

<기술논문>

V 벨트용 풀리 설계/해석 시스템 개발

Development of V Belt Pulley Design/Analysis System

이 강 수*, 홍 종 해**, 손 종 호***, 이 상 헌****
Kang-Soo Lee, Jong Hae Hong, Jong Ho Son, Sang Hun Lee

ABSTRACT

A V belt pulley is widely used in automotive industry. More than four pulleys in one automobile are used, such items as crankshaft, water pump, air-con compressor and power steering pump. Although the shape and usage of pulleys are very simple, the design evaluation of a pulley design is difficult because the load conditions and the installation environment are complicated. So, we formulated the design evaluation for the V belt pulley by using CAE system, which enables to develop a design automation system.

By using this system, an engineer can evaluate a pulley design easily without any painstaking effort, such as consideration of the complicated loads and CAE activities. Also the system helps to accumulate the design experience of a company, which guides the optimum design based on experience.

주요기술용어 : Pulley(풀리), V belt(V 벨트), Analysis(해석), Design(설계), System(시스템)

Nomenclature

T_t : tension in tight side, N	belt, N/m
T_s : tension in loose side (or slack side), N	R : normal force per length at contact surface with a V belt, N/m
T_e : effective tension, N	N : number of grooves of a V belt
W : reactive force, N	β : angle of groove, radian
θ : angle of contact, radian	F : centrifugal force of belt per length, N/m
n : revolutions per minute, rpm	μ : friction coefficient between a belt and pulley
v : tangential speed, m/s	μ_{max} : maximum friction coefficient between a belt and pulley
P : transfer power, kW	μ' : equivalent friction coefficient between a belt and pulley
R_b : belt mean radius, m	g : gravity acceleration, $kg.m/s^2$
w : weight of belt per length, kgf/m	
Q : force per length at contact surface with a	

* 회원, 국립한밭대학교 기계공학부

** 회원, 한국파워트레인(주)

*** 회원, 영남대학교

**** 회원, 국민대학교 자동차공학전문대학원

1. 서 론

자동차에서 에어컨, 컴프레서 등 엔진의 동력

을 이용하는 부분에 V 벨트가 많이 사용되며, V 벨트는 풀리와 함께 사용된다. 평벨트에 대한 해석 과정은¹⁻⁴⁾ 널리 알려져 있으며, V 벨트에 대한 해석 과정은 유효마찰계수를 구함으로써 평벨트와 유사하게 취급하는 해석 과정이 알려져 있다.^{1,2)} 이 연구에서는 V 벨트용 풀리에 작용하는 하중을 해석하고, 이를 이용하여 V 벨트용 풀리에 대한 CAE 해석 과정을 정형화하여 V 벨트용 풀리 설계 및 해석 시스템을 구축하였다. 개발된 시스템에서는 CAE 시스템을 사용하여 정하중 해석을 수행하고 그 결과를 기반으로 설계 엔지니어 또는 해석 엔지니어가 설계를 평가하는 일반적인 방법을 따랐다.

이 논문에서는 다음과 같은 내용이 기술되어 있다. 먼저, 설계 시스템에 적용하기 위해 V 벨트용 하중을 해석하였으며, 이를 이용하여 CAE 해석 과정을 정형화하였다. 그리고 정형화된 CAE 해석 과정을 바탕으로 V 벨트용 설계 및 해석 시스템을 개발하였으며, 개발된 시스템으로 기존의 V 벨트용 풀리를 시스템에 적용하여 그 결과를 정리하였다.

Fig. 1은 현재 산업계에서 사용되고 있는 V 벨트용 풀리를 크게 4가지 형태로 분류한 것이다. 이 논문에서 제시하는 풀리 설계 및 해석 방법은 Fig.1의 모든 형태에 대해 적용된다.

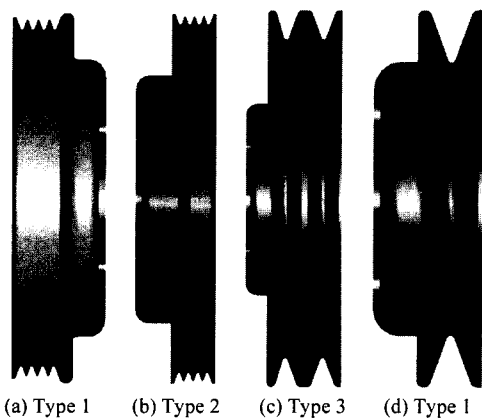


Fig. 1 Typical types of V belt pulley

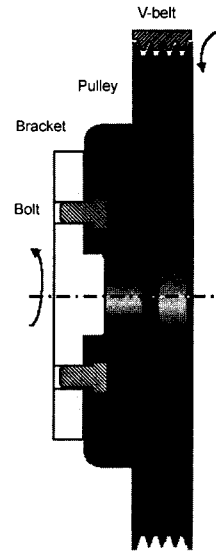


Fig. 2 Assembled shape of V-belt and pulley

2. 벨트용 풀리 하중 분석

Fig.2는 V 벨트용 풀리가 조립되어 있는 형상을 보여주며, V 벨트용 풀리에는 크게 네 가지의 경계 조건이 작용한다. 즉, V 벨트와의 접촉면을 통해 발생하는 하중, 체결 볼트와의 접촉면을 통해 발생하는 하중과 구속 조건, 브라켓과의 접촉면에 부여하는 구속 조건, 회전으로 인한 원심력이 풀리에 발생하는 경계조건이다. 이러한 경계 조건에 대해 하나씩 서술하겠다.

2.1 평벨트 전동 해석

V 벨트용 풀리에 작용하는 하중을 분석하기 위해 먼저 평벨트에 대한 하중 분석을 하고, 이를 V 벨트에 대한 하중 분석으로 확장하였다. 평벨트에 대한 하중 분석은¹⁻⁴⁾ 잘 알려져 있으나 V 벨트에 대한 하중 분석에서 사용되므로 그 내용을 정리한다.

유효 장력 T_e 과 이완쪽 장력 T_t , 긴장쪽 장력 T_s 와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$T_e = T_t - T_s \quad (1)$$

선속도와 전달 동력은 다음과 같이 구해진다.

$$v = \frac{\pi R_b n}{30} \quad (2)$$

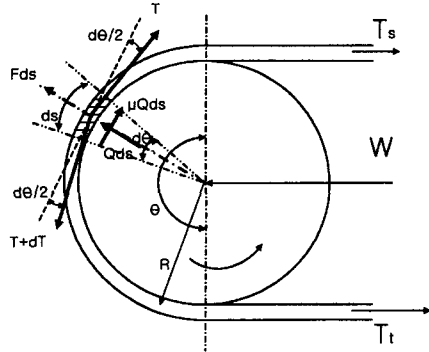
$$P = \frac{T_e \times v}{1000} = \frac{(T_t - T_s) \times v}{1000} = \frac{(T_t - T_s) \times \pi R_b n}{30 \times 1000} \quad (3)$$

Fig.3에서 벨트의 원심력은 다음과 같다.

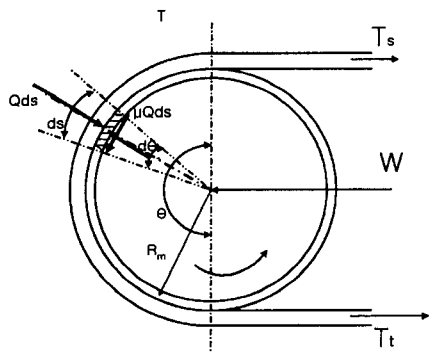
$$Fds = \frac{w}{g} \cdot \frac{v^2}{R_b} ds = \frac{wv^2}{g} d\theta \quad (4)$$

벨트가 풀리를 누르고 있는 힘은 다음과 같이 된다.

$$Qds = Td\theta - \frac{wv^2}{g} d\theta = (T - \frac{wv^2}{g})d\theta \quad (5)$$



(a) Belt free body diagram



(b) Pulley free body diagram

Fig. 3 Free body diagram of Pulley-belt system

벨트와 풀리 사이의 마찰력은 다음과 같으며 여기에서 실제 작용하는 마찰계수 μ 는 최대 정지마찰계수 μ_{max} 보다는 작은 값으로 작용하며 모든 접촉 영역에서 동일하게 작용한다고 가정한다.

$$\mu Qds \quad (6)$$

여기에서, $\mu \leq \mu_{max}$

Fig. 3(b)에서 임의의 위치 α 에서의 장력 T의 관계식을 구할 수 있다.

$$dT = \mu Qds$$

$$dT = \mu (T - \frac{wv^2}{g})d\theta$$

$$\frac{dT}{T - \frac{wv^2}{g}} = \mu d\theta$$

여기에서 임의의 위치 α 에서의 장력을 구하여 보자. $[T_s, T(\alpha)]$ ($[0, \alpha]$) 범위에서 적분하면,

$$\int_{T_s}^{T(\alpha)} \frac{dT}{T - \frac{wv^2}{g}} = \mu \int_0^\alpha d\theta$$

$$\mu \alpha = \log_e \frac{T(\alpha) - \frac{wv^2}{g}}{T_s - \frac{wv^2}{g}}$$

$$e^{\mu \alpha} = \frac{T(\alpha) - \frac{wv^2}{g}}{T_s - \frac{wv^2}{g}}$$

$$T(\alpha) = e^{\mu \alpha} \times (T_s - \frac{wv^2}{g}) + \frac{wv^2}{g} \quad (7)$$

이를 접촉 영역의 마지막까지, 즉 $\alpha = \theta$ 까지 적분하면 $\alpha = \theta$ 에서 $T(\alpha) = T_t$ 가 되어야 한다.

$$e^{\mu \theta} = \frac{T_t - \frac{wv^2}{g}}{T_s - \frac{wv^2}{g}}$$

역으로 위의 식에서 이완쪽 장력 T_s 와 긴장쪽 장력 T_t 를 알면 벨트와 풀리 사이에 작용하는 마찰 계수를 구할 수 있다. 이는 최대 정지 마찰 계수보다는 작은 값이 된다.

$$\mu = \frac{\log_e \left(\frac{T_t - \frac{wv^2}{g}}{T_s - \frac{wv^2}{g}} \right) / \theta}{1} \quad (8)$$

식 (5)에서 임의의 위치에서의 단위 길이 당 벨트가 누르는 힘 Q 는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} Qds &= (T - \frac{wv^2}{g})d\theta \\ ds &= R_b d\theta \\ Q(\alpha) &= \left\{ T(\alpha) - \frac{wv^2}{g} \right\} / R_b \end{aligned} \quad (9)$$

2.2 V 벨트 전동 해석

여기에서는 V 벨트 전동에서의 하중 분석을 한다. 대부분의 문헌에서는 유효마찰계수를 구하고 평벨트 하중 분석에서 사용한 식을 같이 사용하고 있으나 여기에서는 이후 풀리 분석에서 사용되기 때문에 상세히 유도한다.

흠의 수가 N , 즉, 접촉면 수가 $2N$ 일 경우 V 벨트 전동 관계식을 유도하며 Fig. 4는 흠의 개수가 2인 경우를 나타낸다. 여기에서 벨트면을 누르는 힘 Q 는 평벨트 하중 분석에서 유도한 식 (9)를 사용한다. V 벨트의 경우 Q 는 N, R, β 의 관계식으로 표현된다. 즉, 임의의 위치 α 에서 V 벨트와 풀리가 접촉하는 각 면에 수직으로 발생하는 힘 $R(\alpha)$ 는 식 (10)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} Q(\alpha) &= 2N \left\{ R(\alpha) \sin \frac{\beta}{2} + \mu R(\alpha) \cos \frac{\beta}{2} \right\} \\ R(\alpha) &= \frac{Q(\alpha)}{2N(\sin \frac{\beta}{2} + \mu \cos \frac{\beta}{2})} \end{aligned} \quad (10)$$

이 때 발생하는 V 벨트의 회전력은 다음과 같이 표현된다.

$$2\mu N R = \frac{\mu Q}{(\sin \frac{\beta}{2} + \mu \cos \frac{\beta}{2})} = \mu' Q \quad (11)$$

여기에서,

$$\mu' = \frac{\mu}{\sin \frac{\beta}{2} + \mu \cos \frac{\beta}{2}} \quad \mu = \frac{\mu' \sin \frac{\beta}{2}}{1 - \mu' \cos \frac{\beta}{2}} \quad (12)$$

여기에서 μ' 를 유효마찰계수 또는 환산마찰계수, 외관마찰계수라고 부르며 이를 이용하여 V 벨트 전동을 평벨트 전동과 같이 취급할 수 있다. V 벨트 전동에서는 식 (8) 대신 식 (13)을 이용해 이완쪽 장력 T_s 와 긴장쪽 장력 T_t 를 알 때 벨트와 풀리 사이의 유효마찰계수를 구하며, 마찰 계수는 식 (12)로 구한다.

$$\mu' = \frac{\log_e \left(\frac{T_t - \frac{wv^2}{g}}{T_s - \frac{wv^2}{g}} \right) / \theta}{1} \quad (13)$$

임의의 위치 α 에서의 장력 $T(\alpha)$ 는 평벨트에 적용하는 식 (7)에서 마찰계수대신 유효마찰계수를 사용하여 식 (14)과 같이 표현할 수 있다.

$$T(\alpha) = e^{\mu' \alpha} \times (T_s - \frac{wv^2}{g}) + \frac{wv^2}{g} \quad (14)$$

식 (14)에서 구한 임의의 위치에서의 장력을 식 (9)에 대입하면 단위길이 당 벨트가 누르는 힘 $Q(\alpha)$ 를 구할 수 있으며 식 (10)에 대입하면 풀리의 한 면이 받는 단위길이 당 힘 $R(\alpha)$ 를 구할

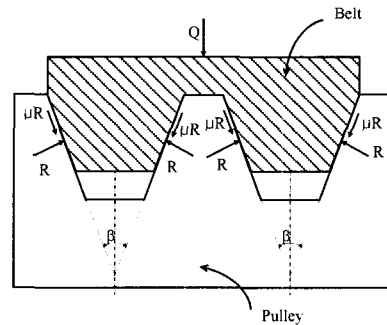


Fig. 4 Free body diagram of a V belt

수 있다. 그리고 회전력을 발생시키는 마찰력은 식 (11)에서와 같이 $2\mu NR$ 이 된다.

2.3 V 벨트와의 접촉면

벨트의 초기 장력 T_s 와 전달 동력 P , 회전속도가 n 일 때 폴리의 하중을 해석하고 CAE로 평가하는 과정을 유도한다. 여기에서 $R_b, N, \theta, \beta, w, \mu_{max}$ 와 같은 데이터는 주어진다. 식 (3)에서 긴장쪽 장력 T_t 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_t = \frac{30000P}{\pi R_b n} + T_s \quad (15)$$

식 (13)으로 유효마찰계수 μ' 를 구한 후, 식 (12)로 V 벨트와 폴리 접촉면 사이에 실제 작용하는 마찰계수 μ 를 구한다. 임의의 위치 α 에서의 장력 $T(\alpha)$ 와 단위 길이 당 벨트가 누르는 힘 $Q(\alpha)$, 각 접촉면에 수직인 힘 $R(\alpha)$ 는 각각 식 (14)와 (9), (10)으로 구해진다. 이 힘들은 이완 쪽에서부터 긴장쪽으로 갈수록 점점 커지게 되며 이러한 하중은 CAE 시스템에서 가변 하중으로 표현된다. 그리고 접촉면에 수직인 힘 R 로 인해 각 접촉면마다 반경 방향과 회전 방향으로 다음과 같은 마찰력이 발생한다.

$$\mu R(\alpha) = \mu \frac{Q(\alpha)}{2N(\sin \frac{\beta}{2} + \mu \cos \frac{\beta}{2})} \quad (16)$$

즉, 벨트와 접촉하는 폴리의 각 면에는 식 (10)에서와 같이 수직인 힘 R 과 식 (16)에서와 같이 반경 방향과 원주 방향의 힘 μR 이 작용한다.

2.4 체결 볼트와의 접촉면

체결 나사 사양과 체결 토크가 주어졌을 때 볼트 머리부와 폴리와의 접촉면에 작용하는 힘을 계산하여 체결볼트와 접촉하는 면에 작용하는 하중으로 부여한다. 이 내용은 참고 문헌¹⁾에 자세히 설명되어 있다. 그리고 접촉면 방향으로 구속시켜 브라켓과 동일한 변위를 갖도록 한다.

2.5 브라켓과의 접촉면

브라켓은 볼트로 체결되는 폴리를 고정하며 폴리로부터 전달되는 동력을 에어컨 또는 워터 펌프 같은 동력 부품으로 전달하는 역할을 한다. CAE 시스템으로 해석할 때에는 브라켓과의 접촉면을 구속시켜 폴리로부터 전달되는 하중과 체결 볼트로부터 오는 하중을 모두 지지할 수 있게 한다.

2.6 폴리의 원심력

식 (4)에서 표현한 폴리의 원심력을 고려한다. 원심력은 폴리 전체에 분포하게 되고 CAE 시스템을 이용해 원심력을 부여할 때에는 폴리의 물성치와 회전 속도만을 입력하면 된다.

3. V 벨트용 폴리 CAE 과정

2장에서 V 벨트용 폴리에 작용하는 하중을 분석하였으며 이를 CAE 시스템을 이용한 해석에 이용한다. 이 과정은 폴리의 솔리드 모델링, V 벨트와의 접촉면에 하중 부여, 체결 볼트와의 접촉면에 하중 부여, 브라켓과의 접촉면에 대한 구속 조건 부여, 원심력 부여와 같은 과정으로 이루어져 있다.

3.1 V 벨트용 폴리 솔리드 모델링

CAE 시스템으로 폴리를 해석하기 위해서 먼저 폴리를 솔리드 모델링한다. 이 때 폴리는 2장에서 분석한 하중과 구속 조건을 부여할 수 있도록 모델링되어야 한다. 즉, CAE 시스템에서 곡면 단위로 하중 조건과 구속 조건을 부여할 수 있게 하기 위해, V 벨트와의 접촉면, 체결 볼트와의 접촉면, 브라켓과의 접촉면이 솔리드 모델링 단계에서부터 분할되어 모델링되어야 한다. 하중의 경우, 면에 작용하는 전체 힘만 계산하여 곡면에 부여하면, 면에 존재하는 모든 절점에 작용하는 하중이 자동적으로 계산되어 부여되며, 구속 조건이 부여되는 경우에도 마찬가지로 곡면에 존재하는 절점, 요소에 동일한 구속 조건이 부여

된다.⁵⁾

Fig. 1의 형태 중 (d) Type 4가 가장 단순한 형상을 하고 있으므로 Type 4를 예로 하여 설명하겠다. 여기에 사용된 데이터는 Table 1과 같다. Fig. 5는 Type 4의 단면 프로파일을 보여주며, Fig. 6은 Fig. 5의 단면 프로파일을 이용하여 풀리를 솔리드 모델링한 형상이다.

3.2 하중 조건과 구속 조건 부여

Fig. 7은 Fig. 6의 솔리드 모델에 하중 조건과 구속 조건을 부여한 형상이다. 2장에서 설명한 방법대로 하중과 구속 조건을 부여하였다.

Table 1 Engineering data for analyzing the pulley

Data item	Specification
Initial tension	700 N
Contact angle	88 deg
Transfer power	3 kW
Revolutions per a minute	3000 rpm
Yield strength	270 N/mm ²
Number of tightening bolts	4
Pitch circle diameter of bolts	45 mm
Specification of bolts	M6x1
Tightening torque	10 N.m
Bracket diameter	55 mm

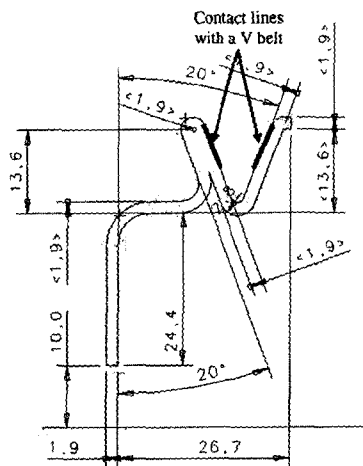


Fig. 5 Section profile of a pulley

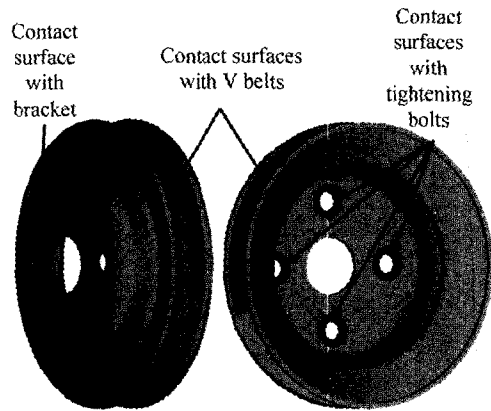


Fig. 6 Solid modeling of V belt pulley

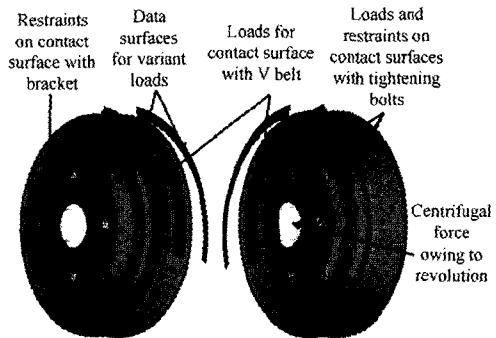


Fig. 7 Loads and restraints on the solid model

V 벨트와의 접촉면에는 가변 하중을 부여하기 위하여 Fig. 7에 보이는 것처럼 data surface와 접촉면에 수직으로 작용하는 압력, V 벨트의 반경 방향과 회전 방향으로 작용하는 힘을 함께 부여한다. Data surface는 위치에 따라 하중의 크기를 식으로 나타낼 수 있으며 지정된 면에 작용하는 실제 힘은 data surface로 지정된 값과 면에 작용하는 힘의 곱이 된다.⁶⁾ 각 접촉면마다 식 (9)를 2N으로 나눈 값을 data surface로 나타내고, 식 (10)에서 $Q(\alpha)/2N$ 을 제외한 부분을 압력으로, 식 (16)에서 $Q(\alpha)/2N$ 을 제외한 부분을 반경 방향과 회전 방향으로 작용하는 힘으로 부여한다.

브라켓과의 접촉면에는 모든 자유도를 구속하며, 체결 볼트와의 접촉면에는 볼트를 체결할 때 발생하는 힘을 부여하고 브라켓과의 면 방향 움직임을 일치시키기 위하여 면 방향으로의 움

요소의 기준 크기(3mm), 응력 확인 위치(P1, P2)가 설정된다.

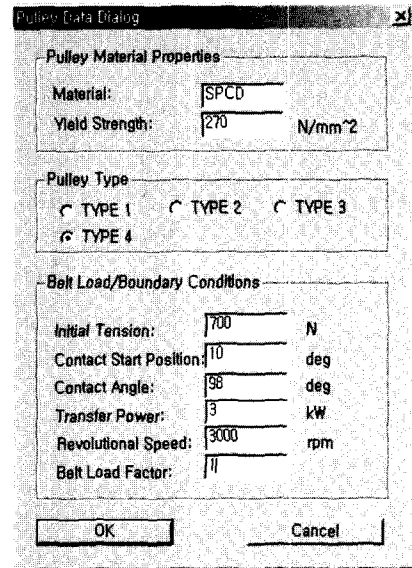
Fig. 10(b)는 풀리에 관련된 데이터를 설정하는 화면이다. 여기에서는 풀리의 재질과 강도, 종류, 초기 장력, 벨트와의 접촉부, 전달 동력, 회전수가 설정되어 있다. Fig. 10(c)는 체결 볼트에 대한 데이터를 설정하는 화면이다. 여기에서는 체결 볼트에 대한 위치 데이터, 볼트의 종류와 형상에 대한 데이터, 그리고 체결 토크에 대한 데이터가 설정된다.

4.3 풀리 해석

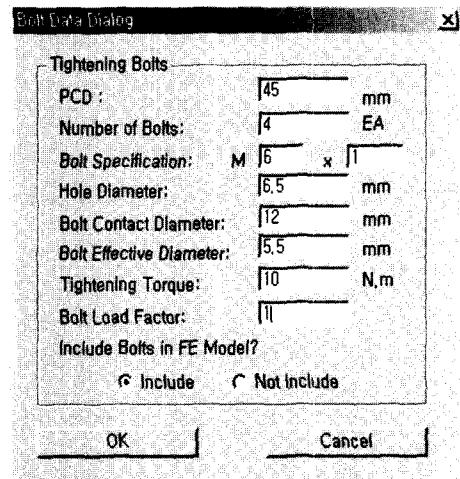
Fig. 10에서와 같이 데이터를 설정한 후 Fig. 10(a) 하단의 [Start Optimization]을 누르면 3장에서 설명한 방법대로 해석이 수행된다. 즉, Fig. 11에서와 같이 설정된 변수로 단면 형상을 변화시키고, 이를 이용해 FE해석이 가능한 솔리드로 모델링하고, 하중 조건과 구속 조건을 부여한 후 메쉬를 생성시켜 해석을 수행한다. 그리고 해석 결과를 분석하여 정리한 후 다음 변수값에 대해 같은 과정을 반복한다. 즉, 설정된 독립 변수의 경우의 수만큼 반복하며 여기에서는 3회 반복한다.

4.4 최적 설계 후처리 과정

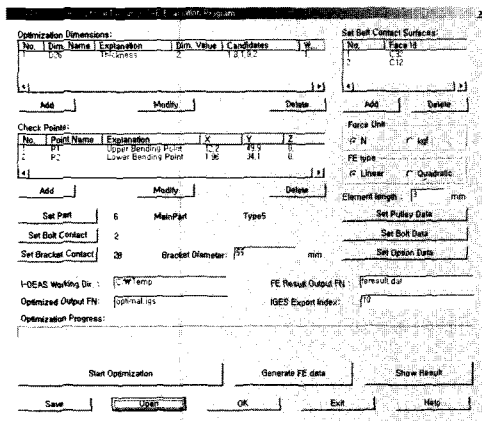
이러한 반복 해석 과정이 끝나면 Fig. 12와 같



(b) GUI for setting pulley data



(c) GUI for setting tightening bolts data



(a) Main GUI for data setting

Fig. 10 GUIs for setting data

이 후처리 과정을 위한 GUI가 나타난다. 여기에서는 응력 확인 위치에서의 응력과 최대 응력, 그리고 풀리의 체적이 나타난다. 설계자는 Fig. 12에서 하나를 선택하여 최종 설계로 확정한다. Fig. 12에서는 두께를 1.8mm로 결정하였다.

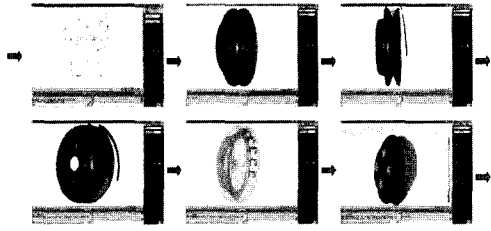


Fig. 11 Iterative FE analysis process

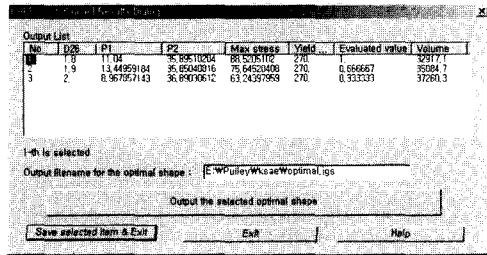


Fig. 12 GUI for post-processing

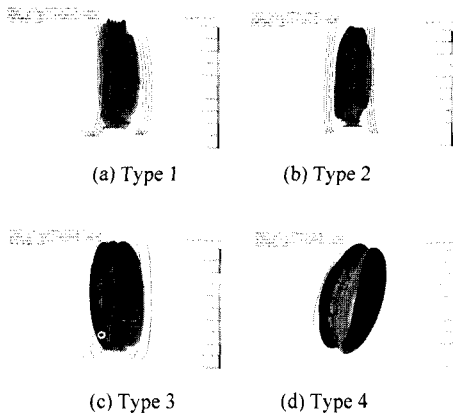


Fig. 13 Examples

4.5 폴리의 설계 평가 시스템으로 활용

지금까지는 특정 설계 변수의 값을 변화시키면서 최적 변수 값을 찾는 방법을 설명하였지만, 개발된 시스템을 확정된 폴리 설계를 평가 및 검증하는 시스템으로도 활용할 수 있다. 즉, 설계 변수 값을 변경하며 반복 계산을 하는 과정을 생략하면 확정된 폴리 설계를 검증하는 해석 시스템으로 된다. 이는 Fig. 12(a)에서 [Generate FE data]를 누르면 현재 확정된 폴리를 FE 해석할 수 있다.

5. 적용 예제

Fig. 13은 개발된 시스템을 이용하여 Fig. 1에 나타난 다양한 폴리를 해석한 결과를 보여 준다. 폴리의 종류에 따라 응력 분포가 조금씩 다르게 나타났으며 주로 볼트 체결부와 형상 변화부, 그리고 V 벨트와 접하는 부위 중 마지막 접촉부에 응력이 많이 작용하였다.

6. 결론

이 연구에서는 V 벨트용 폴리에 작용하는 하중을 해석하였으며 이를 기초로 폴리 설계 및 해석 시스템을 개발하였다. 폴리의 구조 해석이 까다롭고 이상화하기가 어려워 시간이 많이 소요되므로, 이 연구에서는 폴리 설계 및 해석 시스템을 개발하여 쉽게 CAE 작업을 진행할 수 있도록 하였다. 이 연구로 V 벨트용 폴리의 CAE 과정을 정형화하였고, 폴리 설계에 대한 해석 데이터를 쉽게 축적할 수 있으며, 축적된 데이터를 향후 새로운 설계에 이용할 수 있게 되었다.

이 연구로 개발된 설계 시스템이 더욱 유용한 설계 시스템이 되기 위해서는 향후 다음과 같은 연구가 수행되어야 한다. 먼저 시스템 개발 과정에서 Fig.1의 각 폴리 형상에 따라 강도에 영향을 주는 인자가 조금씩 다를 수 있었다. 각 형상마다 다양한 해석을 수행하여 각 폴리 형상에서 폴리의 강도에 미치는 영향 인자를 분석하면, 각 형상마다의 설계 기준을 마련할 수 있다. 그리고 개발된 시스템은 비록 동력 전달을 고려하였지만 정하중 해석을 수행한 것이다. 그래서 정하중 해석 결과를 바탕으로 설계자의 판단에 의존하여 폴리의 설계를 평가하게 하였지만 더 발전된 시스템이 되기 위해서는 피로 설계 개념의 도입이 필요하다. 또한 마찰에 의한 발열, 폴리 편심에 의한 동적 효과 등에 대한 고려도 필요하다.

후 기

이 연구를 지원해 준 AnDT(주)와 ATES(주), 한국 파워트레인(주)에 감사 드린다.

참 고 문 헌

- 1) 정선모, 한동철, 표준 기계설계학, 동명사, pp.657-720, 1985.
- 2) A. D. Deutschman, W. J. Michels, C. E. Wilson, Machine Design-Theory and Practice, Macmillan Publishing, pp.660-677, 1975.
- 3) K. S. Edwards, R. B. McKee, Fundamentals of Mechanical Component Design, McGraw-Hill, pp.630-643, 1991.
- 4) M. F. Spotts, Design of Machine Elements (6th Ed.), Prentice-Hall, pp.289-303, 1999.
- 5) K.-S. Lee, S. H. Lee, Optimal Design System for V-Belt Pulley, Proceedings of the 5th International Conference on Engineering Design Automation, pp.392-397, 2001.
- 6) SDRC, I-DEAS User's Manual, 2000.
- 7) K.-S. Lee, K. Lee, "Framework of an Evolutionary Design System Incorporating Design Information and History," Computers in Industry, Vol.44, No.3, pp.205-227, 2001.
- 8) SDRC, I-DEAS Course Guide-Open I-DEAS, 2000.