

접는 미사일 조종날개의 비선형 동특성

Nonlinear Dynamic Characteristics of Deployable Missile Control Fin

김 대 관* · 배 재 성* · 이 인[†] · 신 영 석** · 이 열 화**

Dae-Kwan Kim, Jae-Sung Bae, In Lee, Young-Sug Shin and Yeol-Wha Lee

(2002년 8월 5일 접수 : 2002년 9월 24일 심사완료)

Key Words : Natural Frequency(고유주파수), Freeplay(유격), Softening Stiffness(연화강성), Hardening Stiffness(강화강성), System Identification(시스템식별), Force-state Mapping Technique(힘-상태 도식법)

ABSTRACT

The nonlinear characteristics for hinge of a deployable missile control fin are investigated experimentally. The nonlinearity is caused by a worn or loose hinge and manufacturing tolerance and cannot be eliminated completely. The structural nonlinearity has an effect on the static and dynamic characteristics of the control fin. Therefore, it is necessary to establish the accurate nonlinear model for the hinge of the control fin. In the present study the existence of nonlinearities in the hinge is confirmed from the frequency response experiments such as tip random excitation and base sine sweep. Using the system identification method, especially, "Force-state Mapping Technique", the types of nonlinearities are identified and the nonlinear hinge model of the control fin is established.

1. 서 론

비행체의 구조물은 비행시 공기력과 구조물의 상호 작용으로 인하여, 다이버전스(divergence)와 플러터(flutter)와 같은 공력탄성학적 현상에 직면하게 된다. 대부분의 비행체에 대한 공탄성 해석은 구조적인 면과 공기역학적인 면에서 선형성을 가정하여 주파수 영역에서 계산해 왔으며, 이러한 선형성의 가정을 통해 플러터와 다이버전스 특성을 쉽게 계산할 수 있었다.

함재기 및 미사일의 접는 날개 구조와 조종면의 연결부위는 제작상의 어려움 및 자체의 구조 특성으

로 인해 유격(freeplay), 이선형성(bilinear), 전하중(preload) 등과 같은 구조적 비선형성을 가지게 된다.⁽¹⁾ 이러한 비선형성은 공탄성 해석시 제한주기진동 및 혼돈거동과 같은 복잡한 비선형 거동을 보이게 되고, 비행시 이러한 비선형 거동의 발생은 피로파괴를 유발할 수 있을뿐만 아니라, 현대 항공기의 고성능 비행제어 시스템에도 심각한 영향을 주어 항공기 전체의 비행성능 저하와 더불어 심할 경우 심각한 구조적 문제를 발생시킬 수도 있다. 그러므로 이러한 접는 날개 구조 및 조종면의 비선형성으로 인한 비선형 공탄성 특성과 같은 비선형 거동을 파악하여 설계시 이를 고려하여야 하며, 이를 위해 구조물의 비선형성의 파악이 선행되어야 한다.

비선형 요소의 특성 묘사를 위한 가장 고전적인 시스템 식별법은 Volterra/Wiener series가 있다.⁽²⁾ Volterra series는 비선형 시스템의 입출력 관계식을 함수식을 이용하여 규명하는 방법으로 선형계의 주파수 응답함수 개념을 확장한 다차원 주파수 응답함수가 정의되며, Wiener series는 직교함수로 입출력 관

[†] 책임저자, 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과
E-mail : inlee@asdl.kaist.ac.kr

Tel : (042) 869-3717, Fax : (042) 869-3710

* 한국과학기술원 항공우주공학과 대학원

** 국방과학연구소

계식을 표현하여 Volterra series로 간편히 하려는 방법이다. 그러나 이러한 방법은 변수규명을 위한 관계식 자체가 매우 복잡하고 수립속도가 느리며, 많은 계산시간과 기억용량을 필요로 하는 문제가 있다.

고전적인 비매개변수법에 비하여 Masri와 Caughey⁽³⁾는 직교다항식 항들을 이용하여 비교적 간단하게 비선형 모델을 수립하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 임의의 비선형 형태에 적용가능하며 모델 변수를 구하는 과정에서 입력 형태의 제한이 없고 비교적 계산량이 적으며 수립율이 빠른 장점이 있다. 매개변수법(parametric method)중에서 대표적인 방법으로는 시간영역에서 모드 변수를 구하는 선형 시스템의 모델수립 기법인 ARMA모델을 수정한 NARMAX(nonlinear autoregressive moving average model with exogenous)⁽⁴⁾ 모델이 있다. Crawley 등^(5, 6)은 힘-상태 도식법(force-state mapping technique)을 사용하여 비선형 모델을 수립하였다. 이 방법은 Caughey⁽³⁾의 비매개변수 방법과 유사하나 적합한 비선형 형태를 미리 파악한 후 다항식의 전개로 모델을 수립하는 것이 차이점이다. 이외에도 비선형 시스템의 모델 수립 기법과 이에 관한 연구도 다양하며, 최근에는 신경망을 이용한 비선형 시스템 식별에 관한 연구가 많이 진행되고 있다.⁽⁷⁾

본 연구에서는 접히는 부분에 5개의 고정핀과 힌지 스프링을 가지는 접는 미사일 조종날개를 대상으로 힌지에서의 비선형성을 파악하기 위하여 끝단 랜덤가진(tip random excitation)과 기저(base) sine-sweep을 통한 주파수 응답(FRF) 특성으로부터 비선형성의 존재유무를 파악하고, 비교적 간단하면서 정확한 결과를 주는 힘-상태 도식법을 이용하여 힌지의 비선형 추정 및 모델을 수립하고, 조종날개의 공탄성 해석 시 이를 이용하고자 한다.

2. 비선형성 파악

2.1 개요

비선형 시스템의 특성파악기법에는 비선형 특성의 존재유무를 파악하려는 연구분야와 비선형 특성묘사에 적합한 모델수립을 위한 연구분야로 구분할 수 있다. 비선형 특성의 존재여부 파악은 수립된 선형 모델의 적합성 판단의 지표가 될 수 있으며, 비선형성의 정도 및 비선형 요소의 위치에 관한 정보를 파악하는데 도움이 된다. 실제 구조물에서 나타날 수

있는 비선형 특성으로는 작용외력의 작용위치와 크기에 따른 고유주파수의 변화, 주파수 응답의 왜곡, 불안정하고 불규칙한 실험결과, 주파수 응답곡선의 점프(jump)현상과 가진 주파수 이외의 성분이 응답 성분에서 나타나는 현상 등이 있다.^(8~10) 여러 가지 방법들로부터 비선형 모델수립의 필요성이 결정된 후에 비선형 특성을 묘사할 수 있는 수학적 모델을 수립하여야 한다.

본 절에서는 비선형성의 존재유무를 판별하기 위하여 끝단 랜덤가진과 기저 sine-sweep을 통한 주파수 응답 실험을 수행하였다.

2.2 (FRF)실험방법

Fig. 1은 끝단 랜덤가진(tip random excitation) 실험방법을 보여준다. 치구에 조종 날개의 하단부를 고정시킨 후 날개 끝단부에 셰이커(shaker)를 이용하여 가진 하였다. FFT-Analyzer에서 입력 전압의 변화에 따른 랜덤 가진을 가하였으며, 가진 신호의 변화는 날개 끝단의 가속도에 대한 RMS(root mean square)값으로써 $RMS_1 = 3.1 \text{ rad/sec}^2 \sim RMS_8 = 266 \text{ rad/sec}^2$ 에 해당한다. 주파수 영역은 최대 고유주파수에 대한 주파수비(frequency ratio)로써 0.07~2.5의 영역에 대하여 각각 50회의 가진을 통한 평균값을 구하였다. 포스 센서(force sensor)와 레이저 센서(laser sensor), 그리고 가속도계(accelerometer)를 이용하여 끝단의 작용 힘, 선형 변위, 그리고 가속도를 측정하였다.

기저 sine-sweep은 Fig. 2와 같이 셰이커(MODEL LDS V721) 위에 고정치구(jig)와 날개를 장치하고 제

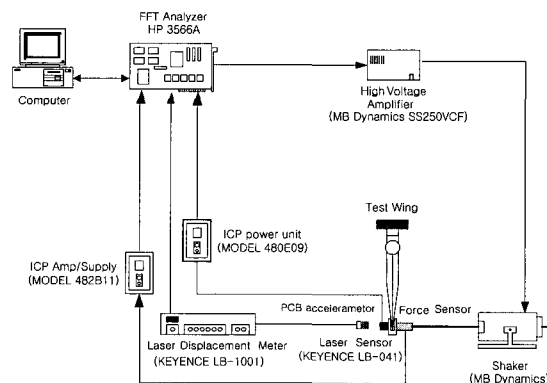


Fig. 1 Experimental setup for frequency response test(Tip random excitation)

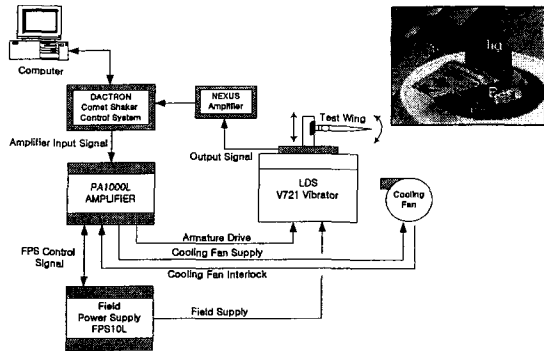


Fig. 2 Experimental setup for base sine-sweep

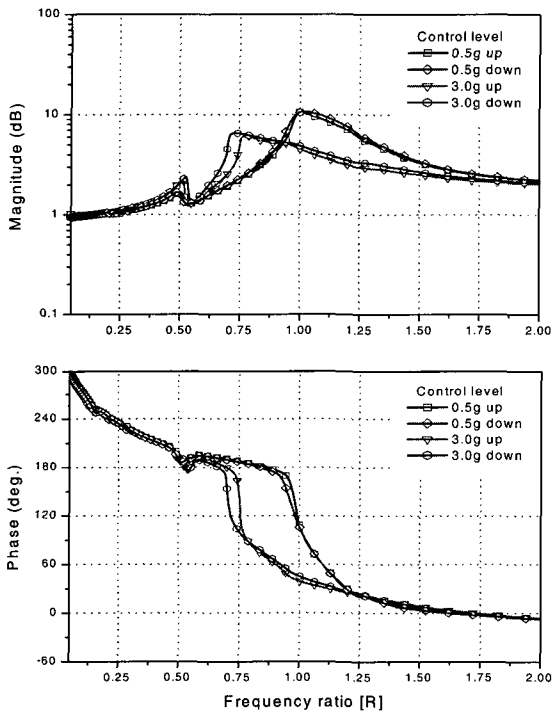


Fig. 3 Upward and downward base sine sweep

여기(DACTRON CSCS)를 통하여 기저의 가속도신호를 제어하게 된다. 가진 신호의 변화는 기저의 가속도로써 0.5g와 3.0g이며 0.07~2.5의 주파수비 영역에 대하여 각각 upward sine sweep과 downward sine sweep이 수행되었다.

2.3 (FRF)실험결과 및 고찰

Fig. 3은 기저 sine-sweep에 대한 결과이며 기저 가속도에 대한 날개 끝단 가속도의 주파수 응답을 보

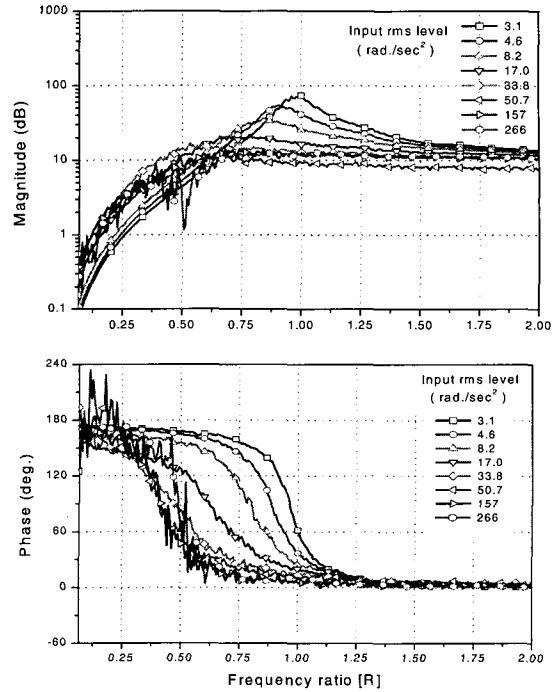


Fig. 4 Inertance transfer function for tip random excitation

여준다. 주파수비(R)가 0.5인 위치의 모드는 날개를 포함한 고정치구의 모드에 해당한다. 힌지에서의 1st 모드 주파수비는 끝단 랜덤가진에서와 같이 입력 신호인 기저 가속도의 크기가 증가함에 따라 감소하며 upward sine-sweep과 downward sine-sweep에서 전형적인 연화강성의 특징인 점프현상을 확인할 수 있다. 특히 기저 가속도의 크기가 클수록 주파수 응답의 점프현상과 upward sine-sweep와 downward sine-sweep의 차이가 잘 나타나고 있다.

Fig. 4는 끝단 랜덤가진(tip random excitation) 실험에 대한 결과를 보여준다. 가진력의 변화에 대하여 고유주파수 근처에서의 뚜렷한 차이를 보이고 있다. Fig. 4에서 주파수 응답은 날개 끝단의 작용 가진력과 가속도에 대한 결과이다. 가진력의 크기가 증가(3.1~50.7 rad/sec²)함에 따라 1st 모드(mode) 주파수비는 감소(R=1~0.47)하며 감쇠는 증가(7.9~29.9%)하는 경향을 보이고 있다. 가진력이 더욱 증가(50.7~266 rad/sec²)함에 따라 주파수비는 증가(R=0.47~0.6)하며 감쇠는 감소(29.9~5.0%)하는 특징을 보이고 있다. 이와 같은 결과로부터 본 실험의 대상인 조종날개의 힌지에 편향(偏向)된 비선형 강성의

존재를 판단할 수 있다. 가진력의 증가시 주파수비의 감소는 유격이전 까지의 변위에 따른 연화강성 (softening stiffness)의 특징으로 생각할 수 있으며, 보다 증가된 가진력에 대한 주파수비의 증가는 유격 이상의 변위에 의한 강화강성(hardening stiffness)의 특징으로 생각할 수 있다. 특히 편향된 비선형성에서는 변위의 크기에 따라 연화강성과 강화강성의 특성이 존재함을 알 수 있다.

FRF 실험의 결과로부터 조종날개의 힌지에서 유격 및 비선형 강성 등과 같은 비선형성의 존재를 확인할 수 있으며, 또한 비선형 모델수립을 통한 시스템 식별(system identification)의 필요성을 확인할 수 있다.

3. 시스템 식별

3.1 개요

조인트(joint)와 같이 구조물에 국부적인 강한 비선형성이 존재하는 경우 simple load stroke나 힘-변위 (force-displacement) 시험이 시스템 식별을 위해 사용되어 왔다.^(5, 6) 힘-변위 시험은 조인트의 특성을 상태공간 전체가 아닌 변위만의 함수인 부분적인 상태공간에서 표현해준다. 이러한 방법으로는 속도나 조인트의 기억효과(memory effect)와의 연관성을 정확히 표현하지 못하며 단지 힘-변위 관계에서 나타나는 히스테리시스로부터 추론해야 한다. 이에 비해 힘-상태 도식법(force state mapping technique)은 조인트에 의한 힘을 전체 상태, 즉 변위와 속도의 함수로서 표현해 줄 수 있으므로 힘-변위 방법과 달리 조인트의 변화율에 관련된 영향을 알려줄 수 있는 충분한 정보를 제공한다. 또한, 속도와의 관계를 알려줄 수 있으므로, 시간과 관계있는 기억영향(time dependent memory effect)중 시불변(time-invariant) 변화율 영향(rate effects)에 의한 히스테리시스를 파악할 수 있다. 일반적으로, 힘-상태 도식법은 힌지와 같은 1 자유도 문제의 경우 다른 방법^(3~5, 7)들에 비해 간단하면서, 정확한 결과를 줄 수 있다.

본 연구에서는 2장에서 수행된 주파수응답실험을 통한 조종 날개의 비선형성 존재 확인을 근거로 비선형성을 나타낼 수 있는 모델을 수립하기 위해 매개변수법인 힘-상태 도식법을 이용한 동적 실험 및 해석을 수행하였다.

3.2 수식화

본 절에서는 1자유도의 질량 스프링 감쇠 시스템에 대한 힘-상태 도식법을 수식화 하였다. 조인트와 같은 연결부가 조인트의 변위와 속도로써 완전히 표현된다면 조인트는 다음과 같은 2차의 비선형 상미분방정식(nonlinear second-order ordinary differential equation)으로 표현할 수 있다.

$$M\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + K(x, \dot{x})x = F(t) \quad (1)$$

여기서, 감쇠와 강성항은 변위와 속도의 함수이다. 식 (1)은 질량이 일정한 모든 1 자유도 문제에 적용 가능하다. 조인트에 의한 복원력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x, \dot{x}) = C(x, \dot{x})\dot{x} + K(x, \dot{x})x = F(t) - M\ddot{x} \quad (2)$$

힘-상태 도식법(force-state mapping approach)은 상태변수의 함수인 복원력을 도식화하려는 것이다. 이 도식은 변위(x)와 속도(\dot{x})에 대해 3차원 곡면(3-D surface)이며, 이것을 힘-상태 맵(force-state map)이라고 한다. 힘-상태 맵(force-state map)을 구하기 위해서는 변위, 속도, 가속도, 가진력을 각 시간스텝마다 측정하여야 한다.

힘-상태 맵(force-state map)은 시스템 비선형성의 형태에 대한 정보를 제공하여 주며, 일반적으로 여러 종류의 비선형성은 서로 다른 종류의 힘-상태 맵을 가진다. 힘-상태 도식법의 중요한 특성은 여러 개가 중복되어 있는 비선형성 판별을 가능하게 해줄 수 있는 점이다. 이러한 특성은 식 (2)의 복원력을 선형 및 비선형 성분의 선형조합(linear combination)으로 나타낼 수 있기 때문이며, 경험적으로 몇 개의 힘 성분의 조합으로 정확히 복원력을 표현할 수 있다. 복원력의 대표적인 성분은 다음과 같다.

$$f = P + K_1x + C_1\dot{x} + K_nx^n + C_n\dot{x}^n + K_{freeplay} + C_{freeplay} + F_c \text{sign}(\dot{x}) + g|x|\text{sign}(\dot{x}) \quad (3)$$

여기서,

$$K_{freeplay} = \begin{cases} K_f(x-s) & x > s \\ 0 & -s \leq x \leq s \\ K_f(x+s) & x < -s \end{cases}, C_{freeplay} = \begin{cases} C_f(\dot{x}) & \dot{x} > s \\ 0 & -s \leq \dot{x} \leq s \\ C_f(\dot{x}) & \dot{x} < -s \end{cases}$$

식 (3)에서 s 는 유격을 의미한다. 식 (3)의 첫번째 세 항은 각각 전하중(preload), 선형 스프링과 선형감쇠를 의미하고, 다음 두 항은 고차의 스프링 및 감쇠항을 의미한다. 여섯번째 와 일곱번째 항은 각각 유격이 있는 스프링과 감쇠이며, 여덟번째 항은 쿨롱 마찰(coulomb friction), 마지막 항은 재료의 히스테리시스 감쇠와 변위에 의한 마찰을 의미한다.

힘-상태 도식법을 수행하기 위해서는 (1) 시스템에 가해지는 가진력 $F(t)$ 를 결정하여 시스템을 가진하고, 센서로부터 응답을 측정한다. (2) 응답으로부터 힘-상태 맵(force-state map)을 작성하기 위해 가진력, 가속도, 속도, 변위를 추출한다. (3) 힘-상태 맵을 작성하고, 비선형성을 파악하여 최소제곱이나 최적화를 이용하여 파라미터들을 찾아낸다.

3.3 실험방법

Fig. 5는 매개변수법인 힘-상태 도식법을 이용하여 가능한 비선형 변수를 추정하기 위한 동적 실험 방법을 보여주고 있다. 치구에 고정된 조종날개의 끝단에 포스 센서, 셰이커, 레이저 센서 그리고 가속도계를 설치하였다. 조종 날개에는 sine 함수(function)의 외력이 셰이커에 의해 가진 되며 이 정현파의 주파수와 진폭은 함수발생기(function generator)로부터 조절하게 된다. 작용 외력 신호와 날개 끝단의 선형 변위신호 그리고 가속도 신호는 오실로스코프(oscilloscope)를 통한 중간 확인을 거쳐 DSP Board를 이용하여 컴퓨터에 저장된다.

3.4 실험결과 및 고찰

Fig. 6은 가진력을 변화시키면서 40 Hz로 가진한 경우의 힌지의 변위, 속도, 가속도, 가진력의 시간 응답을 보여주고 있다. 모멘트의 응답으로부터 힌지에 비선형성이 존재함을 알 수 있으나, 어떤 비선형인지 파악하기가 쉽지 않다. Fig. 7은 30 Hz의 시간응답으로부터 구한 접는 조종날개의 비선형 힌지의 힘-상태 맵(force-state map)을 보여주고 있다. 만약 힌지의 복원력이 변위와 속도에 대해 선형관계가 있다면, 힘-상태 맵은 평면이 되지만 비선형성이 존재하는 경우는 Fig. 7과 같이 곡면을 이루거나 여러개의 불연속적인 평면으로 이루어지게 된다. Fig. 7의 곡면으로부터 변위에 대해 유격이나 혹은 이선형성과 같은 구조 비선형성이 존재하고 있음을 알 수 있다. 또한

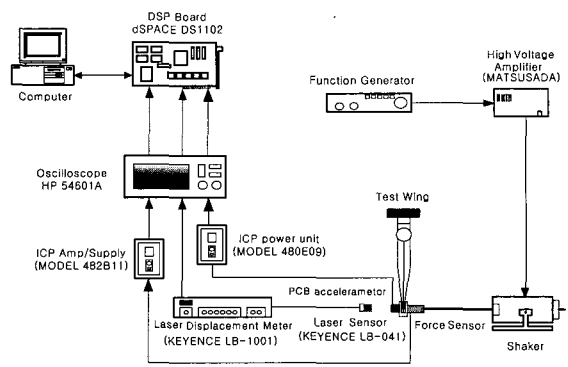


Fig. 5 Experimental setup for dynamic parameter test

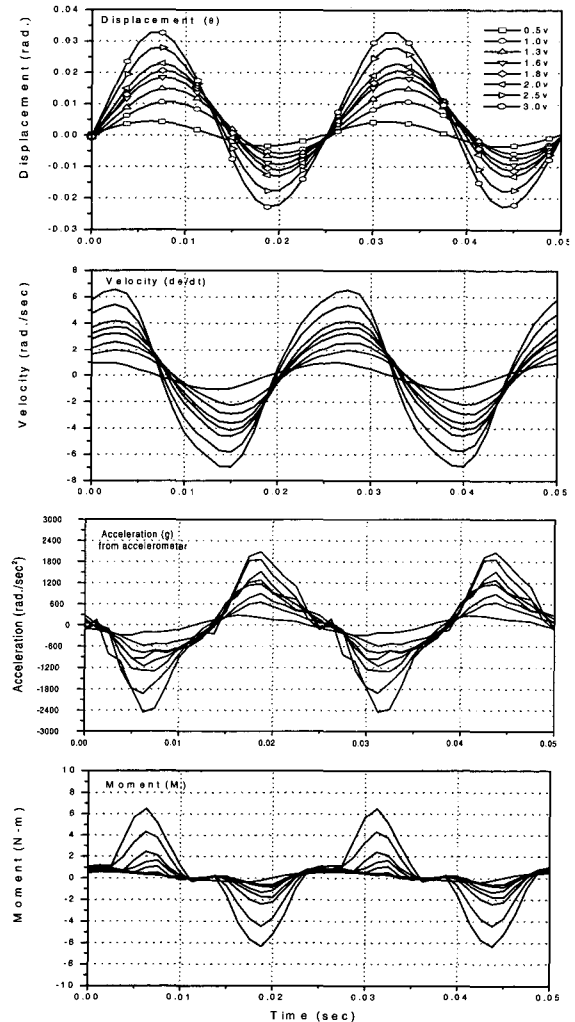


Fig. 6 State-variable plot of a nonlinear hinge (40 Hz)

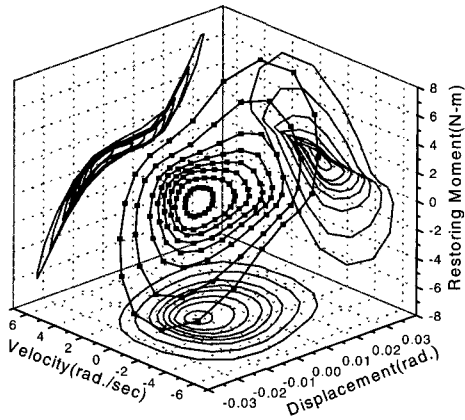


Fig. 7 Experimentally measured force-state map of a nonlinear hinge (30 Hz)

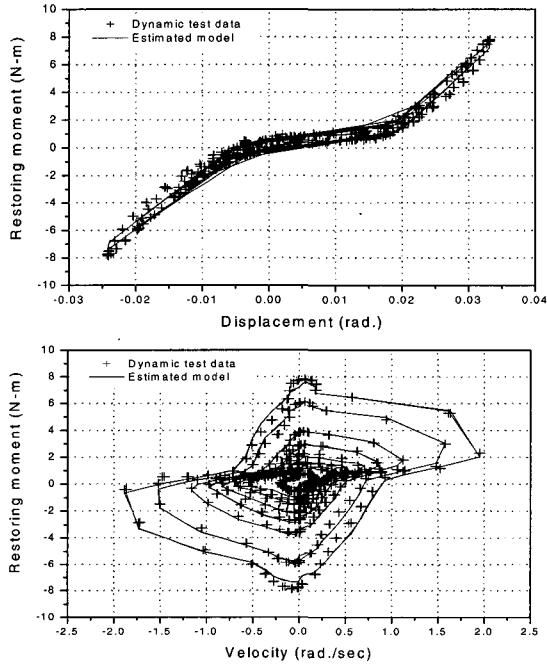


Fig. 8 Dynamic test data and estimated model of a nonlinear hinge (5 Hz)

점성 감쇠등에 의한 히스테리시스(hysteresis)가 존재함을 알 수 있다. Fig. 7의 힘-상태 맵으로부터 비선형성을 파악하여 다음과 같이 전하중, 점성 감쇠, 쿨롱 감쇠, 비대칭 비선형 스프링으로 구성된 힌지의 비선형 모델을 수립하였다.

$$f = P + C_1 \dot{x} + F_c \text{sign}(\dot{x}) + F_{\text{nonlinear}} \quad (4)$$

여기서,

$$F_{\text{nonlinear}} = \begin{cases} K_1(x-s_1) & x < s_1 \\ K_2(x-s_1) & s_1 < x < s_2 \\ K_3(x-s_2) + K_2(s_2-s_1) & s_2 < x \end{cases}$$

식 (4)와 같은 비선형 모델의 수립은 힘-상태 맵으로부터 시스템에 존재할 수 있는 비선형성을 경험적으로 파악하여야 하므로, 다양한 비선형성 예제에 대한 시스템 식별이 선행되어야 한다. 식 (4)의 비선형 모델의 변수들을 구하기 위해 본 연구에서는 최적화 기법을 이용하였다.

Table 1은 5, 15, 30, 50 Hz의 주파수로 가진 하였을 때 출력되는 신호로부터 식 (4)의 비선형 힌지 모델 파라미터의 추정된 값들을 보여 주고 있다. 점성 감쇠 계수를 제외하고는 가진 주파수에 따라 추정된 변수들의 값들이 편차를 보이고 있으나, 여러 가지 서로 다른 주파수에 대해 어느 정도 수립되는 값들이 추정되고 있다. 점성 감쇠의 경우는 감쇠 계수가 가진 주파수가 커짐에 따라 줄어들고 있음을 알 수 있다. Fig. 8은 5 Hz로 가진 하였을 경우의 실험 치와 최적화를 이용하여 구한 비선형 모델의 추정치를 보여 주고 있다. 가정한 비선형 모델이 실제 모델을 잘 근사화하고 있음을 알 수 있고, 점성 감쇠 외에 쿨롱 감쇠에 의한 히스테리시스가 존재하고 있음을 알 수 있다. Fig. 9는 50 Hz로 가진 하였을 경우의 실험 치

Table 1 Identified parameters of a nonlinear hinge

Frequency	K_1 N-m/rad	K_2 N-m/rad	K_3 N-m/rad	s_1 rad	s_2 rad	C_1 N-m-sec/rad	F_c N-m	P N-m
5 Hz	365.72	65.62	436.63	-0.0050	0.0194	0.211	0.192	-0.185
15 Hz	364.42	56.17	421.84	-0.0050	0.0196	0.131	0.194	-0.105
30 Hz	366.23	60.31	410.63	-0.0047	0.0197	0.102	0.212	-0.112
50 Hz	398.33	62.78	427.26	-0.0042	0.0187	0.086	0.203	-0.030
Average	373.67	61.22	424.09	-0.0048	0.0194	0.132	0.200	-0.108

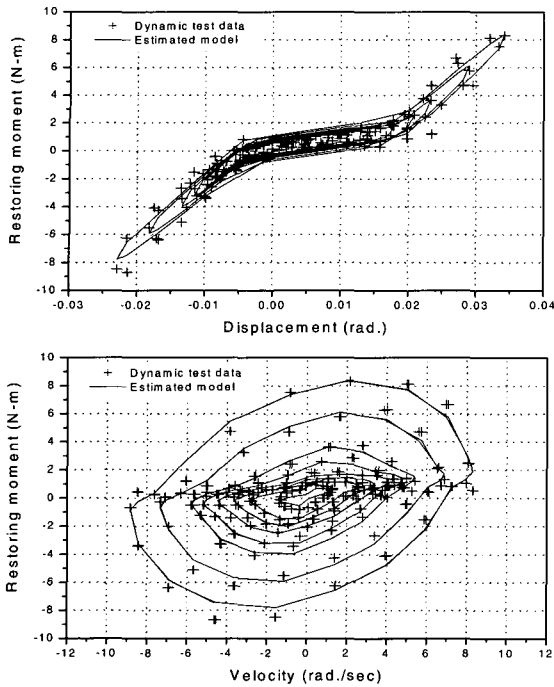


Fig. 9 Dynamic test data and estimated model of a nonlinear hinge (50 Hz)

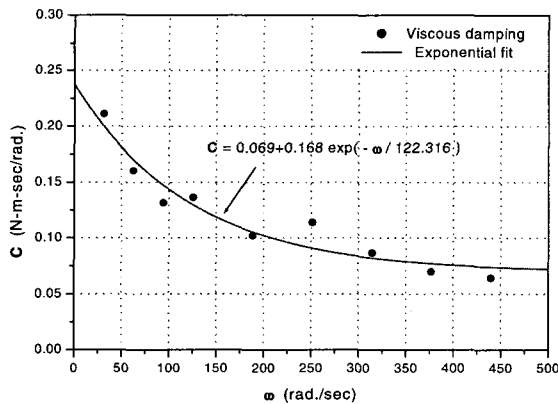


Fig. 10 The curve fitting for viscous damping.

와 추정된 비선형 모델을 보여 주고 있다. Fig. 8과 마찬가지로 가정한 비선형 모델이 실험치를 잘 근사하고 있음을 알 수 있다. Fig. 7~9의 속도-복원력 관계에서 가진 주파수가 커질수록 쿨롱 감쇠에 의한 영향이 줄어드는 것처럼 나타나지만 실제로는 쿨롱 감쇠가 존재하고 있음을 Table 1로부터 알 수 있다. 점성감쇠의 주파수에 따른 변화는 점성 감쇠를 상수 값으로 선정할 수 없으며 변위, 속도 혹은 진동수의 함수로 표현되어야 함을 의미하고 있다. 본 해석에서는

Fig. 10과 같이 점성 감쇠 결과와 가진 진동수에 대한 곡선적합(curve fitting)을 수행하였으며 추정된 감쇠 계수의 함수는 다음과 같다.

$$C(\omega) = 0.069 + 0.168 \exp\left(-\frac{\omega}{122.316}\right) \quad (5)$$

점성 감쇠를 변위와 속도의 함수로 표현 하기는 어렵지만 진동수의 함수로 표현이 가능하며, 이러한 표현을 이용하여 추정되지 못한 비선형 변수들을 점성 감쇠를 통하여 보상하게 된다면 비선형 구조물의 좀 더 실질적 표현이 가능 할 것이다.

4. 결론

본 연구에서는 접는 미사일 조종날개의 비선형 공탄성 해석을 위해 접는 힌지의 구조 비선형을 파악하고, 비선형 모델을 수립하였다. 비선형성 파악 및 비선형 모델 수립을 위해 적용이 간단하면서도, 정확한 결과를 주는 힘-상태 도식법(force-state mapping technique)을 사용하였다. 접는 미사일 조종날개에 대해 여러 가지 주파수와 진폭으로 가진 하여 응답을 얻고, 얻어진 응답으로부터 비선형 모델을 가정하고 최적화 방법을 이용하여 비선형 모델의 변수들을 추정함으로써 미사일 조종날개 힌지의 비선형 모델을 수립하였다. 수립된 힌지의 비선형 모델로부터 접는 조종날개의 힌지에 존재하는 구조 비선형성을 파악하였다. 향후 본 연구에서 파악된 힌지의 구조 비선형성을 이용하여 접는 미사일 조종날개의 비선형 공탄성 해석을 수행할 수 있을 것이다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소의 연구비 지원(TECD-401-011397)에 의해 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Lee, B. H. K. and Tron, A., 1989, "Effects of Structural Nonlinearities on Flutter Characteristics of the CF-18 Aircraft," Journal of Aircraft, Vol. 26, No. 8, pp. 781~786.

- (2) Tomlinson, G. R., 1986, "Detection, Identification and Quantification of Nonlinearity in Modal Analysis-A Review," 4th IMAC, pp. 837~ 843.
- (3) Masri, S. F. and Caughey, T. K., June 1979, "A Nonparametric Identification Technique for Nonlinear Dynamic Problems," Trans. of ASME, J. of Applied Mechanics, Vol. 46, pp. 433~447.
- (4) Leontaritis, I. J. and Billings, S. A., 1985, "Input-output Parametric Models for Nonlinear Systems Part I : Deterministic Nonlinear Systems," Int. J. Control, Vol. 41, pp. 303~328.
- (5) Crawley, E. F. and Aubert, A. C., Jan. 1986, "Identification of Nonlinear Structural Elements by Force-state Mapping," AIAA Journal, Vol. 24, No. 1, pp. 155~162.
- (6) Crawley, E. F. and O'Donnell, K. J., July 1987, "Force-state Mapping Identification of Nonlinear Joints," AIAA Journal, Vol. 25, No. 7, pp. 100~1010.
- (7) 이상설, 1991, "국부 비선형성을 갖는 시스템의 비매개변수법에 의한 모델 개선," 한국과학기술원 박사학위 논문.
- (8) Ewins, D. J., Model Testing : Theory and Practice, Research Studies Press.
- (9) Nayfeh, A. H. and Mook, D. T., 1979, Nonlinear Oscillation, John Wiley & Sons.
- (10) 장서일, 송덕근, 최진권, 2002, "비선형 히스테리시스 진동시스템의 분기해석," 한국소음진동공학회 논문집, 제 12 권, 제 1 호, pp. 57~64.