

## 혼합 윤활을 고려한 캠 축 진동 특성 해석

### Analysis of Camshaft Vibration Characteristics with Mixed Lubrication

김지운\*, 문태선\*, 한동철\*\*  
Jeewoon Kim, Taiseon Moon, Dongchul Han

#### ABSTRACT

This paper focused on the dynamic behavior of camshaft in a direct acting type valve train system. To investigate camshaft behavior, transient vibration analysis is performed by using the transfer matrix method. The camshaft is treated as a lumped mass system supported by spring and damper. From the presented analytical model, we could predict dynamic behavior of camshaft, shaft locus within bearing and bearing load. The presented model and results will be very helpful to design the optimal camshaft and valve train system.

주요기술용어 : Camshaft(캠 축), Valve train system(밸브 트레인 시스템), Transient vibration(과도 진동), Spring surge(스프링 서지), Transfer matrix(전달 행렬), Bearing(베어링), Locus(궤적)

#### Nomenclature

A	: contact area, $m^2$	K	: spring coefficient, N/m
$A_c$	: asperity contact area, $m^2$	l	: length of contact rectangle, m
B	: half width of contact rectangle, m	M	: mass of each element, Kg
C	: damping coefficient, Ns/m	m	: coefficient of lubricant-limiting shear stress -pressure relation
D	: non-dimensional matrix	$P_i$	: point transfer matrix at i-node
E	: reduced elastic modulus, Pa	$P_b$	: asperity load per unit area, $N/m^2$
F	: total friction force, N	$p_h$	: hydrodynamic load per unit area, $N/m^2$
$F_b$	: asperity contact friction force, N	$p_{max}$	: maximum Hertzian stress, Pa
$F_i$	: field transfer matrix at i-node	q	: node state vector
h	: nominal oil film thickness, m	$R'$	: reduced radius of curvature, m
$h_{cen}$	: central oil film thickness, m	$T_f$	: torque due to friction force, Nm
$h_{min}$	: minimum oil film thickness, m	$T_t$	: total torque, Nm
		$T_w$	: torque due to normal force, Nm
		U	: total transfer matrix

\* 회원, 서울대학교 대학원 기계항공공학부

\*\* 회원, 서울대학교 기계항공공학부

- $V_e$  : entrain velocity, m/s
- $V_s$  : sliding velocity, m/s
- $W$  : total contact load, N
- $W_b$  : asperity contact load, N
- $\alpha$  : pressure coefficient of viscosity,  $m^2/N$
- $\alpha_1$  : temperature coefficient of viscosity,  $1/^\circ C$
- $\alpha_2$  : pressure coefficient of viscosity,  $1/GPa$
- $\beta$  : radius of asperity tip, m
- $\gamma$  : pressure coefficient of boundary shear strength
- $\eta$  : number of asperity per unit area,  $1/m^2$
- $\theta$  : rotational angle of cam, rad
- $\mu$  : lubricant viscosity, PaS
- $\mu_0$  : lubricant viscosity at ambient viscosity, PaS
- $\sigma$  : standard deviation of asperity height, m
- $\tau$  : boundary shear strength of ambient pressure,  $N/m^2$

## 1. 서론

밸브 트레인 시스템은 혼합 연료를 연소실 내로 공급하는 동시에 연소 가스의 배출을 담당하는 부분으로 엔진의 성능, 연비 및 마찰 손실 등에 상당히 중요한 영향을 끼친다. 따라서 최근에는 밸브 트레인 시스템의 개선을 통해 엔진의 성능 및 연비를 향상하고자 하는 측면에서 다양한 노력이 진행되고 있다. 이러한 노력 중에는 밸브 기구를 전자식으로 개폐하여 마찰 손실을 근본적으로 개선하고 개폐 시기를 최적의 상태로 제어하는 EMV 시스템의 개발, 그리고 밸브 개폐 시기를 유압식 제어 장치를 이용하여 조절하는 CVVT 기술 등이 있다. 이러한 기술의 공통점은 연소 효율 극대화를 위한 밸브 개폐 타이밍의 조절에 있다.

일반적인 밸브 트레인 시스템의 밸브 개폐 시기는 각 실린더 별 캠의 위상 차이에 의해 결정된다. 그러나 밸브 트레인 시스템의 캠 축은 여러 개의 하중 인자에 의해 굽힘 및 비틀림 등을 받으므로 밸브 개폐 타이밍의 변화가 발생할 수 있다.

이는 엔진의 연소 효율뿐 아니라 동 특성에 영향을 미쳐, 엔진의 성능뿐 아니라 정숙성 및 안정성 등에 심각한 영향을 미칠 수 있다.

밸브 트레인 시스템의 캠 축의 동적 거동 특성에 대한 고찰은 최적의 밸브 트레인 시스템 설계를 위해 필수적이나 밸브 트레인 시스템에 대한 기존의 연구는 주로 단일 밸브 시스템에 대한 동 특성 연구 및 밸브 기구의 마찰 특성 연구 등에 집중되어 캠 축의 동적 거동에 대한 연구는 거의 이루어지지 않았다.

따라서 본 연구에서는 최적의 밸브 트레인 시스템 설계를 위해 캠 축의 동적 거동에 대해 살펴보고자 한다. 이를 위해 전달 행렬법을 이용한 과도 진동 해석 모델을 제시하였다. 본 해석 모델을 통해 캠 축의 동적 거동 특성 및 캠 베어링 내 저널 운동 궤적 등에 대한 고찰이 가능하였다. 본 연구에서 제시된 모델 및 해석 결과 등은 최적의 밸브 트레인 설계를 위해 유용하게 활용될 수 있을 것으로 판단된다.

## 2. 해석 모델

### 2.1 밸브 동역학 해석 모델

밸브 트레인의 동적 거동을 해석하기 위하여 많은 수학적 모델들이 제시되어 왔다. 특히, 여기서 사용한 다자유도 집중 질량 모델(Lumped mass model)은 널리 사용되는 방법 중의 하나이다. 이 모델링 방법은 질량 행렬이 항상 대각 행렬이기 때문에 운동방정식의 해를 구하기 위한 수치적 방법이 용이한 반면에, 자유도 수가 증가하면 할수록 여러 파라미터 값(질량, 강성, 감쇠)의 결정이 점점 더 어려워지며 더 많은 계산량이 요구된다. 하지만, 국부적인 강성과 감쇠의 변화가 전체 시스템에 어떠한 영향을 끼치는지를 확인할 수 있고, 그 결과로 얻어진 최적화된 강성과 감쇠를 실제 밸브 시스템의 설계에 반영할 수 있는 장점이 있다. Fig. 1은 밸브 트레인과 집중 질량을 이용한 모델을 나타낸다. 스프링을 다섯 개의 질량요소로 나누었고 이 질량들을 여섯개의

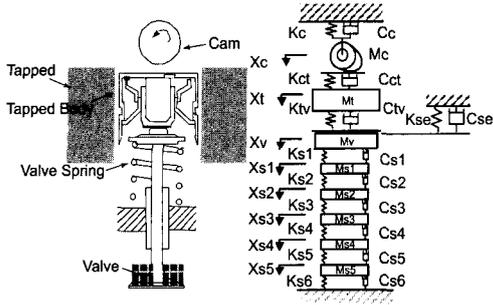


Fig. 1 Dynamic model of valve system

스프링 요소와 여섯개의 감쇠 요소로 연결시켜, 스프링 서지(Spring Surge) 현상이 밸브 움직임에 미치는 영향을 나타내고자 하였다. 또, 바운스(Bounce)와 밀접하게 연관된 밸브 시트의 강성( $K_{se}$ )과 감쇠( $C_{se}$ )를 포함시켰다.

각 요소간의 강성과 감쇠, 요소의 질량을 이용해 캠과 태핏, 태핏과 밸브 그리고, 밸브와 밸브 시트의 분리 조건을 고려하여 8개의 질량 요소에 대한 운동 방정식을 구할 수 있다. 캠의 양정 곡선에 따른 변위의 변화량과 요소 간의 분리 조건에 따른 하중의 변화가 외력으로 작용한다. 운동 방정식을 전개하여 행렬식 형태로 바꾸면 다음과 같이 표현 된다.

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (1)$$

위와 같이 행렬식으로 표현된 운동 방정식은 4차 Runge-Kutta Method를 이용하여 수치적으로 계산함으로써 각 질량 요소의 변위, 속도를 구할 수 있다.

### 2.2 밸브와 캠 접촉부의 혼합 윤활 해석

동역학 해석을 통해 캠과 태핏 접촉부에 작용하는 하중이 계산되면 Hertz 접촉 이론을 통해 접촉부에 작용하는 최대 응력 및 접촉 면적을 계산할 수 있으며, 등온 상태에서 캠과 태핏 접촉부의 최소 유막 두께 및 중심부의 유막 두께는 Dowson의 선 접촉 상태에서의 EHL이론에 의해 다음과 같이 결정된다.<sup>1)</sup>

$$h_{min} = 2.65R' \left( \frac{\mu_o V_e}{E'R'} \right)^{0.7} (\alpha E')^{0.54} \left( \frac{W}{E'R'l} \right)^{0.1} \quad (2)$$

$$h_{cen} = 3.06R' \left( \frac{\mu_o V_e}{E'R'} \right)^{0.69} (\alpha E')^{0.56} \left( \frac{W}{E'R'l} \right)^{0.1}$$

혼합 윤활 해석을 위한 기본 가정은 다음과 같다. 캠과 태핏 접촉부에서의 마찰은 동수압 윤활에 의한 점성 마찰과 표면 돌기의 접촉에 의한 경계 마찰로 구성된다. Greenwood와 Tripp의 돌기 접촉 이론에 따르면 탄성 변형된 접촉 돌기를 통해 전달되는 하중은 다음과 같다.<sup>2,3)</sup>

$$W_b = \frac{8\sqrt{2}}{15} \pi (\eta\beta\sigma)^2 E \sqrt{\frac{\sigma}{\beta}} A_c F_{3/2} \left( \frac{h}{\sigma} \right) \quad (3)$$

식 (3)에서 돌기의 접촉 하중은 캠과 태핏 사이의 전달 하중을 넘지 못한다. 접촉 돌기의 높이가 Gauss분포를 가진다고 가정하면 식 (3)에서 분포 함수는 다음과 같이 정의되며, 실제 접촉 면적은 다음과 같다.

$$A_c = \pi^2 (\eta\beta\sigma)^2 A F_2 \left( \frac{h}{\sigma} \right) \quad (4)$$

$$F_n \left( \frac{h}{\sigma} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{h}{\sigma}}^{\infty} (s - \frac{h}{\sigma})^n \exp(-\frac{s^2}{2}) ds \quad (5)$$

식 (4), (5)에서 공칭 유막 두께는 캠과 태핏 사이의 중심부의 유막 두께가 적용되었다. 따라서 경계 윤활에 의해 발생하는 마찰력은 얇은 표면 유막의 전단에 의해 발생하며 전단력 및 마찰력은 각각 다음과 같다.

$$F_b = \tau_o A_c + \gamma W_b \quad (6)$$

$$\tau_b = \tau_o + \gamma p_b \quad (7)$$

한편 동수압 윤활에 의한 전단력은 접촉부의 미끄럼에 의해 발생되며 이는 다음과 같이 정의된다.

$$\tau_{hh} = \mu(p, T) \frac{V_s}{h_{cen}} \quad (8)$$

식 (8)에서  $\mu$  는 윤활제의 점성을 나타내며 압력 및 온도의 함수로 정의된다.

$$\mu = \mu_0 \exp(\alpha_1 \Delta T - \alpha_2 p_h) \quad (9)$$

그러나 윤막이 무한히 얇아질 경우 전단력이 무한히 커지게 되므로 식 (8)을 통해 전단력을 계산할 수 없다. 이러한 경우의 전단력은 Rohde의 한계 전단 응력 이론에 기초하여 다음과 같이 정의되며 윤활제의 최대 전단 응력을 넘을 수 없다.

$$\tau_{hb} = \tau_o + \mu p_h \quad (10)$$

$$\tau_L = \tau_o + m p_h$$

따라서 동 수압 윤활 상태 하에서의 전단력을 윤막 두께의 크기에 따라 다음과 같이 정의하였으며, 점성 마찰력은 식 (8)의 적분을 통해 구할 수 있다. 식 (8)에서 윤활 조건의 구분은 Staron과 Willermet의 정의를 따랐다.<sup>4)</sup>

$$\tau_h = \begin{cases} \tau_{hb} & h \leq h_1 \\ \frac{h-h_1}{h_2-h_1} \tau_{hb} + \frac{h_2-h}{h_2-h_1} \tau_{hh} & h_1 \leq h \leq h_2 \\ \tau_{hh} & h \geq h_2 \end{cases} \quad (11)$$

전체 마찰력은 동 수압 윤활 및 경계 윤활에 의한 마찰력의 합으로 표현되며 다음과 같다.

$$F = (\tau_o + \tau_h) A \quad (12)$$

한편 캠과 태핏 접촉부에서의 온도 상승은 마찰에 의한 발열에 기인하는 것으로, 평균 표면 온도는 다음 식으로 정의된다.

$$T = T_o + 1.064 \frac{F V_s}{A} \frac{\sqrt{b}}{K_c \sqrt{V_c} + K_r \sqrt{V_r}} \quad (13)$$

### 2.3 축 진동 해석 모델

회전축 베어링 계의 진동 해석에 있어서 전달 행렬법을 이용한 해석은 유한 요소법등의 다른 해석 방법보다 계산 시간이 짧고 축의 길이에 무관하게 행렬의 크기가 일정하여 크기가 작은 행렬의 계산만으로도 해석이 가능하므로 경제적

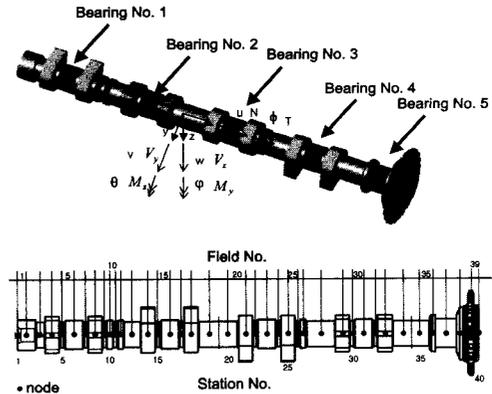


Fig. 2 Camshaft modeling

이다.<sup>5)</sup> Fig. 2는 진동 해석을 위한 축 모델과 전달 행렬법을 이용하기 위한 노드의 구분이다.

전달 행렬법은 회전축을 집중질량과 탄성요소로 나누어 계산하는 방식으로 각각은 휨 강성의 특징을 나타내는 장 전달 행렬과 절점의 질량 및 관성 모멘트의 특징을 나타내는 점 전달 행렬의 연계에 의한 해석 방법이다. 절단 요소의 휨 강성은 축 방향 하중, 토오크 및 전단 변형 효과에 의하여 변화되며, 각 절점에는 불평형에 의한 원심력 가진 효과, 회전체의 기울어짐에 의하여 발생하는 휨 모멘트 가진 효과, 회전속도의 가속 및 감속 효과에 의한 가진력과 가진 모멘트의 변화, 회전체의 자이로스코프 효과에 의한 모멘트의 변화와 베어링 등에 의한 강성 및 감쇠 특성에 의한 반력이 고려되었다.

Fig. 3(a)는 x-y 평면에서의 (i)번째 절단 요소의 자유 물체도이며 (i-1) 절단요소의 상태량이 절단 요소의 휨 강성 특성을 통하여 (i)번째 절단 요소로 전달되어가는 원리를 나타낸다. Fig. 3(b)는 x-y 평면에서 (i)번째 절점에 대한 자유물체도이며, 절점의 왼편 상태량이 절점의 특성을 통하여 오른편 상태량으로 전달되어가는 원리를 나타내고, 절점의 특성에 의하여 절점의 오른편에 전단력과 후미 모멘트가 추가되며, 변위와 변위각은 변동하지 않는다.

따라서 각각의 절점 및 절단 요소의 특성을 고려하여 다음과 같은 평형 방정식을 구할 수 있다.





구하고 캠과 태핏 사이에 작용하는 힘을 계산한다. 그 후 캠과 태핏 사이에 작용하는 마찰력을 계산하기 위한 윤활 해석을 수행한다. 그 후 구해진 캠에 작용하는 외부 반력을 입력으로 하여 캠축의 처음 단계의 시간에서 각 절점의 변위 및 변위각에 대한 속도, 가속도를 가정하고, 앞에서 얻어진 각 절점의 변위 및 변위각에 대한 속도, 가속도를 적용하여 전체적인 전달행렬을 풀어 각 절점에서의 변위 및 변위각을 구한다. 변화된 캠 변위를 각 밸브에 초기 입력으로 사용하여 밸브의 동역학 해석 및 윤활 해석을 반복하고 다시 캠축에서 위의 과정을 반복한다. 캠축의 궤적이 수렴할 때까지 반복하여 계산하며 이와 같은 회전축 중심의 진동 궤적을 구하는 알고리즘을 순서대로 나타내면 Fig. 6과 같다.

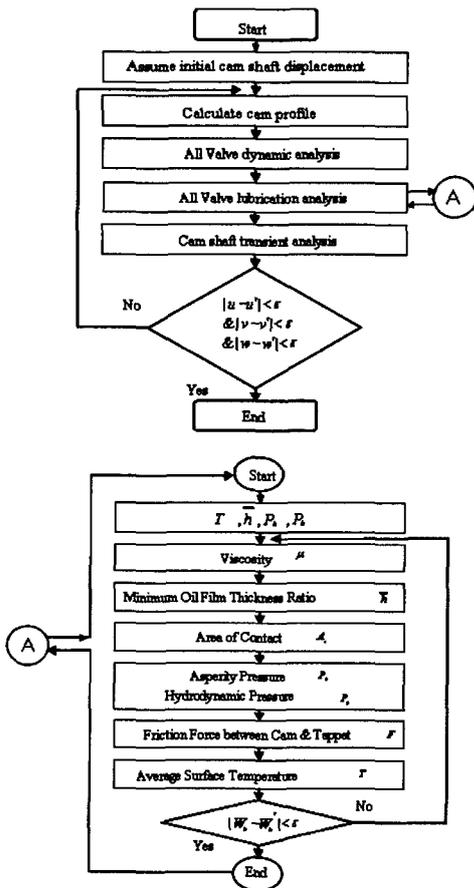


Fig. 6 Flow chart for computational analysis

### 3. 결과 및 토의

#### 3.1 B/D변화에 따른 저널의 궤적

베어링의 크기를 줄이려는 노력은 최근의 경향화, 저 마찰 엔진 설계에서의 기본 흐름이다. 캠축에는 기본적으로 5개의 저널 베어링이 사용되고 있다. 저널 베어링의 경우 폭과 직경비 (B/D)에 따라서 상사성을 갖는다. Fig. 7은 베어링의 B/D를 일정하게 하고 해석을 수행한 결과이다. 베어링반경 R이 커지면 궤적이 커진다.

Fig. 8에서 B/D가 0.8로 일정할 때 R=15.6mm를 기준으로 베어링의 반경을 10%씩 줄여나갈 때 1, 3, 5번의 베어링 궤적을 나타내었다. 베어링의 크기가 작아짐에 따라서 베어링 궤적이 크게 나타나는 것을 알 수 있다.

#### 3.2 캠축 회전수에 따른 저널의 궤적

캠 회전수에 따른 캠축의 베어링 중심 및 양

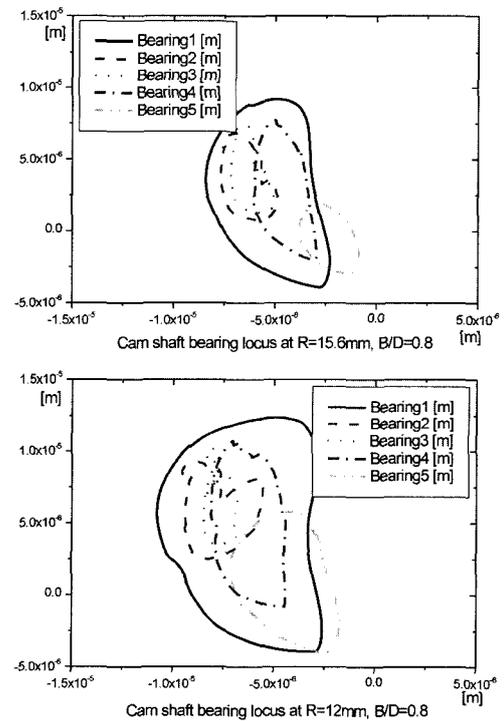


Fig. 7 Loci of cam shaft bearing according to bearing size

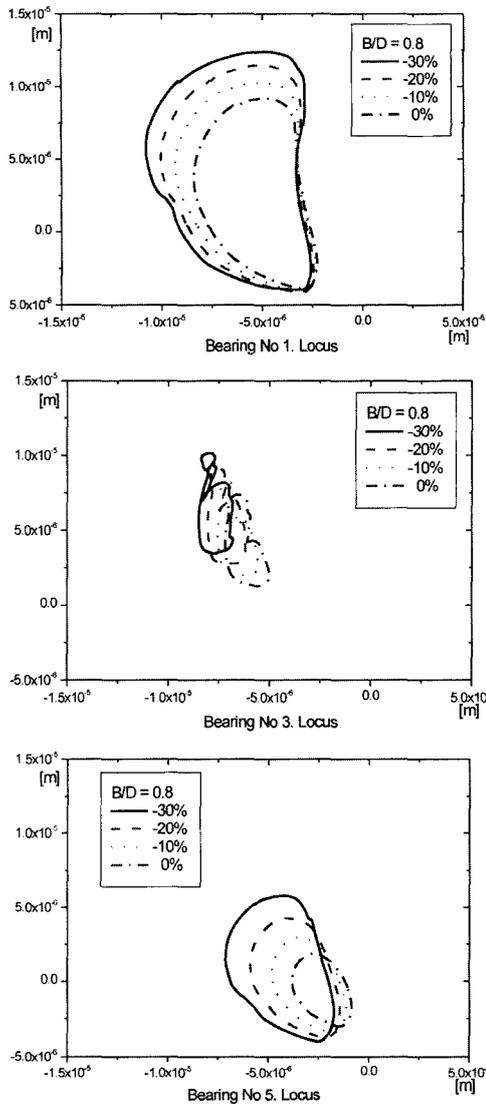
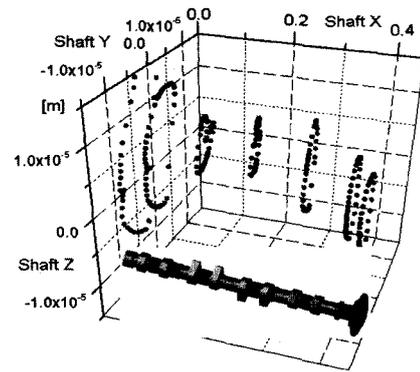


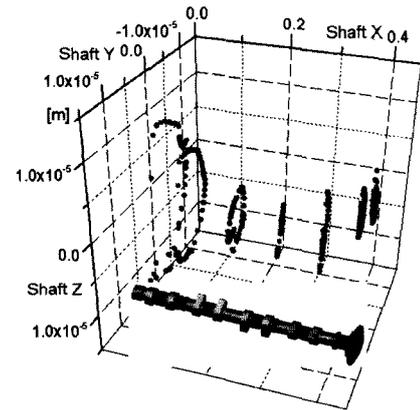
Fig. 8 Loci of cam bearing (No. 1, No. 3, No. 5) according to bearing size

끝단 중심의 궤적은 Fig. 9와 같다. 밸브 계에서 작용하는 캠과 태핏 사이의 마찰력 및 수직 하중에 의해 캠 축은 좌측 상부로 치우쳐 회전함을 알 수 있었다. 또한 추가된 다섯번째 베어링에 의해 축의 오른쪽 끝단의 궤적이 왼쪽보다 상대적으로 작게 나타나고 있음을 알 수 있었다.

Fig. 10은 캠 축 회전수의 증가에 따른 베어링 중심의 궤적을 보여준다.



(a) 1000 rpm



(b) 2000 rpm

Fig. 9 Loci of shaft at B/D=0.8

운전 조건에서 캠 축의 회전수가 증가함에 따라서 캠과 태핏 사이의 반력이나 마찰력은 혼합 윤활 상태의 특성을 보이게 되므로 평균값은 작게 나타나고, 편심에 의한 힘은 베어링 반력에 비해 무시할 만하다. 그러나 저널 베어링 반력은 회전수의 증가량에 비례하여 증가하므로 점점 궤적이 작아지며 안정하게 거동하고 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

밸브트레인 시스템의 동 특성 및 윤활 특성을 고려하여 캠 축 시스템 전체의 진동 해석을 수행하여 캠 축 베어링의 운동 궤적을 예측하고 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

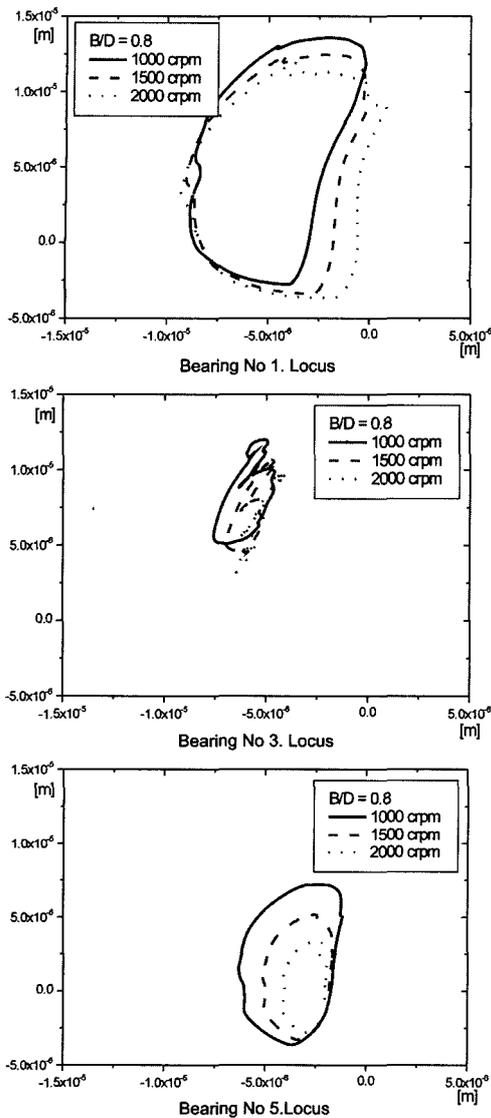


Fig. 10 Loci of cam bearing(No. 1, No3, No. 5) according to rpm

- 1) 밸브 계에서 작용하는 캠과 태핏 사이의 마찰력 및 수직 하중에 의해 캠 축은 베어링 내에서 위쪽으로 편심 되어 회전하고 있음을 알 수 있었다.
- 2) 저널 운동 궤적 해석 결과 베어링의 크기를 30%정도 줄여도 정상 운전 조건에서는 같은 B/D를 갖는다면 안정하게 동작할 것으로 예상된다.
- 3) 캠 축 회전 속도가 증가함에 따라서 베어링 지지 용량의 증가량 보다 편심 질량의 영향은 미

미하다. 또한 RPM의 증가에 따른 외력의 증가량이 완만한 시스템이므로 엔진 운전 속도에서 안정한 베어링 궤적을 보임을 알 수 있었다.

4) 본 결과는 밸브 트레인계 설계 및 성능 예측에 유용하게 활용될 것으로 생각된다.

### 참고 문헌

- 1) D. Dowson, C. M. Taylor, G. Zhu, "Mixed Lubrication of a Cam and Flat Faced Follower Proceedings," 17th Leeds-Lyon Symposium, Elsevier, pp.599-609, 1986.
- 2) N. Patir, H. S. Cheng, "An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication," ASME Journal of Lubrication Technology, Vol.100, No.1, pp.12-17, 1978.
- 3) N. Patir, H. S. Cheng, "Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surface," ASME Journal of Lubrication Technology, Vol.121, No.2, pp.220 -230, 1979.
- 4) J. T. Staron, P. A. Willermet, "An Analysis of Valve Train Friction in Terms of Lubrication Principles," SAE 830165, 1983.
- 5) 홍장표, "축방향 하중과 토크를 고려한 회전축의 휨 진동 해석," 서울대학교 대학원 공학박사학위 논문, 1990.
- 6) A. K. Van Helden, R. J. Van der Meer, J. J. Van Staaden, E. Van Gelderen, "Dynamic Friction in Cam/Tappet Lubrication," SAE 850441, 1985.
- 7) J. A. Greenwood, J. H. Tripp, "The Contact of Two Nominally Flat Rough Surface," Proc. Instn. Mech. Engrs., 185, pp.48-71, 1971.
- 8) J. Glienicke, D. C. Han, M. Leonhard, "Practical Determination and Use of Bearing Dynamic Coefficients," Tribology International, 1980.
- 9) R. G. Kirk, E. J. Gunter, "The Effect of Support Flexibility and Damping on the Synchronous Response of a Single-Mass Flexible Rotor," J. of Eng. for Industry, Trans. ASME, pp.222-232, 1972.
- 10) A. S. Kumar, T. S. Sankar, "A New Transfer

Matrix Method for Response Analysis of Large Dynamic Systems," *Computer & Structure*, Vol.23, No.4, pp.545-552, 1986.

11) D. C. Han, S. H. Choi, Y. H. Lee, "Analysis of

*Vibration Characteristics for a Rotor -Bearing System Using Distributed Spring and Damper Model," International Journal of Rotating Machinery, Vol.1, No.3-4, pp.277-284, 1995.*