

입력관측기의 정량적 성능지표 (I) -과도상태 해석-

정종철* · 이범석** · 허건수†

(2002년 2월 8일 접수, 2002년 7월 29일 심사완료)

A Quantitative Performance Index for an Input Observer (I) - Analysis in Transient State -

Jongchul Jung, Boemsuk Lee and Kunsoo Huh

Key Words : Performance Index(성능지표), Closed-loop State and Input Observer(CSIO), Robustness(강인성), Condition Number, Transient State(과도상태)

Abstract

The closed-loop state and input observer is a pole-placement type observer and estimates unknown state and input variables simultaneously. Pole-placement type observers may have poor transient performance with respect to ill-conditioning factors such as unknown initial estimates, round-off error, etc.. For the robust transient performance, the effects of these ill-conditioning factors must be minimized in designing observers. In this paper, the transient performance of the closed-loop state and input observer is investigated quantitatively by considering the error bounds due to ill-conditioning factors. The performance indices are selected from these error bounds and are related to the observer robustness with respect to the ill-conditioning factors. The closed-loop state and input observer with small performance indices is considered as a well-conditioned observer from the transient perspective.

1. 서론

기계 감지 시스템은 고장을 진단하기 위해 상태 변수나 입력변수에 대한 정보를 필요로 한다. 그러나 모든 상태변수나 입력변수를 측정하는 것이 어렵기 때문에 측정불가능한 상태변수나 입력변수를 추정하는 연구가 진행되어왔다. 입력 추정에 관한 연구에서 Park and Stein⁽¹⁾은 측정값과 이의 미분값을 이용하여 상태변수와 입력변수를 동시에 추정하는 입력관측기를 설계하였으며, Corless and Tu⁽²⁾는 불확실성이 있는 시스템에서 Lyapunov-type 조건에 의해 상태변수와 입력변수를 추정하는 문제를 다루었다. Xiong and Saif⁽³⁾은 이를 확장하여

비위상 시스템에서의 입력관측기를 제안하였다.

그러나 임의의 극점배치 기법의 선형관측기는 매우 ill-conditioning 하게 (성능이 강인하지 못하게) 설계될 수 있어서 종종 큰 과도상태 오차 또는 정상상태 오차를 발생시킬 수 있다. 따라서 초기 추정오차, 모델링 오차, 라운드오프 오차, 센싱 오차와 같은 ill-conditioning 요소를 고려한 관측기의 설계가 필요하다.

상태변수를 추정하는 관측기의 경우에 여러 가지 강인한 관측기의 설계 기법들이 연구되었다. 오차 특성에 관하여 고유값 민감도 해석과,⁽⁴⁾ 고유값/고유벡터에 의한 강인한 극점배치에 관한 다양한 연구가 이루어지며 이러한 연구에서 고유벡터의 condition number의 크기가 성능에 큰 영향을 미침을 보았다.⁽⁵⁻⁹⁾ 또한 Lam and Tam⁽¹⁰⁾은 closed-loop의 고유벡터 행렬의 Frobenius norm에 근거한 condition number를 최소화하는 영역을 설정하고 그 영역 내에서 극점배치를 함으로써 강인한 고유구조를 가지게끔 하였다. Huh and Stein^(9,11)은 과도

* 한양대학교 대학원 정밀기계공학과

** 삼성테크윈(주)

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : khuh2@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0437 FAX : (02)2295-4584

상태와 정상 상태에서의 관측기 성능에 대한 ill-conditioning 요소의 영향을 정량적 성능지표로 나타내었고, 이를 하나의 주지표로 통합하여 well-conditioned(강인한 성능을 갖는) 관측기를 설계하였다. 또한 Pattern and Chen⁽¹²⁾은 고유구조의 배치에 의해 외란과 모델링 오차에 강인한 진단 시스템의 설계 방법을 제시하였다.

본 논문은 극점배치 기법의 입력관측기의 한 종류인 Closed-loop State and Input Observer (CSIO)⁽¹⁾에서 과도상태와 정상상태의 성능을 좌우하는 성능지표를 결정하고자 한다. CSIO도 극점배치 방법 때문에 초기 추정오차나 라운드오프 오차 등의 ill-conditioning 요소로 인하여 과도상태에서 큰 오차를 발생시킬 수 있고 모델링 오차나 센싱 오차로 인하여 정상상태에서 큰 오차를 발생시킬 수 있다. 이에 CSIO 설계시 초기 추정오차 형태의 민감도와 추정오차의 크기 등의 과도상태 성능에 관한 해석을 통하여 ill-conditioning 요소들이 과도상태 성능에 미치는 영향을 정량적으로 나타내는 성능지표를 구하였고, 예제를 통해 성능지표의 유효성을 검증하였다. 그리고 모델링오차와 센싱오차에 대한 정상상태의 정량적 성능지표는 참고문헌(13)에 소개되었다.⁽¹³⁾

본 논문의 구성은 2장에서 CSIO를 소개하였고, 과도상태 성능과 라운드오프 오차에 관한 CSIO의 정량적 성능지표를 3장에 나타내었으며, 4장에서 예제를 통해 이 성능지표를 검증하였고, 5장에서 결론을 맺었다.

2. Closed loop State and Input Observer⁽¹⁾

랭크가 α 인 임의의 행렬 $A \in R^{n \times m}$ 의 특이값 분해(Singular Value Decomposition)는 다음과 같다.

$$A = U_A \Sigma_A V_A^T = {}_1U_A \sigma_A {}_1V_A^T$$

여기서,

$$U_A = \begin{bmatrix} {}_1U_A & {}_2U_A \end{bmatrix}$$

$$V_A = \begin{bmatrix} {}_1V_A & {}_2V_A \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_A = \begin{bmatrix} \sigma_A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

U_A : Left singular matrix of matrix A , $U_A \in R^{m \times m}$

V_A : Right singular matrix of matrix A , $V_A \in R^{n \times n}$

Σ_A : Singular matrix of matrix A , $\Sigma_A \in R^{m \times n}$

${}_1U_A$: Range space matrix of matrix A , ${}_1U_A \in R^{m \times \alpha}$

${}_2U_A$: Null space matrix of matrix A^T , ${}_2U_A \in R^{m \times (m-\alpha)}$

${}_1V_A$: Range space matrix of matrix A^T , ${}_1V_A \in R^{n \times \alpha}$

${}_2V_A$: Null space matrix of matrix A , ${}_2V_A \in R^{n \times (n-\alpha)}$

σ_A : Positive definite diagonal matrix, $\sigma_A \in R^{\alpha \times \alpha}$

선형 시불변 다중입출력 시스템의 상태방정식은 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \tag{1}$$

$$y_1 = Cx$$

$$y_2 = Du$$

여기서 $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y_1 \in R^p$, $y_2 \in R^q$ 이며 y_1 과 y_2 는 각각 상태변수와 입력변수의 측정 출력이다.

더미변수(Dummy variable) ξ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\xi = {}_2V_N^T (I - LN)x$$

여기서, $L = B_2V_D$, $N = MC$, $M = (CL)^+$ 이다. 또한 더미변수에 의해 식 (1)은 다음과 같이 변환된다.

System Equations :

$$\dot{\xi} = A' \xi + B'_1 y_1 + B'_2 y_2 \tag{2}$$

$$x = {}_2V_N \xi + LM y_1 \tag{3}$$

$$u = {}_2V_D M y_1 - {}_2V_D N A_2 V_N \xi - {}_2V_D N A L M y_1 + (I - {}_2V_D N B) D^+ y_2 \tag{4}$$

여기서, $A' = {}_2V_N^T (I - LN) A_2 V_N$, $B'_1 = {}_2V_N^T (I - LN) A L M$, $B'_2 = {}_2V_N^T (I - LN) B D^+$ 이다. 또한 관측기는 다음과 같이 설계될 수 있다.

Observer dynamics :

$$\dot{\hat{\xi}} = A' \hat{\xi} + B'_1 y_1 + B'_2 y_2 + K_2 V_M^T (y_1 - C \hat{x}) \tag{5}$$

$$\hat{x} = {}_2V_N \hat{\xi} + L M y_1 \tag{6}$$

$$\hat{u} = {}_2V_D M \hat{y}_1 - {}_2V_D N A_2 V_N \hat{\xi} - {}_2V_D N A L M y_1 + (I - {}_2V_D N B) D^+ y_2 \tag{7}$$

다음의 필요충분조건을 만족한다면 상태변수와 입력변수를 추정하는 CSIO를 설계할 수 있다.

Necessary and Sufficient Condition :

i. $(CL)^+(CL) = NL = I$

ii. (A', C') is detectable.

여기서, $C' = {}_2V_M^T C_2 V_N$ 이며, 오차방정식은 다음과 같다.

Error dynamics :

$$\dot{e} = (A' - KC')e \equiv A'_c e \tag{8}$$

$$e_x = {}_2V_N e \tag{9}$$

$$e_u = -{}_2V_D N A_2 V_N e \tag{10}$$

여기서, $A'_c = A' - KC'$, $e = \xi - \hat{\xi}$, $e_x = x - \hat{x}$, $e_u = u - \hat{u}$ 이며 각각 관측기 행렬, 더미변수 오차, 상태변수 오차, 입력변수 오차로 정의한다. 식 (8)의 행렬 A'_c 의 고유값이 안정하도록 계인 K 를 설계하면 더미변수 오차는 영으로 수렴하며, 따라서 상태변수 오차와 입력변수 오차도 영으로 수렴한다.

3. 과도상태의 성능지표

임의의 초기 추정 오차와 round-off 오차 등의 ill-conditioning 요소에 대하여 CSIO의 과도상태에서의 성능에 대한 영향을 살펴보고 그 성능지표를 결정하고자 한다.

3.1 과도상태 오차 형상에 대한 초기값의 영향

3.1.1 과도상태 오차 형상에 대한 민감도

임의의 초기값에 대한 영향은 추정오차 형상을 통해 해석할 수 있으며, 추정오차 형상의 민감도는 초기 추정값의 선택, 특히 방향성에 의존한다.⁽⁹⁾ 더미/상태/입력 변수에 대한 초기 추정 오차의 영향을 정량적으로 분석하고 그 성능지표를 구하고자 한다.

가. 더미변수에 대한 민감도 해석

식 (8)에서 초기 추정오차에 대한 기울기를 얻을 수 있고, 특이값 분해를 이용하면 다음과 같다.

$$\dot{e}(t)|_{t=0} = A'_c \cdot e(0) = \sum_j \sigma_j u_j v_j^T \cdot e(0) \quad (11)$$

여기서 σ_j 는 행렬 A'_c 의 j 번째 특이값이며, u_j 와 v_j 는 그때의 좌측/우측 특이행렬의 열벡터이다. 초기값을 $e(0) = e_0 v_i$ 로 선택하면 초기 오차 기울기는 다음 식과 같다.

$$\dot{e}(t)|_{t=0} = \sigma_i e_0 u_i \quad (12)$$

여기서 $e_0 = \|e(0)\|_2$, σ_i 와 u_i 는 i 번째 특이값과 좌측 특이행렬의 열벡터이다. 식 (12)에 L_2 -norm을 취하면 다음과 같다.

$$\|\dot{e}(t)|_{t=0}\|_2 = \sigma_i e_0 \|u_i\|_2$$

또한 $\|u_i\|_2 = 1$ 로 선택하고 e_0 로 양변을 나누면, 식 (13)과 같이 최소·특이값(σ_n)과 최대 특이값(σ_1)을 각각 하한값과 상한값으로 갖는 더미변수에 대한 추정오차 형상의 민감도를 구할 수 있다.

$$\sigma_n \leq \frac{\|\dot{e}(t)|_{t=0}\|_2}{e_0} \leq \sigma_1 = \kappa_2(A'_c) \sigma_n \quad (13)$$

여기서 $\kappa_2(A'_c) = \sigma_1(A'_c) / \sigma_n(A'_c)$ 이며 행렬 A'_c 의 L_2 -norm에 근거한 condition number라 정의한다.

나. 상태변수에 대한 민감도 해석

상태변수에 대한 초기값의 민감도 해석은 식 (9)와 (11)로 부터 구할 수 있으며 식 (14)와 같다.

$$\dot{e}_x|_{t=0} = {}_2V_N A'_c e(0) = {}_2V_N \sum_j \sigma_j u_j v_j^T \cdot e(0) \quad (14)$$

초기오차 $e(0) = e_0 v_i$ 를 식 (14)에 대입하면 다음과 같이 표현되고

$$\dot{e}_x|_{t=0} = {}_2V_N \sigma_i e_0 u_i \quad (15)$$

이 식에 L_2 -norm을 취하면 다음과 같다.

$$\|\dot{e}_x(t)|_{t=0}\|_2 \leq \sigma_i \cdot \|{}_2V_N\|_2 \cdot \|u_i\|_2 \cdot e_0 \quad (16)$$

$\|u_i\|_2 = 1$ 로 선택하고 e_0 로 양변을 나누면, 상태변수에 대한 오차 형상의 민감도는 식 (17)와 같다.

$$\frac{\|\dot{e}_x(t)|_{t=0}\|_2}{e_0} \leq \sigma_i \|{}_2V_N\|_2 = \kappa_2(A'_c) \sigma_n \|{}_2V_N\|_2 \quad (17)$$

다. 입력변수에 대한 민감도 해석

식 (10)과 (11)을 이용하여 입력변수에 대한 초기 오차 형상의 민감도도 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_u(t)|_{t=0} &= -{}_2V_D N A_2 V_N \cdot \dot{e}(t)|_{t=0} \\ &= -{}_2V_D N A_2 V_N \cdot \sum_j \sigma_j u_j v_j^T \cdot e(0) \end{aligned} \quad (18)$$

초기 오차 $e(0) = e_0 v_i$ 를 식 (18)에 대입하면 식 (19)와 같다.

$$\dot{e}_u(t)|_{t=0} = -{}_2V_D N A_2 V_N \cdot \sigma_i e_0 u_i \quad (19)$$

식 (19)에 L_2 -norm을 취한다. $\|u_i\|_2 = 1$ 로 선택하고 양변을 e_0 로 나누면 입력오차에 대한 오차 형상의 민감도는 식 (20)과 같다.

$$\frac{\|\dot{e}_u(t)|_{t=0}\|_2}{e_0} \leq \kappa_2(A'_c) \sigma_n \cdot \|{}_2V_D N A_2 V_N\|_2 \quad (20)$$

식 (13), (17), (20)에서 상한값의 크기는 $\kappa_2(A'_c)$ 에 의해 조절될 수 있다. 따라서 CSIO의 초기 오차의 추정오차 형상에 대한 민감도의 정량적 지표는 더미변수, 상태변수와 입력변수 모두 $\kappa_2(A'_c)$ 로 결정할 수 있으며, 이 값이 작게 되도록 관측기를 설계하는 것에 의해 과도상태에서의 초기 추정오차에 대한 오차 형상의 민감도를 줄일 수 있다.

3.1.2 과도상태의 추정 오차의 크기

과도상태에서 추정오차의 크기는 최대오차나 절대오차의 총합인 적분오차로 나타낼 수 있다. 이러한 추정오차의 크기를 정량적으로 표현하고 이에 대한 과도상태의 성능지표를 결정하고자 한다.

가. 더미변수에 대한 오차해석

관측기가 서로 다른 고유값을 갖는다고 가정하면 CSIO의 고유구조는 다음과 같다.

$$A_c'P = PM_0 \quad (21)$$

여기서, M_0 는 대각화된 고유값 행렬이며 P 는 정규화된 고유벡터 행렬이다. 또한 식 (8)의 해는 다음과 같다.

$$e(t) = \exp(A_c't) \cdot e(0) = P \exp(M_0t) P^{-1} \cdot e(0) \quad (22)$$

위 식에 L_1 -norm을 취하면 더미변수에 대한 추정 오차의 크기에 대한 상한값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \|e(t)\|_1 &= \|P \exp(M_0t) P^{-1} e(0)\|_1 \\ &\leq \|P\|_1 \|\exp(M_0t)\|_1 \|P^{-1}\|_1 \|e(0)\|_1 \\ &= \kappa_1(P) \max_j |e^{\mu_j t}| \|e(0)\|_1 \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 $\kappa_1(P) = \|P\|_1 \|P^{-1}\|_1$ 이며 L_1 -norm에 의한 고유벡터 행렬 P 의 condition number이다. 또한 적분오차는 식 (23)을 적분하는 것에 의해 얻을 수 있다.

$$\int_0^\infty \|e(t)\|_1 dt \leq \kappa_1(P) \frac{1}{\min_j |\operatorname{Re}(\mu_j)|} \|e(0)\|_1 \quad (24)$$

나. 상태변수에 대한 오차 해석

상태변수에 대한 오차 해석을 하기 위해 식 (22)의 양변에 ${}_2V_N$ 을 곱하여 상태변수에 대한 고유시스템을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$e_x(t) = {}_2V_N e(t) = {}_2V_N P \exp(M_0t) P^{-1} e(0) \quad (25)$$

식 (25)에 L_1 -norm을 취하면 상태변수 추정오차의 상한값을 구할 수 있고 다시 적분을 하면 적분오차의 상한값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \|e_x(t)\|_1 &= \|{}_2V_N P \exp(M_0t) P^{-1} e(0)\|_1 \\ &\leq \kappa_1(P) \cdot \|{}_2V_N\|_1 \|e(0)\|_1 \|\exp(M_0t)\|_1 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \|e_x(t)\|_1 dt &\leq \int_0^\infty \kappa_1(P) \|{}_2V_N\|_1 \|e(0)\|_1 \|\exp(M_0t)\|_1 dt \\ &= \kappa_1(P) \cdot \|{}_2V_N\|_1 \|e(0)\|_1 \cdot \frac{1}{\min_j |\operatorname{Re}(\mu_j)|} \end{aligned} \quad (27)$$

다. 입력변수에 대한 오차 해석

입력변수에 대한 오차 해석을 하기 위하여 식 (22)의 양변에 $-{}_2V_D N A_2 V_N$ 를 곱하고 식 (10)을 이용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$e_u(t) = -{}_2V_D N A_2 V_N \cdot P \exp(M_0t) P^{-1} \cdot e(0) \quad (28)$$

또한 식 (28)에 L_1 -norm을 취하고 입력변수의 최대 오차와 적분오차를 구하면 다음과 같다.

$$\|e_u(t)\|_1 \leq \kappa_1(P) \cdot \|{}_2V_D N A_2 V_N\|_1 \|e(0)\|_1 \max_j |e^{\mu_j t}| \quad (29)$$

$$\int_0^\infty \|e_u(t)\|_1 dt \leq \kappa_1(P) \cdot \|{}_2V_D N A_2 V_N\|_1 \frac{1}{\min_j |\operatorname{Re}(\mu_j)|} \|e(0)\|_1 \quad (30)$$

식 (24), (27), (30)을 보면, 더미변수, 상태변수와 입력변수에 대한 과도상태 오차의 상한값은 $\kappa_1(P)$ 에 의해서 조절 가능하다. 따라서 과도상태에서 적분오차에 대한 정량적 성능지표는 $\kappa_1(P)$ 로 결정할 수 있으며 이 값이 작도록 관측기를 설계하는 것에 의해 더미변수, 상태변수와 입력변수에 관한 오차의 크기에 관한 민감도를 줄일 수 있다.

3.2 관측기 계인에 대한 Round-off 오차의 영향

관측기 설계시 발생하는 round-off 오차는 계인과 대표극점을 변화시켜 요구되는 추정 성능을 만족시키지 못하게 할 수도 있다. 따라서 round-off 오차의 영향에 대한 성능지표를 통하여 그 영향을 줄인다면 더 좋은 성능을 기대할 수 있다.

관측기 행렬의 대표 극점을 식 (31)과 같이 정의한다.

$$(A' - KC')p_1 = p_1 \mu_1 \quad (31)$$

여기서, μ_1 은 행렬 $A' - KC'$ 의 대표 극점이고 p_1 과 q_1 은 μ_1 에 대응하는 정규화된 우측 고유벡터와 좌측 고유벡터이다. 식 (31)의 계인 K 에 다음과 같은 round-off 오차가 발생한다고 가정한다.

$$K \rightarrow K + \varepsilon E \quad (32)$$

여기서, εE 는 round-off 오차로 인하여 관측기 계인이 변화되는 양이다. 이때 관측기 대표극점의 변화는 식 (33)과 같다.^(9,14)

$$|\mu_1 - \mu_1'| \leq \varepsilon \frac{\|EC'\|_2}{|q_1^T p_1|} \quad (33)$$

여기서, μ_1' 은 round-off 오차로 인하여 변화된 대표극점이다. 식 (33)의 상한값을 조절할 수 있는 지표는 $1/|q_1^T p_1|$ 이며 이 값이 1에 가깝도록 고유

벡터를 선택할 수 있다면 관측기 계인에 대한 round-off 오차의 영향을 줄일 수 있다.

3장에서 연구된 결과를 종합하면 초기 오차 형상에 대한 민감도의 정량적 지표는 $\kappa_2(A'_c)$, 최대 추정오차와 적분 추정오차에 대한 정량적 지표는 $\kappa_1(P)$, 관측기 계인의 round off 오차에 대한 정량적 지표는 $1/|q_1^T p_1|$ 로 결정할 수 있다. 따라서 이 세가지 성능지표를 줄이는 설계 과정을 통하여 과도상태에서의 관측기 성능을 개선시킬 수 있다.

4. 예 제

스핀들 드라이브 시스템에서 ill-conditioning 요소와 성능지표 간의 관계를 알아보고, 상태변수와 입력 변수에 대한 추정 성능을 살펴보았다. 스핀들 드라이브 시스템은 다음의 4차 선형 상태 방정식으로 표현되며 파라미터는 시뮬변으로 가정한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y_1 = Cx$$

$$y_2 = Du$$

여기서, y_1 는 상태변수의 측정 출력이고, y_2 는 입력 변수의 측정 출력이다. 또한 각각의 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$A = \begin{bmatrix} -R_b/I_g & k/I_m & 0 & -1/C \\ -k/I_g & -R_r/I_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_w/I_w & 1/C \\ 1/I_g & 0 & -1/I_w & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = [1 \quad 0]$$

$$x = [P_g \quad P_m \quad P_w \quad \theta]^T$$

$$u = [V \quad F]^T$$

변수와 파라미터에 대한 정의는 다음과 같다.

- C : 파워 트레인의 컴플라이언스 (1/6000 rad/N·m)
- F : 부하(N·m)
- I_g : 기어 관성을 포함하는 모터 관성 (1/750 Kg·m²)
- I_m : 모터의 인덕턴스 (1/1000 H)
- I_w : 부하 관성 (1/600 Kg·m²)
- k : 모터 상수 (0.25 V·sec/rad or N·m/A)
- P_g : 아마추어(armature)와 기어의 모우멘텀
- P_m : Flux linkage
- P_w : 부하의 모우멘텀
- R_r : 모터의 전기저항(0.5Ω)
- R_b : 모터축상의 베어링 감쇠계수 (0.03 N·m·sec/rad)
- R_w : 부하축상의 베어링 감쇠계수 (0.1 N·m·sec/rad)
- θ : 파워 트레인의 각 변위(rad)
- V : 모터의 아마추어 전압 (100 DC volt)

주어진 모델은 CSIO의 필요충분조건을 만족하므로 CSIO 관측기 설계가 가능하다. 상태변수인 flux linkage(P_m)와 입력변수인 부하(F)를 추정하는 것을 목적으로 하였다. 시스템 행렬은 4차 시스템이며 그 고유값은 $\{-20 \pm j2850, -95, -447\}$ 이다. CSIO를 구성하면 3개의 고유값을 갖는 더미변수의 3차 시스템으로 변환된다. 두 종류의 CSIO가 Table 1과 같이 설계되었다. 고유값은 -50에 같은 대표극점을 갖고 나머지는 임의로 극점배치 하였다. 각각의 성능지표와 고유벡터도 Table 1에 나타내었다. 두 관측기의 과도상태의 추정 성능이 초기 추정오차와 round-off 오차에 대해 비교되었다. Table 1에서 보여지는 것처럼 case 1은 큰 성능지표를 가지나 case 2는 작은 성능지표 값을 갖는다.

스핀들 시스템에서 부하가 5 N·m로 시작하여 20 N·m로 변하는 경우에 대하여 시뮬레이션 하였고 두 관측기에 대하여 ill-conditioning 요소에 대한 과도 상태의 성능 결과를 비교하였고 성능지표의 유효성을 검증하였다.

Table 1 Performance Indices for two observers

	Desired pole	Eigenvector (P)	$\kappa_1(P)$	$\kappa_2(A'_c)$	$1/ q_1^T p_1 $	$\kappa_2(P)$
Case 1	-50, -150, -200	$\begin{bmatrix} -0.9467 & 0.9266 & 0.8796 \\ -0.3066 & 0.3614 & 0.4631 \\ -0.0984 & 0.1036 & 0.1093 \end{bmatrix}$	2624	17303	313	1957
Case 2	-50, -500, -550	$\begin{bmatrix} 0 & 0.8742 & 0 \\ 1 & -0.4856 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	2.3	12.5	1.1	1.7

Table 2 Comparison of the transient state performance

		Case 1		Case 2	
		Upper bound	Actual value	Upper bound	Actual Value
Maximum error	$\ e\ _1$	$1.596e^3$	4.11	1.41	0.35
	$\ e_x\ _1$	$2.92e^3$	4.11	2.57	0.35
	$\ e_u\ _1$	$9.57e^6$	$1.86e^3$	$8.43e^3$	20.56
Overall error	$\int_0^\infty \ e\ _1 dt$	21.70	0.16	$1.75e^{-2}$	$6.20e^{-3}$
	$\int_0^\infty \ e_x\ _1 dt$	39.71	0.16	$3.20e^{-2}$	$6.20e^{-3}$
	$\int_0^\infty \ e_u\ _1 dt$	$1.30e^5$	70.80	$1.05e^2$	0.07
Variation of the dominant pole	$ \mu_1 - \mu'_1 $	$7.67e^{-4}$	$1.45e^{-4}$	$2.80e^{-6}$	$1.00e^{-6}$

과도상태의 추정성능 비교

초기 상태변수의 추정값을 다음과 같이 가정하였다.

$$\hat{x}(0) = \begin{bmatrix} 0.2354 \\ 0.1123 \\ 0.2914 \\ 0.0034 \end{bmatrix}$$

Table 2에서 볼 수 있는 것처럼 최대오차와 적분오차에서 case 1과 case 2는 이론적 상한값의 큰 차이를 보여주고 있으며, 실제값에서도 비슷한 경향을 나타낸다. Fig. 1과 Fig. 2는 성능지표 값이 작은 case 2가 case 1에 비해 초기값 설정에 따른 초기 추정오차의 형상에 대한 민감도, 과도상태의 최대 오차와 적분오차에 대해 좋은 성능을 보여주고 있음을 제시한다. 또한 관측기 계인에 다음과 같은 round-off 오차가 존재한다고 가정하였을 때

$$\varepsilon E = 1.0 \times e^{-5} \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

이 round-off 오차로 인하여 관측기의 대표극점의 위치가 바뀌는데, Table 2의 결과를 보면 성능지표 값이 작은 case 2가 round-off 오차에 덜 민감함을 볼 수 있다. 따라서 세가지 과도상태의 성능지표가 작게 설계된 case 2가 그렇지 않은 case 1에 비해 과도상태에서 좋은 성능을 보여주고 있으며 초기 추정오차나 round-off 오차 등의 ill-conditioning 요소에 대해 강인함을 볼 수 있다.

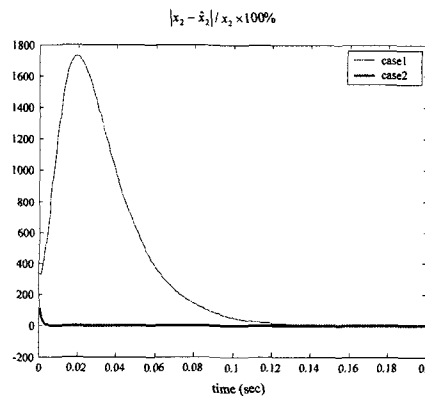


Fig. 1 Relative estimation error of x_2

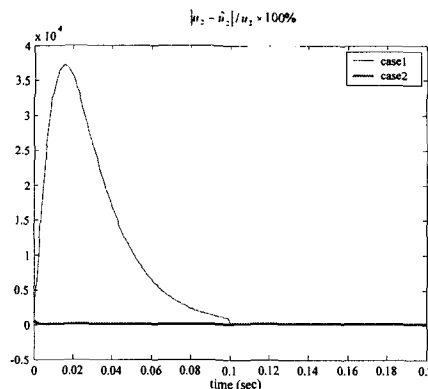


Fig. 2 Relative estimation error of u_2

5. 결 론

Closed-loop State and Input Observer (CSIO) 설계 시 임의의 초기값에 의한 과도상태의 오차 형상의 민감도와 오차의 크기, round-off 오차에 의한 고유값의 민감도를 정량적으로 표현하고 이로부터 성능지표를 구하였고 예제를 통해 검증하였다. 시뮬레이션 결과 성능지표를 이용하여 관측기 성능을 개선시킬 수 있음을 볼 수 있었다. 결론적으로 과도상태의 성능지표인 $\kappa_2(A_c')$, $\kappa_1(P)$ 와 $1/|q_1^T p_1|$ 의 크기를 줄이는 방법은 CSIO의 ill-conditioning 요소에 대한 강인성을 보장할 수 있으며 이런 관점에서 well-conditioned state and input observer 라 할 수 있다.

후 기

본 연구는 2001년도 한양대학교 교내 연구비 지원에 의한 결과임.

참고문헌

- (1) Park, Y. and Stein, J. L., 1988, "Closed-Loop, State and Input Observer for Systems with Unknown Inputs," *Int. J. of Control*, Vol. 48, No. 3, pp. 1121~1136.
- (2) Corless, M. and Tu, J., 1998, "State and Input Estimation for a Class of Uncertain Systems," *Automatica*, Vol. 34, No. 6, pp. 757~764.
- (3) Xiong, Y. and Saif, M., 2000, "Output Derivative Free Design of Unknown Input Plus State Functional Observer," *Proc. of the American Control Conference*, pp. 399~403.
- (4) Berger, W. A., Perry, R. J. and Sun, H. H., 1988, "Eigenvalue Sensitivity in Multivariable Systems," *IEEE Conf. on Systems Engineering*, pp. 433~436.
- (5) Spurgeon, S. K., 1990, "Pole Placement and Extensions for Multivariable Systems-A Survey," *Proc. of the American Control Conference*, Vol. 2, pp. 1660~1665.
- (6) Junkins, L. J. and Kim, Y., 1993, *Introduction to Dynamics and Control of Flexible Structures*, AIAA Education Series.
- (7) Liu, G. P. and Patton, R. J., 1998, *Eigenstructure Assignment for Control System Design*, John Wiley & Sons Ltd.
- (8) Seo, Y. B., Choi, J. W. and Lee, M. H., 2000, "Eigenstructure Assignment for LTI Systems with Stochastic Parameter Variations," *Proc. of the American Control Conference*, pp. 3812~3816.
- (9) Huh, K. and Stein, J. L., 1994, "A Quantitative Performance Index for Observer-Based Monitoring Systems," *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 116, pp. 487~497.
- (10) Lam, J. and Tam, H. K., 1997, "Regional pole assignment with eigenstructure robustness," *Int. J. of Systems Science*, Vol. 28, No. 5, pp. 507~515.
- (11) Huh, K. and Stein, J. L., 1995, "Well-Conditioned Observer Design for Observer-Based Monitoring Systems," *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 117, pp. 592~599.
- (12) Patton, R. J. and Chen, J., 1997, "Observer-Based fault Detection and Isolation: Robustness and Applications," *Control Engineering Practice*, Vol. 5, No. 5, pp. 671~682.
- (13) Jung, J., Lee, B. and Huh, K., 2002, "A Quantitative Performance Index for an Input Observer (II), - Analysis in Steady-State," *Trans. of the KSME, A*, Vol. 26, No. 10, pp. 2067~2072.
- (14) Golub, G. H. and Van Loan, C. F., 1989, *Matrix Computations*, 2nd Ed., The Johns Hopkins Univ. Press.