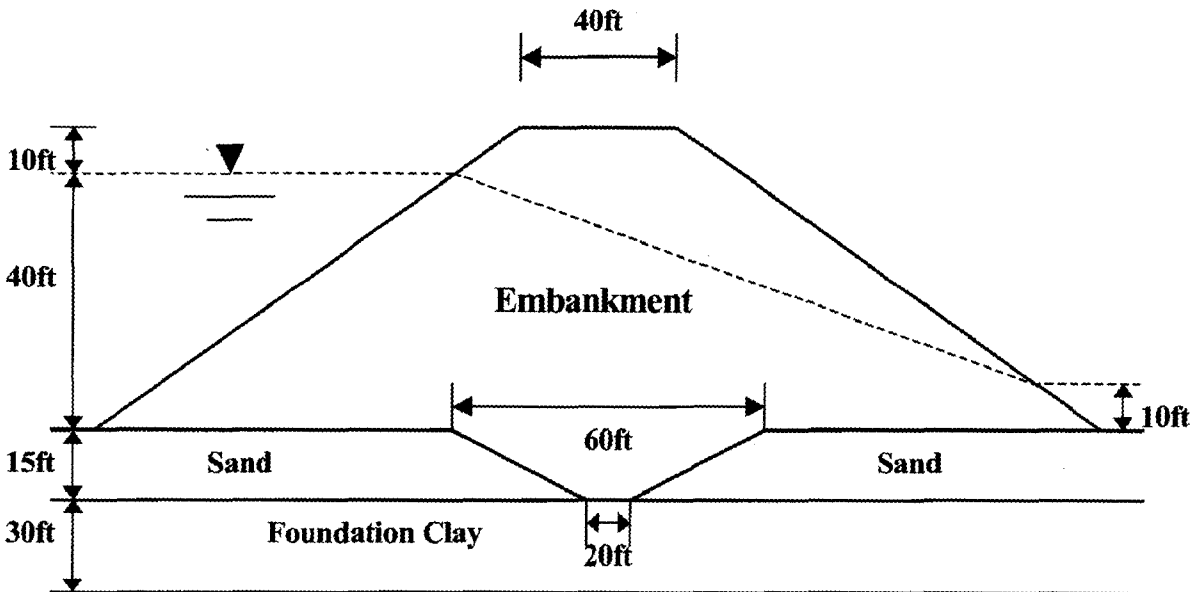


그림 1. 사례분석을 위해 고려된 제방의 단면

표 1. 제방의 지반강도요소들의 확률적 특성

Material	Parameter	Expected Value	Standard Deviation	Coefficient of Variation (COV)	Correlation Coefficient
Embankment	c <sub>1</sub>	23.94kN/m <sup>2</sup>	4.79kN/m <sup>2</sup>	20%	0.20
	Φ <sub>2</sub>	15°	2°	13%	
Sand	c <sub>2</sub>	0psf	0psf	0%	0
	Φ <sub>2</sub>	35°	3°	8.6%	
Foundation Clay	c <sub>3</sub>	47.88kN/m <sup>2</sup>	19.15kN/m <sup>2</sup>	40%	0.2
	Φ <sub>3</sub>	25°	2.5°	10%	

\*COV = Standard Deviation/Expected Value

관계는 더더욱 커지는 것으로 나타나는데 Hassan(1998)은 이 관계를 다음과 같이 표현하였다.

$$\sigma(z) = [\Gamma(L)\sigma_{spatial}^2 + \sigma_{systematic}^2]^{0.5} \quad (1)$$

여기서,

$\sigma(z)$  = 지반강도정수 z의 최종 표준편차

$\sigma_{spatial}$  = 공간적 변위에 따른 지반강도정수 z의 표준편차

$\sigma_{systematic}$  = 지반강도정수 z를 측정하는 과정에서 장비 및 측정오차에 의한 표준편차

$\Gamma(L)$  = 지반강도정수 측정 간격 L을 고려한 오차감쇄함수로서 다음과 같은 Gamma 분포를 따른다.

$$\Gamma(L) = \int_0^{\infty} x^{L-1} e^{-x} dx \quad L > 0 \quad (2)$$

일반적인 사면안정해석 과정에서 이와 같은 지반강도정수의 확률적 편차들을 고려하고자 할 때, 강도정수들의 기대값, 표준편차 및 강도정수들간의 상관계수와 같은 간단한 확률함수들만을 이용하는 공학 확률론적 기법을 도입하여 실무자가 보다 쉽게 확률개념을 포함하는 사면안정해석기법을 사용할 수 있도록 하여야 한다.(U.S. COE, 1999)

## 2. 결정론적 사면안정해석기법

### 2.1 UTEXAS 3 개요

본 연구에서는 UTEXAS 3(University of TEXas Analysis of Slopes - version 3)라는 범용 사면안정해석 프로그램을 이용하였는데 본 해석프로그램은 2차원 사면안정해석을 통하여 다양한 사면안정 진단과 관련한 정보를 생산한다. UTEXAS 3는 사면안정의 판단기준으로 다음과 같은 안전율 개념을 사용한다.

$$F = S/\tau \quad (3)$$

여기서 S = 지반의 허용 전단강도,  $\tau$  = 한계평형상태를 이루는데 필요한 전단강도

이러한 안전율에 의한 사면안정의 판단은 결정론적 사면안정기법에서 가장 흔히 사용하는 방법이다. 안전율은 사면의 파괴 확률과 신뢰성 정도를 그 자체만으로 보여줄 수 없으며 단순히 지반의 허용전단강도와 필요 전단강도의 확률적 편차를 고려하지 않고 평균 기대값만을 비교하는 개념일 뿐이다.

### 2.2 UTEXAS 3에서 사용가능한 결정론적 사면안정 해석기법

UTEXAS 3는 다음과 같은 결정론적 해석기법들을 포함하고 있으며 사용자는 이중의 하나를 선택하여 사면안정에 대한 안전율을 계산할 수 있다.

- Bishop's Simplified Method
- Spencer method
- The U.S. Army Corps of Engineers' Modified Swedish Method
- Lowe and Karafiath Method

본 연구에서 사면의 예상파괴 활동면은 원호형상으로 가정되었으며 UTEXAS 3 프로그램에서 사용자는 특정 점 또는 층을 지나는 활동면을 정의하여 안전율을 계산하거나 자동적으로 여러활동면을 가정하여 최소안전율을 갖는 임계 활동면을 찾을 수 있다. 어떤 방법을 선택하든지 간에 최소의 안전율 또는 최대의 파괴 확률을 갖는 임계 활동면을 찾는 것이 UTEXAS 3를 이용하는 사용자의 최고 관심사인 것은 자명한 일일 것이다.

### 3. 사면안정해석을 위한 확률적 개념 및 모형

#### 3.1. 파괴확률(불만족 확률)

1.2절에서 언급한 바와 같이 각 지반강도정수는 시험 및 측정 과정에서 일어날 수 있는 여러 가지 요인에 의한 불확실성 때문에 특정한 확률적 밀도함수를 만족하는 확률변수로 정의되는 것이 타당할 것이다. 일단, 지반강도정수들을 대표하는 확률밀도함수가 정의되어지면 일반적인 사면안정기법과 Monte-Carlo Simulation과 같은 정밀 확률기법들을 통해 안전율의 확률밀도함수를 얻을 수 있을 것이다. Harr(1987)는 여기에서 언급된 정밀확률해석이라는 표현을 각 지반강도정수들의 평균, 표준편차등의 간단한 통계치만을 이용하는 것이 아니라 각 정수들의 확률밀도함수의 특성까지 고려하여 안전율의 정확한 확률밀도를 얻을 수 있다는 의미에서 처음으로 사용하였다. 본 연구에서 이러한 정밀확률해석 방식은 3.3절에서 소개될 평균, 표준편차, 상관계수등과 같은 비교적 구하기 쉬운 통계치를 이용하여 안전율의 평균과 표준편차를 구하게 되는 공학적 근사 확률해석 기법들과 직접적으로 대비되는 개념으로 사용되었다. 그림 2에서 보는 바와 같이 일단 확률해석기법이 수반된 사면안정해석을 통하여 임계 활동면 안전율(FS)의 확률밀도곡선을 구한 후  $FS=1$  또는  $\ln(FS)=0$ 을 한계상태로 놓게되면 이 값보다 작은 구간의 확률밀도함수의 면적이 파괴 또는 불만족 확률이 된다. 즉 임의의 확률변수로 정의된  $c$ 와  $\phi$ 를 가지고 계산된 임계 활동면의

FS가 1보다 또는  $\ln(FS)$ 가 0보다 작은 확률이 파괴확률이 되는 것이다.

#### 3.2 공학적 근사확률해석 기법

정밀확률기법의 대표적 사례인 Monte-Carlo Simulation 기법을 보다 구체적으로 살펴보면 각 지반강도정수들의 확률분포에 맞춰 임의의 값을 입력하여 사면의 임계 활동면에 대한 안전율을 계산하는 과정을 충분한 회수만큼 반복하여 최종적으로 안전율의 확률밀도함수와 파괴확률을 결정하게 된다(Tobutt, 1982). 이러한 방식의 확률기법은 사면안정의 판단기준인 임계 활동면 안전율의 신뢰성에 대한 보다 정확한 확률정보를 제공할 수는 있다. 그러나, 일반적으로 현장에서 각 지반 강도정수들에 대해 매년 엄청난 규모의 지반조사를 통하여 정확한 확률분포를 구한다는 것이 사실상 불가능하며 Simulation을 통해 최종결과를 얻기까지 지나치게 많은 시간 필요하다는 단점이 있다. 이와 같은 단점 때문에 토목공학 실무에서는 Monte-Carlo Simulation과 같은 정밀확률해석 보다는 짧은 시간 안에 문제해결이 가능한 공학적 근사확률해석 기법들을 사용하는 것이 일반화되게 되어 있다. 공학적 실무에서 가장 널리 적용되는 근사 확률해석기법으로는 Mean Value First Order Second Moment(MVFOSM) Method와 Point Estimate Method (PEM)를 들 수 있다. 이들 기법들은 확률변수 개개의 확률밀도함수에 대한 정의 없이 각 변수들의 기댓값과 표준편차만을 고려한다.

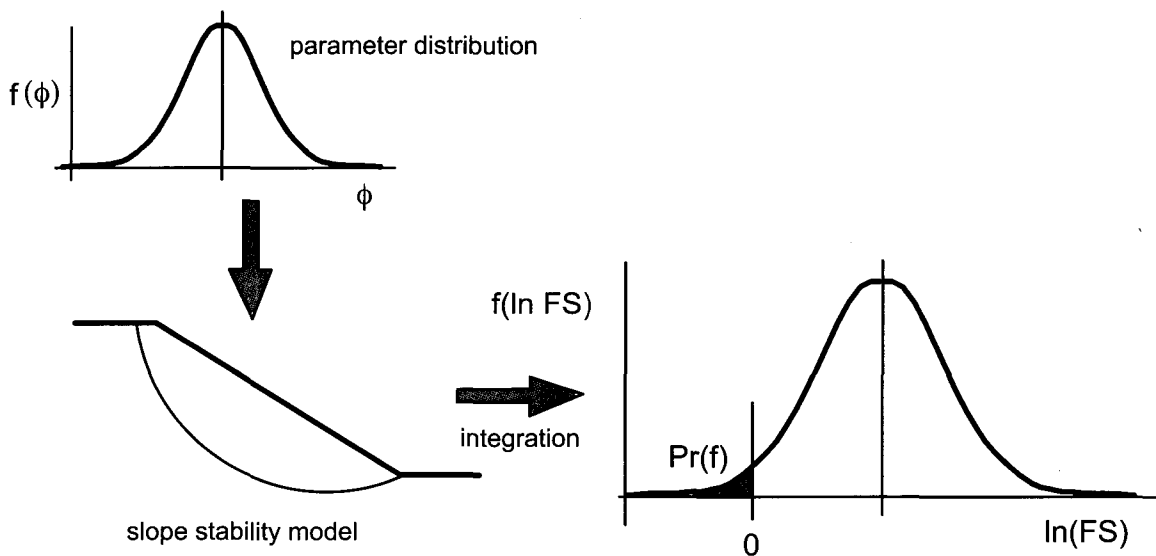


그림 2. 사면안정에 대한 파괴확률 개념도 (Wolff, 1995)

### 3.2.1 Mean Value First Order Second Moment (MVFOSM) Method

위에서도 언급하였듯이 사면안정해석에서 안전율은 가장 흔히 사용되는 사면안정의 판단기준이며 이것은 지반의 내부마찰각, 점착력과 같이 확률적 분포를 갖는 지반강도정수들의 함수이다. 이 안전율 함수를 Taylor 급수로 전개하여 1차항까지만 표시하고 각 지반강도의 확률변수의 기댓값(E[FS])에 대하여 풀면 다음과 같이 안전율의 기댓값을 얻을 수 있다.

$$E[FS]=FS(E[X_1],E[X_2],\dots,E[X_n]) \quad (4)$$

여기서,  $[X_i]$ 는 지반강도의 확률변수.

안전율의 표준편차( $\sigma_{FS}$ )는 다음과 같이 구하여질 수 있다.

$$\sigma_{FS}^2 = \sum \left[ \left( \frac{\partial FS}{\partial X_i} \right)^2 \sigma_{X_i}^2 \right] + 2 \sum \left[ \left( \frac{\partial FS}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial FS}{\partial X_j} \right) \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \rho_{X_i, X_j} \right] \quad (5)$$

여기서,  $\rho_{X_i, X_j}$ 는 지반강도 확률변수들 사이의 상관계수

식 (5)에서 우변의 첫 번째 항은 안전율의 표준편차에 대하여 각 지반강도 확률변수가 기여하는 정도를 의미하는 것으로서 각 지반강도 확률변수들이 전체 사면안정 안전율의 불확실성에 미치는 영향을 파악할 수 있다. 두 번째 항은 지반강도 확률변수간의 상관관계가 안전율의 표준편차에 미치는 영향을 의미하며 각 변수들간의 상관관계에 따라 전체 안전율의 표준편차를 보정하게 된다. 일반적인 결정론적 사면안정해석 프로그램을 이용할 경우 식 (5)에서 보이는 편미분항은 다음과 같은 차분법에 의하여 계산될 수 있다.

$$\frac{\partial FS}{\partial X_i} = \frac{FS(X_{i+}) - FS(X_{i-})}{X_{i+} - X_{i-}} \quad (6)$$

여기서,  $X_{i+}$  또는  $X_{i-} = X_i \pm \Delta$  ( $\Delta \cong 0$ )

보다 정확한 계산을 위하여 기댓값에 더해지거나 감해지는  $\Delta$ 에 크기에 대하여 미 공병단에서는 실용적인 면을 고려하여 각 변수들의 표준편차만큼을 제안하고 있다(U.S. COE, 1999).  $\Delta$ 에 표준편차를 대입하게 되면 식 (6)은 다음과 같이 단순화된다.

$$\sigma_{FS}^2 = \sum \left[ \frac{FS(X_{i+}) - FS(X_{i-})}{2} \right]^2 \quad (7)$$

따라서, 입력되는 지반강도의 확률변수가 n개일 때 MVFOSM에 의하여 사면안정 안전율의 평균과 표준편차를 구하기 위해서는 (2n+1)회의 결정론적 사면안정해석의 수행이 필요하다.

### 3.2.2 Point Estimate Method(PEM)

이 방법은 1975년 Rusenblueth에 의하여 최초로 제안된 근사확률해석기법으로 MVFOSM에서와 마찬가지로 확률변수 개개의 기댓값과 표준편차만을 이용하여 사면안정 안전율의 기댓값과 표준편차를 근사적으로 계산한다. 그러나 PEM은 MVFOSM과는 틀리게 각 확률변수들의 기댓값에 대하여 근사해석을 하는 것이 아니라 변수의 기댓값에 대하여 일정 변위만큼을 더하고 감한 값들의 모든 가능한 조합을 구성하여 각 조합에 따른 FS 값들을 계산하여 최종적인 E[FS]와  $\sigma_{FS}$ 를 구한다. 이 과정을 보다 구체적으로 표현하면 다음과 같다.

$$E[FS] = \sum (P_{X_1 \pm} P_{X_2 \pm} \dots P_{X_n \pm}) FS(X_{1 \pm}, X_{2 \pm}, \dots, X_{n \pm}) \quad (8)$$

$$E[FS^2] = \sum (P_{X_1 \pm} P_{X_2 \pm} \dots P_{X_n \pm}) FS^2(X_{1 \pm}, X_{2 \pm}, \dots, X_{n \pm}) \quad (9)$$

$$\sigma_{FS}^2 = E[FS^2] - (E[FS])^2 \quad (10)$$

여기서,  $P_{X \pm}$ 는 확률가중치로서 확률변수가 1개이고 확률변수의 밀도함수가 대칭을 이루는 경우는  $P_{X+}=P_{X-}=0.5$ , 확률변수가 2개이고 각 변수들의 밀도함수가 대칭을 이루는 경우는  $P_{X1+}=P_{X1-}=P_{X2+}=P_{X2-}=0.25$ 가 된다. 두 개의 확률변수가 서로 상관관계를 가지는 경우의 확률가중치는 다음과 같이 상관관계를 고려하여 수정된다.

$$P_{i+j-} = P_{i-j+} = (P_{i-})(P_{j+}) - \frac{\rho}{4} \quad (11)$$

$$P_{i+j+} = P_{i-j-} = (P_{i+})(P_{j+}) + \frac{\rho}{4} \quad (12)$$

일반적으로 사면과 같은 토목구조물의 해석시 기댓값에 더하고 감해지는 변위량은 표준편차 크기로서 규정한다(U.S. COE 1999). 입력되는 지반강도의 확률변수가 n개를 가지고 PEM에 의하여 사면안정의 안전율을 구하고자 하면 2<sup>n</sup>회의 결정론적 사면안정 해석이 수행되어야 한다.

### 3.2.3 MVFOSM과 PEM의 비교

위의 설명에서 보듯이 PEM에 의한 근사확률해석은 MVFOSM과 달리 많은 회수의 계산과정이 필요하기 때문에 동시에 많은 확률변수들이 입력되어 계산되어야 하는 경우에는 훨씬 긴 계산시간이 필요하다. 따라서, 사용하고자 하는 사면안정기법내의 지배방정식의 비선형 정도가 그다지 크지 않을 경우에는 MVFOSM에 의한 근사확률해석이 사용하는 것이 보다 효율적이다. MVFOSM은 또한 안전율의 표준편차를 계산하는 과정에서 각 지반강도의 불확실성이 안전율의 불확실성에 얼마나 영향을 미치는지를 정량화하는 것이 가능하다. 그러나, 지배방정식의 비선형성이 심할 경우에는 보다 넓은 지반강도의 확률변위를 사용하여 보다 많은 경우의 지반강도 확률변수 조합을 이용하는 PEM에 의한 근사확률해석을 통해 보다 정확한 안전율의 확률변수를 얻을 수 있을 것이다.

### 3.3 신뢰지수

이론적으로 사면의 임계활동면에 대한 파괴확률은 안전율에 대한 확률밀도함수를 구하고 한계상태(FS=1) 보다 낮은 값을 갖게 되는 확률밀도면적을 구하여 결정된다. 그러나, 확률밀도함수를 정확히 구하기 위한 정밀 확률해석기법이 아닌 공학적 근사확률해석 기법을 사

용하여 임계활동면 안전율의 기댓값과 표준편차만을 구하게 되는 실용적인 확률적 사면안정해석에서 파괴확률은 다음과 같은 신뢰지수라는 개념을 통해서 간접적으로 결정될 수 있다.

$$\beta = \frac{E[FS]-1}{\sigma_{FS}} \quad (13)$$

사면안정의 안전율이 정규확률분포를 따른다면 파괴확률은 다음과 같이 구해진다.

$$\Pr(f) = \Phi(-\beta) = \int_{-\infty}^{-\beta} g(z) dz \quad (14)$$

여기서,  $\Pr(f)$  = 파괴확률,  $\Phi(-\beta)$  = 표준정규분포를 따르는 확률밀도함수에서  $-\infty$ 부터  $-\beta$  사이의 확률면적,  $g(z)$  = 사면안정의 안전율의 상태함수

만약 대규모 사면과 같이 넓이 지역에서 지반강도정수가 확률적으로 변동이 크게되면 사면안정에 대한 안전율은 큰 확률 변화를 가질 수 있는데 이런 경우에는 안전율이 로그정규분포를 따른다고 가정하는 것이 타당하다. 이 경우 한계상황은  $\ln(FS)=0$ 으로서 규정되며 신뢰지수는 다음과 같이 구해진다.

$$\beta = \frac{E[\ln(FS)]}{\sigma_{\ln FS}} \quad (15)$$

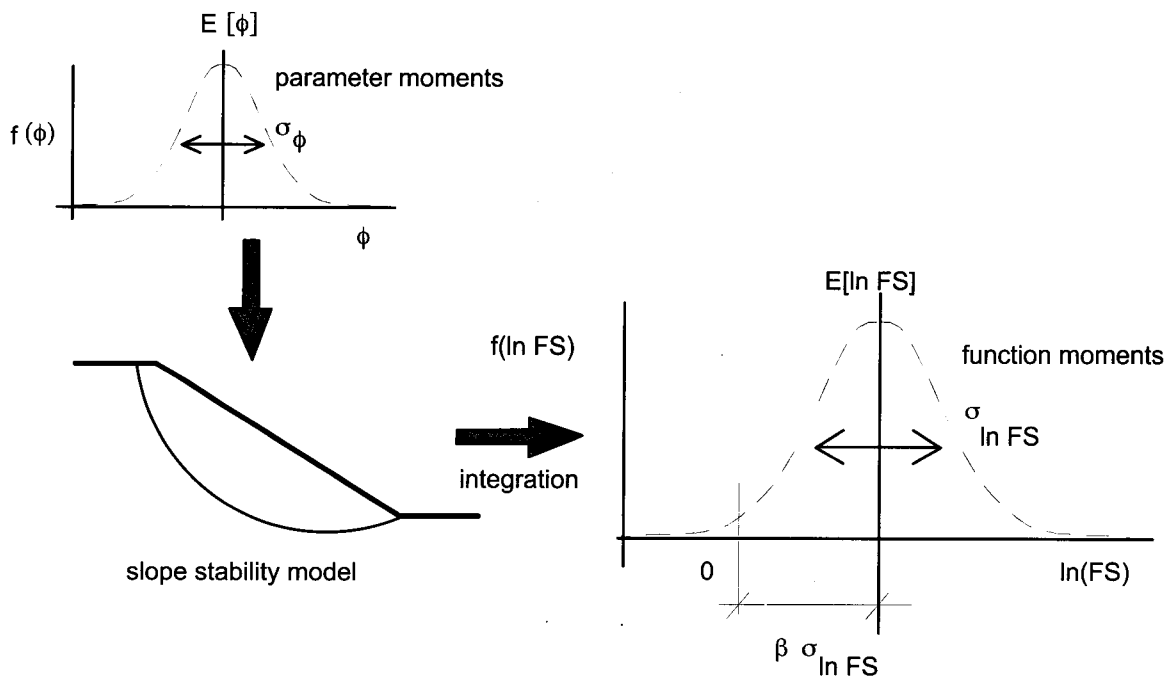


그림 3. 사면안정해석에 신뢰지수의 개념도 (Wolff, 1995)

그림 3은 이와 같은 로그정규분포를 갖는 안전율에 대하여 신뢰지수를 구하는 과정을 개념적으로 보여주고 있다. 토목공학 실무에서 신뢰지수는 입력변수의 불확실성이 대상구조물의 안정에 대한 신뢰성에 미치는 영향을 효과적으로 판단할 수 있는 편리하면서도 합리적인 척도로서 훌륭히 사용될 수 있다.

#### 4. 확률론적 사면안정해석기법 사례분석

##### 4.1 공학적 확률기법 및 신뢰지수 개념을 적용한 결정론적 사면안정해석 기법

위에서 설명한 MVFOSM과 PEM을 4개의 각기 다른 결정론적 사면안정해석 기법에 적용하여 임계 활동면의 안전율에 대한 기댓값( $E[FS]$ )과 표준편차( $\sigma_{FS}$ )를 구한 후 한계상황을  $\ln(FS)=0$ 으로 하여 신뢰지수를 구하는 것이 본 확률론적 사면안정해석기법의 골격이 된다. 일단, 공학적 확률기법을 통하여  $E[FS]$  및  $\sigma_{FS}$ 를 구하게 되면 다음과 같이  $E[\ln(FS)]$  및  $\sigma_{\ln(FS)}$ 를 구하게 된다.

$$E[\ln(FS)] = \ln(E[FS]) - \frac{\sigma_{FS}^2}{2} \quad (16)$$

$$\sigma_{\ln FS} = \sqrt{\ln(1 + V_{FS}^2)} \quad (17)$$

여기서,

$$V_{FS} = \frac{\sigma_{FS}}{E[FS]} \quad (18)$$

신뢰지수는 최종적으로 식 (15)에 의해 구하게 된다.

#### 4.2 해석결과 및 고찰

그림 1과 같은 제방에 대하여 UTEXAS 3를 사용하여 Bishop's Simplified Method, Modified Swedish Method, Lowe and Karafiath Method, 및 Spencer's Method 등 총 4개의 결정론적 사면안정해석기법을 이용한 사면안정해석을 실시하여 얻은 임계활동면은 그림 4와 같이 나타난다. Modified Swedish Method는 절편측면에서 작용하는 힘의 작용방향이 수평( $\beta = 0^\circ$ )인 경우와 사면의 경사각( $\beta = 18.43^\circ$ )과 동일한 경우로 나누어 사면안정해석을 실시하였다. 그림에서 보는 바와 같이 Modified Swedish Method( $\beta = 18.43^\circ$ )는 Bishop's Simplified Method와 거의 동일한 임계 활동면을 예측하고 있는 반면 Modified Swedish Method( $\beta = 0^\circ$ )는 Spencer's Method 및 Lowe and Karafiath Method와 유사한 임계 활동면을 예측하고 있다. Modified Swedish Method( $\beta = 0^\circ$ ), Bishop's Simplified Method, Spencer's Method는 유사한 최소 안전율을 보여주고 있어 결정론적 사면안정해석 관점에서는 이들 방법에 의한 임계 활동면중의 하나가 최종 임계 활동면으로 결정되어야 한다. 그러나, 최소 안전율이 아닌 최소 신뢰지수를 갖는 즉, 최대 파괴확률을 갖는 활동면이 지반강도정수의 불확실성과 사면안정해석의 기본원리에 따라 결정된 진정한 의미의 임계 활동면으로 간주해야 되는 것이 타당할 것이다. 따라서, 본 연구에서는 최종적으로 위에서 언급한 4개의 결정론적 사면안정 해석기법에 MVFOSM 및 PEM을 적용하여 사면안정 안전율에 대한 신뢰지수를 계산하고 최소 신뢰지수를 갖는 활동면을 찾고자 하였다. 최소 신뢰지수를 갖는 임계 활동면을 찾는 과정은 다음과 같은 단계를 거쳐 수행된다.

표 2. MVFOSM 의한 확률론적 사면안정해석을 위한 지반강도 확률변수조합

	$\phi_1$	$c_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$c_3$
Case 1	15°	23.94kN/m <sup>2</sup>	35°	25°	47.88kN/m <sup>2</sup>
Case 2	17°	23.94kN/m <sup>2</sup>	35°	25°	47.88kN/m <sup>2</sup>
Case 3	13°	23.94kN/m <sup>2</sup>	35°	25°	47.88kN/m <sup>2</sup>
Case 4	15°	28.73kN/m <sup>2</sup>	35°	25°	47.88kN/m <sup>2</sup>
Case 5	15°	19.15kN/m <sup>2</sup>	35°	25°	47.88kN/m <sup>2</sup>
Case 6	15°	23.94kN/m <sup>2</sup>	38°	25°	47.88kN/m <sup>2</sup>
Case 7	15°	23.94kN/m <sup>2</sup>	32°	25°	47.88kN/m <sup>2</sup>
Case 8	15°	23.94kN/m <sup>2</sup>	35°	27.5°	47.88kN/m <sup>2</sup>
Case 9	15°	23.94kN/m <sup>2</sup>	35°	22.5°	47.88kN/m <sup>2</sup>
Case 10	15°	23.94kN/m <sup>2</sup>	35°	25°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 11	15°	23.94kN/m <sup>2</sup>	35°	25°	28.73kN/m <sup>2</sup>

표 3. PEM 의한 확률론적 사면안정해석을 위한 지반강도 확률변수조합

	$\Phi_1$	$C_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$	$C_3$
Case 1	17°	28.73kN/m <sup>2</sup>	38°	27.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 2	17°	28.73kN/m <sup>2</sup>	38°	27.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 3	17°	28.73kN/m <sup>2</sup>	38°	22.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 4	17°	28.73kN/m <sup>2</sup>	38°	22.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 5	17°	28.73kN/m <sup>2</sup>	32°	27.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 6	17°	28.73kN/m <sup>2</sup>	32°	27.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 7	17°	28.73kN/m <sup>2</sup>	32°	22.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 8	17°	28.73kN/m <sup>2</sup>	32°	22.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 9	17°	19.15kN/m <sup>2</sup>	38°	27.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 10	17°	19.15kN/m <sup>2</sup>	38°	27.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 11	17°	19.15kN/m <sup>2</sup>	38°	22.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 12	17°	19.15kN/m <sup>2</sup>	38°	22.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 13	17°	19.15kN/m <sup>2</sup>	32°	27.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 14	17°	19.15kN/m <sup>2</sup>	32°	27.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 15	17°	19.15kN/m <sup>2</sup>	32°	22.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 16	17°	19.15kN/m <sup>2</sup>	32°	22.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 17	13°	28.73kN/m <sup>2</sup>	38°	27.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 18	13°	28.73kN/m <sup>2</sup>	38°	27.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 19	13°	28.73kN/m <sup>2</sup>	38°	22.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 20	13°	28.73kN/m <sup>2</sup>	38°	22.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 21	13°	28.73kN/m <sup>2</sup>	32°	27.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 22	13°	28.73kN/m <sup>2</sup>	32°	27.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 23	13°	28.73kN/m <sup>2</sup>	32°	22.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 24	13°	28.73kN/m <sup>2</sup>	32°	22.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 25	13°	19.15kN/m <sup>2</sup>	38°	27.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 26	13°	19.15kN/m <sup>2</sup>	38°	27.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 27	13°	19.15kN/m <sup>2</sup>	38°	22.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 28	13°	19.15kN/m <sup>2</sup>	38°	22.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 29	13°	19.15kN/m <sup>2</sup>	32°	27.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 30	13°	19.15kN/m <sup>2</sup>	32°	27.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>
Case 31	13°	19.15kN/m <sup>2</sup>	32°	22.5°	67.03kN/m <sup>2</sup>
Case 32	13°	19.15kN/m <sup>2</sup>	32°	22.5°	28.73kN/m <sup>2</sup>

- ① 표 2와 표 3에서 보듯이 확률변수들의 기댓값에 표준편차만큼을 더하거나 감하여 ( $E[X_i] \pm \sigma[X_i]$ ) 입력 변수 조합을 만든다. (MVFOSM은 2n+1개, PEM은 2<sup>n</sup>개의 조합이 만들어 질 것이다.)
- ② 각각의 조합을 입력변수로 하여 4개의 각기 다른 결정론적 사면안정해석을 실시한 후, MVFOSM과 PEM을 적용하여 각 결정론적 해석의 결과로 얻어진 임계 활동면의 안전율에 대한 신뢰지수들을 계산한다.
- ③ 구해진 신뢰지수들의 대소를 비교하여 가장 적은 신뢰지수가 나온 결정론적 사면안정 해석기법에 의해 구하여진 임계 활동면을 최소신뢰지수 또는 최대파괴확률을 갖는 임계 활동면으로 규정한다.

표 4는 위에서 설명한 과정을 사용하여 그림 1 및 표 1에서 제시한 제방사면의 안정에 대한 확률적 해석 및 최소신뢰지수를 갖는 임계 활동면 추정결과를 요약한 것이다. 표에서 보듯이 본 연구에서 사용된 결정론적 사면해석기법들은 비슷한 안전율 기댓값과 신뢰지수를 예측하였다. Modified Swedish Method(Beta=0°)가 가장 낮은 신뢰지수를 나타냈는데 Modified Swedish Method (Beta=18.43°)와 비교하여 볼 때 동일한 기법이라도 절편 측면에서 작용하는 힘(Interslice Force)의 작용방향에 따라 안전율은 별 차이가 아닐 수도 있지만 신뢰지수는 크게 차이가 나타날 수 있음을 확인하였다. 이것은 절편측면에 작용하는 힘의 방향에 따라 지반강도의 확률적 변



표 4. 확률론적 사면안정해석 결과 요약

Methods	MVFOSM			PEM		
	$E[\ln(FS)]$	$\sigma_{\ln(FS)}$	$\beta$	$E[\ln(FS)]$	$\sigma_{\ln(FS)}$	$\beta$
Spencer	0.495	0.084	5.93	0.495	0.084	5.86
Bishop	0.495	0.089	5.54	0.495	0.092	5.39
Corps' (Beta = 0°)	0.492	0.116	4.24	0.492	0.120	4.1
Corps' (Beta = 18.43°)	0.533	0.080	6.70	0.533	0.081	6.62
Lowe	0.511	0.084	6.11	0.511	0.084	6.04

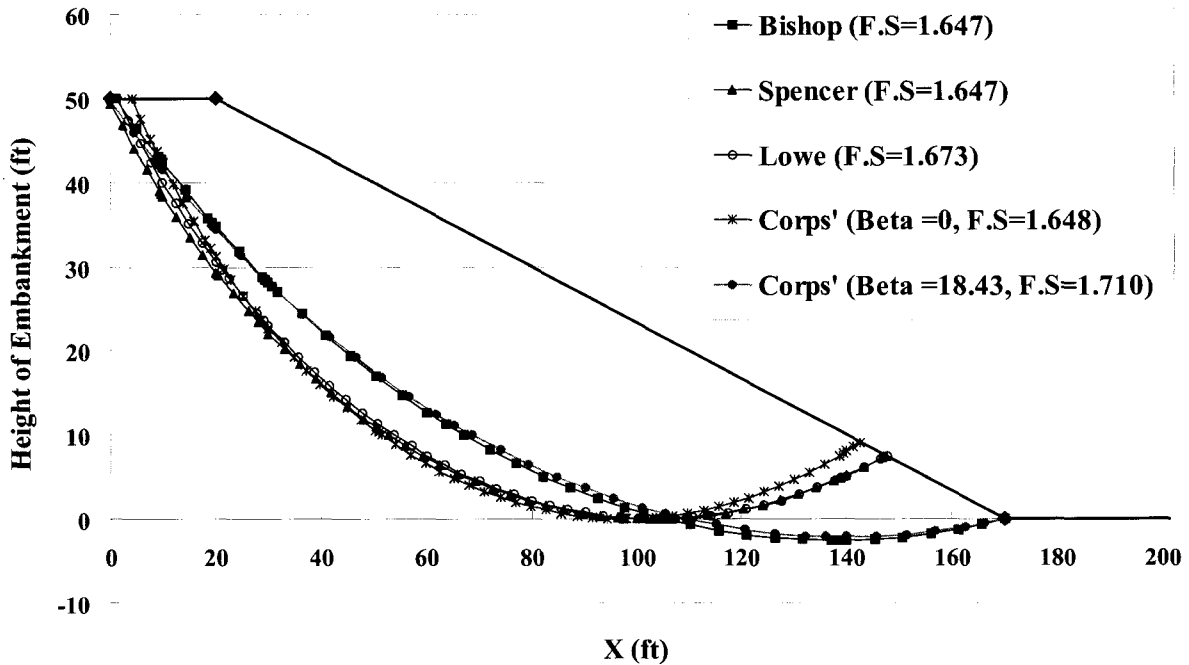


그림 4. 결정론적 사면해석기법들을 이용해 결정한 임계 활동면

화가 사면안정의 안전율의 확률적 변화의 폭에 상당히 큰 영향을 줄 수 있음을 의미한다. 그림 4에서 보듯이 절편측면에서 작용하는 힘의 작용방향에 따라 임계 활동면의 위치는 크게 달라질 수 있으며 만약 결정론적 사면안정해석기법에만 의존하여 Bishop's Simplified Method에 의한 임계 활동면을 최종적으로 선택하였다면 정작 활동파괴의 가능성이 확률적으로 가장 높은 Modified Swedish Method(Beta=0°)의 활동면은 무시하게 되는 상황이 발생할 수 있게 된다. 이렇듯 결정론적 사면안정해석기법에 확률적 해석기법을 연결시켜 사면안정의 안전율을 확률변수로 나타내고 파괴확률이 가장 높은 임계 활동면을 찾아냄으로서 혹시 발생할지도 모르는 사면안정해석의 오류를 미연에 방지하는 방안을 강구하는 것은 대단히 중요한 의미를 지닌다.

표 4에서 보듯이 MVFOSM과 PEM 두 방법에 의한

신뢰지수가 그다지 큰 차이를 보이지 않고 있으나 PEM을 통해 얻은 사면안정의 최소신뢰지수들은 MVFOSM을 통해 얻은 것들보다 약간 낮은 값을 보이고 있다. 이것은 PEM이 MVFOSM처럼 각 지반강도 확률변수들의 기댓값에 대하여 결정론적 사면안정해석 모형을 직선화시켜 사면안정 안전율의 기댓값과 표준편차를 구하는 것이 아니라 확률변수 사이의 다양한 조합을 통해 보다 넓은 범위에서 확률변화를 고려하여 기댓값과 안전율을 구함으로서 사면안정해석 모형의 비선형 성질을 보다 잘 고려할 수 있기 때문이다. 사면을 구성하는 지반의 종류가 다양하여 많은 지반강도 확률변수가 사용되어 사면안정해석 지배방정식의 비선형도가 높아질 가능성이 있는 경우에는 PEM을 사용하는 것이 보다 정확한 해석을 유도할 수 있다. 하지만 본 사례분석에서도 보듯이 비록 정확도의 차이는 있지만 두 확률기법들에 의한 사면해석이

실질적으로 동일한 임계 활동면에 의한 파괴가능성을 예측한다면 해석시간이 적게 드는 MVFOSM이 실무적인 관점에서 보다 효율적인 방법이라고 판단된다.

## 5. 결 언

본 연구에서는 기존의 결정론적 사면안정해석기법에 공학에서 널리 이용되는 근사확률기법을 결합시킨 확률론적 사면안정해석기법을 소개하였고 실제 사례분석을 통하여 본 확률론적 사면안정해석기법이 갖는 장점들을 설명하였다. 본문에서 언급한 본 연구로부터 얻은 결과와 해석을 요약하면 다음과 같다.

- (1) Monte-Carlo Simulation과 같은 정밀 확률해석기법들이 입력 지반강도 확률변수의 확률밀도함수와 같은 현장에서 구하는 것이 거의 불가능한 확률정보를 요구하는 것과는 달리 본 연구에서 소개한 MVFOSM, PEM과 같은 공학적 확률기법들은 지반강도 확률변수의 기댓값과 표준편차만을 이용하여 근사적으로 사면 활동에 대한 안전율의 기댓값과 표준편차를 구할 수 있다. 따라서, 실제 현장에서 얻는 것이 가능한 지반강도 확률변수들에 대한 정보만을 활용하면 서도 합리적으로 사면 활동 및 파괴에 대해 예측하는 것이 가능하다.
- (2) 임계 활동면 안전율의 기댓값과 표준편차만을 구하게 되는 실용적인 확률적 사면안정해석에서는 파괴 확률을 직접적으로 구하기보다는 신뢰지수 개념을 도입하여 입력 지반강도 확률변수의 불확실성이 전체 사면 안정의 신뢰성에 미치는 영향을 판단하는 것이 보다 편리하면서도 합리적인 방법이다. 기존의 결정론적 기법을 통해 얻게 되는 사면안정의 안전율과 확률론적 기법을 통해 얻게 되는 신뢰지수를 통해 보다 종합적인 사면안정해석이 가능할 것으로 판단된다.
- (3) 결정론적 해석기법에만 근거한 사면안정해석 결과는 사면안정의 안전율이 갖는 불확실성을 고려하지 못하여 파괴확률이 가장 높은 임계 활동면을 예측하지 못하는 경우가 발생할 수 있음이 사례연구를 통하여 규명되었다. 본 연구에서는 이에 대한 대안으로 다음과 같은 단계를 통하여 가장 높은 파괴확률을 갖는 임계 활동면을 추적하는 방법을 수립하였다.
  - 1단계 : 입력되는 지반강도 확률변수들의 기댓값과

표준편차를 고려하여 다양한 지반강도 입력변수 조합을 설정한 후

2단계 : 여러 결정론적 사면해석기법에 따라 해석을 실시하고 각 기법마다 임계 활동면의 안전율에 대한 신뢰지수를 구한다.

3단계 : 신뢰지수간의 대소를 비교하여 최소신뢰지수 또는 최대파괴확률을 갖는 임계 활동면을 찾아낸다.

- (4) PEM이 MVFOSM에 비해 보다 정확한 확률해석이 가능하나 사면안정해석에서 실질적으로 동일한 임계 활동면에 의한 파괴가능성을 예측한다면 해석시간이 적게 드는 MVFOSM이 실무적인 관점에서 보다 효율적인 방법이라고 판단되었다.

## 감사의 글

본 논문은 한국과학기술부, 한국과학기술재단에서 지원한 첨단도로연구센터의 연구수행 결과입니다.

## 참 고 문 헌

1. Ang, A. H.-S. and Tang, W.H. (1975), Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Volume I: Basic Principles, John Wiley and Sons, New York.
2. Ang, A. H.-S. and Tang, W.H. (1984), Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Volume II: Decision, Risk, and Reliability, John Wiley and Sons, New York.
3. Edris, E.v., Jr. and Wright, S.G. (1993), User's Guide: Utxas 3 slope stability package: Volume 4 - User's Manual, U.S. Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS.
4. Harr, M.E. (1987), Reliability-based design in civil engineering, McGraw-Hill, New York.
5. Li, K.S. and Lumb, P. (1987), "Probabilistic design of slopes", Canadian Geotechnical Journal, Vol.24, pp.520-535.
6. Rosenblueth, E. (1975), "Point estimates for probability moments", Proc. National Academy of Science, USA, Vol.72, No.10.
7. Tobutt, D.C. (1982), "Monte-Carlo Simulation for Slope Stability", Computer and Geoscience, Vol.8(2), pp.199-209.
8. U.S. COE (1992), "Reliability assessment of navigation structures: Stability assessment of existing gravity structures", Engineer Technical Letter No.1110-2-310, Department of the Army, Corps of Engineers, CECW-ED, 31 December, 1993.
9. U.S. COE (1999), "Risk-Based Analysis in Geotechnical Engineering for Support of Planning Studies", Engineer Technical Letter No.1110-2-556, Department of the Army, Corps of Engineers, CECW-EG, 28, May, 1999.
10. Wolff, T.F. (1995), Geotechnical reliability of dam and levee embankments, Research report, Michigan State University, for U.S. Army Corps of Engineers.

(접수일자 2002. 8. 28, 심사완료일 2002. 10. 23)