

실험계획법과 수리적방법을 이용한 이산설계 공간에서의 다목적 최적설계

이동우* · 백석흠* · 이경영** · 조석수** · 주원식†
(2002년 3월 20일 접수, 2002년 7월 30일 심사완료)

Multi-objective Optimization in Discrete Design Space using the Design of Experiment and the Mathematical Programming

Dong Woo Lee, Seok Heum Baek, Kyoung Young Lee, Seok Swoo Cho and Won Sik Joo

Key Words: Multi-objective Optimization(다목적최적설계), Design of Experiments(실험계획법),
Mathematical Programming(수리계획법), Discrete Design Space(이산설계공간), Chebyshev
Orthogonal Polynomials(Chebyshev 직교다항식), Vertical Roller Mill(수직형롤러분쇄기)

Abstract

A recent research and development has the requirement for the optimization to shorten design time of modified or new product model and to obtain more precise engineering solution. General optimization problem must consider many conflicted objective functions simultaneously. Multi-objective optimization treats the multiple objective functions and constraints with design change. But, real engineering problem doesn't describe accurate constraint and objective function owing to the limit of representation. Therefore this study applies variance analysis on the basis of structure analysis and DOE to the vertical roller mill for portland cement and proposed statistical design model to evaluate the effect of structural modification with design change by performing practical multi-objective optimization considering mass, stress and deflection.

1. 서론

최근의 설계개발 현장에서는 수리적 계산과 CAE 시뮬레이션을 사용하여 설계 공정을 단축시키고 설계의 고도화를 도모하기 위한 최적설계의 개념이 도입되고 있으며 실제적인 최적설계 문제에서는 여러 가지 상충되는 목적함수가 동시에 고려되어야 하는 경우가 대부분이다. 따라서 중량과 같은 하나의 사항만으로 최소화하는 일반적인 최적설계 문제에서는 다른 설계변수들과의 복합

적인 관계를 평가할 수 없고 결과적으로 최적인 설계를 보증할 수 없게 되므로, 다목적 최적설계 문제^(1,2)가 요구되고 있다.

최적화 방법은 설계변수들이 갖는 확률적 변동성에 따라 확정론적 방법(deterministic method)과 통계학적 방법(stochastic method)으로 분류할 수 있다. 구조물을 설계하는 기존의 방법은 해석에서 고려되는 설계변수들이 일정한 불변의 값을 갖고 있다는 가정에 입각한 확정론적 방법이었는데 이것은 해석하고자 하는 시스템의 물리적 거동을 공학적 신뢰도의 범위내에서 모사할 수는 있지만 순수한 구조해석만으로는 설계변수를 어떻게 변화시키는 것이 설계를 가장 유용한 방향으로 향상시킬 수 있는지에 대한 정보를 정량적으로 평가할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 따라서 다목적 최적화 문제에서는 설계변수의 변화

† 책임저자, 회원, 동아대학교 기계산업시스템공학부

E-mail : wsjoo@mail.donga.ac.kr

TEL : (051)200-6844 FAX : (02)200-7656

* 회원, 동아대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 삼척대학교 기계정밀자동차공학부

에 따른 목적함수와 제약조건의 변화정도를 표현하는 수학적 모델을 필요로 한다. 그러나 실제 시스템에 있어서 제한조건들과 목적을 정확히 수학적으로 기술하는 것은 매우 어려운 일로 표현 방식이 가지고 있는 한계성으로 인해 부정확성 (inaccuracy)의 문제가 발생하였다.^(3,4) 이로 인해 최근에는 시스템의 평가특성치 함수를 수식적으로 구하기 어려운 경우 통계적 방법을 이용하는 실험계획적 방법이 사용되고 있다. Rao⁽⁵⁾는 이 분야의 대표적인 방법인 직교배열(orthogonal arrays)을 실험계획에 적용하도록 처음 제안을 하였고, 이정옥 등⁽⁶⁾은 직교배열표를 반복 사용한 이산공간에서의 최적화 알고리즘을 개발한 바 있다. 최근에 들어서는 Chen 등⁽⁷⁻⁹⁾에 의해서 반응표면법과 확장된 분산분석을 이용하여 구조해석과 실험계획법을 조합하는 설계지원시스템⁽¹⁰⁾에 의한 파레토 최적해(pareto optimal solution)를 구하는 다목적 최적설계 문제에서도 통계학적 방법이 이용되고 있다. 그러나 위에서 제안된 방법들은 실험계획법을 다루는 여러 문헌에 나와있듯이 직교배열표는 각 반복단계에서 넓은 영역에서 진행되므로 설계변수의 설계 공간상에 적절한 배치 및 인자(factor)들의 적절한 수준(level)의 설정에 따라 최적화가 크게 좌우된다는 문제점이 있다. 이것은 설계점들이 각 설계변수의 수준 조합에서만 움직일 수 있다는 불연속성으로 인하여 최적점 근처에서 수렴특성이 좋지 않고, 정밀한 최적점을 찾아내는 용도로는 부적합하다. 따라서 목적함수와 제약조건을 설계변수에 대하여 감소시키는 방향이 구해지면 이동거리를 탐색하는 수리적 방법의 적용이 요구된다.

한편, 본 연구에서 연구대상으로 하고 있는 포틀랜드 시멘트(portland cement) 가공용 수직형 롤러 분쇄기(vertical roller mill)는 장기간 운전되는 각종 플랜트 설비의 특성상 초기 투자비가 많이 소요되어 가능한 한 장기간 사용하게 되므로 피로, 부식, 마모등과 누적운전 시간으로 인하여 설계수명을 다하지 못하는 경우가 많다. 이러한 설비는 가동중에 돌발적인 파손사고가 발생하여 플랜트의 가동이 중지됨으로서 생산손실은 물론 경우에 따라서는 안전사고를 발생하여 심각한 사회문제를 일으키기도 한다. 특히 국내에 도입된 분쇄기의 경우 빈번한 기동과 정지 및 부하변동으로 피로하중을 받기 때문에 매우 열악한 사용조건에 운전되고 있어 이러한 문제의 최적화는 중량

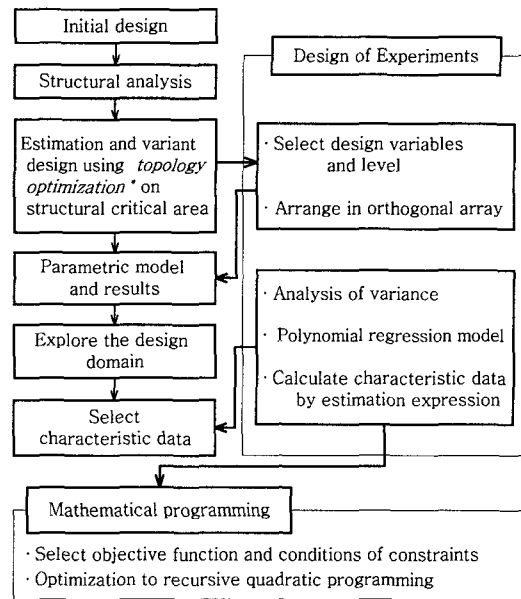


Fig. 1 Procedure of multi-objective optimization

이나 안정성만이 아니고 비용이나 리사이클링(recycling)등에도 실행되어 갑작스런 조업 중단에 따른 생산 손실을 예방하여 계획적 정비 주기를 조절함으로써 안정적인 포틀랜드 시멘트 가공용 생산 시스템을 구축할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 상술의 포틀랜드 시멘트 용 수직형 롤러 분쇄기에 대한 구조해석과 실험계획법을 조합하여 평가특성치에 대한 설계변수의 상관관계를 분산분석으로 파악한 뒤 설계변수의 변화에 따른 평가특성치를 표현할 수 있는 추정식을 구하고 이 식에 수리계획법을 적용하여 중량과 응력 및 처짐을 동시에 고려할 수 있는 실용적인 다목적 최적화 방법을 제안함으로써 설계변수의 변화에 따른 구조변경의 효과를 정량적으로 평가하였다.

2. 통계적 실험계획법을 이용한 설계

직교배열표는 각 반복단계에서 넓은 영역에서 진행되는 영역접근법이다. 따라서 계속되는 설계 변경 중에 다른 인자의 변화 또는 관련 부분계의 변화에도 불구하고 설계인자의 추정효과는 계속 타당해야 한다.⁽¹¹⁾ 다양한 공학문제에 대해 직교배열표를 사용한 결과에 의하면 이 방법은 영역 접근적 특성으로 인해 최적화 초기단계의 경우,

초기 가정치가 최적치로부터 멀리 떨어져 있을 때 매우 효과가 좋은 것으로 알려져 있으나 정밀한 최적해를 구하기에는 부적합하다.⁽¹²⁾ 따라서 최적화는 초기단계에서 직교배열표를 사용하고 나중 단계에서 수학적 프로그래밍(mathematical programming)방법을 수행함으로써 정도가 우수한 최적해를 구할 수 있을 것으로 생각된다.

Fig. 1은 본 연구에서 제안하는 최적화의 진행 과정을 나타낸 것으로 별표의 위상최적화를 이용하여 해석모델의 구조적 위험영역의 설계변수 선정에 보다 정량적으로 탐색이 가능하였고,⁽¹³⁾ 목적함수(평가특성치)에 대한 설계변수의 영향을 구조해석과 실험계획법을 조합시켜 평가하였다. 그 결과를 분산분석에 기초를 두고서 목적함수의 근사추정식을 작성하여 다양한 최적화 계산을 전개함으로써 구조설계의 궁극적 목적인 구조물의 통계학적 설계 모델을 구축하였다.

2.1 분산분석을 이용한 근사추정식

목적함수에 대한 근사추정식은 다변수 다항식에 의해 나타낼 수 있다. 이것은 설계변수가 주는 영향도를 1차, 2차에 걸친 구체적인 특성에 대하여 분산분석의 F-검정 결과에서 유의하다고 판단된 차수성분을 사용하므로 객관적인 설계변수의 선택과 평가특성치의 근사추정식을 작성하는 것이 가능하다. 추정식으로는 설계변수 x 의 수준간의 간격이 똑같은 거리를 가지고 있다고 가정한 Chebyshev 직교계수가 있는 다음과 같은 식 (1)의 직교다항식을 이용한다.^(14,15)

$$y = \beta_0 + \beta_1(x-\bar{x}) + \beta_2\{(x-\bar{x})^2 - c^2 \frac{(l^2-1)}{12}\} + \beta_3\{(x-\bar{x})^3 - c^2 \frac{(3l^2-7)(x-\bar{x})}{20}\} + \dots + \beta_k P_k(x) \dots$$

차수 k 는 수준수 l 보다 작아야 하며 각 설계변수의 최대차수는 $l-1$ 이 된다. 여기서 \bar{x} 는 설계변수 x 들의 평균값이며, c 는 수준간격계수이다. β_0, β_k 는 추정식이 가지고 있는 직교계수로서 다음의 식 (2)로 나타낼 수 있다.

$$\beta_0 = \text{전 해석값의 평균}$$

$$\beta_i = b_i \sum_{v=1}^l \xi_i(A_v) y_v / \sum_{v=1}^l \xi_i^2(A_v) \quad (2)$$

$\xi_i(A_v)$ 의 A_v 는 A 의 각 수준, y_v 는 각 수준에 대한 해석의 평균값을 나타낸다. 본 방법에 있어서 추정식과 똑같은 목적으로 테일러 전개

(taylor series)에 의한 근사식을 만드는 방법을 생각할 수 있지만 이는 설계변수의 수준범위가 작은 변화에 대해서만 적합하므로 큰 변화에 대해서 유효한 근사식을 작성할 필요가 있다. 본 연구에서 사용하는 상술의 추정식은 테일러 전개와 비교하여 설계변수의 넓은 수준변화에도 유효하므로 대형 구조물과 같이 설계변수의 치수 변화가 큰 경우에도 매우 유용하리라 생각된다.

2.2 다목적 최적화⁽¹⁶⁾

일반적으로 공학설계 문제는 몇 개의 상충되는 목적함수가 존재하여 각 목적함수간에 트레이드 오프 함수(trade-off function)를 가지게 된다. 따라서 다목적 문제는 설계자가 가치판단의 정보를 어떻게 취급하는 것에 따라 몇 가지의 파레토(pareto)해에 접근하는 방법이 있다. 그 중 복수의 설계목표간에 우선순위가 존재하는 본 연구에서는 다목적 최적화 알고리즘으로 각 목적함수의 만족수준을 설정하여 우선순위가 높은 것에서부터 순차적으로 단일 목적의 최적화를 반복적으로 실행하는 SQP(sequential quadratic programming)법을 사용하였다. 즉, r 개의 목적함수가 어떠한 희생을 지불하더라도 만족해야만 하는 요구목표 l 개와 변경될 가능성이 있는 희망목표 m 개로 나누어진다. 또한 각각의 목적함수의 우선순위가 분명하므로 각각의 목적함수에 대하여 최저 한도로 달성하여야 하는 수준도 설정하여야 한다.

$$\text{요구수준 } F^\epsilon = (F_1^\epsilon, F_2^\epsilon, \dots, F_l^\epsilon)$$

$$\text{희망수준 } f^\epsilon = (f_1^\epsilon, f_2^\epsilon, \dots, f_m^\epsilon)$$

우선, 가장 순위가 높은 요구목표 $F_1(x)$ 에 대하여 아래에 표시한 것과 같은 단일 목적 최적화 문제를 설정하여 최적치 F_1^* 를 얻는다.

[1] Objective function : $F_1(x) \rightarrow \text{minimum}$

Constraints : $F_i(x) \leq F_i^\epsilon \quad (i=2, 3, \dots, l)$

$$f_i(x) \leq f_i^\epsilon \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

$F_1^* > F_1^\epsilon$ 일 때 희망수준 f^ϵ 의 설정을 완화하고 허용한도로서 편차 $\Delta_1, (0 \leq \Delta_1 \leq F_1^\epsilon - F_1^*)$ 를 설정하며 다음으로 순위가 높은 요구목표에 대한 목적함수 $F_2(x)$ 에 대하여 최소치 F_2^* 를 얻는다.

[2] Objective function : $F_2(x) \rightarrow \text{minimum}$

Constraints :

$$F_1(x) \leq F_1^* + \Delta_1 \quad (0 \leq \Delta_1 \leq F_1^e - F_1^*)$$

$$F_i(x) \leq F_i^e \quad (i=3, 4, \dots, l)$$

$$f_i(x) \leq f_i^e \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

$F_2^* > F_2^e$ 일 때 역시 희망수준 f^e 의 설정을 완화하여 재실행한다. 동일하게 $3 \leq p \leq l$ 에 대하여 순차적으로 최소치를 얻는다.

[3] Objective function : $F_p(x) \rightarrow \text{minimum}$

Constraints :

$$F_k(x) \leq F_k^* + \Delta_k \quad (0 \leq \Delta_k \leq F_k^e - F_k^*)$$

$$(k=1, 2, \dots, p-1)$$

$$F_i(x) \leq F_i^e \quad (i=p+1, p+2, \dots, l)$$

$$f_i(x) \leq f_i^e \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

$F_p^* > F_p^e$ 일 때 희망수준 f^e 의 설정을 완화하여 재실행하며 요구목표에 대하여도 동일하게 반복한다. 따라서 추정식에 대한 최적계산을 반복적으로 수행하는 다단계 최적구조설계 방법에 있어서도 위와 같은 수리계획법을 이용하여 용이하게 해석을 수행할 수 있다.

3. 수직형 롤러 분쇄기의 다목적 최적 설계

3.1 설계 방법

해석모델은 전체 체적이 $16,059 \times 106 \text{ m}^3$ 이고 테이블 중앙에서 반경이 2.39 m인 테이블 라이너가 8개의 판으로 구성되어 있으며 분쇄기의 형상과 하중이 테이블의 중심 축을 기준으로 대칭이고 2.34 rad/s 의 일정한 각속도로 회전하고 있다. 구조해석은 범용유한요소해석 프로그램인 ANSYS ver 5.6을 이용했으며, 사용한 요소는 8절점 육면체 요소이며 100,638의 절점과 88,149의 요소를 가진다. 하중조건과 구조해석 및 위상최적화의 평가는 앞선 연구결과인 참고문헌^(13,17)을 참고하기 바란다.

Fig. 2는 시스템의 기동 및 운전상태를 매 4초마다 수집해서 10분단위로 출력한 것으로, 외부 하중 조건에 대하여 비교적 안정한 상태를 나타내고 있으며 진동에 대한 영향은 매우 미약하다는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 구조물의 목적함수 선정에 보다 정량적인 정보를 제공하고 있다. 이상의 내용을 기초로 Fig. 3은 파손된 테이블

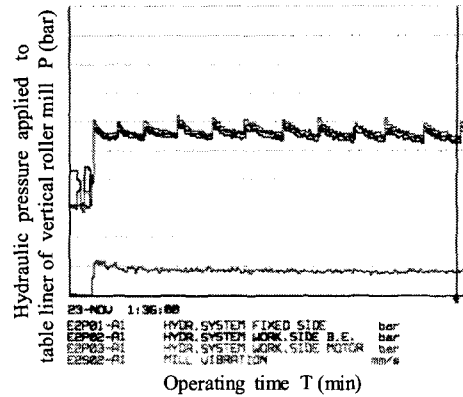


Fig. 2 Measurement of normal operating conditions for vertical roller mill

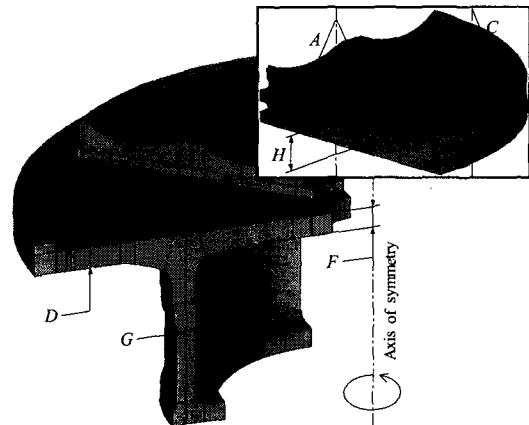


Fig. 3 FEM model and design factors of vertical roller mill

라이너의 응력 집중부와 가혹한 운전조건에 대하여 분쇄기 전체가 강건해 질 수 있도록 선택한 설계변수 7개를 나타내고 있고, Fig. 4는 이에 요구 특성치를 선택한 결과로서 테이블 라이너의 응력과 처짐 그리고 전체중량을 결정할 수 있었다. 설계변수의 수준은 Table 1과 같이 설정하였고 $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 의 혼합직교배열표에 분배하여 실험 계획법을 수행하였다.

3.2 목적함수의 근사 추정식

Table 2는 직교배열표에 따른 해석결과를 표시한 것으로 이 결과에 기초로 평가특성치에 대한 설계변수의 민감도를 분산분석을 이용해 평가하였다. 또한 차수에 따른 설계변수와 목적함수의 표현정도(precision)를 구하여 정밀도가 우수한 것을

- A. Table-liner inside radius
- B. Grinding bowl inner
- C. Grinding bowl center
- D. Table-liner outside radius of left
- F. Table-liner outside radius of right
- G. Grinding bowl outer
- H. Table-liner shape

Table 1 Levels of factor

Factor	Level 1	Level 2	Level 3
H	initial	baseline	baseline
A	baseline	15 mm	25 mm
B	-10 mm	-20 mm	baseline
C	-40 mm	-20 mm	baseline
D	baseline	20 mm	40 mm
F	-40 mm	-20 mm	baseline
G	baseline	20 mm	40 mm

Table 2 Result of structure analysis

Analysis number	Mass (kg/mm ³)	Table liner stress(MPa)	Deflection (mm)
1	1.1463	214.083	5.817
2	1.1961	193.521	5.211
3	1.2771	180.24	4.684
4	1.2160	191.223	5.33
5	1.2116	187.398	5.069
6	1.2363	205.432	4.928
7	1.2122	207.64	5.165
8	1.2621	189.614	4.653
9	1.2191	188.833	5.295
10	1.2325	180.974	4.756
11	1.1579	202.583	5.588
12	1.1832	197.703	5.267
13	1.2419	179.587	4.867
14	1.1835	209.993	5.05
15	1.1926	195.624	5.395
16	1.2207	198.468	4.821
17	1.1997	183.535	5.219
18	1.2268	201.105	5.031

추정식으로 선택하였는데 Table 3과 4는 그 결과의 일례인 처짐을 표시한 것으로 1차식은 중회귀다항식(multiple regression polynomial)으로, 2차식은 분산분석의 결과에 유의하다고 판단되는 차수의 항을 사용한 Chebyshev 직교다항식을 이용하여 표현하였고 두 다항식의 비교는 식 (3)과 같으며 통계프로그램으로 MINITAB R13을 사용하였다.⁽¹⁸⁾

$$Y_d^{1st} = 6.467 - 0.018 X_1 - 0.095 X_2 - 0.013 X_3 - 0.313 X_4 - 0.141 X_5 - 0.0024 X_6 - 0.097 X_7$$

$$Y_d^{2nd} = 6.498 - 0.0949 X_2 - 0.418 X_4 + 0.02633 X_4^2 - 0.1406 X_5 - 0.09717 X_7 \quad (3)$$

따라서 두 다항식의 차수에 따른 목적함수의 정밀도를 해석값과 비교하여 Table 5와 같이 절대평균오차(mean absolute percent error)로 나타내었다. 여기서 일례를 든 처짐의 경우에는 6.057%의 오차를 보이고 있는 Chebyshev 직교다항식이 6.6%의 오차를 보이는 중회귀다항식보다 유용하다는 것을 알 수 있으며 응력도 같은 결과를 얻었다. 이는 다항식의 차수를 분산분석의 결과에 기초를 두고있어 고차항의 계수를 모르거나 계수차이가 크게 되더라도 직교다항식을 사용하면 기저(base)를 정규화(normalize)할 수 있어 효율적으로 탐색이 가능하기 때문이다. 또한 저차항이 우선된 각 차수항이 서로 독립하고 있는 특성을 가지고 있으므로 임의의 차수에서 추정식을 작성하지 않아도 남은 차수에 대하여 최적의 회귀식을 구할 수 있다.⁽¹⁹⁾ 그러나 비교적 모든 설계변수에 영향을 미치는 중량의 경우에는 중회귀다항식이 보다 우수한 추정식의 정밀도를 얻었다. 이 방법에 따라 각각의 설계변수의 민감도만이 아니고 설계변수간의 교호작용도 정량적으로

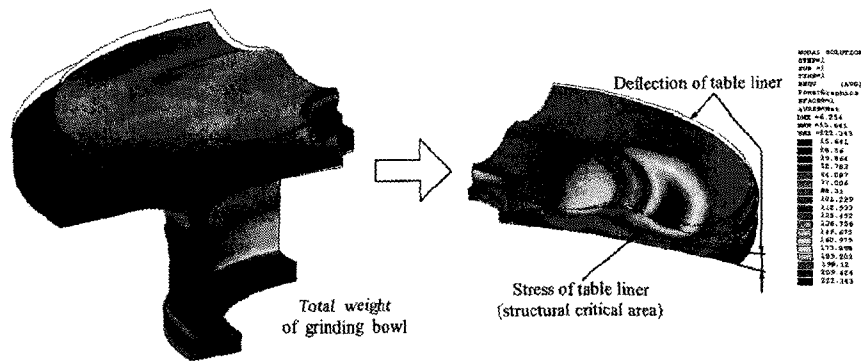


Fig. 4 Stress distribution of the primitive model

Table 3 Variance analysis of multiple regression polynomial for deflection

Factor	Unstandardized		Std.coeff.	T-ratio	Sig.
	B	Std.Error	Beta		
Const.	6.467	0.044		147.513	0
H	-1.8E-2	0.013	-0.029	-1.358	0.204
A	-9.5E-2	0.008	-0.256	-11.989	0
B	-1.3E-2	0.008	-0.035	-1.642	0.132
C	-0.313	0.008	-0.845	-39.493	0
D	-0.141	0.008	-0.380	-17.778	0
F	-2.4E-3	0.008	-0.007	-0.305	0.766
G	-9.7E-2	0.008	-0.263	-12.273	0
Model	Sum of squares	DOF	Mean square	F-ratio	Sig.
Regression	1.636	7	0.234	310.674	0
Residual	7.552E-2	10	7.522E-4		
Total	1.643	17			

Table 4 Variance analysis of Chebyshev polynomial for deflection

Factor	Sum of Squares	DOF	Variance	F-ratio	P-value	
H Linear	0.00139	1	0.00139	4.3	0.174	
A	Linear	0.10811	1	0.10811	335.34	0.003**
	Quadratic	0.00146	1	0.00146	4.52	0.167
B	Linear	0.00203	1	0.00203	6.29	0.129
	Quadratic	0.00139	1	0.00139	4.32	0.173
C	Linear	1.17313	1	1.17313	3638.9	0**
	Quadratic	0.00277	1	0.00277	8.60	0.099
D	Linear	0.23773	1	0.23773	737.39	0.001**
	Quadratic	0.00037	1	0.00037	1.14	0.398
F	Linear	0.00007	1	0.00007	0.22	0.687
	Quadratic	0.00045	1	0.00045	1.39	0.360
G	Linear	0.1133	1	0.1133	351.43	0.003**
	Quadratic	0.00043	1	0.00043	1.32	0.369
e	Linear	0	1	0	0.01	0.932
	Quadratic	0.00001	1	0.00001	0.02	0.896
Error	0.00064	2	0.00032			
Total	1.64327	17				

○ : Pooling, ** : 1% Level of significance⁽¹⁵⁾

Table 5 MAPE of polynomial regression expression

Objective Degree	Mass	Stress	Deflection
1st polynomial	0.044 %	7.501 %	6.603 %
2nd polynomial	9.629 %	6.536 %	6.057 %

평가할 수 있는데, Chebyshev 직교다항식은 고려하는 설계영역에 대하여 피팅(fitting)된 결과의 오차가 특정범위에 수렴된다고 알려져 있다. 이상에서 얻어진 목적함수의 근사 추정식을 식 (4), (5), (6)의 추정식과 해석값을 비교한 그래프를 Fig. 5, 6, 7에 표시하였다. 따라서 이러한 추정식을 기초로 수직형 톨러 분쇄기의 다목적 최적화를 수행한다.

$$Y_s = |\Delta l_{tableliner\ stress}| = 230.65 - 3.161 X_4 + 0.5578 X_4^2 - 11.6891 X_5 - 0.09717 X_7 \quad (4)$$

$$Y_d = |\Delta l_{deflection}| = 6.498 - 0.0949 X_2 - 0.418 X_4 + 0.02633 X_4^2 - 0.1406 X_5 - 0.09717 X_7 \quad (5)$$

$$Y_m = |\Delta l_{total\ mass}| = 1.080 - 0.015 X_1 + 0.01229 X_2 + 0.005458 X_3 + 0.02338 X_4 + 0.01824 X_5 + 0.0002167 X_6 + 0.01812 X_7 \quad (6)$$

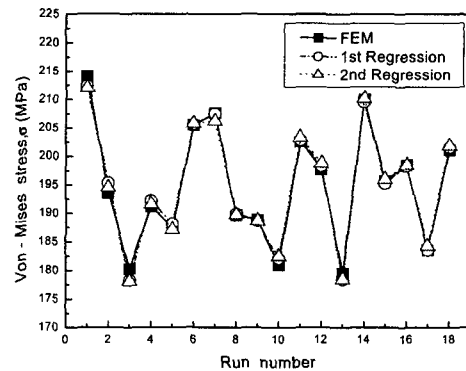


Fig. 5 Relation between Von Mises stress and run number in DOE

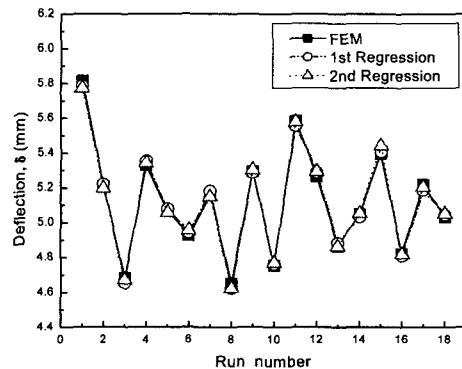


Fig. 6 Relation between deflection and run number in DOE

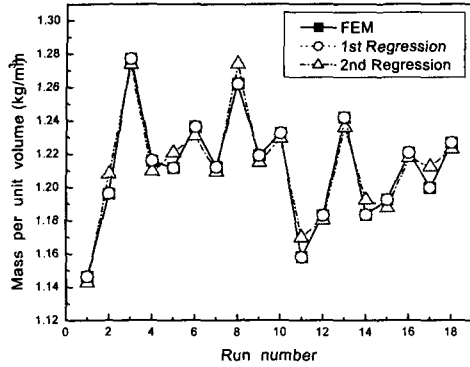


Fig. 7 Relation between mass per unit volume and run number in DOE

3.3 수리계획법을 이용한 다목적 최적화

3.3.1 요구목표 설정

다목적 최적화문제를 수학적으로 표현하면 아래와 같이 설정할 수 있다.

Objective function : { Y_{Stress} , $Y_{Deflection}$, Y_{mass} }

Constrains : $1 \leq X_1 \leq 2$

$1 \leq X_i \leq 3$ ($i=2, \dots, 7$)

일반적으로 다목적 함수 문제에서는 각각의 목적함수를 최대한 만족시킬 수 있는 또는 어떤 목적함수를 저해시키지 않고는 다른 목적함수를 개선할 수 없는 해를 구하게 되는데 단일 목적함수 문제와는 달리 유일하지 않는게 특징이며 일련의 다른 해를 제공한다.⁽¹⁹⁾

3.3.2 최적화 계산

목적함수에 우선순위가 있기 때문에 응력을 1순위, 처짐을 2순위, 중량을 3순위로 결정하였다. 그리고 각 목적함수는 변경될 가능성이 있는 희망수준을 설정한다. 여기서 각 목적함수의 요구수준을 허용응력은 파손된 테이블 라이너의 피로 한도인 $Y_{stress}^e=185.8$ MPa, 처짐은 $Y_{deflection}^e=5.45$ mm로 하였으며, 특히 중량은 효율적인 계산과 축 대칭 구조물인 것을 고려하여 두께가 1인 질량 $Y_{mass}^e=1.2038$ kg/mm³으로 하였다.

따라서 우선순위가 높은 순서부터 최적화 계산을 수행하며 최적화 계산으로는 SQP를 사용하였다.

[1] First step

Table 6 Optimal solution

Step	Objective Mass (kg/mm ³)	Stress (MPa)	Deflection (mm)
Initial	1.2038	227.343	6.254
First step	1.212	179.58	5.2299
Second step	1.2101	182.73	5.2281
Third step	1.2012	184.73	5.2904

Table 7 Optimal design parameter

DV	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇
Result							
Optimum level	1	1.0038	1	1.3633	3	1	1.745
Optimum size	initial	0.06	-10	-32.7	40	-39	14.9

Object function : $Y_{stress} \rightarrow$ minimum

Constraints : $Y_{deflection} \leq 5.45$, $Y_{mass} \leq 1.2038$

$1 \leq X_1 \leq 2$, $1 \leq X_i \leq 3$ ($i=2, \dots, 7$)

제 1단계에서 얻어진 최적해 Y^* 를 Table 6에 표시하였다. 다음으로 얻어진 최적해에 편차 Δ ($\Delta = |Y^* - Y^e|/2$)를 더해서 다단계 최적계산을 수행한다.

[2] Second step

Object function : $Y_{deflection} \rightarrow$ minimum

Constraints : $Y_{mass} \leq 1.2038$

$Y_{stress} \leq 179.58+3.11$

$1 \leq X_1 \leq 2$, $1 \leq X_i \leq 3$ ($i=2, \dots, 7$)

[3] Third step

Object function : $Y_{mass} \rightarrow$ minimum

Constraints : $Y_{stress} \leq 179.58+3.11$

$Y_{deflection} \leq 5.2281+0.11095$

$1 \leq X_1 \leq 2$, $1 \leq X_i \leq 3$ ($i=2, \dots, 7$)

위의 3 단계에서 얻어진 과정이 다목적 최적해가 되고 그 해를 Table 6과 7에 표시하였다. 또한 Fig 8은 각 단계에 의하여 최적화가 진행되는 상태를 나타내었는데, 여기서 종축은 요구수준으로 나눈 것으로 정규화하였다. 종축에 표시한 정규화되어진 목적함수가 1을 넘어서면 목적함수가 요구수준을 만족하고 있다는 것을 의미하는데 초기설계는 비가능영역(infeasible domain)에 있다.

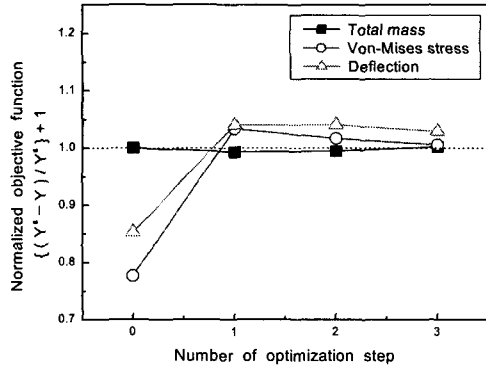


Fig. 8 Multi-objective optimization process using SQP

Table 8 Reanalysis solution

Objective Kind	Weight (kgf)	Stress (MPa)	Deflection (mm)
Initial	129,764	227.343	6.254
Optimum	128,486	184.73	5.291
Reanalysis	128,978	185.537	5.214

이는 설계변수의 상대적인 중요도계수(parameter importance factor)를 정량화하지 않았을 뿐만 아니라 적응설계(adaptive design)⁽²⁰⁾도 수행하지 않아 응력과 처짐이 요구수준을 만족하지 않는 설계라는 것을 알 수 있다. 따라서 최적화가 진행됨에 따라 중량을 일정한 수준으로 줄이면서 처짐과 응력집중의 분포를 개선하였는데 3 단계에서 모든 목적함수가 요구수준을 만족하고 있지만 각각 적절하게 만족된 설계가 가능하였다.

또한 얻어진 최적해에 대하여 재해석을 수행하여 Table 8에 나타내었다. 최적해와 재해석을 비교해 보면 오차가 발생하였는데 이것은 목적함수의 추정식이 가지는 오차가 존재하기 때문이라 생각된다. 이러한 추정식에 의한 오차 또는 구조해석에 의한 분산등은 실제의 최적설계에서 고려해야 할 사항으로 생각되어지며, 본 방법을 보다 현실적인 설계문제에 적용하고 보다 엄밀한 의미로서 최적성을 요구하기 위해서는 목적함수에 대한 추정식의 향상과 외측직교배열의 사용으로 이들의 변동에 대한 강건성(robustness)의 향상이 필요하다. 따라서 본 연구에서 검토된 설계변수의 변동값과 추정식이 가지는 오차요

인을 고려한다면 본 연구의 결과를 기초로 공차 설계 문제로의 확장도 가능하여 오차요인에 다소 편차가 있다고 하더라도 성능이 변동하기 어렵고 안정성이 높은 제품을 개발할 수 있을 것으로 생각된다.

4. 결론

본 연구에서는 실험계획법과 수리적방법을 이용하여 공학적 실용성이 있는 다목적 최적설계 방법을 제안하여 그 결과를 포틀랜드 시멘트용 수직형 롤러 분쇄기에 적용한 결과, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 구조해석과 실험계획법을 조합한 결과에 대한 목적함수와 설계변수 사이의 상관관계를 분산 분석에서 유의하다고 판단되는 차수의 항을 사용하여 다항식으로 표현하였고 이 추정식에 수리적 방법을 적용하여 다목적 최적화 계산을 수행함으로써 설계변수의 변화에 따른 구조변경의 효과를 정량적으로 평가할 수 있었다.

(2) 초기의 수직형 롤러 분쇄기 모델은 설계 기준을 만족하지 못하지만 위상해석과 실험계획법을 적용하여 설계변수의 수준간의 간격 및 인자 선정의 유의성을 설계자가 효율적으로 활용할 수 있는 방향을 제시함으로써 복잡한 다목적 최적화 문제에 유용하였다.

(3) 중량과 같이 모든 설계변수가 영향을 미치는 목적함수는 1차 다항식인 중회귀방정식이 유효하나 기술적으로 의미가 있는 특정한 설계변수가 영향을 미치는 응력과 처짐의 경우는 차수가 높은 Chebyshev 직교다항식이 유효하였다.

(4) SQP를 이용한 각 설계변수와 목적함수 사이의 다항식은 실험계획법에 의한 각 수준의 조합 이외의 최적해를 구할 수 있다.

참고문헌

- (1) Fermer, M., Svensson, H., 2001, "Industrial Experiences of FE-based Fatigue Life Predictions of Welded Automotive Structures," *Fatigue Fract Engng Mater Struct* 24, pp. 489~500.
- (2) Stadler, W., 1984, "Multicriteria Optimization in Mechanics," *Com. Methods in App. Mech. and Eng.*, Vol. 37, pp. 217~286.

- (3) Lee, Jun Bae and Lee, Byung Chai, 1993, "Multi-objective Optimization of Fuzzy System Using Membership Function Defined by Normed Method," *Transaction of the KSME, A*, Vol. 17, No. 8, pp. 1898~1909.
- (4) Lee, S. O., Suh, Y. S., Yang, Y. S., 1999, "Structure Reliability Engineering," Seoul Natil. Univ. Press.
- (5) Rao, C. R., 1947, "Factorial Experiments Derivable from Combinatorial Arrangements of Arrays," *Journal of Royal Statistical Society Series, B*, Vol. 9, pp. 128~139.
- (6) Yi, J. W., Park, J. S., Lee, K. H. and Park, K. J., 2001, "Development of an Optimization Algorithm Using Orthogonal Array in Discrete Design Space," *Transaction of the KSME, A*, Vol. 25, No. 10, pp. 1621~1626.
- (7) Chen, W., Allen, J. K., Mavris, D. N. and Mistree, F., 1996, "A Concept Exploration Method for Determining Robust Top-Level Specifications," *Engineering Optimization*, Vol. 26, pp. 137~158.
- (8) Chen, W., Allen, J. K., Tsui, K. L. and Mistree, F., 1996, "A Procedure for Robust Design Minimizing Variations Caused by Noise Factors and Control Factors," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 118, pp. 478~485.
- (9) Nagagili, S., Hisada, T., "An Introduction of Stochastic Finite Element Method, Baepungkwan press.
- (10) Qiang, YU, Hideoki Y., Takeshi, Y., Masaki, S. and Keiichi, M., 2000, "Multi Objective Optimization of Reinforced Members for Crash Safety Design of Automobiles," *JSME, A*, Vol. 66, No. 641, pp. 1~6.
- (11) Phadke, M. S., 1989, "Quality Engineering using Robust Design," Prentice-Hall.
- (12) Taguchi, G., Crowdhury, S., 1999, "Robust Engineering : Learn How to Boost Quality While Reducing Cost & Time to Market," McGraw-Hill.
- (13) Baek, S. H., Lee, K. Y., Hong, S. H., Cho, S. S. and Joo, W. S., 2001, "A Study on Multi-objective Optimization of Vertical Roller Mill using Statistical Evaluation System," *11th Korea ANSYS User's Conference*.
- (14) Takayoshi, K., Masaki, S., Qiang, YU and Isao, K., 1996, "Structural Optimization using the Design of Experiments and Mathematical Programming," *JSME, A*, Vol. 62, No. 601, pp. 218~223.
- (15) Park, Sung Hyun, 1995, "Modern Design of Experiments," Minyoungsa press.
- (16) Masahide, M., Jumpei, A. and Masataka, Y., 1990, "A Multilevel Structural Optimization Strategy based on the Priority Order of the Design Objectives," *JSME, A*, Vol. 56, No. 531, pp. 155~163.
- (17) Lee, Koung Young, Baek, Seok Heum, Hong, Soon Hyeok, Cho, Seok Swoo and Joo, Won Sik, 2001, "A Study on Fracture Mechanism of Table Liner for Vertical Roller Mill using FEM and Fatigue Analysis," *Proceeding of The KSAE Autumn Annual Meeting*, pp. 964~971.
- (18) 2000, "MINITAB User's Guide #2 : Data Analysis and Quality Tool," Minitab Inc.
- (19) Sen, P., Shi, W. B. and Caldwell, J. B., 1989, "Efficient Design of Panel Structures by a General Multiple Criteria Utility," *Engineering Optimization*, Vol. 14, pp. 287~310.
- (20) Brian S, T., 1998, "Creative Engineering Design, Fourth Edition," Okemos Press.