

## 실리콘 중공 가스켓의 구조적 특성에 관한 연구

이승하\* · 이태원\* · 심우진\*  
(2002년 1월 25일 접수, 2002년 7월 19일 심사완료)

### A Study on the Structural Characteristics of the Hollow Gasket made of Silicon Rubber

Seung-Ha Lee, Tae-Won Lee and Woo-Jin Sim

**Key Words:** Silicon Hollow Gasket(실리콘 중공가스켓), Self-Contact(자체접촉), Hyper-Elastic Material(초탄성체), Mooney-Rivlin Model(무니-리브린 모델), Ogden Model(오그덴 모델), Large Deformation(대변형), Finite Element Method(유한요소법)

#### Abstract

In this paper, the deformed shape, the contact forces and the load-displacement curves of the real hollow gasket made of silicon rubber are analyzed using a commercial finite element program MARC. In the numerical analysis, the silicon rubber is assumed to have the properties of the geometric and material nonlinearity and the incompressibility, and the hyperelastic constitutive relations of that material are represented by the generalized Mooney-Rivlin and Ogden models. The outer frictional contact between the hollow gasket and the groove of rigid container and the inner self-contact of the hollow gasket are taken into account in the course of numerical computation. Experiments are also performed to obtain the material data for numerical computation and to show the validity of the mechanical deformation of the hollow gasket, resulting in good agreements between them.

#### 1. 서론

외부의 기체 및 유체가 구조물의 내부로 침입하는 것을 방지하기 위하여 사용되는 기계요소부품인 가스켓<sup>(1)</sup>은 사용환경 및 목적에 따라 여러 가지 재료 및 형상으로 제작되고 있으며 이 중에서 고무 가스켓(rubber gasket)은 방수를 요하는 기계구조물에 가장 일반적으로 사용되는 기계요소부품이다. 본 연구에 사용된 고무 가스켓은 내부가 비어 있는 실리콘 중공 가스켓으로써 작은

압축력에도 넓은 부위의 접촉면을 가질 수 있어 전자장비 혹은 방산 장비의 방수용으로 널리 쓰이고 있다. 중공 가스켓은 압축시 일반적인 중실 가스켓에 비해 더욱 큰 변형을 일으키게 된다. 변형시에, 가스켓의 외부는 가스켓 홈과 접촉하고, 내부는 자체접촉이 일어나는데, 이때 서로 상호간에는 마찰력의 영향을 받는다. 그리고 고무 가스켓의 기밀은 변형시 발생하는 탄성 복원력에 따른 접촉 부위의 면압에 의해 유지하게 된다. 따라서 고무 가스켓의 설계시에는 가스켓 홈(groove)과 가스켓 단면의 형상에 따른 변형 형상 및 압축력을 파악하는 것이 중요하다. 특히 본 연구의 대상인 실리콘 중공 가스켓은 압축시 내부의 변형 형상이 외부에 작용하는 면압 및 접촉

† 책임저자, 회원, LG이노텍(주) 구미연구소

E-mail : shlee@lginnotek.com

TEL : (054)469-8294 FAX : (054)469-8648

\* 회원, 금오공과대학교 기계공학부

면적에 지대한 영향을 줌으로 내부의 자체 접촉에 의한 변형 형상의 파악이 필수적이다. 그러나 이러한 가스켓의 내부 접촉에 의한 가스켓의 면압과 접촉 면적에 대한 연구는 국내외적으로 많은 연구가 이루어지고 있지 않다. 현재 국내 산업계에서는 가스켓 단면의 변형 형상 파악에는 시제 제작을 통한 단면의 촬영에 의해서 이루어지고 있으므로 시제 제작 전에 가스켓의 변형 형상을 파악할 수 없는 어려움이 많다. 따라서 수치해석에 의한 변형 형상의 파악이 절실히 요구되고 있다. 그러나 중공 가스켓의 경우는 작은 하중 아래에서도 대변형을 일으키는 초탄성체이며, 응력과 변형을 관계가 비선형성과 비압축성의 성질을 가지고 있고,<sup>(2)</sup> 가스켓홈과 외부접촉 및 변형에 따른 내부의 자체접촉이 발생하기 때문에 순수하게 이론적으로 변형 형상을 파악하기란 어려움이 많다. 따라서 산업계에서 이들 부품의 설계과정은 단순한 형상을 제외하고는 대부분의 경우에 시행착오에 의한 경험적 수법이나 실험에 의존한다. 그러나 최근들어 컴퓨터의 연산능력의 비약적인 발달로 인해 유한요소법을 이용하여 고무재료와 같은 비선형 탄성거동을 보이는 재료에 대해 대변형 거동해석이 가능하게 되었다.<sup>(3-6)</sup> 고무변형 해석을 위한 유한요소법의 연구는 국내에서도 많은 연구들이 보고되고 있는데,<sup>(7-10)</sup> 주로 재료의 특성을 정량적으로 수치화하는 방법에 대해 진행해 왔다. 특히 최근에 발표된 논문<sup>(9)</sup>에서는 비압축성을 효과적으로 처리할 수 있는 재료 모델의 정식화 방법에 대한 연구가 심도있게 다루어졌다. 자체접촉을 고려한 문제는 Lee<sup>(7)</sup>와 Kim<sup>(8)</sup> 등에 의하여 고무부트를 대상으로 연구가 이루어졌었다. 또한 국외의 경우에는 Hertz<sup>(11)</sup>에 의해 접촉문제가 처음으로 연구된 이후로, 많은 연구가 꾸준히 진행되어 왔으며, 최근에는 Bathe<sup>(5,12)</sup>와 Belytschko<sup>(4)</sup>가 대변형과 대변위를 고려한 접촉문제의 수치해석에 많은 기여를 하였다.

본 연구에서는 상용 유한요소 코드인 MARC<sup>(6)</sup>를 이용하여 실리콘 고무재료로 만들어진 중공 가스켓을 대상으로 재료의 특성을 파악하고 수치해석에 적합한 재료 모델을 선정하며, 압축시 내부의 자체접촉에 의한 변형과 이에 따른 외부의

변형 특성 및 압축력을 수치적으로 해석하고, 이를 실험을 통하여 비교 검증한다. 고무는 재료 비선형과 함께 기하학적 비선형을 가지고 있으므로, 이의 효과적인 해결을 위해서 Total Lagrangian 정식화법<sup>(4,5)</sup>을 사용하였으며, 비압축성을 취급하기 위하여 허만<sup>(13)</sup>(Hermann)이 탄성, 비압축성 등방체에 대하여 제안한 허만 정식화법(Hermann formulation)을 사용한다. 또한 외부 접촉 및 자체접촉에 의한 마찰을 고려하였다. 고무재료의 유한요소해석시에 초탄성 변형 특성은 변형에너지 함수로 표현되며, 그 형태는 주변형을 불변량으로 표시되는 무니-리브린(Mooney-Rivlin) 모델과 주연신율의 형태로 표시하는 오그덴(Ogden) 모델이 있는데, 본 논문에서는 산업계에서 실제적으로 사용되는 실리콘 가스켓 재료에 대한 기본적 물성실험을 통하여 무니-리브린 모델과 오그덴 모델에 관련된 재료상수들을 구하고 이를 실리콘 중공 가스켓의 유한요소해석에 이용하여 자체접촉에 의한 가스켓의 변형형상, 가스켓의 접촉력, 그리고 하중-변형 곡선 등의 수치결과를 얻었으며, 이를 실제적 실험을 통하여 확인한다.

## 2. 재료 특성화

고무재료의 유한요소해석에 있어서 해의 유용성은 고무재료의 물성치의 정확성에 상당히 의존한다. 따라서 고무재료의 물성치의 결정은 고무해석에 있어서 매우 중요하다. 고무재료의 물성치는 고무의 거동을 나타내는 변형에너지 함수의 계수값으로 표현된다. 이때 계수값은 몇가지 실험을 통하여 얻어진 응력-연신률의 실험 데이터를 변형에너지 함수로부터 유도된 응력-연신률 곡선으로 접합하여 실험치와 접합곡선의 차이를 최소화함으로써 결정된다.<sup>(3,6)</sup> 한편 변형 에너지 함수의 형태는 크게 변형률 불변량과 주연신률로 표시하는 두가지 방법이 있다. 즉,

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (1)$$

혹은

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (2)$$

로 표시된다.

### 2.1 무니-리브린 모델

변형률 불변량으로 표시하는 방법의 대표적 모델은 무니-리브린 모델로써 다음과 같이 정의된다.

$$W = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} A_{rs} (I_1 - 3)^r (I_2 - 3)^s \quad (3)$$

여기서  $A_{rs}$ 는 재료 상수로써 1축 인장시험, 2축 인장시험, 전단시험 중에서 두 가지 이상의 실험을 통하여 구하여진다. 여기서 단순 무니-리브린 모델은 일반화된 식 (3)에서  $I_1, I_2$ 의 선형 항만을 취한 것으로 아래와 같이 표현된다.

$$W = A_{10}(I_1 - 3) + A_{01}(I_2 - 3) \quad (4)$$

식 (4)의 모델은 인장시험시 변형률이 100% 정도에 대해 잘 일치하지만, 변형이 압축모드인 경우에 수렴성이 떨어진다. 또한 큰 변형률을 갖는 경한 재료에 대해서는 적용할 수 없다.<sup>(6)</sup> 따라서 다음과 같은 고차 급수전개 형태가 사용되고 있으며 더 좋은 결과를 보이는 것으로 알려져 있다.

Three Term Mooney-Rivlin:

$$W = A_{10}(I_1 - 3) + A_{01}(I_2 - 3) + A_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) \quad (5)$$

Signiorini:

$$W = A_{10}(I_1 - 3) + A_{01}(I_2 - 3) + A_{20}(I_1 - 3)^2 \quad (6)$$

3rd Order Invariant:

$$W = A_{10}(I_1 - 3) + A_{01}(I_2 - 3) + A_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + A_{20}(I_1 - 3)^2 \quad (7)$$

3rd Order Deformation(James-Green-Simpson):

$$W = A_{10}(I_1 - 3) + A_{01}(I_2 - 3) + A_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + A_{20}(I_1 - 3)^2 + A_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (8)$$

여기서,  $A_{10}, A_{01}, A_{11}, A_{20}, A_{30}$ 는 재료 상수로써 재료시험에 의해 얻어진다. 본 논문에서는 3차 급수전개식인 제임스 그린 심프슨 모델을 사용한다. 여기서 변형 에너지 함수  $W$ 에 해당되는 주 응력들은 다음과 같이 표시된다.

$$\sigma_i = 2(\lambda_i^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda_i^2} \frac{\partial W}{\partial I_2}) + p \quad (i=1, 2, 3) \quad (9)$$

여기서  $\sigma_i, \lambda_i, p$ 는 각각 변형된 치수에 대한 주응력, 주연신율과 정수압을 나타낸다.

### 2.2 오그덴 모델

주연신율을 이용한 대표적 모델은 Ogden 모델로써 다음과 같이 정의된다.

$$W = \sum_{i=0}^3 \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) \quad (10)$$

여기서  $\alpha_i, \mu_i$ 는 재료 상수들이다. 식 (10)의 가장 간단한 형태는

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \mu_1 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \\ &\quad - \frac{1}{2} \mu_2 (\lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2} - 3) \\ &= \frac{1}{2} \mu_1 (I_1 - 3) - \frac{1}{2} \mu_2 (I_2 - 3) \end{aligned} \quad (11)$$

처럼 전개된다. 그러므로  $i$ 의 2차 전개 모델은  $\mu_1 = 2A_{10}, \mu_2 = -2A_{01}$ 이 되며, 무니-리브린 모델의 1차 전개 모델과 같은 형태로 귀착된다. 여기서 주연신율로 표시된 변형에너지 함수  $W$ 에 해당되는 주응력들은 다음과 같이 표시된다.

$$\sigma_i = \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} - p \quad (i=1, 2, 3) \quad (12)$$

본 논문에서는 무니-리브린 3차 모델과 오그덴 3차 모델을 모두 적용하며 상호간의 차이점을 파악해 본다.

## 3. 시험 재료

본 논문에서 사용한 재료는 실리콘 고무이다. 실리콘 고무는 화학적으로는 일반 유기 고무와 별 유사성은 없지만 그 물성상 실리콘 고무와 일반 유기 고무는 매우 유사한 특성을 가지고 있다. 팽창과 수축, 탄성력과 반발력 그리고 유연성을 갖고 있다는 점에서는 유사하지만 일단 물리적, 화학적 외력이 가해지면 서로 다른 특성을 보인다. 일반 고무는 상온에서는 실리콘 고무보다 우수한 물성을 갖고 있지만 인장강도, 연신율, 내마모성등의 성질은 고온, 저온 또는 약품에 의해서 쉽게 파괴된다. 실리콘 고무는 더 넓은 온도 범위에 걸쳐서 원래의 물성이 큰 변화를 일으키지 않는다.

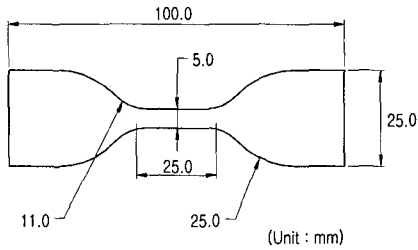


Fig. 1 Simple tension specimen (t=2mm)

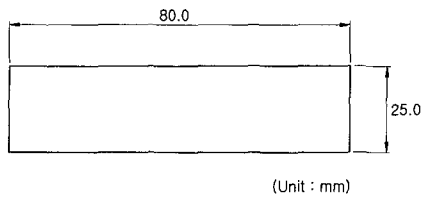


Fig. 2 Pure shear specimen (t=3mm)

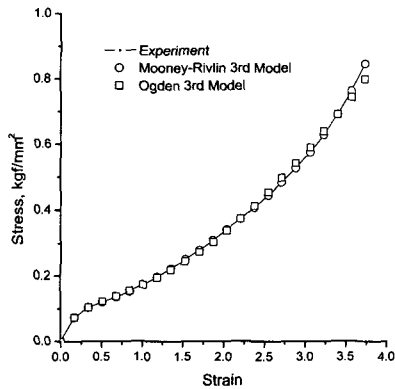


Fig. 3 Stress-strain curve

실리콘 고무는 또한 열전도율이 일반 유기 고무보다 우수하고, 무독성이며 투명성 및 착색성이 우수하다. 따라서 실리콘 고무는 산업용 및 의학용, 방산용으로 널리 쓰이는 고무 재료이며 특히 내한, 내열성이 요구되는 장비의 가스켓 재료로 널리 사용된다. 단순인장 시험을 위한 시편으로는 KS-M-6518에서 제시한 모양중 Fig. 1과

Table 1 Material coefficients

(Unit: kgf/mm<sup>2</sup>)

Mooney-Rivlin 3rd Model	Ogden 3rd Model
$A_{10} = -0.141317$	$\mu_1 = -0.205865$
$A_{01} = 0.258366$	$\mu_2 = -0.101309$
$A_{11} = 0.0461473$	$\mu_3 = -0.443197$
$A_{20} = -0.011$	$\alpha_1 = 1.167054$
$A_{30} = 0.000101$	$\alpha_2 = -5.23433$
	$\alpha_3 = -0.627618$

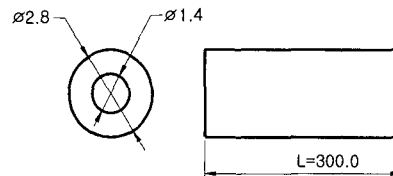
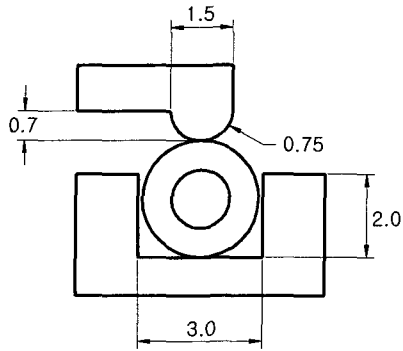


Fig. 4 Geometry of the hollow gasket

같은 2차원 아령 형태의 시편을 이용하였으며, 순수전단의 시편은 Fig. 2와 같은 80×25×3 mm 치수의 고무 시편을 사용하였다. 변형에너지 함수의 계수를 구하기 위해서는 실험들을 통해 구한 응력-연신율의 데이터를 변형에너지 함수로부터 구해진 응력-연신율의 관계식으로 곡선 접합을 시켜야 한다. 본 논문에서는 MARC를 이용하여 계수를 구하여 그 값들을 Table 1에 제시하였으며, 응력-변형률곡선은 Fig. 3에 도시하였다. 실리콘 고무의 응력-변형률 곡선이 비교적 높은 비선형성을 보임을 알 수 있다.

#### 4. 해석 모델

본 연구에 사용한 가스켓은 실리콘 고무로 만들어진 중공 가스켓이다. 형상은 Fig. 4와 같이 중공의 단면을 가진 세장형의 가스켓으로 일반적으로 압출 성형에 의해 만들어지며, Fig. 5와 같은 단면을 가지는 가스켓 홈(groove)에 길이 방향으로 안착되어 있다. 상부의 하우징과 하부의 하



(unit: mm)

Fig. 5 Geometry of the groove

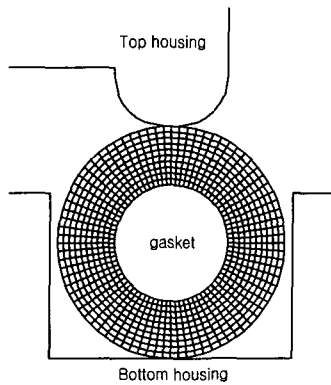


Fig. 6 Finite element model of the hollow gasket

우징이 체결될 시 가스켓은 상부의 돌기에 의해서 그루브 안에서 완전히 압축되어 실링의 효과를 나타내게 된다. 해석에 사용된 유한요소 메쉬는 Fig. 6에 도시되었으며 평면 변형을 조건하에서 MARC에서 제공되는 허만 정식화법을 사용하였다. 이때 사용된 요소의 갯수는 800개이고 요소 절점수는 880개이다. 가스켓은 압축시 더 많은 변형이 일어나며, 자체접촉도 일어나기 때문에 내측의 요소가 더 작도록 요소분할을 하였다. 상부 하우징 및 하부 하우징은 강체로 가정하고 가스켓의 외부와 상부 하우징 및 하부 하우징에는 마찰을 고려한 접촉조건을 부여하였으며, 가스켓의 내부에서도 자체 접촉을 고려하였다. 이때 사용된 마찰계수는 다음과 같다.

$$\text{가스켓과 강체의 접촉시: } \mu_{out} = 0.3 \quad (13)$$

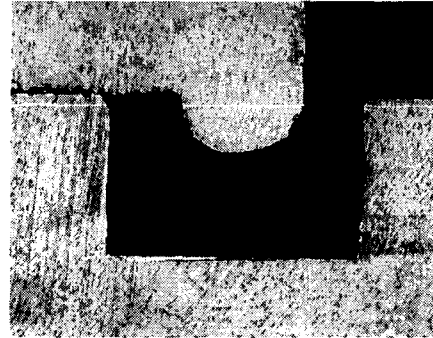
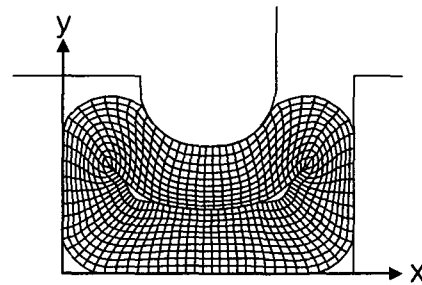
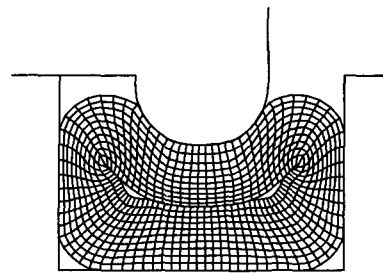


Fig. 7 Deformed shape of the hollow gasket by the experiment (x 50)



(a) Mooney-Rivlin 3rd model



(b) Ogden 3rd Model

Fig. 8 Deformed shape of the hollow gasket by the FEM

$$\text{가스켓 자체접촉시: } \mu_{in} = 0.7 \quad (14)$$

또한, 잠금현상을 방지하기 위하여 수치적분에는 저감적분법을 사용하였다. 상부 하우징을 하부하우징에 조립하면 가스켓이 압축되기 시작하

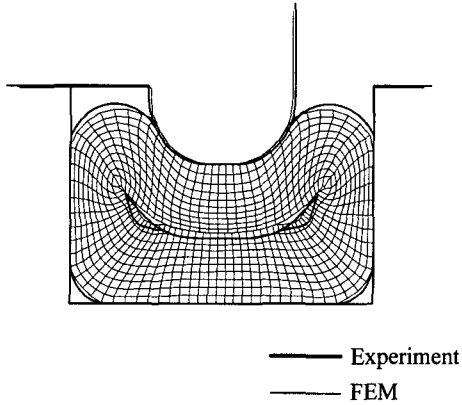


Fig. 9 Comparison of gasket deformation by the experiment and the FEM

며 이때 상부 하우징의 이동거리는 1.5mm이다. 따라서 상부하우징은 속도경계조건을 부여하여 0.15mm/sec의 속도로 하강하는 것으로 하였으며, 총 200 스텝까지 해석을 수행하였다.

5. 해석결과와 실험결과의 비교

수치해석에 의한 변형과 실제 형상과의 비교를 위하여 압축된 실리콘 증공 가스켓의 단면을 50 배 확대 촬영하였다. Fig. 7은 확대 촬영된 사진이며, Fig. 8은 무니-리브린 3차 모델과 오그덴 3차 모델에 대하여 MARC를 이용한 수치해석 결과에 의한 가스켓의 변형 형상을 나타낸 것이다. 무니-리브린 모델과 오그덴 모델에 의한 변형 형상이 거의 차이가 없음을 알 수 있다. Fig. 9에는 실험에 의한 결과와 무니-리브린 모델에 의한 수치결과를 비교하였다. 내부 접촉에 있어서 실험에 의한 변형이 수치해석 결과보다 약간 더 크게 나타났다. 전반적으로 두 변형 형상이 유사함을 알 수 있다. 따라서, 실리콘 고무 가스켓을 시뮬레이션 하기 위해 선택한 무니-리브린 3차 모델과 오그덴 3차 모델이 본 해석에 적합함을 알 수 있다. 이때 밀봉 효과를 좌우하는 가스켓의 접촉력은 Fig. 8(a)에서 가스켓홈의 좌측 하부를 기준점으로 했을 때, Fig. 10 및 Fig. 11과 같으며 좌측은  $y=1.0$ , 우측은  $y=1.2$  부위에 최대 접촉력이

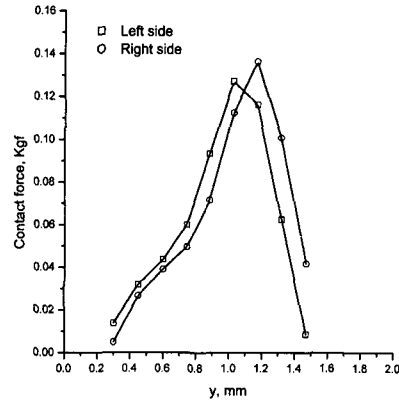


Fig. 10 Contact forces at right and left side

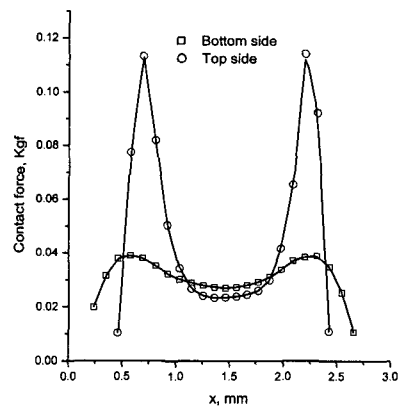


Fig. 11 Contact forces at top and bottom side

분포한다. 상부는  $x=0.7$ 과  $x=2.2$  두 곳에 최대 접촉력이 분포함을 알 수 있다, 이때 최대 접촉력이 두곳에 집중되는 현상은 가스켓 내부의 자체접촉에 의해 상대적으로 많은 압축력이 작용하여 나타난 결과이다. 하부의 경우는  $x=0.9$ 와  $x=2.3$ 에서 최대 접촉력이 분포한다. 이때 최대 접촉력은 가스켓의 좌우 측면에 0.14kgf, 상부의 돌기에 0.12kgf가 작용한다. 이 자료는 가스켓 설계시 외부의 압력에 의한 밀봉 특성을 결정하는 설계 자료를 제시해 준다. 가스켓의 압축력을 측정하기 위한 실험장치의 개략도는 Fig. 12에 나타나

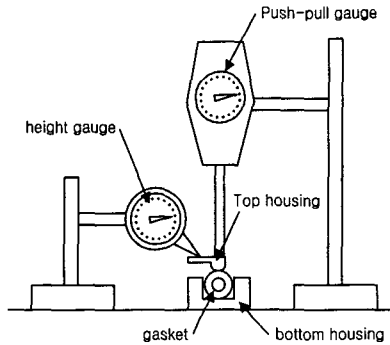


Fig. 12 Schematic diagram of the testing device

있다. 상부 하우징을 push-pull gauge에 고정하고 0.1mm 단위로 압축하여 이에 따른 깊이 및 압축력을 측정하였다. 실리콘 고무 재질은 주위환경에 따라 특성이 크게 달라짐으로 15회 측정하여 평균값을 사용하였으며 하나의 시편을 이용해서 반복 측정은 하지 않았다. Fig. 13은 실험과 수치해석에 의한 압축력의 비교를 그린 것이다. 완전 압축시 최대 압축력은 실험시 2.7kgf이며, FEM에 의한 해석 결과는 2.65kgf으로써 서로 유사한 값을 나타내고있다. 최종 압축력은 가스켓의 체결력을 결정하는 중요한 요소이며 상부 하우징 및 하부 하우징의 체결 방식을 제시해 주는 설계 자료로 활용할 수 있다. Fig. 13에서 수치해석과 실험에서 발생된 오차는 실험시 가스켓과 가스켓 홈 사이의 틈새에 의한 측면유동에 의한 것으로 사료된다.

## 6. 결론

본 연구는 실리콘 중공 가스켓의 대변형에 따른 변형거동과 이에 따른 압축력을 상용 유한요소 코드인 MARC를 사용하여 해석을 수행하였으며, 이를 검증하기 위하여 실험을 병행하였다. 실리콘 중공 가스켓은 초탄성체이며 대변형을 수반하기 때문에 고무의 비선형 거동에 맞추어 개발된 무니-리브린 3차 모델 및 오그덴 3차 모델을 이용하여 내부와 외부에서 접촉이 발생하는 중공 가스켓의 대변형 거동을 정확히 예측할 수 있음을 실험을 통하여 확인하였다. 그러므로 본 해석

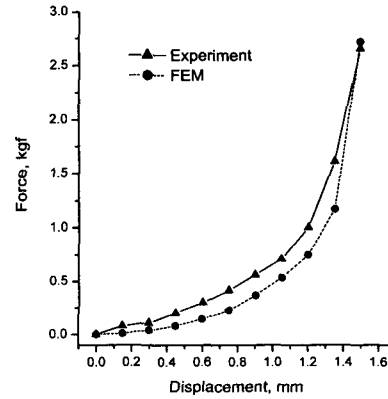


Fig. 13 Comparison of compressive load-displacement by the experiment and the FEM

결과는 단면 형상이 원형이 아닌 다양한 형상의 가스켓의 설계시에도 수치해석이 유용함을 입증해 준다. 또한 수치해석에 의하여 가스켓과 그 홈간의 면압을 파악함으로써 가스켓의 밀봉 특성을 결정할 수 있는 설계자료를 제시하였다. 가스켓의 최종 압축력은 가스켓 및 그루브의 설계시 체결력을 결정하는 중요한 요소로 이를 이용하여 체결을 위한 기계요소의 설계에 이용할 수 있다. 끝으로 실리콘 고무 가스켓의 대변형 거동을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 사전검토가 가능함을 보임으로써 가스켓 부품 개발시 제작에 필요한 시간과 경비를 줄일 수 있다.

## 참고문헌

- (1) Czernik, D. E., 1996, *Gaskets*, Vol.1, McGraw-Hill.
- (2) Ogden, R. W., 1984, *Non-linear Elastic Deformations*, Halsted Press, New York.
- (3) Scharnhorst, T. and Pian, T. H. H., 1978, "Finite Element Analysis of Rubberlike Materials by a Mixed Model," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 12, PP. 665-676.
- (4) Belytschko, T., Liu, W. K., and Moran, B., 2000, *Nonlinear Finite Elements for Continua and*

- Structures*, Wiley, New York.
- (5) Bathe, K. J., 1996, *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall.
- (6) "Non-Linear Finite Element Analysis of Elastomers," 1996, *MARC Analysis Research Corporation*.
- (7) Lee, H. W., Kim, S. H., Lee, C. H., Hun, H., Lee, J. H. and Oh, S. T., 1997, "Finite Element Analysis for 3-D Self-Contact Problems of C. V. Joint Rubber Boots," *Transactions of the KSME A*, Vol. 21, No. 12, pp. 2121~2133.
- (8) Kim, S. H., Lee, H. W., Huh, H., Lee, J. H. and Oh, S. T., 1998, "Stress Analysis of C.V. Joint Rubber Boots by Finite Element Method and Application to Design Modification," *Transactions of the KSAE*, Vol. 6, No. 3, pp. 123~137.
- (9) Shin, S. J., Lee, T. S. and Oh, S. I., 1998, "Three-dimensional Finite Element Analysis of Rubber Pad Deformation (1) (2)," *Transactions of the KSME A*, Vol. 22, No. 1, pp. 111~131.
- (10) Kim, T. W., Moon, S. M., Koo, Y. P. and Cho, Y. J., 2001, "Finite Element Analysis for Performance Evaluation of the Seal in a Universal Joint Bearing," *J. KSPE*, Vol. 18, No. 9, 140-146.
- (11) Hertz, H., 1895, "On the Contact of Rigid Elastic Solids and on Hardness," *Gesammelte Werke*, Vol. 1, Leipzig.
- (12) Bathe, K. J. and Chaudhary, A., 1985, "A Solution Method for Planar and Axisymmetric Contact Problems," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 21, pp. 65~88.
- (13) Hermann, L. R., 1965, "Elasticity Equations for Incompressible and Nearly Incompressible Materials by a Variational Theorem," *AIAA J.*, Vol. 3, No. 10, pp. 1896~1900.