

# 직접미분 설계민감도 해석을 이용한 박판금속성형 공정변수 최적화 (I) -설계민감도 해석-

김 세 호\* · 허 훈†

(2001년 12월 28일 접수, 2002년 8월 7일 심사완료)

## Optimum Design of the Process Parameter in Sheet Metal Forming with Design Sensitivity Analysis Using the Direct Differentiation Approach (I) -Design Sensitivity Analysis-

Se-Ho Kim and Hoon Huh

**Key Words :** Elasto-plastic Finite Element Method(탄소성 유한요소법), Design Sensitivity Analysis (설계민감도 해석), Sheet Metal Forming Process (박판성형공정)

### Abstract

Design sensitivity analysis scheme is proposed in an elasto-plastic finite element method with explicit time integration using a direct differentiation method. The direct differentiation is concerned with large deformation, the elasto-plastic constitutive relation, shell elements with reduced integration and the contact scheme. The design sensitivities with respect to the process parameter are calculated with the direct analytical differentiation of the governing equation. The sensitivity results obtained from the present theory are compared with that obtained by the finite difference method in a class of sheet metal forming problems such as hemi-spherical stretching and cylindrical cup deep-drawing. The result shows good agreement with the finite difference method and demonstrates that the proposed sensitivity calculation scheme is applicable in the complicated sheet metal forming analysis and design.

### 기호설명

- M** : 질량행렬
- F<sub>int</sub>** : 내력 벡터
- F<sub>ext</sub>** : 외력 벡터
- f<sub>s</sub>** : 종속절점의 접촉력
- p** : 설계변수 벡터

### 1. 서론

역학문제에서 어떤 시스템에 대한 변수의 영향을 알아보거나 설계 최적화 문제를 해석하기 위하

여 설계민감도해석을 이용하고 있다. 설계민감도 해석은 현재 기계공학의 여러 분야에 광범위하게 활용되고 있으며, 실제 산업현장에서도 유용한 결과를 얻고 있다.

1980년대 중반 이후에 비선형 고체역학 분야에 서 일반적으로 적용될 수 있는 설계민감도 해석에 관한 연구가 수행되기 시작한 이후에 최근 들어서는 비선형 고체역학 분야에서 광범위하게 연구가 진행되고 있다.

설계민감도 해석의 방법은 일반적으로 유한차분법, 보조변수법, 직접미분법으로 나눌 수 있다. 유한차분법은 매우 근접한 두 값을 가지는 설계변수로 직행문제를 해석하고 구해진 해의 차이로 설계민감도를 계산하는 방법이다. 유한차분법 사용시에 별다른 이론이 필요하지 않은 장점이 있으나 직행문제를 많은 횟수로 계산을 하여야 하고 변수의 차이를 잘못 선정할 경우 민감도의 오차가 발

\* 회원, 현대자동차㈜ 선행해석팀

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : hhuh@kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3222 FAX: (042)869-3210

생한다. 보조 변수법은 보조변수와 행렬을 이용하여 목적함수의 민감도를 계산하는 방법이다. 보조 변수법은 대량의 계산이 요구되는 이력 의존문제에서는 상당한 문제가 발생한다고 알려져 있다. 직접미분법은 민감도를 계산하기 위하여 직행문제의 지배방정식을 해석적으로 미분하는 방법이다. 이 방법은 비선형 문제에 적용이 용이하므로 본 논문의 이론으로 사용하였다.

소성역학 문제에서는 Lee 등<sup>(1)</sup>이 직접미분법을 사용하여 증분해석에서의 민감도 수식화를 수행하였으며, 구성방정식을 적분하기 위하여 외연적 방법을 사용하였다. 1990년대 후반부터 자동차 구조물 등의 충돌에 관한 관심이 커지며 동적 충돌에 대한 민감도 해석에 관한 연구가 시작되고 있다. Cho와 Choi<sup>(2)</sup>는 1차원 보요소에 관하여 민감도 수식화를 하였고, 충돌 구조물의 형상 최적화를 수행하였다.

박판성형 분야에서 민감도 해석을 이용한 공정 변수 최적화는 1990년대 중반부터 활발히 연구가 진행되고 있다. Zabarás 등<sup>(3)</sup>은 연속체적 라그랑지 관점에서 형상 민감도 해석을 수행하였고, 단조시 예비 성형체의 형상을 설계하였다. Ghouati와 Gelin,<sup>(4)</sup> Kleiber 등<sup>(5)</sup>은 일반적인 성형공정의 유한 요소해석 시에 민감도를 계산하였다. Yang 등<sup>(6)</sup>은 하이드로포밍 공정의 최적화를 위한 설계민감도 해석을 수행하였다.

본 논문에서는 외연적 탄소성 유한요소 수식화를 이용한 해석에서의 민감도 해석을 수행하였다. 유한요소로는 대변형을 고려한 셀요소를 이용하였고, 평면이방성이 고려된 소성 구성방정식, 마찰 접촉을 고려하여 수식화하였다. 개발한 민감도 해석 프로그램을 이용하여 박판성형공정의 예제들을 해석하여 제안한 민감도 수식화의 타당성과 정확성을 검증하였다. 특히 성형공정 시에 발생하는 파단 또는 주름발생 시에 제안한 수식화가 정확한지에 관한 검토를 수행하였다.

## 2. 이 론

### 2.1 외연적 탄소성 유한요소 수식화

본 논문에서는 대변형, 탄소성 구성방정식 및 복잡한 접촉을 고려하기 위한 유한요소 수식화로 개량 라그랑지 방식의 수식화를 이용하였다. 또한, 외연적 시간적분을 위하여 중앙차분법을 이용하였다. 본 연구의 대상은 주로 박판의 변형문제이므로 Belytschko-Lin-Tsay 셀요소<sup>(7)</sup>를 이용하였고, 무에너지 모드를 방지하기 위하여 Flanagan과 Belytschko<sup>(8)</sup>가 제안한 인공강성계수법을 사용하였다.

평형방정식을 유한요소 수식화하고 외연적 적분법을 이용하면 시간  $t^n$ 에서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}^n \mathbf{a}^n = \mathbf{F}_{ext}^n - \mathbf{F}_{int}^n \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{M}^n$ ,  $\mathbf{F}_{ext}^n$ ,  $\mathbf{F}_{int}^n$ 는 각각 질량행렬, 외력벡터 내력벡터이며, 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\mathbf{M}^n = \int_V \rho N^T N dV \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_{int}^n = \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}^n dV \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_{ext}^n = \int_V \rho N^T \mathbf{b}^n dV + \int_{\Gamma} N^T \mathbf{t}^n dS \quad (4)$$

이때,  $\boldsymbol{\sigma}^n$ 는 응력벡터이며,  $\mathbf{B}$ 는 유한요소 수식화에서 변형률-변위 관계를 나타내는 행렬이다.  $N$ 은 요소의 형상함수 행렬이며,  $\mathbf{a}^n, \mathbf{b}^n, \mathbf{t}^n$ 는 각각 절점에서의 가속도 벡터와 표면력 벡터 및 물체력 벡터를 나타낸다.

식 (3)의 내력벡터를 구하기 위하여는 셀요소에서의 탄소성 구성방정식을 고려한 응력의 적분이 필요하게 된다. 본 논문에서는 박판의 평면 이방성을 고려하기 위하여 Hill의 2차 항복식<sup>(9)</sup>을 고려한 응력의 적분을 수행하였고, 셀요소의 평면응력 조건을 만족시키기 위하여 Simo와 Taylor가 제안한 반경회귀법<sup>(10)</sup>을 이용하였다.

시간  $t^{n+1}$ 에서의 동적 평형 상태를 구하기 위하여 외연적 시간적분법인 중앙차분법을 사용하였다. 중앙차분법은 다음과 같은 식으로 표현되며 외연적 시간적분법 중 가장 효율적인 것으로 알려져 있다.

$$\mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}} = \mathbf{v}^{n-\frac{1}{2}} + \mathbf{a}^n (\Delta t^n + \Delta t^{n+1})/2 \quad (5)$$

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}} \Delta t^{n+1} \quad (6)$$

여기서,  $\mathbf{x}, \mathbf{v}$ 는 각각 절점의 좌표, 속도를 의미한다

본 논문에서는 접촉의 처리를 위하여 벌칙함수법을 이용하였다. 벌칙함수법은 접촉면의 수직방향으로 스프링을 부가하는 것과 같은 효과를 구현한다. 알고리즘이 간단하고 추가적인 변수를 필요로 하지 않기 때문에 내연적/외연적 방법 모두에 널리 사용되고 있다.

접촉시의 한쪽 면을 주접촉면, 그 상대쪽은 종속접촉면이라 정의하고, 어느 한쪽의 면에 속한

절점이 그 상대쪽 면에  $\delta$  만큼 침투하였다면 침투된 절점에 가해지는 접촉력은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_s = -\delta \mathbf{k} \mathbf{n} \quad (7)$$

이때, 아래 첨자  $s$  는 종속절점을 의미하며,  $\mathbf{n}$  은 접촉면의 수직벡터이다.  $k$  는 강성계수로 다음과 같이 계산된다.

$$k = f_s K_i A_i / D \quad (8)$$

여기서,  $K_i$  는 주접촉면을 포함하는 요소의 체적강성계수,  $A_i$  는 면적,  $D$  는 최대 대각선 길이를 의미한다.  $f_s$  는 상수로 박판성형 문제에서는 0.01 을 사용하였다.

### 2.2 민감도 해석

2.1절에서 기술한 수식을 바탕으로 직접미분법에 의한 행렬식의 해석적 미분을 수행하였다. 식 (1)로 표현되는 평형방정식을 설계변수  $\mathbf{p}$  에 관하여 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{d\mathbf{a}^n}{d\mathbf{p}} = \mathbf{M}^n \left( \frac{d\mathbf{F}_{sv}^n}{d\mathbf{p}} - \frac{d\mathbf{F}_{mi}^n}{d\mathbf{p}} - \frac{d\mathbf{M}^n}{d\mathbf{p}} \mathbf{a}^n \right) \quad (9)$$

물체력을 무시하고, 우변 각 항의 민감도는 식 (2), (3), (4)를 이용하여 다음과 같이 계산하였다.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{M}^n}{d\mathbf{p}} &= \int_V \rho \frac{dN^T}{d\mathbf{p}} N dV + \int_V \rho N^T \frac{dN}{d\mathbf{p}} dV \\ &+ \int_V \rho N^T N \frac{d(dV)}{d\mathbf{p}} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{F}_{mi}^n}{d\mathbf{p}} &= \int_V \frac{d\mathbf{B}^T}{d\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma}^n dV + \int_V \mathbf{B}^T \frac{d\boldsymbol{\sigma}^n}{d\mathbf{p}} dV \\ &+ \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}^n \frac{d(dV)}{d\mathbf{p}} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{d\mathbf{F}_{sv}^n}{d\mathbf{p}} = \int_{s_1} N^T \frac{d\mathbf{t}^n}{d\mathbf{p}} dS + \int_{s_1} N^T \mathbf{t}^n \frac{d(dS)}{d\mathbf{p}} \quad (12)$$

식 (11)에 표시된 내력의 민감도를 계산하기 위하여 셀요소에 관련된 변수와 평면이방성을 고려한 탄소성 구성방정식에 관련된 변수를 모두 해석적으로 미분하였다. 식 (9)로부터 구한 가속도의

민감도로부터 식 (5)와 식 (6)의 민감도 수식화를 통해 다음과 같이 속도와 변위의 민감도를 갱신할 수 있다.

$$\frac{d\mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}}}{d\mathbf{p}} = \frac{d\mathbf{v}^{n-\frac{1}{2}}}{d\mathbf{p}} + \frac{d\mathbf{a}^n}{d\mathbf{p}} (\Delta t^n + \Delta t^{n+1})/2 \quad (13)$$

$$\frac{d\mathbf{x}^{n+1}}{d\mathbf{p}} = \frac{d\mathbf{x}^n}{d\mathbf{p}} + \Delta t^{n+1} \frac{d\mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}}}{d\mathbf{p}} \quad (14)$$

접촉 수식화는 위에 기술한 방식과 동일한 방법으로 미분하여 다음과 같이 민감도 수식화를 하였다. 접촉력을 정의한 식 (7)을 미분하면 다음과 같이 나타내어진다.

$$\frac{d\mathbf{f}_s}{d\mathbf{p}} = -\frac{d\delta}{d\mathbf{p}} \mathbf{k} \mathbf{n} - \delta \frac{d\mathbf{k}}{d\mathbf{p}} \mathbf{n} - \delta \mathbf{k} \frac{d\mathbf{n}}{d\mathbf{p}} \quad (15)$$

식 (15)의 우변 민감도 항을 계산하기 위하여 접촉점  $(\xi, \eta)$  의 민감도가 필요하며 이는 접촉 탐색 과정에서 구할 수 있다.<sup>(11)</sup>

### 3. 민감도 해석

민감도 이론에 따라 작성된 프로그램의 정확도를 알아보기 위하여 예제들을 해석하였다. 해석은 주로 박판의 준정적 변형에 관련된 성형공정인 반구형 펀치인장, 원형컵 디프드로잉 공정, U 드로우 벤딩 공정에 관하여 직접미분법을 이용하여 민감도 해석을 수행하였고, 유한차분법의 결과와 정확도를 비교하였다. 박판변형에서 주로 사용되는 변형의 기준은 두께 분포, 주변형률 분포 및 응력 분포이므로 이 변수들의 민감도를 계산하였다. 또한, 박판성형공정 중에 발생하는 파단 및 주름을 제어하기 위한 정보로 민감도가 어떻게 활용될 수 있는가에 대하여 각각의 경우에 관하여 해석을 수행하고 민감도의 정확성 및 유용성을 검증하였다.

#### 3.1 반구형 펀치 인장공정의 설계민감도 해석

본 예제는 원형의 박판을 반구형 강체펀치로 인장변형하는 문제로서 박판성형공정에서 가장 단순한 공정이다. 초기 유한요소 격자형상은 Fig. 1 에 도시하였으며, 펀치에 가해지는 집중하중은 시간에 비례하여 부과하였다. 설계변수는 식 (16)의  $p$  를 사용하였다. 하중은 운동 에너지가 내부 변형 에너지보다 충분히 작도록 하여 준 정적상태를 유지하도록 부과하였다.

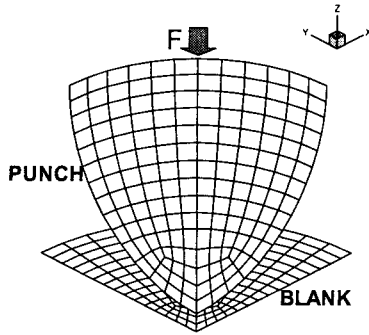


Fig. 1 Initial finite element mesh system for the analysis of the hemi-spherical punch stretching process

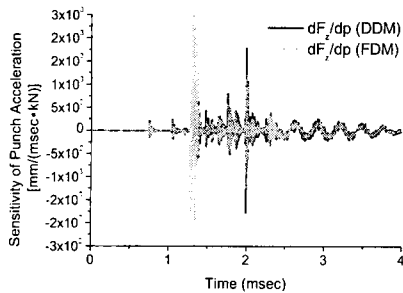


Fig. 2 Sensitivity of the rigid punch acceleration in the hemi-spherical punch stretching process

$$F = -2.5t = pt \text{ (kN)} \quad (16)$$

해석에 사용된 박판의 탄성계수는 200 GPa, 푸아송비는 0.3, 초기 두께는 1.0 mm이며, 재료는 등방성 탄소성을 만족한다고 가정하였다. 유동응력 곡선은  $\bar{\sigma} = 600(\bar{\epsilon}^n + 0.000903)^{0.274}$  MPa이다. 해석에서 시간증분은 해의 오차를 줄이기 위하여<sup>(2)</sup> 전해석 구간에서 일정한 값인  $2 \times 10^{-4}$  msec을 사용하였고, 8 msec까지 해석을 수행하였다.

Fig. 2에는 강체펀치의 가속도의 민감도를 도시하였다. 대체적인 경향은 잘 일치하고 있으며, 유한차분법의 경우가 수치 오차로 인해 일부구간에서 심하게 진동하고 있음을 알 수 있다. 이 결과를 고려한다면 직접미분법의 경우가 조금 더 정확한 결과를 보이고 있다고 판단할 수 있다.

Fig. 3에는 시간에 따른 주변형률의 변화를 직접미분법과 유한차분법의 결과로 함께 도시하였다. 그림에서 알 수 있듯이 대체적으로 잘 일치하는 경향을 보이고 있음을 알 수 있으며, 유한차분법은 수치오차로 인하여 1.5 msec과 7.5 msec부근에서 민감도가 감소하고 있음을 알 수 있다. 민감도가 증가하는 것은 압입력이 증가할수록 블랭크가 점점 더 많이 인장됨을 의미한다.

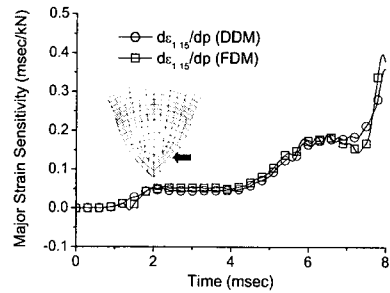


Fig. 3 Sensitivity of the major strain in the hemi-spherical punch stretching process

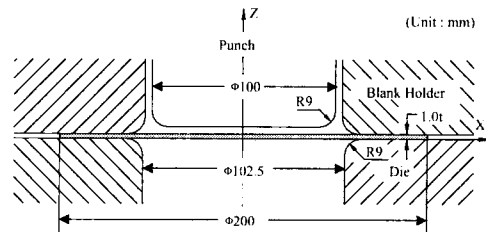


Fig. 4 Geometric description of the tooling for the sensitivity analysis of the cylindrical cup drawing process

### 3.2 원형컵 디프 드로잉 공정의 민감도 해석

원형컵 디프 드로잉 공정에서 여러가지 변수를 대상으로 블랭크 홀딩력에 대한 설계민감도를 직접미분법으로 계산하고 유한차분법의 결과와 비교하였다.

박판의 탄성계수는 210 GPa, 푸아송비는 0.3, 초기두께는 1 mm로 해석을 수행하였으며, 유동응력 곡선은  $\bar{\sigma} = 525.6(\bar{\epsilon}^n + 0.004343)^{0.198}$  MPa이었다. 이방성 계수는 압연방향의 0, 45, 90도 방향으로 각각 1.73, 1.23, 2.02 이었다. 해석에 사용된 펀치, 블랭크 홀더, 다이, 블랭크의 초기형상을 Fig. 4에 도시하였다. 금형과 블랭크간의 마찰계수는 0.15로 하였다. 해석은 펀치행정 60mm까지 수행하였고, 펀치의 속도는 1 m/sec으로 하여 부가적인 운동에너지 없이 준정적 변형을 만족하도록 하였다. 해석은 이방성과 대칭성을 이용하여 1/4만을 대상으로 수행하였다. 설계변수로 블랭크 홀딩력을 이용하여 민감도 해석을 수행하였다.

박판성형공정에서 성공적인 성형 또는 파단의 판단기준으로 주로 주변형률 분포를 사용하고 있다. 따라서, 이들 변수를 목적함수로 하는 최적화를 수행하려면 민감도를 정확하게 구해야 한다. 본 예제에서는 주변형률의 민감도를 구하고, 결과를 고찰하였다.

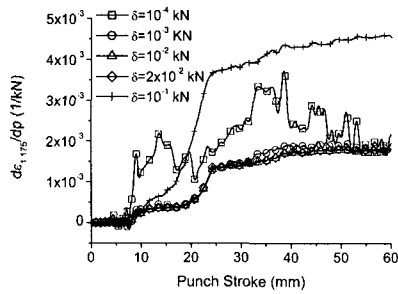


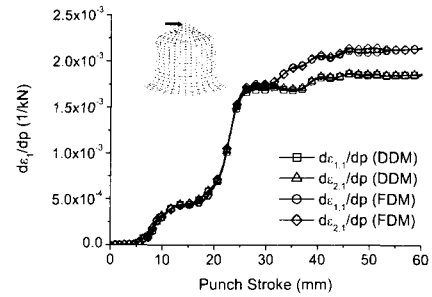
Fig. 5 Comparison of the principal strain sensitivity with respect to the perturbation size in the cylindrical cup drawing process

Fig. 5에는 유한차분법에서 섭동량 (perturbation size)을 달리하며 해석한 결과로서 부과하는 섭동량이  $10^{-2} \sim 10^{-3}$  kN의 범위보다 크거나 작을 경우 실제와 상당히 다른 결과를 보이고 있음을 알 수 있다. 정확한 결과를 얻기 위한 섭동량의 범위는 일반적인 탄성문제보다 매우 작으며, 최적설계 시 유한차분법을 사용할 경우 매우 큰 오차가 발생할 수 있는 위험이 커짐을 의미한다. 복잡한 접촉을 고려하여야 하는 박판성형공정에서 유한차분법으로 민감도를 구하는 것이 매우 어렵다고 알려져 있고,<sup>(5)</sup> 본 예제에서도 그 사실을 확인할 수 있었으며, 본 논문에서는 직접미분법을 사용하는 타당성을 확인하였다.

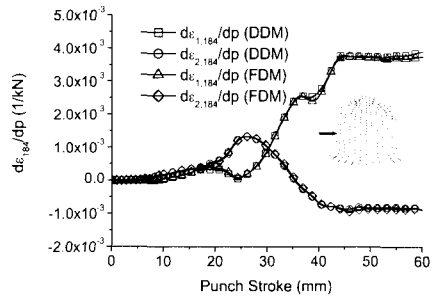
Fig. 6에 성형된 컵의 각 부위의 요소에서 직접미분법으로 구한 주변형률의 민감도를 유한차분법의 결과와 함께 도시하였다. 유한차분법에 사용한 섭동량은 0.01 kN이었다. 그림에서 알 수 있듯이 펀치 바닥부를 제외하고 직접미분법의 결과가 유한차분법과 잘 일치하는 결과를 보이고 있으며, 펀치 바닥부의 경우에는 변형이 매우 작은 부분이므로 접촉 등의 오차에 의하여 민감도의 오차가 발생하였다고 판단되었다.

Fig. 7에는 펀치행정에 따른 두께의 민감도를 컵 각 부분에 대하여 도시하였다. 모두 음의 값을 보이고 있는데, 블랭크 홀딩력이 증가하면 박판의 두께가 더 얇아짐을 의미한다. 펀치 바닥면과 펀치 어깨부위는 펀치 행정 20 mm를 지나면서 거의 변하지 않은 값을 보이고 있으며, 이는 해당 부위의 변형이 펀치 행정 20 mm 정도에서 끝나기 때문에 발생하는 현상이다. 다이 어깨부와 플랜지 부위는 성형이 끝날 때까지 지속적으로 감소하며, 가장 큰 민감도를 보이고 있다.

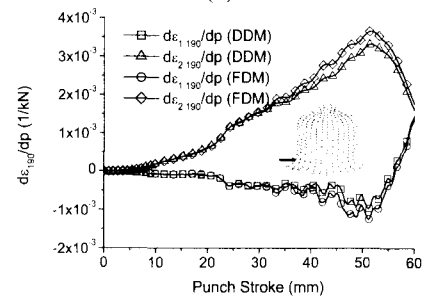
### 3.3 원형컵 성형공정의 파단 및 주름 발생시 설계민감도 해석



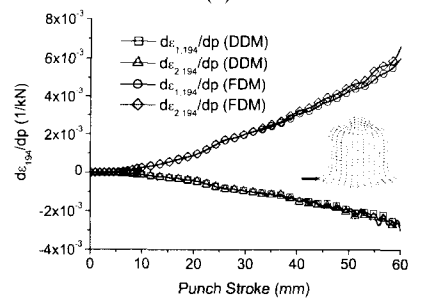
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 6 Sensitivity of the principal strain in the cylindrical cup drawing process: (a) punch head; (b) cup wall; (c) die shoulder; (d) flange

원형컵 성형공정에서 일어나는 문제로는 블랭크 홀딩력이 과도해서 생기는 블랭크의 파단과 블랭크 홀딩력이 작아서 생기는 주름의 발생으로 크게 나눌 수 있다. 일반적으로 박판의 주변형률을 2 차원 그래프인 성형한계도에 도시하여 실험적으

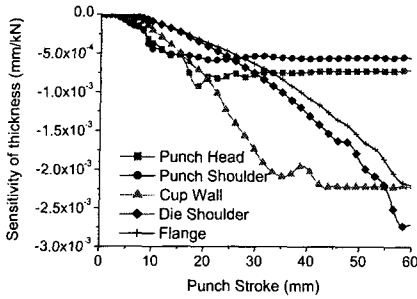


Fig. 7 Sensitivity of the thickness with respect to the punch stroke in the cylindrical cup drawing process

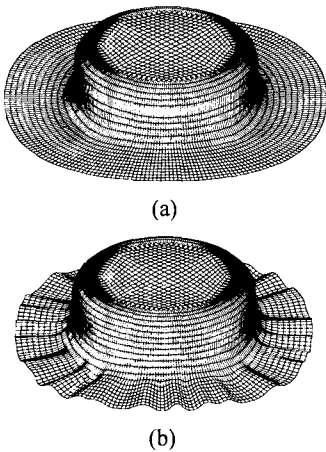
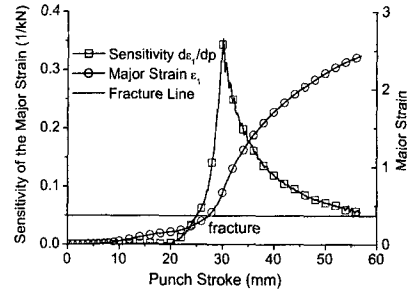


Fig. 8 Deformed shapes of the cylindrical cup when the failure occurs: (a) tearing (BHF=200 kN); (b) wrinkling (BHF=4kN)

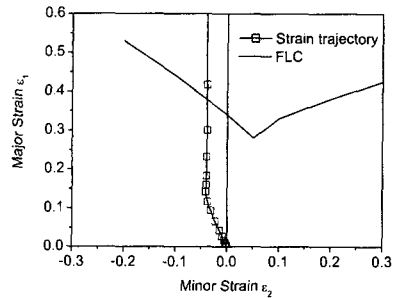
로 구한 한계선을 넘을 경우 파단이라고 판단한다. 주름발생은 블랭크 홀더의 변위가 일정한 값을 초과하였을 때로 판단하게 된다. 성공적인 성형을 보장하기 위하여는 이러한 문제가 일어나지 않도록 공정변수를 제어하여 주어야 하는데, 최적설계 기법을 사용하여 이러한 문제를 해결할 수 있다. 최적설계의 수식화를 위해서는 파단 및 주름의 발생을 제한조건으로 설정하여 제한조건의 값과 설계민감도를 정확하게 구할 수 있어야 한다.

본 논문에서는 박판의 파단 및 주름의 예측조건으로 사용할 수 있는 변수로 주변형을 분포 및 블랭크 홀더의 z 방향 변위, 플랜지부의 유입량과 민감도를 계산하여 정확성을 검증하였고, 실제 최적설계 시에 사용할 수 있음을 확인하였다.

원형컵 성형 시에 파단 또는 주름을 발생시키기 위하여 각각 200 kN과 4 kN의 블랭크 홀딩력을 부과하였다. 변형형상을 Fig. 8에 도시하였으며, 블랭크 홀딩력이 200 kN일 경우 펀치 어깨부가 과



(a)



(b)

Fig. 9 Variation of the maximum major strain and its sensitivity in the cylindrical cup drawing process (BHF=200 kN): (a) variation with respect to the punch stroke; (b) variation on the forming limit diagram

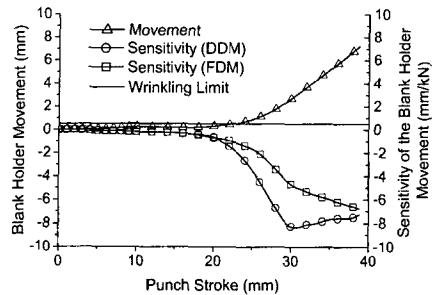


Fig. 10 Movement of the blank holder and its sensitivity with respect to the punch stroke in the cylindrical cup drawing process (BHF=4kN)

도하게 인장되어 파단된 것을 알 수 있으며, 블랭크 홀딩력이 4 kN인 경우에는 플랜지부에 주름이 발생하였음을 알 수 있다. Fig. 9에 블랭크 홀딩력이 200 kN일 때의 펀치 행정변화에 따른 최대 주변형률과 설계민감도를 성형 한계선과 함께 도시하였다. 이 경우 펀치 행정 25 mm 근처에서 펀치 어깨부에서 과도한 인장에 의한 파단이 일어나게 되는데, 그림에서 표시한 바와 같이 이 때 성형한

계곡선에 변형률이 도달하게 된다. 설계민감도 역시 파단의 순간에 매우 급격히 증가하는 경향을 보이며 이는 주변형률의 분포와 함께 민감도의 변화를 파단의 예측의 유용한 도구로 사용할 수 있음을 의미한다.

Fig. 10에는 주름발생 시의 블랭크 홀더의 수직 방향 변위와 설계민감도를 도시하였다. 주름 발생이 시작되면서 블랭크 홀더의 변위는 급격히 증가하고 있으며, 설계민감도가 급격히 감소하고 있음을 알 수 있다. 설계민감도가 감소하는 것은 블랭크 홀딩력의 작은 증가에 블랭크 홀더의 변위가 제한되어 주름의 발생이 억제됨을 뜻한다. 유한차분법과의 오차는 유한요소해석에 사용된 셀의 수식화가 요소의 뒤틀림을 정확히 모사하지 못하기 때문이다.

본 절의 해석 결과로부터 파단 및 주름의 발생을 나타낼 수 있는 변수인 주변형률, 블랭크 홀더의 변위에 대한 설계민감도가 타당성 있는 결과를 보이는 것을 알 수 있다.

#### 3.4 U 드로우벤딩 공정의 설계민감도 해석

본 절에서 해석에 사용한 U 드로우벤딩은 스프링백의 계산을 위한 NUMISHEET'93<sup>(12)</sup> 벤치마크 문제로 제시된 예제이다. U 드로우벤딩의 성형공정에 관하여 블랭크 홀딩력에 대한 두께의 민감도와 스프링백에 가장 큰 영향을 미치는 응력분포의 설계민감도를 직접미분법으로 계산하고 유한차분법과 비교하여 각 방법의 특성을 고찰하였다. Fig. 11에는 해석에 사용된 블랭크와 금형의 형상을 도시하였다. 해석에 사용된 재료는 연강으로서 탄성계수는 206 GPa, 푸아송비는 0.3, 초기두께는 0.78 mm이다. 수직 이방성 계수는 1.77이며 유동응력 곡선은  $\bar{\sigma} = 565.32(\bar{\epsilon}^r + 0.007117)^{289}$  MPa이다. 다이와 재료간의 마찰계수는 0.144로 계산하였다.

박판 블랭크는 대칭성을 이용하여 전체의 1/4을 해석에 사용하였다. 성형 시의 응력상태를 정확하게 계산하기 위하여 길이방향으로 300개의 요소로 분할하였다. 본 해석에서는 선형 셀요소를 사용하였기 때문에 요소의 수가 적을 경우 직벽부에서 해석이 진행되면서 접촉의 오차에 의한 응력연화 현상이 발생할 수 있다. 셀요소의 두께방향 적분점의 수는 3개로 하였으며, 성형은 펀치행정이 70 mm가 될 때까지 수행하였다.

Fig. 12 에는 해석에서 부과한 블랭크 홀딩력의 변화를 도시하고 있다. 본 해석에서는 펀치 행정 60 mm 까지 블랭크 홀딩력을 20 kN으로 일정하게 부과하였으며, 이후 70 mm까지는 60 kN으로 증가

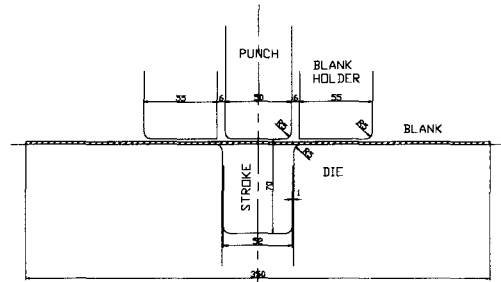


Fig. 11 Geometric description of the tooling for the sensitivity analysis of the U draw-bending process

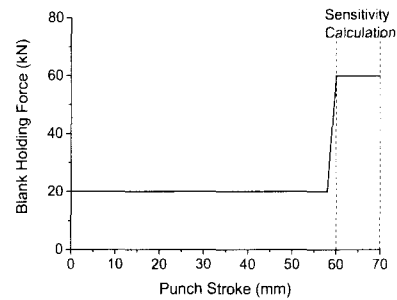


Fig. 12 Applied blank holding force in the U draw-bending process

시켰다. 민감도 해석은 펀치행정 구간 60~70 mm에서만 수행하였다. 해석에서 민감도를 추적하여 유한차분법과 비교하기 위한 요소는 블랭크 중심에서 길이방향으로 30 mm의 거리만큼 떨어진 요소로 하였다.

Fig. 13 에는 블랭크 길이방향으로 구성된 지역 좌표계 성분 방향으로 응력의 민감도를 두께방향의 3개 적분점에서 직접미분법으로 계산한 결과를 유한차분법의 결과와 비교하였다. 유한차분법의 계산에 사용한 섭동량은 0.05 kN이었다. 유한차분법의 경우 평균적인 값은 잘 일치하는 결과를 보이고 있으나, 민감도 해석의 결과를 최적화에 사용할 수 없을 정도로 심하게 진동하는 결과를 보이고 있다. 민감도 값은 전체적으로 양의 값을 가지고 있으며, 이는 블랭크 홀딩력이 낮은 값에서 높은 값으로 증가하면 길이방향 응력이 인장변형에 의하여 더욱 증가함을 의미한다.

해석결과 굽힘이 지배적인 공정에서는 설계민감도를 정확하게 얻는 것이 매우 어려운 것을 알 수 있었고, 특히 응력 등의 상태변수의 민감도를 유한차분법으로 계산할 경우 진동이 심하여 물리적으로 타당한 결과를 얻기가 거의 불가능하였다.

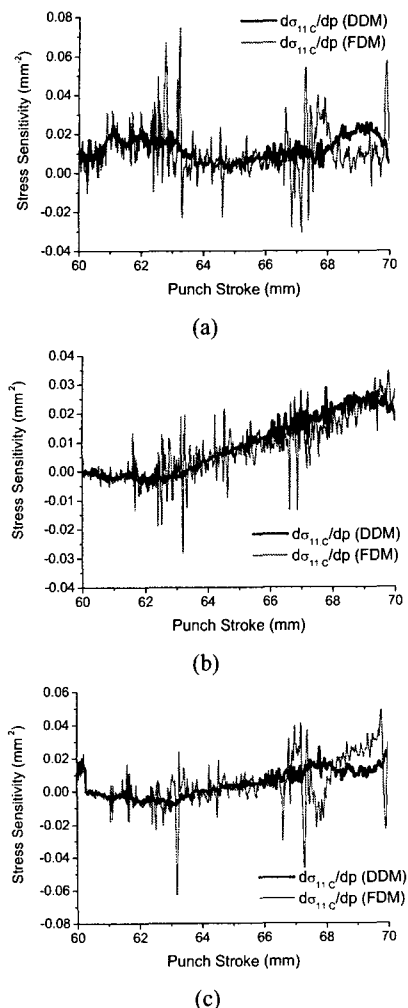


Fig. 13 Sensitivity of the longitudinal stress along the thickness direction in the U draw-bending process: (a) middle integration point; (b) lower integration point; (c) upper integration point

#### 4. 결론

본 논문에서는 외연적 탄소성 유한요소수식화로부터 민감도 해석을 수행하였다. 민감도 해석을 위하여 셀요소를 이용한 기본 지배 방정식 및 접촉의 민감도 수식화를 수행하였고, 이를 바탕으로 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램으로 박판성형공정의 민감도 해석을 수행하고 제안된 이론의 정확성과 타당성을 입증하였다. 해석에 사용된 예제는 박판성형공정에 관련된 예제로서, 해석에서 나타나는 문제점을 고찰하기 위하여 상태변수의 정밀도, 유한차분법 등의 오차 문제를 고찰하였으며 직접미분법에서 얻어진 해가 섭동량을

최적으로 하였을 때의 유한차분법과 잘 일치함을 보였다.

일반적으로 박판성형공정에서 발생하는 문제점인 주름 및 파단의 문제점을 해결하기 위하여 최적화를 수행할 때 사용되는 민감도의 정확성을 검증하였으며, 민감도의 변화로부터 파단 및 주름발생을 예측할 수 있음을 확인하였다.

#### 참고문헌

- (1) Lee, T. H. and Arora, J. S., 1995, "A Computational Method for Design Sensitivity Analysis of Elastoplastic Structures," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 122, pp. 27~50.
- (2) Cho, S. and Choi, K. K., 2000, "Design Sensitivity Analysis and Optimization of Non-linear Transient Dynamics. Part II-Configuration Design," *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 48, pp. 375~399.
- (3) Zabarar, N., Bao, Y., Srikanth, A. and Frazier, W. G., 2000, "A Continuum Lagrangian Sensitivity Analysis for Metal Forming Processes with Application to Die Design Problems," *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 48, pp. 679~720.
- (4) Ghouati, O. and Gelin, J. C., 1998, "Sensitivity Analysis in Forming Processes," *Int. J. Forming Processes*, Vol. 1, pp. 297~322.
- (5) Kleiber, M., Antúnez, H., Hien, T. D. and Kowalczyk, P., 1997, *Parameter Sensitivity in Nonlinear Mechanics - Theory and Finite Element Computations*, John Wiley & Sons Ltd, Chichester.
- (6) Yang, J. B., Jeon, B. H. and Oh, S. I., 2001, "Design Sensitivity Analysis and Optimization of the Hydroforming Process," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 113, pp. 666~672.
- (7) Belytschko, T., Lin, J. I. and Tsay, C., 1984, "Explicit Algorithms for the Nonlinear Dynamics of Shells," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 42, pp. 225~251.
- (8) Flanagan, D. and Belytschko, T., 1981, "A Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral with Orthogonal Hourglass Control," *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 17, pp. 679~706.
- (9) Hill, R., 1950, *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford, Clarendon Press.
- (10) Simo, J. C. and Taylor, R. L., 1986, "A Return Mapping Algorithm for Plane Stress Elasto-plasticity," *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 22, pp. 649~670.
- (11) Chen, X., 1994, *Nonlinear Finite Element Sensitivity Analysis for Large Deformation Elasto-plastic and Contact Problems*, Ph. D. Dissertation, University of Tokyo.
- (12) Makinouchi, A., Nakamachi, E., Onate, E. and Wagoner, R. H., 1993, *Proceedings of the 2nd International Conference NUMISHEET'93*, Ishihara.