

# 최적화 기법을 이용한 다자유도 충격응답스펙트럼의 오차 개선

## The Improvement of Multi-dof Impulse Response Spectrum by Using Optimization Technique

안 세 진\* · 정 의 봉†  
Se Jin Ahn and Weui Bong Jeong

(2002년 7월 29일 접수 ; 2002년 8월 29일 심사완료)

**Key Words** : Impact Hammer Test(충격해머시험), Impulse Response Spectrum(충격응답스펙트럼), Frequency Response Function(주파수응답함수), Record Length(신호획득시간), Leakage Error(누설오차), Finite Record Length Error(유한획득시간오차), Optimization Method(최적화방법)

### ABSTRACT

The spectrum of impulse response signal from an impulse hammer testing is widely used to obtain frequency response function(FRF) of the structure. However the FRFs obtained from impact hammer testing have not only leakage errors but also finite record length errors when the record length for the signal processing is not sufficiently long. The errors cannot be removed with the conventional signal analyzer which treats the signals as if they are always steady and periodic. Since the response signals generated by the impact hammer are transient and have damping, they are undoubtedly non-periodic. It is inevitable that the signals be acquired for limited recording time, which causes the finite record length error and the leakage error. In this paper, the errors in the frequency response function of multi degree of freedom system are formulated theoretically. And the method to remove these errors is also suggested. This method is based on the optimization technique. A numerical example of 3-dof model shows the validity of the proposed method.

### 1. 서 론

임팩트해머 실험은 장치가 비교적 간단하면서도 실용적인 결과를 얻을 수 있기 때문에 구조물의 동특성 파악을 위해 많이 이용되고 있다. 그런데 시간의 경과에 따라 감쇠하는 비주기적인 충격응답신호를 정상적이고 주기적인 신호와 동일한 방법으로 신호 처리하여 구한 주파수응답함수에는 몇 가지 오차가 필연적으로 존재하게 된다. 그래서 디지털 신호처리 할

때 발생하는 누설오차 등에 의해 스펙트럼이 왜곡되는 현상과 이에 대한 대책<sup>(1)</sup>과 각종 창함수(window function)를 사용할 때 발생하는 위상 왜곡<sup>(2)</sup>에 관한 연구가 있으며, 감쇠를 고려한 신호의 누설오차에 관한 연구<sup>(3)</sup>가 있다. 그러나 이상의 연구들은 임팩트해머 실험에서 발생하는 유한획득시간오차를 근본적으로 해결하지 못한다는 것을 알게 되었다. 또한 임팩트해머 실험과 같은 과도응답신호에 대한 오차를 제거하는 연구<sup>(4)</sup>가 있지만 1자유도 모델에 한정되기 때문에 여러 개의 모드가 연성되어 있는 다자유도 모델에 적용하는 데는 한계를 가지고 있다.

본 논문에서는 임팩트해머 실험에서 구한 다자유도 주파수응답스펙트럼으로부터 최적화 기법을 이용하여 각 모드에 대한 단위충격응답함수의 변수들을 구함으

† 책임저자, 정희원, 부산대학교 기계공학부

E-mail : wbyeong@pusan.ac.kr

Tel : (051) 510-3088, Fax : (051) 517-3805

\* 정희원, 부산대학교 대학원 기계설계공학과

로써 유한획득시간오차 및 누설오차를 동시에 제거하는 방법을 제안한다. 또 최적해의 수렴성을 향상하기 위해 1자유도 직접계산법<sup>(4)</sup>으로 구한 결과를 최적화 기법에서의 초기값으로 이용한다. 그리고 본 논문이 제안하는 방법의 타당성을 검증하기 위해 3자유도 진동 모델에 대한 시뮬레이션을 실시한다.

## 2. 이론적인 배경

비례감쇠  $n$  자유도계 진동 모델에 대한 운동방정식은

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

단,  $[C] = \varepsilon[K] + \nu[M]$ 이다.

$i$  점 가진에 대한  $l$  점의 변위응답에 대한 주파수 응답함<sup>(5,6)</sup>수를 나타내면

$$H_{il}(\omega) = \frac{X_l(\omega)}{F_i(\omega)} = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{lr}\phi_{ir}}{(k_r - \omega^2 m_r + j\omega c_r)} \quad (2)$$

이 된다. 여기서  $\phi$ 는 다자유도 진동모델의 고유모드 벡터이다. 식 (1)에서 임의의 한 점  $i$ 에 Dirac delta 함수의 가진력이 작용할 때  $l$  점에서의 단위충격응답 함수는

$$h_{il}(t) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{lr}\phi_{ir}}{m_r\omega_{dr}} e^{-\zeta_r\omega_{nr}t} \sin\omega_{dr}t \quad (3)$$

가 된다. 식 (3)에서 신호획득시간을  $T_{RL}$ 로 하여 푸리에 변환하면<sup>(4)</sup>

$$\begin{aligned} \bar{H}_{il}(\omega) \Big|_{T_{RL} > 0} &= \int_{-0}^{T_{RL}} h_{il}(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{lr}\phi_{ir}}{k_r - \omega^2 m_r + j\omega c_r} [1 - E_r(j\omega) \Big|_{T_{RL}}] \end{aligned} \quad (4)$$

가 된다. 여기서,

$$\begin{aligned} E_r(\omega) \Big|_{T_{RL}} &= e^{-(\zeta_r\omega_{nr} + j\omega)T_{RL}} \left\{ \frac{\zeta_r}{\sqrt{1-\zeta_r^2}} \sin\omega_{dr}T_{RL} \right. \\ &\quad \left. + \cos\omega_{dr}T_{RL} + j\frac{\omega}{\omega_{nr}} \sin\omega_{dr}T_{RL} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

인데, 이것은 신호획득시간  $T_{RL}$ 이 유한함으로써 발생하는 주파수응답함수의  $r$ 차 모드의 유한획득시간

오차를 나타낸다. 만약 신호획득시간  $T_{RL}$ 를 무한히 크게 하면  $E_r(\omega) = 0$ 이 되므로 단위충격응답함수를 푸리에 변환하여 구한 주파수응답함수인 식 (4)와 다자유도 진동계의 이론적인 주파수응답함수인 식 (2)는 일치하게 된다. 하지만 신호획득시간을 제한할 수 밖에 없는 현실에서는 신호획득시간의 길이에 의존하는 오차가 항상 발생하게 된다.

## 3. 충격응답스펙트럼의 오차 개선

앞 장에서 단위충격응답스펙트럼에서 발생하는 유한획득시간오차에 대한 이론적인 해석을 하였다. 실제 임팩트햄머 실험에서는 충격응답스펙트럼을

$$\hat{H}_{il}(k\Delta f) = \frac{X_l(k\Delta f)}{F_i(k\Delta f)}, \quad k=0,1,\dots,N/2 \quad (6)$$

과 같이 구하고 있다. 식 (6)의 우변에서 분모가 되는 충격가진력 스펙트럼은 가진력이 작용하는 시간이 신호획득시간보다 충분히 작기 때문에 신호획득시간에 무관하지만, 분자는 시간이 지남에 따라 감소하는 변위응답의 스펙트럼이므로 식 (4)와 같이 유한획득시간오차를 가지게 됨을 알 수 있다. 본 장에서는 유한획득시간오차를 고려한 충격응답스펙트럼을 유도하고 이것으로부터 이론적인 주파수응답함수를 구하는 최적화 기법을 소개하기로 한다.

### 3.1 유한획득시간오차를 고려한 충격응답스펙트럼

비례 감쇠 다자유도 진동계에서 임의의 점에 단위충격을 가할 때 임의의 점의 응답신호는

$$h(t) = \sum_{r=1}^n A_r e^{-\sigma_r t} \sin\omega_{dr}t \quad (7)$$

단,

$$A_r = \frac{\phi_{lr}\phi_{ir}}{m_r\omega_{dr}} \quad (7a)$$

$$\sigma_r = \zeta_r\omega_{nr} \quad (7b)$$

$$\omega_{dr} = \sqrt{1-\zeta_r^2}\omega_{nr} \quad (7c)$$

과 같이 된다. 식 (7)을 샘플링 시간  $\Delta t$ 로 이산화

하여 푸리에 변환하면

$$\tilde{H}(k\Delta f) = \frac{T_{RL}}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{r=1}^n A_r e^{-\sigma_r \frac{T_{RL} i}{N}} \sin[\omega_{dr} i \Delta f] e^{-\frac{j2\pi k i}{N}}$$

$$k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (8)$$

이 된다. 식 (8)을 등비급수 합 공식 이용하여 다시 정리하면 다음과 같이 된다.<sup>(3)</sup>

$$\tilde{H}(k\Delta f) = \frac{T_{RL}}{2 \cdot j} \sum_{r=1}^n A_r \left[ \frac{1 - e^{-j\sigma_r T_{RL} - j2\pi(a_r - k)}}{N[1 - e^{-j\sigma_r T_{RL} - j2\pi(a_r - k)/N}]} - \frac{1 - e^{-j\sigma_r T_{RL} + j2\pi(a_r + k)}}{N[1 - e^{-j\sigma_r T_{RL} + j2\pi(a_r + k)/N}]} \right]$$

$$k = -\frac{N}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (9)$$

여기서

$$a_r = \frac{f_{dr}}{\Delta f} = f_{dr} T_{RL} \quad (9a)$$

이고,  $a_r$ 은 신호획득시간  $T_{RL}$  내에 존재하는 응답 신호의 정현파 개수를 의미한다.  $a_r$ 이 정수가 될 때 누설 오차가 없는 주파수응답스펙트럼을 얻을 수 있지만, 일반적으로  $a_r$ 은 실수가 되므로 다음과 같이 표현된다.

$$a_r = p_r(\text{정수부}) + q_r(\text{소수부}) \quad (10)$$

여기서  $p_r$ 는 실험으로 구한 주파수응답스펙트럼에서  $r$ 차 모드의 peak이 있는 위치의 일련번호가 되고  $q_r$ 는 주파수 분해능 때문에 스펙트럼 상에서는 나타낼 수 없는 주파수오차량이 된다. 데이터 개수  $N$ 이 무한히 크다고 가정하고 식 (10)를 식 (9)에 대입하여 정리하면

$$\tilde{H}(k\Delta f) = \frac{T_{RL}}{2} \sum_{r=1}^n A_r \left[ \frac{1 - e^{-\sigma_r T_{RL}} \cdot e^{j2\pi((p_r + q_r) - k)}}{2\pi\{(p_r + q_r) - k\} + j\sigma_r T_{RL}} + \frac{1 - e^{-\sigma_r T_{RL}} \cdot e^{-j2\pi((p_r + q_r) + k)}}{2\pi\{(p_r + q_r) + k\} - j\sigma_r T_{RL}} \right] \quad (11)$$

이 된다. 식 (11)은 정해진 신호획득시간 내에 무한

히 많은 데이터를 획득한 경우로 가정하여 구한 식이기 때문에 샘플링 오차가 없으면서 유한획득시간오차가 포함된 단위충격응답스펙트럼의 표현식이 된다.

### 3.2 최적화 방법을 이용한 반복 계산법

최적화 계산을 위한 목적 함수를 구성하기 위해 먼저 유한획득시간오차가 포함된 단위충격응답스펙트럼인 식 (11)을 실수부와 허수부로 분리하면

$$\tilde{H}(k\Delta f) = \text{Re}[\tilde{H}(k\Delta f)] - j \text{Im}[\tilde{H}(k\Delta f)] \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned} \text{Re}[\tilde{H}(k\Delta f)] &= T_{RL} \sum_{r=1}^n A_r e^{-\sigma_r T_{RL}} [-16\pi^2 T_{RL} k^2 \sigma_r \sin 2\pi q_r \\ &\quad + \{4\pi^2((p_r + q_r)^2 - k^2) + T_{RL}^2 \sigma_r^2\} \{4\pi(p_r + q_r) \\ &\quad (e^{\sigma_r T_{RL}} - \cos 2\pi q_r) - 2T_{RL} \sigma_r \sin 2\pi q_r\}] \\ &\quad + [16\pi^2 T_{RL}^2 k^2 \sigma_r^2 + \{4\pi^2((p_r + q_r)^2 - k^2) + T_{RL}^2 \sigma_r^2\}^2] \\ \text{Im}[\tilde{H}(k\Delta f)] &= T_{RL} \sum_{r=1}^n A_r 4\pi k e^{-\sigma_r T_{RL}} [4\pi(p_r + q_r) T_{RL} \sigma_r (e^{\sigma_r T_{RL}} - \cos 2\pi q_r) \\ &\quad + \{4p_r^2 \pi^2 + 8p_r q_r \pi^2 + 4\pi^2(q_r^2 - k^2) + T_{RL}^2 \sigma_r^2\} \sin 2\pi q_r] \\ &\quad + [16\pi^2 T_{RL}^2 k^2 \sigma_r^2 + \{4\pi^2((p_r + q_r)^2 - k^2) + T_{RL}^2 \sigma_r^2\}^2] \end{aligned}$$

이다. 식 (12)는  $q_r, A_r, \sigma_r (r = 1, \dots, n)$ 의 함수이므로 다음과 같이 간단히 표현 할 수 있다.

$$\tilde{H}_k(\{q\}^T \{A\}^T \{\sigma\}^T) = \tilde{H}_{rk}(\{q\}^T \{A\}^T \{\sigma\}^T) - j \tilde{H}_{ik}(\{q\}^T \{A\}^T \{\sigma\}^T) \quad (13)$$

여기서

$$\tilde{H}(\{q\}^T \{A\}^T \{\sigma\}^T) = \tilde{H}(q_1, \dots, q_n, A_1, \dots, A_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n) \quad (14)$$

를 나타낸다. 최적화를 위한 목적함수는 식 (13)으로 표현되는 이론식과 실험으로 구한 충격응답스펙트럼과의 오차를 제공한 값들의 합으로 다음과 같이 정의한다.

$$J(\{q\}^T \{A\}^T \{\sigma\}^T) = \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} \{ \tilde{H}_{rk}(\{q\}^T \{A\}^T \{\sigma\}^T) - \text{Re}[\hat{H}(k\Delta f)] \}^2 + \sum_{k=0}^{\frac{N}{2}-1} \{ \tilde{H}_{ik}(\{q\}^T \{A\}^T \{\sigma\}^T) - \text{Im}[\hat{H}(k\Delta f)] \}^2 \quad (15)$$

여기서  $\hat{H}(k\Delta f)$ 는 실제 임팩트햄머 실험으로 구한 주파수응답스펙트럼의 ( $k\Delta f$ )주파수에서의 값이다. 그리고 미지수인 설계변수는  $r$ 차 신호의 주파수오차량  $q_r$ ,  $r$ 차 신호의 초기 진폭  $A_r$ , 그리고  $r$ 차 신호의 감쇠량  $\sigma_r$  ( $r = 1, \dots, n$ )으로  $3n$ 개이다. 편의상 이러한 미지수들을  $u_i$  ( $r = 1, \dots, 3n$ )로 총칭한다. 목적함수의 설계변수에 대한 미분은

$$\frac{\partial J}{\partial u_i} = 2 \sum_{k=0}^{N-1} \left( \left\{ \tilde{H}_{rk} - \text{Re}[\hat{H}(k\Delta f)] \right\} \frac{\partial \tilde{H}_{rk}}{\partial u_i} + \left\{ \tilde{H}_{ik} - \text{Im}[\hat{H}(k\Delta f)] \right\} \frac{\partial \tilde{H}_{ik}}{\partial u_i} \right), \quad i = 1, \dots, 3n \quad (16)$$

이다. 위 식에서  $\frac{\partial \tilde{H}_{rk}}{\partial u_i}$ 와  $\frac{\partial \tilde{H}_{ik}}{\partial u_i}$ 는 식 (12)를 직접 미분하면 쉽게 구할 수 있다. 식 (16)과 같이 목적함수의 설계변수에 대한 미분이 구해지면 최적화기법을 이용하여 식 (15)를 최소화하는 설계변수  $u_i$  ( $i = 1, \dots, 3n$ )을 구할 수 있다. 본 논문에서는 Gauss-Newton법<sup>(7)</sup>을 이용하여 탐색방향을 다음과 같이 정하였다.

$$\sum_{j=1}^{3n} \frac{\partial^2 J}{\partial u_i \partial u_j} \Delta u_j = -\frac{\partial J}{\partial u_i}, \quad i = 1, \dots, 3n \quad (17)$$

여기서 좌변은 2계 미분을 계산하지 않기 위하여 다음과 같이 근사 하였다.

$$\frac{\partial^2 J}{\partial u_i \partial u_j} = 2 \sum_{k=0}^{N-1} \left( \frac{\partial \tilde{H}_{rk}}{\partial u_i} w_k \frac{\partial \tilde{H}_{rk}}{\partial u_j} + \frac{\partial \tilde{H}_{ik}}{\partial u_i} w_k \frac{\partial \tilde{H}_{ik}}{\partial u_j} \right) \quad (17a)$$

$$-\frac{\partial J}{\partial u_i} = 2 \sum_{k=0}^{N-1} \left( \frac{\partial \tilde{H}_{rk}}{\partial u_i} w_k (\text{Re}[\hat{H}(k\Delta f)] - \tilde{H}_{rk}) + \frac{\partial \tilde{H}_{ik}}{\partial u_i} w_k (\text{Im}[\hat{H}(k\Delta f)] - \tilde{H}_{ik}) \right) \quad (17b)$$

여기서  $w_k$ 는  $k\Delta f$ 주파수 신호에 대한 가중치이다. 식 (17)의 연립방정식으로부터 탐색방향이 결정되면 1차원 탐색방법인 황금분할법을 이용하여 설계변수의 step size  $\alpha$ 를 결정하여

$$\{u\}^{(m+1)} = \{u\}^{(m)} + \alpha \{\Delta u\} \quad (18)$$

로 설계변수를 변경하였으며 위 과정을 수렴할 때까지 반복 시행하여 식 (15)가 최소가 되는 설계변수  $u_i$  ( $r = 1, \dots, 3n$ ) 즉  $q_r, A_r, \sigma_r$  ( $r = 1, \dots, n$ )를 구하였다. 그리고 식 (2)와 식 (3)의 관계에 의한 다음식

$$H(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{A_r \omega_{dr}}{(\omega_{nr}^2 - \omega^2 + j2\sigma_r \omega)} \quad (19)$$

을 이용하면 오차가 제거된 새로운 주파수응답함수를 얻을 수 있게 된다.

### 3.3 최적화 방법을 위한 초기값 계산

1자유도 모델에서 임팩트햄머 실험으로 구한 충격응답스펙트럼의 peak와 peak 전·후 값의 크기 비를 이용하여 단위충격응답함수의 변수  $A_r, \sigma_r, f_{dr}$ 을 직접 구하는 방법이 연구된 바 있다.<sup>(4)</sup> 다자유도 모델의 경우 모드가 서로 연성되기 때문에 위의 방법으로는 만족할 만한 결과를 얻기 어려웠다. 하지만 1자유도법에 의한 결과를 본 논문에서 제안한 최적화 기법의 초기값으로 이용할 경우 최적해 수렴속도가 크게 향상시킬 수 있다. 임팩트햄머 실험으로 구한 충격응답스펙트럼에서 각 모드의 peak와 peak 전·후 값의 크기 비는 다음식

$$R_{r-}^2 = \frac{|H[p, \Delta f]|^2}{|H[(p, -1)\Delta f]|^2} = \frac{[2p_r(q_r + 1) + (\sigma_r T_{RL}/2\pi)^2]^2 + [2(\sigma_r T_{RL}/2\pi)]^2}{[q_r \cdot 2p_r + (\sigma_r T_{RL}/2\pi)^2]^2 + [2(\sigma_r T_{RL}/2\pi)p_r]^2} \quad (20)$$

$$R_{r+}^2 = \frac{|H[p, \Delta f]|^2}{|H[(p, +1)\Delta f]|^2} = \frac{[2p_r(q_r - 1) + (\sigma_r T_{RL}/2\pi)^2]^2 + [2(\sigma_r T_{RL}/2\pi)]^2}{[q_r \cdot 2p_r + (\sigma_r T_{RL}/2\pi)^2]^2 + [2(\sigma_r T_{RL}/2\pi)p_r]^2} \quad (21)$$

과 같이 정리할 수 있고, 이 두 식으로부터 감쇠율  $\sigma_r$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_r = \frac{\pi}{T_{RL}} \sqrt{-\left( \frac{R_{r+}^2 - R_{r-}^2}{R_{r+}^2 + R_{r-}^2 - 2} \right)^2 + \frac{8}{R_{r+}^2 + R_{r-}^2 - 2}} \quad (22)$$

식 (22)에서 구한 감쇠율  $\sigma_r$ 를 식 (20) 또는 식 (21)에 대입하면 주파수오차량  $q_r$ 를 구할 수 있고, 이것들을 식 (9)에 대입하면 감쇠고유진동수  $f_{dr}$ 와 진폭  $A_r$ 를 구할 수 있다.

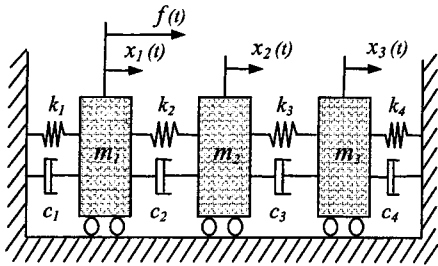


Fig. 1 Damped 3-DOF model ( $m_1 = m_2 = m_3 = 3$  kg,  $k_1 = k_2 = k_3 = 15000$  N/m,  $c_1 = c_2 = c_3 = 0.2$  N/m/s)

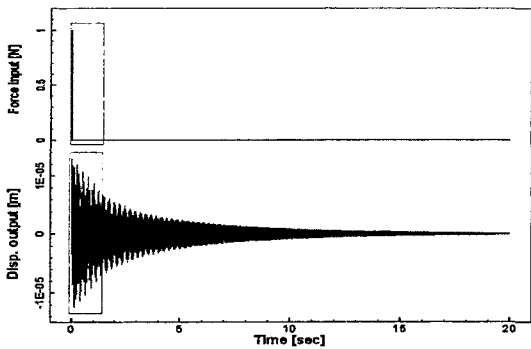


Fig. 2 Impulse force and displacement for 3-DOF damped model (16348 samples for 20 sec)

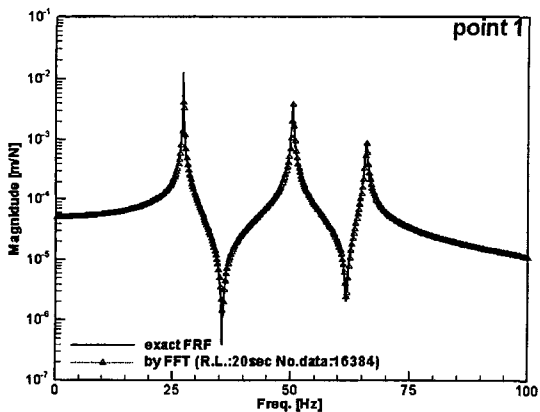


Fig. 3 Comparison of magnitude between by theoretical FRF and by DFT (16348 samples for 20 sec)

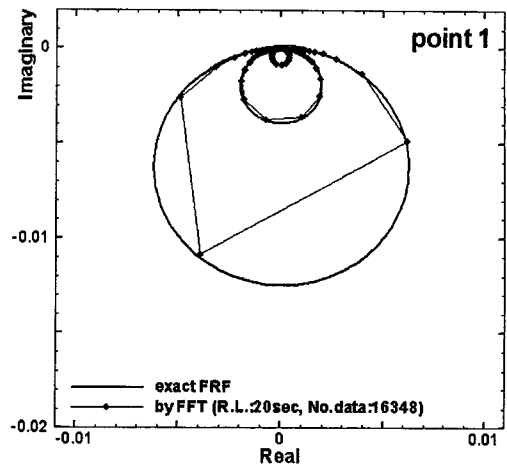


Fig. 4 Comparison of Nyquist plot between by theoretical FRF and by DFT(16348 samples for 20 sec)

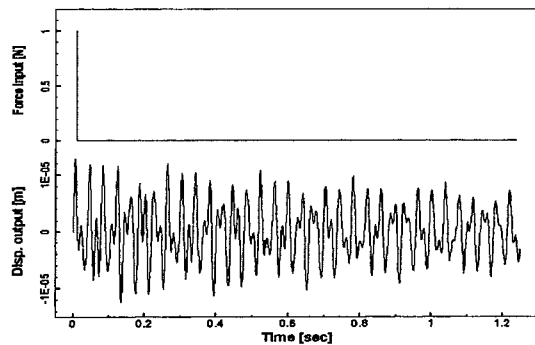


Fig. 5 Impulse force and displacement for 3-DOF damped model (1024 samples for 1.25 sec)

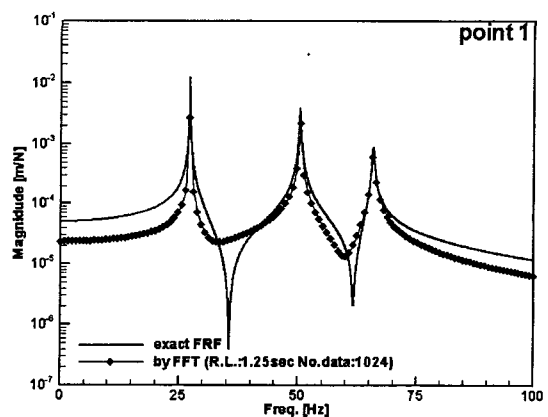


Fig. 6 Comparison of magnitude between by theoretical FRF and by DFT (1024 samples for 1.25 sec)

#### 4. 적용 예

##### 4.1 기존의 방법에 의한 주파수응답 스펙트럼

임팩트햄머 실험에서 발생하는 유한획득시간오차와 누설 오차를 보이고, 본 논문에서 제안한 방법의 타당성을 보이기 위하여 Fig. 1과 같은 감쇠 3 자유도 모델에 대하여 시뮬레이션 하였다.  $f(t)$ 를 단위 충격력으로 하고 Runge-Kutta 법으로 각 점의 변위응답을 구하였다. Fig. 2는 단위 충격가진력과 1번 점의 변위응답을 20 sec 동안 16,348( $2^{14}$ )개의 데이터로 샘플링 한 것이다. 이 때 샘플링 간격  $\Delta t$ 는 약  $1.2 \times 10^{-3}$  sec이다. Fig. 2의 신호를 각각 이산푸리에 변환하여 구한 주파수응답스펙트럼은 Fig. 3의 ( $\Delta$ )이고, 식 (2)에 의한 이론적인 주파수응답함수는 같은 그림에서 (-)이다. 또한 Fig. 3에 대한 Nyquist plot을 Fig. 4에 나타내었다. Figs. 2~3, 그리고 Fig. 4로부터 임팩트 실험 시 충분히 긴 시간 동안 신호를 획득하여 구한 충격응답스펙트럼은 이론적인 주파수응답함수와 일치함을 알 수 있다. 앞의 예와 동일한 신호를 Fig. 5와 같이 1.25 sec 동안 1024개의 데이터를 샘플링 한 경우, 즉 신호획득시간이 충분히 길지 않은 경우의 충격응답스펙트럼의 크기를 Fig. 6에서 점 ( $\blacklozenge$ )으로 타내어 이론적인 것과 비교하였다. 그리고 Fig. 6에 대한 Nyquist plot를 Fig. 7에 나타내었다. Fig. 7에서 유한획득시간오차가 있는 스펙트럼의 Nyquist plot은 이론적인 주파수응답함수의 모달 원상에 있지 않음을 알 수 있다. Figs. 5~6, 그리고 Fig. 7로부터 임팩트 실험 시 신호획득시간이 충분히 길지 못 할 경우에는 유한획득시간오차와 누설오차로 인해 충격응답스펙트럼으로 이론적인 주파수응답함수를 구할 수 없음을 알 수 있다.

##### 4.2 제안한 방법에 의한 주파수응답함수 추정

유한획득시간오차와 누설 오차를 포함하고 있는 Fig. 6의 충격응답 스펙트럼으로부터 본 논문에서 제안하는 1자유도 직접 계산법으로 단위충격응답함수의 변수들  $f_r$ ,  $A_r$ ,  $\sigma_r$ 를 구하였고, 이 값들을 초기값으로 하여 최적화 기법을 적용하여 구한 단위충격응답함수의 변수들을 Table 1에 나타내었다. Table 1에서 최적화 기법으로 구한 단위충격응답함수의 변수를 식 (19)에 대입하여 구한 주파수응답함수를 이론식에

Table 1 Comparison with the results by 1-DOF method and Optimum method

	Initial	Optimum	Exact
$f_{d1}$	27.238	27.238	27.238
$f_{d2}$	50.329	50.329	50.329
$f_{d3}$	65.758	65.759	65.758
$A_1$	$4.946 \times 10^{-3}$	$4.851 \times 10^{-3}$	$4.869 \times 10^{-3}$
$A_2$	$4.797 \times 10^{-3}$	$5.210 \times 10^{-3}$	$5.270 \times 10^{-3}$
$A_3$	$1.625 \times 10^{-3}$	$1.971 \times 10^{-3}$	$2.017 \times 10^{-3}$
$\sigma_1$	0.230	0.195	0.195
$\sigma_2$	0.501	0.669	0.667
$\sigma_3$	0.674	1.131	1.138

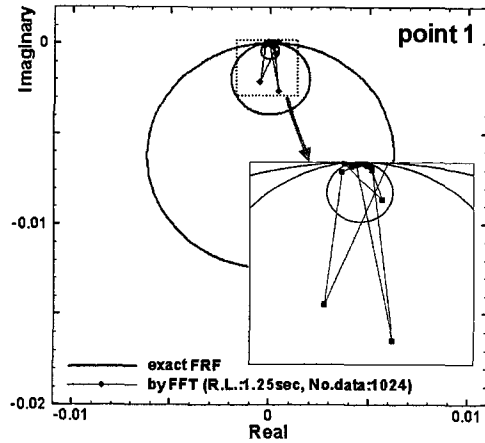


Fig. 7 Comparison of Nyquist plot between by theoretical FRF and by DFT(1024 samples for 1.25 sec)

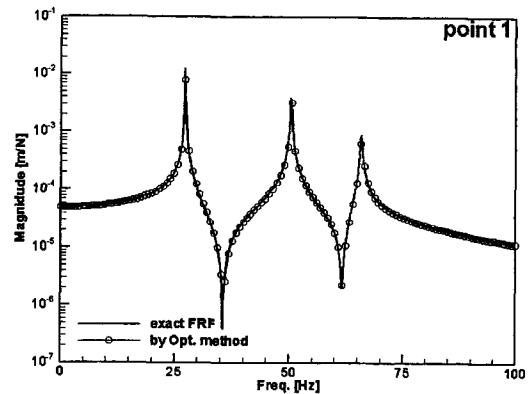


Fig. 8 Comparison of magnitude between by theoretical FRF and FRF calculated by optimum method

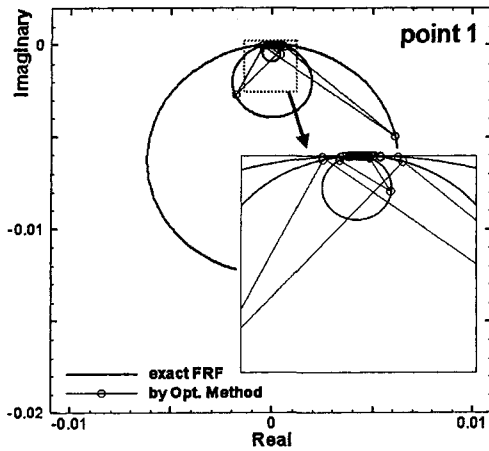


Fig. 9 Modal circle of theoretical FRF and Nyquist plot of FRF calculated by the optimization method

의한 것과 비교한 결과를 Fig. 8에 나타내었다. 그리고 Fig 8에 대한 Nyquist plot를 Fig. 9에 나타내었다. 기존의 방법으로 구한 주파수응답함수인 Fig. 6과 Fig. 7에 비해 본 논문에서 제안하는 최적화 방법으로 구한 주파수응답함수인 Fig. 8과 Fig. 9가 이론적인 것과 잘 일치함을 알 수 있다.

### 5. 결 론

(1) 임팩트햄머 실험 시 신호획득시간이 충분히 길지 않을 경우에는 유한획득시간오차와 누설오차가 존재하는 충격응답스펙트럼이 되어 이론적인 주파수응답함수를 정확하게 표현하지 못함을 보였다.

(2) 충격응답스펙트럼에서 유한획득시간오차를 유발하는 원인을 규명하였으며, 이 오차를 극복할 수 있는 방법을 제안하였다.

(3) 비례감쇠 3자유도 진동모델에 대한 충격응답스펙트럼을 수치해석적으로 구하여 신호획득시간에 따른 유한획득시간오차를 확인하였다. 또 유한획득시간오차와 누설오차가 포함된 충격응답스펙트럼으로부터 본 논문에서 제안한 방법을 이용하여 새로운 주파수응답함수를 구하여 이론적인 것과 비교하여 보았는데 잘 일치하는 것을 확인 할 수 있었다.

### 참 고 문 헌

- (1) Huang, D., 1995, "Phase Error in Fast Fourier Transform Analysis", Mechanical System and Signal Processing 9(2), pp. 113~118.
- (2) John, C. B., 1975, "On Digital Spectrum Analysis of Periodic Signals", The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 58, No. 3, pp. 556~567.
- (3) 정의봉, 안세진, 장호엽, 장진혁, 2001, "디지털 푸리에 변환에서 누설오차의 개선", 한국소음진동공학회지, 제 11 권, 제 3 호, pp. 455~460.
- (4) 안세진, 정의봉, 2002, "충격햄머 실험에 의한 1 자유도 주파수응답함수의 오차와 해결방법", 한국소음진동공학회 춘계학술대회논문집, pp. 71~77.
- (5) 長松昭男, 1985, 모드 解析, 培風館.
- (6) Nuno, M. M. Maia and Julio M. M. Silva, 1998, Theoretical and Experimental Modal Analysis, Research Studies Press Ltd..
- (7) Arora, J. S. 1989, Introduction to Optimum Design, Chapter 6, McGraw-Hill.
- (8) Julius, S. B. and Allan G. P., 1986, Random Data : Analysis and Measurement Procedures, Chapter 6, John Wiley & Sons, Inc..