

용탕주조법을 이용한 금속복합재료 제조공정의 열전달 해석

정창규[†] · 정성욱* · 남현욱** · 한경섭***

(2002년 3월 2일 접수, 2002년 8월 5일 심사완료)

Numerical Modeling of Heat Transfer for Squeeze Casting of MMCs

Chang Kyu Jung, Sung Wook Jung, Hyun Wook Nam and Kyung Seop Han

Key Words : Numerical Modeling(수치해석), Heat Transfer(열전달), Enthalpy Method(엔탈피법)

Abstract

A finite element model is developed for the process of squeeze casting of metal matrix composites (MMCs) in cylindrical molds. The fluid flow and the heat transfer are fundamental phenomena in squeeze casting. To describe heat transfer in the solidification of molten aluminum, the energy equation is written in terms of temperature and enthalpy are applied in an axisymmetric model which is similar to the experimental system. A one dimensional flow model simulates the transient metal flow. A direct iteration technique was used to solve the resulting nonlinear algebraic equations, using a computer program to calculate the enthalpy, temperature and fluid velocity. The cooling curves and temperature distribution during infiltration and solidification were calculated for pure aluminum. Experimentally, the temperature was measured and recorded using thermocouple wire. The measured time-temperature data were compared with the calculated cooling curves. The resulting agreement shows that the finite element model can accurately estimate the solidification time and predict the cooling process.

1. 서론

금속복합재료(metal matrix composites : MMCs)는 경량의 기지금속(Al, Mg)에 세라믹 단섬유나 분말을 보강하여 기계적 성질 및 고온 안정성, 열전도성, 내마모성을 향상시키고자 개발된 재료이다.⁽¹⁻³⁾ 최근에는 자동차 부품에 적용되어 경량화는 물론 내구성 향상에 기여를 하고 있으며, 항공, 방위산업 및 전자산업 등의 특수용도로서 사용되는 등, 그 활용 범위가 넓어지고 있다.

금속복합재료 제조방법으로는 분말야금법(powder metallurgy), 용탕주조법(squeeze casting), 복합주조

법(compcasting process), 분사주조법(spray casting) 등의 여러 방법이 있으며, 그 중에서 용탕주조법은 유기 및 무기성형제를 사용하여 보강재를 예비성형체로 만들고 용융된 금속을 압력을 가하여 침투시킨 다음 응고시킴으로서 제조하는 방법이다. 이 방법은 기존의 주조공정과 유사하여 생산기술이 널리 알려져 있으며, 대량생산에 적합한 방법으로 알려져 있다. 또한 가압하에서 용탕이 응고되기 때문에 양호한 조직을 얻을 수 있으며, 원하는 부분의 국부보강과 2 차가공이 별로 요구되지 않는 near-net shape 주조 가능성 등의 장점이 있어 주목을 받고 있다.^(2,3)

용탕주조법에 의한 금속복합재료의 제조조건은 금속복합재료의 제조 가능성과 기계적 성질 등에 큰 영향을 미치므로 최적의 조건을 확립하는 것이 필요하다. 예전에는 반복적인 실험을 통하여 특정한 보강재(reinforcement)와 기지재(matrix)에 관련된 제조조건을 찾아냈다.^(4,5) 실험을 통해 제조조건을 찾아내는 방식은 그 결과를 신뢰할 수 있다는 장점이 있으나 과정에서 많은 시간과 노력이 소요

[†] 책임저자, 회원, 포항공과대학교 대학원 기계공학과

E-mail : ckjung@postech.ac.kr

TEL : (054)279-5893 FAX : (054)279-5899

* 회원, 포항공과대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 포항공과대학교 첨단공학연구소

*** 회원, 포항공과대학교 기계공학과

되며 재료나 금형의 모양이 바뀌게 되면 얻은 결과를 적용할 수 없다는 문제점이 있다. 따라서 공정의 이론적인 해석을 통해 제조에 영향을 미칠 여러 변수들을 평가함으로써 비용상의 문제점을 해결하고 실험의 시행착오를 줄이는 과정이 필요하다.

용탕주조법의 주된 기구(mechanism)는 침투와 열전달 현상이므로 침투와 응고 기구에 대한 해석이 필요하다. 이전에 수행되었던 이론적인 연구들은 금형을 설정하지 않거나 혹은 금형으로의 열전달이 없다는 조건과, 입구에서 압력이 일정하다고 가정하고 일차원 또는 이차원 해석을 수행하였다.⁽⁶⁻⁹⁾ 이러한 연구들은 금형을 포함한 외부로의 열손실을 고려하지 않고 있으며 입구 조건들이 유압 프레스로 압력을 가하는 경우에는 부적절하다. 최근에 금형을 포함한 시스템을 설정하고 침투과정뿐만 아니라 침투가 완료된 후의 금형으로의 열전달에 의한 응고를 해석한 연구가 있었다.^(10,11) 그러나 이 연구에서도 경계조건의 가정에 실제와 많은 차이를 보이고 있고, 또한 온도와 엔탈피 사이의 비선형적 관계를 고려한 수치 해석 기법이 제대로 구현되지 못했다.

본 연구에서는 용탕주조법을 이용하여 단섬유 강화 금속복합재료를 제조하는 실제 공정과 유사한 모델을 제안하고 유한 요소법을 이용하여 용탕의 침투와 상변화를 수반하는 열전달 해석을 수행하는 프로그램을 개발하였다.

이 프로그램을 이용하여 시간에 따른 각 부분들의 온도분포를 구하고 공정변수(용탕의 초기온도, 금형의 초기온도, 예비성형체의 초기온도)가 응고 시간에 미치는 영향을 해석하였다. 그리고 실제 제작 공정에서 열전대(thermocouple)를 사용하여 온도측정 실험을 수행하여 해석한 냉각 곡선과 비교하여 결과를 검증하였다.

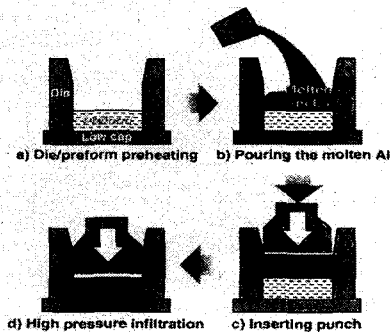


Fig. 1 Schematic diagram of squeeze casting

2. 이론

2.1 모델

Fig. 1 은 용탕주조를 이용한 금속복합재료의 제조과정을 나타낸다. 실린더형의 주조용 금속 몰드, 가압용 펀치, 예비성형체를 각각 예열시킨 후 유압프레스를 사용하여 가압하여 용탕을 침투, 응고시킨다. 일반적으로 금형, 펀치, 예비성형체의 초기 온도는 기지금속의 녹는점보다 낮게 하여 제조하는데 이것은 공정 시간을 단축하고 금형의 열손상을 방지하며 용탕과 보강재 사이의 화학 반응을 감소시키기 때문이다. 이러한 침투과정 중에 예비성형체 내에는 Fig.2 와 같이 상이 다른 네 개의 영역이 존재한다.^(6,7) 영역 1 은 예비성형체 내에서 보강재와의 열팽형에 의해 용탕의 열손실이 발생하여 용탕의 부분응고가 일어난 영역으로 침투머리(infiltration front) 뒤에서 발생한다. 영역 2 는 금형과 용탕 사이의 열전달에 의해 용탕의 완전 응고가 일어난 부분이며 금형 벽에서부터 점차 증가한다. 영역 3 은 과열된 용탕의 주입으로 보강 섬유 사이에 발생하였던 용탕의 부분 응고와 금형에 의한 응고를 재용융시켜 용융상태로 존재하는 영역이다. 영역 4 는 침투가 아직 이루어지지 않은 예비성형체이며 침투머리의 앞부분이다.

본 연구에서는 Fig. 3 과 같은 모델에 대하여 해석을 수행한다. 실제 용탕주조 공정과 비슷하게 펀치와 금형을 고려하고 한정된 양의 용탕이 침투되는 것으로 생각하였다. 용탕에서 몰드와 펀치로 전도에 의한 열전달이 있으며, 침투가 진행되는 동안에는 대류에 의한 열전달도 고려한다.

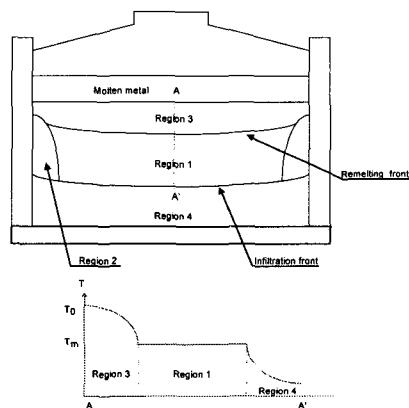


Fig. 2 Schematic illustration of the injection of metal into a mold containing a perform⁽⁵⁾

2.1.1 지배방정식

용융된 금속을 비압축성이라고 가정하면 용탕이 침투시에 다음과 같은 연속방정식이 성립한다.

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (1)$$

실제 용탕의 유동은 3 차원이나 여기서는 예비성형체의 높이에 비해 침투면 넓기 때문에 높이 방향으로만 흐른다고 가정한다. 따라서 용탕의 초기 이동속도는 펀치의 속도와 같으며 위의 식 (1)을 통해서 시간에 따른 침투거리와 각 부분에서 침투 속도를 구할 수 있다.^(10,11)

예비성형체 내에서 용탕과 섬유 사이에 열전달이 일어나므로 각각의 재료에 대해 열전달 식을 고려하여야 한다. 섬유의 반경이 매우 작아 단위 부피 내에 열전달 면적이 매우 크므로 용탕과 섬유 사이에 순간적으로 열평형을 이룬다고 가정하였다.^(6,7) 이러한 가정 하에서 용탕이 침투한 부분에서의 에너지 식은 다음과 같다.

$$\rho_c c_c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_m c_m v \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k_c \nabla T) \quad (2)$$

여기서 첫 번째 항과 우변항은 각 부분에서의 전도에 의한 열전달을 의미하고, 두 번째 항은 용탕의 물질이동에 의한 에너지 전달을 의미한다. 첨자 c, m 은 각각 복합재료와 기지금속을 나타낸다. v 는 용탕의 침투 속도이다. 그리고 침투된 부분 외의 영역, 즉 몰드, 침투되지 않은 예비성형체, 펀치에서의 열전달 식은 다음과 같이 전도만을 고려한다.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (3)$$

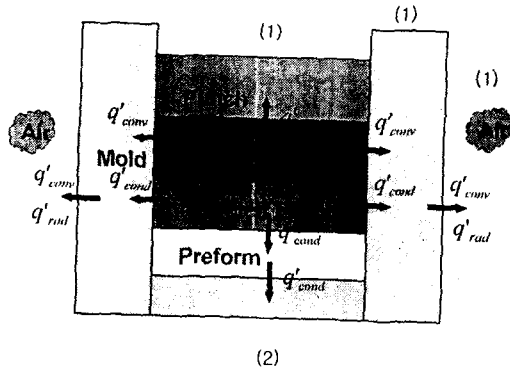


Fig. 3 Analysis model

2.1.2 초기조건과 경계조건

초기조건($t=0$)으로서 금형과 펀치, 예비성형체는 각각 금속의 녹는점보다 낮게 예열시킨다. 용탕은 금속의 녹는점 이상의 과열된 온도에서 사용한다.

Fig. 3의 경계 (1)에서는 대류와 복사에 의한 열전달을 고려하였다. 여기에서 온도에 따라 복사 열전달의 변화는 없다고 가정하였다. 경계 (2)는 실제 조건에서는 유압 프레스와 접촉하는 부분이다. 하지만 몰드와 프레스 바닥이 완전히 밀착되지 않으므로 모델링하기가 까다롭고 고려해야될 시스템의 크기가 지나치게 커지게 된다. 따라서 실제 제조조건을 수정하여 단열조건을 만족하도록 하였고, 수치해석에서도 몰드 바닥에서의 경계조건으로 단열 조건을 사용하였다.

예비성형체와 용탕의 경계면에서의 조건은 기존에 연구들이 가정했던 조건과는 다르게 유속 (flow rate), 즉 펀치가 내려오는 속도 (punch velocity)가 일정한 것으로 가정을 하였다. 기존 연구에서는⁽⁶⁻¹⁰⁾ 입구 조건의 유입압이 일정한 것으로 가정하였는데 이것은 압축 공기 또는 원심력을 구동력으로 하여 압력을 가하여 침투시키는 공정에 적당한 가정이고 유압 프레스를 이용하여 압력을 가하는 경우에는 침투가 진행되는 동안에 프레스의 하강 속도가 거의 일정하므로 경계면에서 용탕의 침투 속도가 프레스의 하강속도와 같다고 가정하는 것이 실제에 더욱 가깝다.⁽¹¹⁾

punch와 용탕, 예비성형체와 용탕, mold와 재료 사이에서는 온도가 연속이라고 가정하였다.

2.1.3 물리상수

열전달에 관계된 상수들로는 열전도계수와 열용량이 있다. Hatta와 Taya⁽¹²⁾는 단섬유 보강 복합재료에서 섬유의 배열에 따른 열전도 계수를 예측하는 식을 유도하였다. 이 모델에 따르면 3 차원 임의로 배열되어 있는 실린더 모양의 섬유로 강화된 단섬유 보강 복합재료에서의 열전도 계수는 다음과 같다.

$$k_c = k_m \left(1 - \frac{V_f (k_m - k_f) [0.5(k_f - k_m) + 3k_m]}{k_m (k_f - k_m) (1.5 - V_f) + 3k_m^2} \right) \quad (4)$$

여기서 V_f 는 예비성형체의 부피분율이고, k_m, k_f 는 기지금속과 섬유의 열전도 계수이다. 온도에 따른 열전도계수의 변화는 고려하지 않았다. 복합재료의 열용량은 rule of mixture로 계산한다.

$$(\rho c)_c = V_f(\rho c)_f + (1 - V_f)(\rho c)_m \quad (5)$$

3. 수치해석

2 장의 침투와 열전달 지배방정식을 유한요소법을 사용하여 풀었다. 요소 분할도는 Fig. 4 과 같고 축대칭이므로 r, z 방향의 2 차원 해석을 하였다. 4 절점 사각 요소를 사용하였으며 전체 요소의 개수는 457 개, 절점의 수는 507 개이다.

금형과 펀치, 섬유의 열특성의 온도에 따른 변화는 고려하지 않았다. 또한 경계조건에서 사용되는 열전달 계수도 온도에 따라 일정한 것으로 가정하였다. 그리고 용탕의 침투시 예비성형체의 변형은 고려하지 않았다. 각 재료의 물성은 Table 1, Table 2 에 나타내었다.

3.1 침투해석

용탕의 침투가 일어났을 때 몰드로의 열손실로 인해 몰드 외벽에 응고가 일어나게 되고 용탕이 흐를 수 있는 채널의 지름이 줄어들게 된다. Fig. 5 에서 AA' 면에서의 용탕의 속도는 입구에서의 유속이 v_0 로 일정하다고 가정하였으므로 연속 방정식에 의하여 구할 수 있다.

$$\pi R_i^2 v_0 = \pi R_c^2 (1 - V_{sf}) \cdot v_{i,j} \quad (6)$$

여기서 V_{sf} 는 solid fraction 이다. 위 식을 적용하여 각 노드에서의 속도를 구한다.

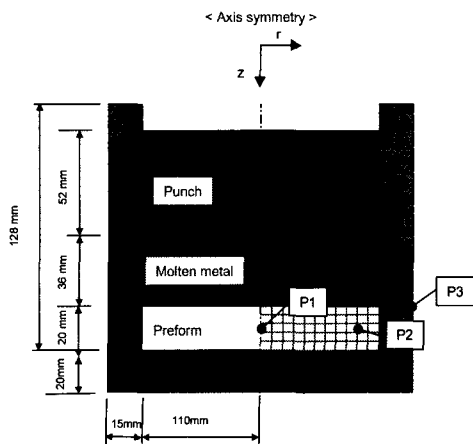


Fig. 4 Mesh diagram for numerical model

예비성형체 내에서 용탕은 1 차원 유동, 즉 z 방향으로만 흐른다고 가정하였다. 침투머리의 이동은 quasi-stationary front 근사법을 사용하였다. 이 방법은 일정한 시간 구간 동안에는 고정된 침투 영역에 대해 열전달 해석을 수행하며 다음 시간 단계에 침투 머리를 이동시켜서 다시 열전달 해석을 수행하게 하는 방법이다. 즉 침투면이 일정한 속도로 하강한다고 가정하였으므로 일정한 시간 간격마다 침투면을 노드에 맞춰 이동시키고 그 사이의 시간 간격에서는 열전달 해석을 수행하는 방법을 사용하였다.⁽¹³⁾

3.2 엔탈피법

응고시 일어나는 잠열의 방출을 고려하기 위해 여러 가지 방법이 제안되었다. 널리 사용되는 방법으로는 외관비열법(apparent capacity method), 유효비열법(effective heat capacity method), 엔탈피법(enthalpy formulation)이 있다.

외관비열법은 상변화 온도구간에서 잠열이 합금의 비열(specific heat)에 포함시키는 방법이다. 그러나 순수 금속이나 eutectic alloy 의 경우 인위적으로 상변화 온도구간을 가정해야 한다. 이 방법의 가장 큰 단점은 단일 시간 단계에 온도가 액상선(liquidus) 위에서 고상선(solidus) 아래로 떨어지는 경우에 잠열의 효과가 무시되므로 틀린 해를 얻게 된다는 것이다.

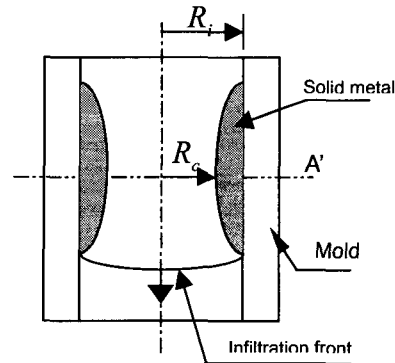


Fig. 5 Schematic cross section during infiltration with external heat loss

Table 1 Properties of mold and fiber⁽¹⁶⁾

Properties	Mold	SAFFIL
ρ (kg/m ³)	7832	3300
c (J/kgK)	434	1212
k (W/mK)	49	8

Table 2 Properties of pure aluminum⁽¹⁶⁾

Properties	Units	Al
ρ_{solid}	kg/m ³	2698
ρ_{liquid}	kg/m ³	2357
C_{solid}	J/kgK	900
C_{liquid}	J/kgK	1083
k_{solid}	W/mK	210
k_{liquid}	W/mK	95
T_m	°C	660
Δh	J/kg	397000

유효비열법은 외관비열함수(apparent capacity function)를 적분해서 유효비열(effective capacity)을 얻어내는 방법이다. 따라서 온도 기울기가 큰 경우에는 외관비열함수의 기울기도 커지므로, 오차를 줄이기 위해서는 더 작은 시간 단계가 필요하게 되어 계산 시간이 그 만큼 증가하게 된다.

엔탈피 법은 에너지식의 이너서(inertia)항에서의 온도 대신에 엔탈피로 바꾸어서 사용하는 방법이다. 엔탈피와 온도의 변화는 금속 혹은 합금의 잠열 방출 특성을 고려하여 정의한다. 등온 상변화 구간에서는 변화량은 계단 함수(step function)로 나타낸다. 따라서 금속의 응고 특성을 잘 반영하며 해도 정확한 값을 얻을 수 있는 장점이 있다.⁽¹⁷⁾

3.3 열전달해석

3.3.1 엔탈피공식화

어떤 2 차원 도메인, Ω 에서 축대칭, 비정상 상태의 에너지식은 식 (2)로부터 다음과 같이 T 의 함수로서 나타낼 수 있다.⁽¹⁷⁻²⁴⁾

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rK_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = C_{pc} \frac{\partial T}{\partial t} + C_{pm} v_z \frac{\partial T}{\partial z} - Q \quad \text{in } \Omega \quad (7)$$

여기서 C_{pc} 와 C_{pm} 는 각각 복합재료와 기지금속의 비열(specific heat)이다.

용융금속이 응고되면서 방출하는 잠열은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q = L \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (8)$$

여기서 L 은 latent heat of fusion, f_s 는 solid fraction 이다. 한편 엔탈피, 응고율, 온도의 관계는 다음식으로 정의할 수 있다.

$$H(T) = \int_{T_{ref}} C_{pc}(T) dT + L(1 - f_s) \quad (9)$$

식 (9)를 온도 T 로 미분하여 정리하면 다음 식을 차례로 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial H}{\partial T} = C_{pc}(T) - L \frac{\partial f_s}{\partial T} \quad (10a)$$

$$C_{pc} \frac{\partial T}{\partial t} - Q = \left(C_{pc} - L \frac{\partial f_s}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t} \quad (10b)$$

식 (10a)의 우변의 첫항은 열용량이 특정 온도 구간에서 온도의 함수로 나타남을 의미하고, 두 번째 항은 액체에서 고체로 상변화 동안의 잠열 방출을 나타낸다. 식 (10b)를 식 (7)에 대입하여 정리하면,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rK_r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial H}{\partial t} + C_{pm} v_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (11)$$

용융금속이 응고하는 구간에서는 온도의 변화가 없으므로 불연속이지만 전 구간에서 연속인 엔탈피를 주 변수로 사용함으로써 보다 쉽게 고려될 수 있다.

일반적인 경계조건과 초기조건은 다음과 같다.

Boundary condition($t > 0$)

$$T = \bar{T} \quad \text{at } \Gamma_T \quad (12a)$$

$$K_r \frac{\partial T}{\partial r} n_r + \left(K_z \frac{\partial T}{\partial z} - C_{pm} v_z T \right) n_z = q \quad \text{at } \Gamma_q \quad (12b)$$

Initial condition($t = 0$)

$$T(r, z; t = 0) = T_0(r, z) \quad \text{in } \Omega \quad (13)$$

3.3.2 공간근사

식 (10)의 유한요소 해석 모델은 두 단계의 공식화 과정을 거친다. 첫 번째로 공간근사(spatial approximation)로서 시간에 대한 편미분 방정식을 시간에 대한 상미분 방정식으로 바꾸는 단계이다.

두 번째는 구한 상미분 방정식을 시간 근사법을 이용하여 시간에 대한 근사식으로 바꾼다.⁽¹⁹⁾

식 (10)의 weak form 은 다음과 같다.

$$\int_{\Omega} \left[K_r \frac{\partial T}{\partial t} \frac{\partial W_i}{\partial r} + K_z \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial W_i}{\partial z} + \frac{\partial H}{\partial t} W_i + C_{pm} v_z \frac{\partial T}{\partial z} W_i \right] dV = \int_{S_q} \left[C_{pm} v_z n_z T + q_n \right] W_i dS \quad (14)$$

어떤 한 요소, Ω^e 내에서 온도와 엔탈피의 근사는 다음과 같이 정의한다.

$$T^e = N_j^e(r, z) T_j^e(t), H^e = N_j^e(r, z) H_j^e(t) \quad (15)$$

N_j 는 그 요소의 shape function 이고 T_j, H_j 는 특정시간 t 에서의 각 노드에서의 값이다. 식 (15) 을 (12)에 대입하여 정리하면 다음의 유한요소 행렬방정식을 얻을 수 있다.^(17,23)

$$[M^e] \{ \dot{H}^e \} + [K^e] \{ T^e \} = \{ F^e \} \quad (16)$$

where

$$M_{ij}^e = 2\pi \int_{\Omega} \rho c N_i N_j r dr dz$$

$$K_{ij}^e = 2\pi \int_{\Omega} k \left(\frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) r dr dz + 2\pi \int_{\Gamma} h_c N_i N_j ds$$

$$F_i^e = 2\pi \int_{\Gamma} h_c T_{\infty} N_i ds$$

3.3.3 시간근사

식 (16)은 공간에 대하여 요소분할과 근사가 끝난 상태이다. 여기서 시간에 관계된 엔탈피의 미분항을 처리하기 위해서 시간근사(time approximation)를 도입한다. 가장 일반적으로 사용되는 방법이 매개 변수로 $\theta(0 \leq \theta \leq 1)$ 을 사용하는 θ -family 근사법이다. 이 방법은 두 연속된 시간 단계에서의 각 변수의 값을 직선 보간(linear interpolation)을 사용하여 미분 항을 근사화 한다. 시간을 $t_0 < t_1 < \dots < t_N$ 으로 분할한 다음, $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$ 로 정의하면 t_{n+1} 시간에서의 H 값은 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\{ H \}^{n+1} = \{ H \}^n + \Delta t \left[\theta \{ \dot{H} \}^{n+1} + (1-\theta) \{ \dot{H} \}^n \right] \quad (0 \leq \theta \leq 1) \quad (17)$$

θ 값은 여러 가지를 사용할 수 있으나 대표적으로 네 가지의 값이 있다. $\theta=0$, forward difference scheme; $\theta=1/2$, Crank-Nicolson scheme; $\theta=2/3$, Galerkin scheme; $\theta=1$, backward difference scheme 이 있으며 그 중에서 Crank-Nicolson scheme 은 비교적 큰 시간 간격에서도 수렴성과 정확도가 우수하다고 알려져 있다. 따라서 θ 값으로는 0.5 를 사용하였다.⁽²⁰⁾

식 (17)를 사용하여 식 (16)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & [M^e(T^e)^n] \{ H^e \}^{n+1} + \Theta \Delta t [K^e(T^e)^n] \{ T^e \}^{n+1} \\ & = [M^e(T^e)^n] \{ H^e \}^n + (1-\Theta) \Delta t [K^e(T^e)^n] \{ T^e \}^n \end{aligned} \quad (18)$$

행렬 $[M^e], [F^e]$ 에는 시간에 대한 기호가 붙어 있지 않다. 이것은 $[M^e]$ 은 시간에 관계가 없으며, $[F^e]$ 는 시간에 독립적이라고 가정하였기 때문이다.^(20,21)

3.3.4 비선형방정식의 해법

식 (18)의 행렬은 비선형이고 비대칭이다. 따라서 전체 요소를 합친 행렬식도 비선형이고 비대칭이다. 이식을 풀기 위해서는 축차 근사법(iteration method)을 도입해서 선형화한 대수식(algebraic equation)을 사용하여 근사해를 구한다. 그 중 직접 축차 근사법(direct iteration method)은 계산 시간이 비교적 많이 든다는 단점이 있으나 알고리즘이 간단하고 프로그램으로 구현이 쉬운 장점이 있다. 이 방법의 기본적인 도식은 다음과 같다.

$$[K(\{\Delta\}^n)] \{\Delta\}^{n+1} = \{F\} \quad (19)$$

즉, 계수 행렬 K_{ij} 는 직전에 구한 축차 근사해를 이용하여 계산하고 식 (19)를 풀면 현재 근사 단계의 해를 구할 수 있다. 이것을 식 (18)에 적용하면,

$$\begin{aligned} & [M^e(T^e)^n] \{ H^e \}^{n+1} + \Theta \Delta t [K^e(T^e)^n] \{ T^e \}^{n+1} \\ & = [M^e(T^e)^n] \{ H^e \}^n + (1-\Theta) \Delta t [K^e(T^e)^n] \{ T^e \}^n \\ & \quad + \Delta t \left(\Theta \{ F^e(T^e)^n \}^{n+1} + (1-\Theta) \{ F^e(T^e)^n \}^n \right) \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)에서 $n=0$ 일 때 각 부분의 온도와 엔탈

피는 초기조건 값을 사용한다. 다음 $n=1$ 일때의 값을 축차 근사법을 이용하여 해를 구하는 과정을 오차가 정해진 범위내에 들어올 때까지 반복한다. 일반적으로 오차는 전체 절점값의 실효값 (root-mean-square value)을 사용한다.⁽²¹⁾

$$\left[\frac{\{\Delta H\}^T \{\Delta H\}}{\{H\}^T \{H\}} \right]^{1/2} \leq \epsilon \quad (21)$$

ϵ 값은 10^{-3} 을 사용한다. 각 시간단계에서 첫 번째 iteration 에서의 온도와 엔탈피 값은 0 으로 가정한다.^(17,20)

3.4 해석알고리즘

해석의 순서도를 Fig. 6 에 나타내었다. 먼저 파일로부터 모델 geometry 데이터와 초기조건, 경계조건을 입력받는다. 그 값으로 유한요소 모델의 요소와 행렬식을 구성한다.

다음 연속방정식으로부터 침투된 부분과 용탕 부분의 각 노드에서의 속도를 구한다. 계산한 속도를 대류 항에 넣어서 열전달 식을 특정 시간 단계에 대하여 풀어 엔탈피 장(enthalpy field)을 구하고 엔탈피를 다시 온도 장(temperature field)으로 바꾼다. 이 과정까지가 어떤 특정 시간 단계에서 이루어지며 시간 단계를 증가시키면서 침투가 끝날 때까지 반복하다가 침투가 완료되면 침투해석은 생략하고 열전달 해석만을 반복한다.

4. 실험

본 연구에서 개발한 유한요소 모델을 검증하기

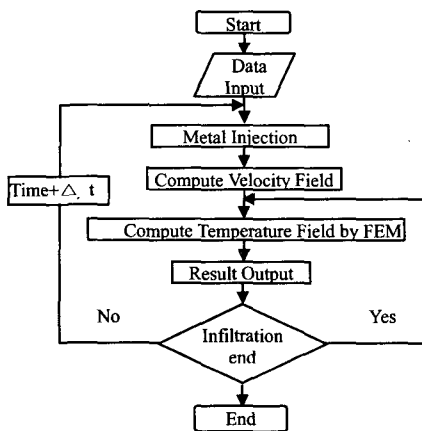


Fig. 6 Flow chart for computer simulation

위하여 순수 알루미늄을 사용하여 용탕주조 공정 동안에 온도변화를 측정하여 비교하였다. 실험조건은 Table 3 과 같다. 열전대(thermocouple)는 IOMEGA 사의 모델 XC-K-24 K-type 을 사용하였다. 이 모델은 사용가능한 온도 범위가 최대 870°C 까지이고 절연 피복이 세라믹 계열인 Nextel 로 되어 있어 알루미늄 용탕내에서도 절연성이 보장된다. AD 변환기(analog to digital converter)로는 Advantech 사의 818HG 카드를 사용하였다. 샘플링은 0.125 초당 전압신호를 읽어 들였으며 이를 PC 에 저장하였다.

온도측정은 세 점에서 수행되었다. 각각 몰드의 한 가운데, 예비성형체의 절반 높이에서 몰드 벽에서 1cm 떨어진 점, 그리고 몰드 외벽에 바닥에서 2cm 떨어진 점이다. 실험장치의 개념도는 Fig. 7 과 같다. 그리고 해석에서 몰드 바닥면을 단열로 가정하였기 때문에 실험에서도 이 조건을 만족시키기 위해 바닥에 단열재를 사용하였다.

5. 결과 및 고찰

2D 축대칭, 실린더형 시스템에 대하여 유한요소

Table 3 Reference conditions for simulation

Conditions	
Initial temperature of molten metal	780 °C
Initial temperature of perform	450 °C
Initial temperature of mold & punch	450 °C
Fiber volume fraction	15%
Punch velocity	0.02m/s
Max. pressure of hydraulic press	25Mpa

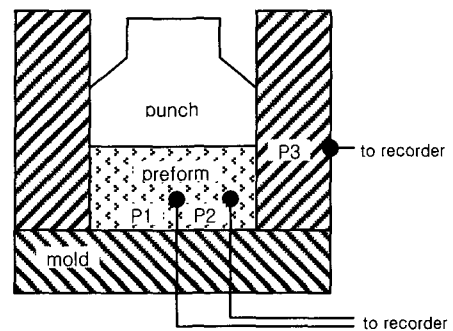


Fig. 7 Arrangement used for recording cooling curves

모델을 개발하고 용탕주조시 일어나는 응고 기작을 수치적으로 모사하였다. 시간스텝도식으로 Crank-Nicolson 방법을 사용하였고, 시간 간격(time step)은 0.01 초로 하였다.

5.1 온도분포

Fig. 8 는 시간에 따른 용탕, 예비성형체, 금형과 펀치 일부분의 온도분포를 나타내고 있다. 초기조건에서 침투가 시작되어 약 1 초때 용탕이 바닥에 도달하여 침투가 끝난다. 이후 시간이 지날수록 펀치와 금형에 닿는 용탕의 일부가 냉각되기 시작하며 침투가 끝나고 모서리에서부터 차츰 냉각되어 응고 된 부분이 늘어난다. 이후 금형과 펀치로 전달된 용탕의 열에 의해 온도가 상승하고 있으며 용탕의 가운데 부분은 응고가 일어나지 않은 부분으로서, 타원형상으로 크기가 줄고있다. 마지막으로 예비성형체 윗부분에서 온도가 순수알루미늄의 상변화 온도인 660℃ 이하로 떨어지면서 응고가 끝난다.

Fig. 9 은 Fig. 4 의 요소 분할도에 표시한 노드에서의 온도변화 곡선을 보여준다. 실선은 계산한 값이고, 점선은 측정된 값이다.

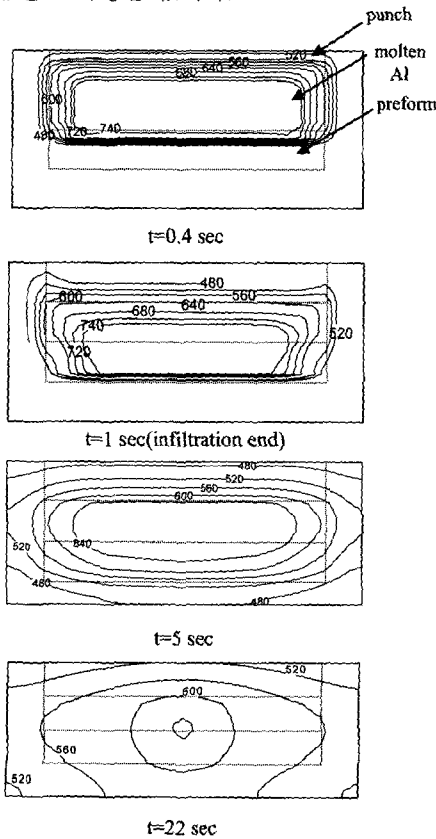


Fig. 8 Temperature distribution during infiltration and solidification

응고시간예측에 있어 P_1 에서 21 초 정도로 실험값과 계산값이 비교적 일치하고 있다. 응고가 완료되는 이 점을 지난 후에는 실험값이 50℃ 정도 상승한다. 이것은 금속이 응고되면서 응축이 일어나 몰드와 금속사이의 공간이 생기게 되어 열전달 계수가 작아져서 생긴 현상이라 볼 수 있다. 더불어 최종 응고부분이 P_1 의 위쪽에 있으므로 이 점에서 방출된 잠열이 온도를 상승하게 한 것으로 생각된다. P_2 에서는 비교적 정확한 예측을 하고 있음을 보여준다. P_3 에서는 공정초반에 큰 차이를 보이고 있다. 이것은 몰드의 열전도계수가 온도변화에 영향을 받지 않는다고 가정했기 때문이다. 몰드의 초기온도와 최고온도에서 열전도 계수의 차이가 실제로 존재한다. 해석에서는 두 온도에 해당하는 열전도 계수의 중간 값을 사용하였으나, 실제 몰드의 열전도 계수는 공정온도 범위에서 온도가 증가하면 그 값이 20%정도 작아진다. 따라서 공정초기에는 해석에서 사용된 열전도 계수가 실제 값보다 크므로 실험값보다 빨리 온도가 상승하는 것으로 나타난 것으로 생각된다. 또한 몰드 외벽과 공기와의 열교환을 고려할 때 공기와의 대류와 복사 열전달을 고려 하였으나, 실제 실험조건에서는 유압 프레스의 펀치 주위에 사면에 보호 철판으로 둘러싸여 있으므로 이 부분에서의 복사 열전달이 커지므로 실험에서는 몰드 외벽의 온도 상승이 완만하게 나타났다고 생각한다.

5.2 응고완료시간

개발한 프로그램에서 초기 온도 조건을 바꾸어 가면서 응고완료시간의 변화를 살펴보았다. 응고 완료시간은 침투 시작을 기점으로 하여 예비성형체에 침투된 용탕과 침투되지 않은 용탕이 모두 응고가 끝나는 점까지의 시간으로 정의하였다. Fig. 10 에 용탕, 몰드, 예비성형체의 초기온도에 따른 응고완료시간의 변화를 나타내었다.

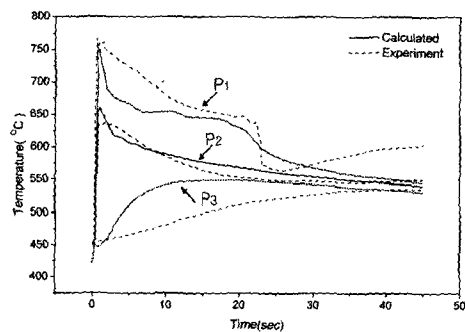


Fig. 9 Calculated and measured cooling curves

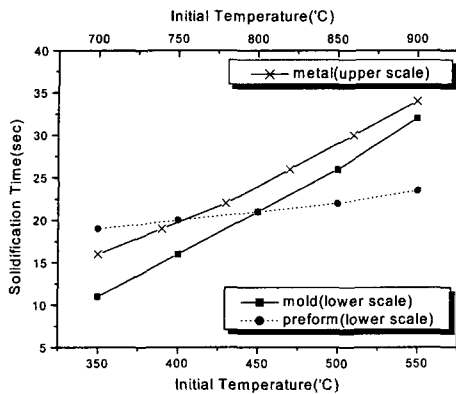


Fig. 10 Effect of initial temperature of parts on the solidification time

5.2.1 용탕초기온도의 영향

용탕의 온도가 높아질수록 열에너지도 커지므로 응고에 필요한 시간은 선형적으로 길어진다. 따라서 한 공정에 필요한 시간도 길어지므로 필요 이상으로 용탕을 과열시키는 것은 불리하다. 또한 금형의 열손상과 섬유와 용탕 사이의 화학반응을 방지하기 위해서도 낮은 온도로 침투시키는 것이 유리하다. 하지만 용탕의 온도가 너무 낮으면 침투 과정에서 응고율이 높게 형성되므로 그만큼 침투 시키는데 필요한 압력이 커지게 된다. 이 압력이 예비성형체의 압축강도 보다 커지게 되면 침투는 될 수 있으나, 예비성형체가 찌그러지게 되고 원하는 형태로 제조할 수 없으므로 침투 하한 온도 보다는 높게 용탕을 과열시켜야 한다. 응고완료에 걸리는 시간은 온도가 40°C 변할 때 대략 3 초 정도 차이를 보이고 있다.

5.2.2 금형초기온도의 영향

그림에서 금형과 펀치의 열용량은 알루미늄과 비슷하나 상대적인 부피가 크므로 금형의 초기온도가 응고완료 시간에 더 많은 영향을 미친다는 것을 보여주고 있다. 또한 금형과 알루미늄과의 온도 기울기가 작아지므로 전도에 의한 열전달이 느려지는 원인도 있다.

금형의 초기 온도가 50°C 변할 때마다 5 초 정도의 응고완료시간의 차이를 나타낸다. 따라서 생산성 측면에서는 응고시간이 짧게 걸리도록 금형의 온도는 되도록 낮게 하는 것이 유리하다. 하지만 실제 제조공정에서는 금형의 온도가 너무 낮으면 외벽으로부터 응고가 너무 빨리 일어나 펀치가 하강하는데 방해가 될 뿐만 아니라 침투가 끝나기 전에 응고가 된 부분은 프레스에 밀려 내려가면서 예비성형체를 파손시킬 수 있으므로 마지막 생산

물의 품질에 악영향을 미칠 수 있다. 따라서 이러한 것을 고려한 적정한 온도 설정이 필요하다.

5.2.3 예비성형체 초기온도의 영향

예비성형체의 초기온도는 다른 공정 변수에 비하여 응고완료시간에 미치는 영향이 크지 않음을 알 수 있었다. 350°C에서 550°C로 증가할 때 응고 완료시간은 선형적으로 증가하여 약 5 초 정도 길어졌다. 이것은 상대적으로 예비성형체의 열용량이 알루미늄이나 몰드에 비해 현저히 작을 것이기 때문에 영향이 적다고 생각할 수 있다. 수치해석에서는 용탕이 침투된 예비성형체에서 순식간에 열평형이 일어난다고 가정하였으나 실제 공정에서는 다소간의 시간 지체가 있을 것으로 예상되므로 펀치 속도가 빨라지게 되면 예비성형체의 온도가 낮은 경우에 미처 열평형에 이르지 못하는 문제가 발생할 수 있다. 이럴 경우에는 침투가 완벽하게 일어나지 않는 경우가 많으므로, 예비성형체의 초기온도는 알루미늄과 반응을 일으키지 않게 가능한 높게 설정하는 것이 제조 측면에서 유리하다.

6. 결론

본 연구를 통해 용탕주조를 이용한 금속복합재료제조시 일어나는 상변화를 수반한 열전달을 해석 하는 축대칭, 2D 유한요소 프로그램을 개발하였다.

(1) 개발한 프로그램을 이용하여 각 부분에서의 냉각곡선과 시간대별 온도분포를 구하였고, 이를 통해 기준조건에서는 22 초에 응고가 완료되며 예비성형체의 윗부분에서 마지막으로 응고가 일어난다.

(2) 용탕주조 공정에서 측정된 냉각곡선과 해석에서 구한 냉각곡선이 비교적 일치하고 있으며, 개발한 프로그램이 실제 공정을 유사하게 예측하는 것으로 판단된다.

(3) 응고완료시간은 주로 용탕과 금형의 초기온도에 영향을 받으며 예비성형체의 초기온도에는 별로 영향을 받지 않는다.

후 기

이 논문은 2001년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- (1) Clyne, T. W. and Withers, P. J., 1993, An Introduction to Metal Matrix Composites, Cambridge

- Solid State Science Series, Cambridge University Press, pp. 454~459.
- (2) Clyne, T. W. and Mason, J. F., 1987, "The Squeeze Infiltration Process for fabrication of Metal Matrix Composites," *Metallurgical Transaction*, Vol. 18A, pp. 1519~1530.
- (3) Kim, Y. H. and Han, K. S., 1992, "Processing and Application of MMCs," *Transactions of the KSME*, Vol. 32, No. 1, pp.46~56.
- (4) Lim, H. J., 1994, "Study on Fabrication Condition and Fatigue Behavior of Aluminum Composites for Lightweight Engine," M.S. Dissertation, Pohang University of Science and Technology.
- (5) Yang, Y. C., Song, J. I., Bong, H. D. and Han, K. S., 1995, "Processing Conditions of Al/Al₂O₃ MMC for Automobile Engine Weight Saving," *Transactions of the KSME*, Vol. 8, No. 1, pp. 22~33.
- (6) Mortensen, A., Masur, L. J., Cornie, J. A. and Flemings, M. C., 1989, "Infiltration of Fibrous Preforms by a Pure Metal: Part I. Theory," *Metallurgical Transactions*, Vol. 20A, pp. 2535~2547.
- (7) Masur, L. J., Mortensen, A., Cornie, J. A. and Flemings, M. C., 1989, "Infiltration of Fibrous Preforms by a Pure Metal: Part II. Experiment," *Metallurgical Transactions*, Vol. 20A, pp. 2549~2557.
- (8) Xia, Z. H., Zhou, Y., Mao, Z. and Shang, B., 1992, "Fabrication of Fiber-Reinforced Metal-Matrix Composites by Variable Pressure Infiltration," *Metallurgical Transactions*, Vol. 23B, pp. 295~302.
- (9) Yamauchi, T. and Nishida, Y., 1995, "Infiltration Kinetics of Fibrous Preforms by Aluminum with Solidification," *Acta metall. mater.*, Vol. 43, pp. 1313~1321.
- (10) Lee, J. S., 1998, "Numerical Analysis of Heat Transfer in Squeeze Casting," M.S. Dissertation, Pohang University of Science and Technology.
- (11) Ahn, I. H., 1999, "Numerical Analysis of Infiltration and Heat Transfer of Squeeze Casting for MMCs," M.S. Dissertation, Pohang University of Science and Technology.
- (12) Hatta, H., and Taya, M., 1985, "Effective Thermal Conductivity of a Misoriented Short Fiber Composite," *Journal of Applied Physics*, Vol. 58, No. 9, pp. 2478~2486.
- (13) Lim, J. S., Fowler, A. J. and Bejan, A., 1993, "Spaces Filled with Fluid and Fibers Coated with a Phase-change Material," *Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, pp. 1044~1046.
- (14) Smithells, C. J. and Brandes, E. A., 1976, *Metals Reference Book*, 5th ed., Butterworths, p. 944.
- (15) Hatch, J. E., 1984, *Aluminum : properties and physical metallurgy*, American Society for Metals, pp. 2~17.
- (16) Incropera, F. P. and Dewitt, D. P., 1996, *Introduction to Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., pp. 745~747.
- (17) Reddy, G. S., Mascarenhas, W. J. and Reddy, J. N., 1993, "Numerical Simulation of Solidification of Molten Aluminum Alloys in Cylindrical Molds," *Metallurgical Transactions B*, Vol. 24.
- (18) Zhang, D. L. and Cantor, B., 1995, "A Numerical Heat Flow Model for Squeeze Casting Al Alloys and Al Alloy/SiCp Composites," *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol 3, pp. 121~130.
- (19) Reddy, J. N., 1993, *An Introduction to the Finite Element Method*, McGraw-Hill, pp. 224~596.
- (20) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., 1991, *The Finite Element Method*, 4-th Edition, McGraw-Hill , Volume 2.
- (21) Reddy, J. N. and Gartling, D. K., 1994, *The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics*, CRC Press, pp. 25~42.
- (22) Segerlind, Larry J., 1984, *The Finite Element method in Engineering*, John Wiley, pp. 165~176
- (23) Lewis, R. W., Morgan, K., Thomas, H.R. and Seetharamu, K. N., 1996, *The Finite Element Method in Heat Transfer Analysis*, John Wiley, pp. 125~173.
- (24) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, pp. 113~134.
- (25) Reddy, G. S. and Sekhar, J. A., 1989, "Moderate Pressure Solidification: Undercooling at Moderate Cooling Rates," *Acta metall. mater.*, Vol. 37, pp. 1509~1519.
- (26) Kang, C. G. and Ku, G. S., 1995, "An Experimental Investigation on Infiltration Limit and the Mechanical Properties of Al₂O₃ Short Fiber Reinforced Metal Matrix Composites Fabricated by Squeeze Casting," *J. of Composite Materials*, Vol. 29, No. 4, pp. 444~462.