

# 보강재의 위치변화에 따른 코아구조물의 비틀림거동

## Torsional Behavior of Core Structures according to the Location of Reinforcement

정 동 조†

Jung, Dong-Jo

(논문접수일 : 2002년 6월 4일 ; 심사종료일 : 2002년 9월 12일)

### 요 지

이 논문에서는 여러개의 비틀림보강재를 갖는 코아구조물의 비틀림거동을 구하기 위한 매트릭스 해석방법을 제안하였다. 몇가지의 가정을 토대로 등분포와 삼각분포, 그리고 구조물 상단에 집중 비틀림하중이 작용하는 경우에 대한 응력과 변위식들을 유도하였으며 비틀림각과 응력을 최소화하기 위한 보강위치를 추정하기 위하여 보강재의 위치를 이동시켜 가면서 위치변화가 코아의 비틀림거동에 미치는 영향을 분석하였다. 또한 본 이론해석의 신뢰성을 고찰하기 위하여 비틀림보강재가 설치된 해석모델들을 토대로 본 이론에서 구한 응력과 변위를 MIDAS-GEN프로그램에 의한 결과와 비교하였고, 만족할 만한 결과를 얻었다. 비록 컴퓨터를 이용한 3차원해석이 일반적인 구조해석 방법으로 다가왔으나 비용과 시간이 많이 소요되므로 모든 경우에서 최적의 수단이 될 수는 없다.

본 연구에서 제시된 공식들은 초기 설계단계에서 비틀림하중을 받는 실제 코아구조물의 응력과 변위를 추정하는데 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

**핵심용어** : 비틀림, 코아, 전단벽, 뒤틀림, 바이모멘트

### Abstract

This paper presents a matrix analysis to get the torsional behavior of core structures with torsional reinforcements. Based on simplified assumptions, formulae for the forces and displacements of core structures subjected to three typical load cases, i.e. uniformly distributed torque, triangularly distributed torque and a concentrated torque at the top of the structure, are derived analytically. The behavior of the core according to the variation of reinforcement locations is investigated to estimate the optimum locations of reinforcements to minimize the core rotations and bimoments. The results by the program MIDAS-GEN have shown that this analysis can give quite satisfactory results for structural models with torsional reinforcements. Although three dimensional analysis by computer has come within reach as a normal structural design procedure, its use as an optimization tool may not be desirable in view of the expense and time required.

Formulae that are presented here can be used to estimate the torsional rotations and forces of practical core structures at the preliminary design stages.

**Keywords** : torsion, core, shear wall, warping, bimoment

† 책임저자, 정희원 · 전주대학교 공학부 부교수  
전화: 063-220-2621; Fax: 063-220-2621  
E-mail: jung2621@jeonju.ac.kr

\* 이 논문에 대한 토론을 2002년 12월 31일까지 본 학회에  
보내주시면 2003년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

고층건물에 작용하는 비틀림하중은 풍하중과 지진하중과 같은 수평하중의 중심과 이 하중을 지지하는 구조요소들의 반력중심의 차이, 즉 편심에 의한 결과라고 할 수 있다. 코아가 건물의 중심에서 한쪽으로 치우쳐 위치하거나 개구부 등에 의해 코아의 단면이 비대칭이 될 경우 편심을 가지게 되며, 건물의 내부에 편심으로 위치한 코아는 휨과 전단 응력 외에도 비틀림응력을 부담해야 한다. 코아의 비틀림강성은 건물 전체의 비틀림 저항능력 중에서 상당한 비중을 차지하며, 따라서 코아의 형태와 위치는 수평하중을 받는 건물의 비틀림거동에 큰 영향을 주게 된다.

고층건물에 사용되는 코아는 개단면의 형태가 많이 사용되고 있으며, 코아의 높이, 폭, 두께의 비율과 비틀림거동의 측면에서 이것을 얇은 판 부재로 가정하여 해석할 수 있다. 개단면 코아에 비틀림하중이 작용할 경우 코아는 뒤틀림변형을 하게 되며, 강성이 큰 기초가 코아의 하단을 구속함에 따라 큰 축방향 응력이 발생하게 된다.

폐단면에 비해 개단면 코아의 비틀림강성이 비교적 작으므로 구조해석과 설계단계에서 특별한 주의가 필요하다. 지금까지 발생한 지진들을 연구한 결과 비틀림이 구조물의 손상과 붕괴에 지대한 영향을 준 것으로 보고되었고, 우리나라를 비롯한 외국 여러나라의 설계기준에서 건물 폭의 5%에 해당하는 편심을 추가한 비틀림하중을 고려하여 설계하도록 규정하고 있다.

비틀림하중을 받는 코아구조물의 경우, 바닥 슬래브의 뒤틀림 구속효과를 비틀림해석에서 고려하기 위한 연구<sup>1)</sup>와 각종 바닥보의 구속효과를 순수비틀림상수의 수정을 통하여 비틀림해석에서 도입하기 위한 연구<sup>2),3)</sup>가 있었으며, 컴퓨터해석을 위한 강성매트릭스에 대한 연구<sup>1),2)</sup>와 동적 비틀림거동에 대한 연구<sup>4),6)</sup>들이 진행되어 왔다.

본 연구에서는 여러개의 비틀림 보강재를 갖는 코아 구조물의 비틀림거동을 구하기 위한 이론적 방법을 제안하였으며, 등분포와 삼각분포, 그리고 집중 비틀림하중이 작용하는 경우에 대한 응력과 변위식들을 유도하였다. 또한 본 이론해석의 신뢰성을 고찰하기 위하여 1개와 2개, 그리고 3개의 비틀림 보강재가 설치된 해석모델들을 토대로 본 이론에서 구한 응력과 변위를 MIDAS 프로그램에 의한 결과와 비교하였다. 그리고 비틀림각과 응력을 최소화하기 위한 보강위치를 추정

하기 위하여 보강재의 위치를 이동시켜 가면서 위치변화가 코아의 비틀림거동에 미치는 영향을 분석하였고, 각 하중별로 비교하여 비틀림 보강재의 위치결정을 위한 실용적인 자료를 얻고자 하였다.

## 2. 비틀림 보강재를 갖는 코아의 거동

### 2.1 집중 비틀림하중

$n$ 개의 비틀림보강재를 갖는 코아구조물의 응력과 변위에 대한 근사식을 유도하기 위하여 코아단면의 강성이 무한히 크고 코아단면의 중립면에서 전단변형이 없다고 가정한다.

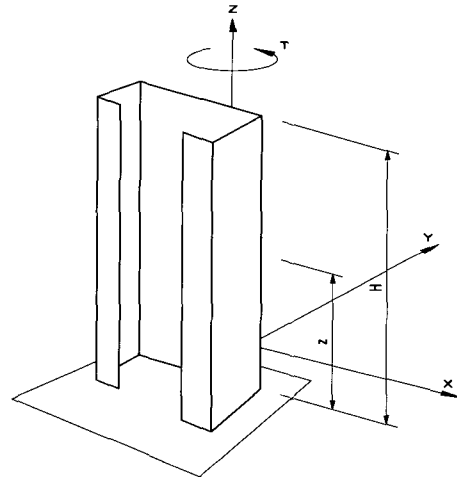


그림 1 비틀림하중을 받는 개단면 코아

그림 1에 나타난 개단면 구조물에서 구조물의 최하단을  $z$  좌표계의 원점으로 하고, 구조물 하단에서  $z$ 만큼 떨어진 곳에서 단면의 회전중심에 대한 단면의 회전각을  $\theta$ 라고 하면, 전단응력에 의한 뒤틀림모멘트(warping torsional moment)  $M_1$ 은 다음식으로 쓸 수 있다.

$$M_1 = - \frac{E}{1 - \mu^2} I_w \frac{d^3 \theta}{dz^3} \quad (1)$$

여기서  $I_w$ 는 뒤틀림상수(warping moment of inertia)로서  $\int_0^A \omega_s^2 dA$ 의 값을 가지며  $\omega_s$ 는 sectorial coordinate,  $A$ 는 코아의 단면적을 나타낸다.

또한 순수 비틀림모멘트(St. Venant torsional moment)  $M_2$ 는 다음식으로 나타내어진다.

$$M_2 = GJ \frac{d\theta}{dz} \quad (2)$$

여기서  $G$ 는 전단탄성계수,  $J$ 는 단면의 순수비틀림상수(St. Venant torsional constant)이다.

따라서 전체 비틀림모멘트  $M = M_1 + M_2$ 는 다음식으로 주어진다.

$$M_z = \frac{-EI_w}{1-\mu^2} \frac{d^3\theta}{dz^3} + GJ \frac{d\theta}{dz} \quad (3)$$

높이가  $l$ 인 건물의 상단에 집중 비틀림하중  $Q$ 가 작용할 경우, 건물하단에서  $z$ 만큼 떨어진 지점의 비틀림모멘트는  $-Qz$ 이므로 식(3)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$-Qz = \frac{-EI_w}{1-\mu^2} \frac{d^3\theta}{dz^3} + GJ \frac{d\theta}{dz} \quad (4)$$

윗 식을 간단히 나타내기 위하여

$$k = l \sqrt{\frac{(1-\mu^2)GJ}{EI_w}} \quad (5)$$

라고 가정하면

$$\frac{d^3\theta}{dz^3} - \frac{k^2}{l^2} \frac{d\theta}{dz} - \frac{k^2 Q}{l^2 GJ} = 0 \quad (6)$$

윗 식은 하단이 구속된 구조물의 비틀림에 관한 미분방정식으로서, 개단면 전단벽의 해석에 사용될 수 있다.

$f = \frac{k^2}{l^2} \frac{Q}{GJ}$ 로 가정하고 식(6)을 다시 쓰면

$$\frac{d^3\theta}{dz^3} - \frac{k^2}{l^2} \frac{d\theta}{dz} - f = 0 \quad (7)$$

코아단면의 뒤틀림을 구속하는  $n$ 개의 보강부재가 설치될 경우,  $z_{i-1} \leq z \leq z_i$ 인 곳에서 식(7)의 해는 다음과 같은 형태로 표시된다.

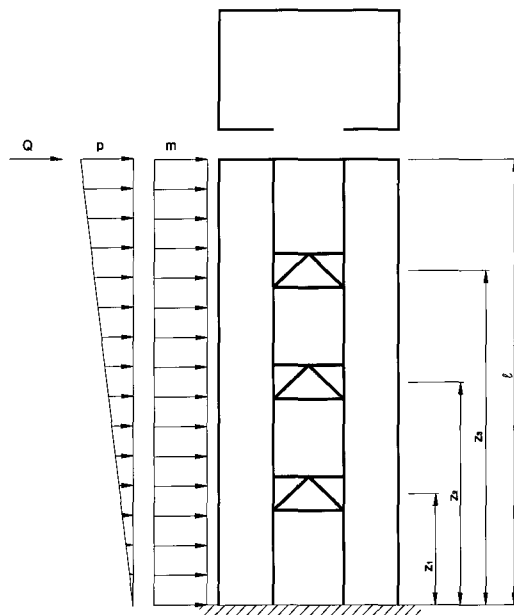


그림 2 비틀림 보강재를 갖는 코아

$$\theta_i = a_i + b_i \sinh\left[\frac{k}{l} z\right] + c_i \cosh\left[\frac{k}{l} z\right] - \frac{f l^2 z}{k^2} \quad (8)$$

윗식을 미분하여  $\theta_i'$ 과  $\theta_i''$ 을 구한 다음 매트릭스의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \theta_i \\ \theta_i' \\ \theta_i'' \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & \sinh\left[\frac{k}{l} z\right] & \cosh\left[\frac{k}{l} z\right] \\ 0 & \frac{k}{l} \cosh\left[\frac{k}{l} z\right] & \frac{k}{l} \sinh\left[\frac{k}{l} z\right] \\ 0 & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \sinh\left[\frac{k}{l} z\right] & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \cosh\left[\frac{k}{l} z\right] \end{bmatrix} \begin{cases} a_i \\ b_i \\ c_i \end{cases} + \begin{cases} -\frac{f l^2 z}{k^2} \\ -\frac{f l^2}{k^2} \\ 0 \end{cases} \quad (9)$$

하단이 완전 고정된 캔틸레버 코아에서 경계조건은 다음과 같다.

$$z=0 \text{에서 } \theta_1 = 0, \theta_1' = 0 \quad (10)$$

$$z=l \text{에서 } \theta_{n+1}'' = 0 \quad (11)$$

$$z = z_i \text{에서 } \theta_i = \theta_{i+1}, \theta_i' = \theta_{i+1}', \theta_{i+1}'' = \theta_i'' - r\theta_i' \quad (12)$$

여기서  $\theta_i$ 는  $z_{i-1} \leq z \leq z_i$ 인 곳에서 코아 단면의 비틀림각이고,  $\theta_i'$ 은 순수비틀림모멘트  $M_z = C J \theta'$ ,  $\theta_i''$ 은 바이모멘트  $B_z = -EI_w \theta'' / (1 - \mu^2)$ 과 관련된 값이며,  $r$ 은 보강재의 뒤틀림 구속계수<sup>8)</sup>이다. 식(12)는 다음과 같은 매트릭스 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}_i \mathbf{d}_i - \mathbf{N}_i \mathbf{d}_{i+1} + \mathbf{r}_i = 0 \quad (13)$$

여기서

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} 1 & \sinh\left[\frac{k}{l} z_i\right] & \cosh\left[\frac{k}{l} z_i\right] \\ 0 & \frac{k}{l} \cosh\left[\frac{k}{l} z_i\right] & \frac{k}{l} \sinh\left[\frac{k}{l} z_i\right] \\ 0 & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \sinh\left[\frac{k}{l} z_i\right] & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \cosh\left[\frac{k}{l} z_i\right] \\ -r_i \frac{k}{l} \cosh\left[\frac{k}{l} z_i\right] & -r_i \frac{k}{l} \sinh\left[\frac{k}{l} z_i\right] & \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_i = \begin{bmatrix} 1 & \sinh\left[\frac{k}{l} z_i\right] & \cosh\left[\frac{k}{l} z_i\right] \\ 0 & \frac{k}{l} \cosh\left[\frac{k}{l} z_i\right] & \frac{k}{l} \sinh\left[\frac{k}{l} z_i\right] \\ 0 & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \sinh\left[\frac{k}{l} z_i\right] & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \cosh\left[\frac{k}{l} z_i\right] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d}_i = \begin{Bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{d}_{i+1} = \begin{Bmatrix} a_{i+1} \\ b_{i+1} \\ c_{i+1} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{r}_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_i \frac{f_l^2}{k^2} \end{Bmatrix}$$

식(13)으로부터 미지의 상수  $\mathbf{d}_i$ 는 다음 식으로 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{N}_i \mathbf{d}_{i+1} - \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{r}_i \quad (14)$$

식(14)를 이용하면  $\mathbf{d}_i$ 과  $\mathbf{d}_{n+1}$ 의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{K}_A \mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{r}_A \quad (15)$$

여기서

$$\mathbf{K}_A = \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{N}_1 \cdots \mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{N}_n$$

$$\mathbf{r}_A = \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{r}_1 + \sum_{i=2}^n \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{N}_1 \cdots \mathbf{M}_{i-1}^{-1} \mathbf{N}_{i-1} \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{r}_i$$

식(10)에 주어진 2개의 경계조건에서

$$\mathbf{K}_0 \mathbf{d}_1 + \mathbf{r}_0 = 0 \quad (16)$$

이 되며, 여기서

$$\mathbf{K}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{k}{l} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_0 = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{f_l^2}{k^2} \end{Bmatrix}$$

식(16)에 식(15)를 대입하면

$$\mathbf{K}_B \mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{r}_B = 0 \quad (17)$$

여기서  $\mathbf{K}_B = \mathbf{K}_0 \mathbf{K}_A$ ,  $\mathbf{r}_B = \mathbf{K}_0 \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_0$

식(11)의 경계조건에서

$$\mathbf{K}_T \mathbf{d}_{n+1} + \mathbf{r}_T = 0 \quad (18)$$

여기서

$$\mathbf{K}_T = \begin{bmatrix} 0 & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \sinh[k] & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \cosh[k] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}_T = \{0\}$$

식(17)과 (18)은 다음과 같은 매트릭스의 형태로 간단히 표시할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_B \\ \mathbf{K}_T \end{bmatrix} \{ \mathbf{d}_{n+1} \} = \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_B \\ \mathbf{r}_T \end{Bmatrix}$$

따라서

$$\{ \mathbf{d}_{n+1} \} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_B \\ \mathbf{K}_T \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{r}_B \\ \mathbf{r}_T \end{Bmatrix} \quad (19)$$

식(19)에서 구한  $\mathbf{d}_{n+1}$ 과 식(14)를 이용하여 임의 지점의 비틀림각과 바이모멘트의 산정에 필요한 모든

미지상수들을 구할 수 있다.

## 2.2 등분포 비틀림하중

$n$ 개의 비틀림 보강재를 갖는 코아의 전체높이에 걸쳐 크기가  $m$ 인 등분포 비틀림하중이 작용할 경우, 건물하단에서  $z$ 만큼 떨어진 지점의 비틀림모멘트는  $m(z-l)$ 이다. 따라서 식(3)은 다음식으로 다시 나타낼 수 있다.

$$m(z-l) = \frac{-EI_w}{1-\mu^2} \frac{d^3\theta}{dz^3} + GJ \frac{d\theta}{dz} \quad (20)$$

윗 식에 식(5)의  $k$ 를 도입하면

$$\frac{d^3\theta}{dz^3} - \frac{k^2}{l^2} \frac{d\theta}{dz} + \frac{k^2 m}{l^2 GJ} (z-l) = 0 \quad (21)$$

$f = \frac{k^2}{l^2} \frac{m}{GJ}$ 로 가정하고 식(21)을 다시 쓰면

$$\frac{d^3\theta}{dz^3} - \frac{k^2}{l^2} \frac{d\theta}{dz} + f(z-l) = 0 \quad (22)$$

$z_{i-1} \leq z \leq z_i$ 인 곳에서 윗 식의 해는

$$\theta_i = a_i + b_i \sinh\left[\frac{k}{l}z\right] + c_i \cosh\left[\frac{k}{l}z\right] + \frac{fl^2 z^2}{2k^2} \quad (23)$$

윗 식을 미분하여 매트릭스 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_i' \\ \theta_i'' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sinh\left[\frac{k}{l}z\right] & \cosh\left[\frac{k}{l}z\right] \\ 0 & \frac{k}{l} \cosh\left[\frac{k}{l}z\right] & \frac{k}{l} \sinh\left[\frac{k}{l}z\right] \\ 0 & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \sinh\left[\frac{k}{l}z\right] & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \cosh\left[\frac{k}{l}z\right] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{fl^2 z^2}{2k^2} - \frac{fl^3 z}{k^2} \\ \frac{fl^2 z}{k^2} - \frac{fl^3}{k^2} \\ \frac{fl^2}{k^2} \end{Bmatrix} \quad (24)$$

등분포 비틀림하중이 작용하는 경우에서도 코아의 경계조건은 식(10)~(12)와 같다.

식(12)의 경계조건에서 유도된 식(13)의  $\mathbf{M}_i$ 와  $\mathbf{N}_i$ 는 앞에서 유도된 결과와 동일하며  $\mathbf{r}_i$ 는 다음의 값을 가진다.

$$\mathbf{r}_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -r_i \left( \frac{fl^2 z_i}{k^2} - \frac{fl^3}{k^2} \right) \end{Bmatrix} \quad (25)$$

또한 식(10)~(11)의 경계조건에서 유도된 식(16)과(18)의  $\mathbf{K}_0$ 와  $\mathbf{K}_T$ 는 앞에서 유도된 결과와 동일하며  $\mathbf{r}_0$ 와  $\mathbf{r}_T$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{r}_0 = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{fl^3}{k^2} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{r}_T = \begin{Bmatrix} -\frac{fl^2}{k^2} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

등분포 비틀림하중의 경우도 집중 비틀림하중과 같은 방법을 사용하여 코아의 비틀림 거동과 관련된 응력과 변위를 구할 수 있다.

## 2.3 삼각분포 비틀림하중

코아 상단에서 최대값  $p$ 인 삼각분포형태의 비틀림하중이 작용할 경우, 코아 하단에서  $z$ 만큼 떨어진 지점의 비틀림모멘트는  $p(z^2/2l - l/2)$ 이다. 따라서 식(3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p\left(\frac{z^2}{2l} - \frac{l}{2}\right) = \frac{-EI_w}{1-\mu^2} \frac{d^3\theta}{dz^3} + GJ \frac{d\theta}{dz} \quad (27)$$

식(5)의  $k$ 를 윗식에 도입하면

$$\frac{d^3\theta}{dz^3} - \frac{k^2}{l^2} \frac{d\theta}{dz} + \frac{k^2 p}{l^2 GJ} \left(\frac{z^2}{2l} - \frac{l}{2}\right) = 0 \quad (28)$$

이 되며  $f = \frac{k^2}{l^2} \frac{p}{GJ}$ 로 가정하면 윗 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d^3\theta}{dz^3} - \frac{k^2}{l^2} \frac{d\theta}{dz} + f\left(\frac{z^2}{2l} - \frac{l}{2}\right) = 0 \quad (29)$$

$z_{i-1} \leq z \leq z_i$ 인 곳에서 식(29)의 해는

$$\theta_i = a_i + b_i \sinh\left[\frac{k}{l} z\right] + c_i \cosh\left[\frac{k}{l} z\right] + \frac{flz^3}{6k^2} \quad (30)$$

와 같은 형태를 가지며, 이 식을 미분하여 매트릭스 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_i' \\ \theta_i'' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & \sinh\left[\frac{k}{l} z\right] & \cosh\left[\frac{k}{l} z\right] \\ 0 & \frac{k}{l} \cosh\left[\frac{k}{l} z\right] & \frac{k}{l} \sinh\left[\frac{k}{l} z\right] \\ 0 & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \sinh\left[\frac{k}{l} z\right] & \left(\frac{k}{l}\right)^2 \cosh\left[\frac{k}{l} z\right] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{flz^3}{6k^2} + \left(\frac{fl^3}{k^4} - \frac{fl^3}{2k^2}\right)z \\ \frac{flz^2}{2k^2} + \frac{fl^3}{k^4} - \frac{fl^3}{2k^2} \\ \frac{flz}{k^2} \end{Bmatrix} \quad (31)$$

집중 비틀림하중의 경우와 동일한 방법으로 식(13)을 구할 수 있으며, 식(13)에서  $r_i$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$r_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -r_i \left( \frac{flz_i^2}{2k^2} + \frac{fl^3}{k^4} - \frac{fl^3}{2k^2} \right) \end{Bmatrix} \quad (32)$$

같은 방법으로 식(16)과 식(18)을 구할 수 있으며, 이 식에서  $r_0$ 와  $r_T$ 는 다음과 같은 값을 가진다.

$$r_0 = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{fl^3}{k^4} - \frac{fl^3}{2k^2} \end{Bmatrix}, \quad r_T = \begin{Bmatrix} -\frac{fl^2}{k^2} \end{Bmatrix} \quad (33)$$

윗 식의 값들을 식(19)에 대입하고 식(14)를 이용하면  $n$ 개의 비틀림 보강재를 갖는 캔틸레버 코아의 비틀림각과 바이모멘트를 구할 수 있다.

### 3. 비틀림거동의 비교

본 연구에서 제시된 여러개의 비틀림 보강재를 갖는

개단면 코아구조물의 매트릭스 해석방법에 대한 신뢰성과 보강재의 개수 및 위치변화에 따른 구조물의 응력과 변위를 고찰하기 위하여 80m와 120m, 그리고 160m 높이의 철근콘크리트 코아를 해석모델로 선정하였으며, 구조물의 치수와 작용하중, 그리고 단면 및 보강재의 형태는 그림 3에서 보는 바와 같다.

또한 코아벽체와 비틀림보강재의 재료 및 단면성질

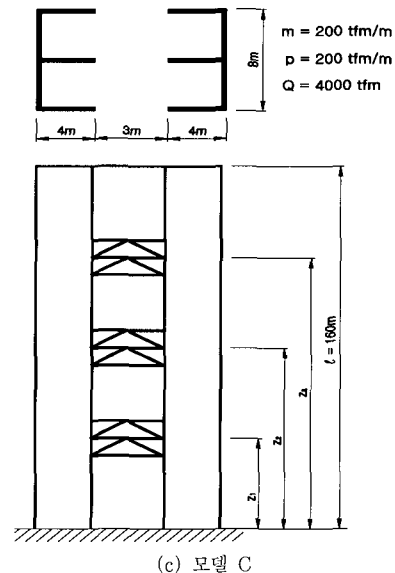
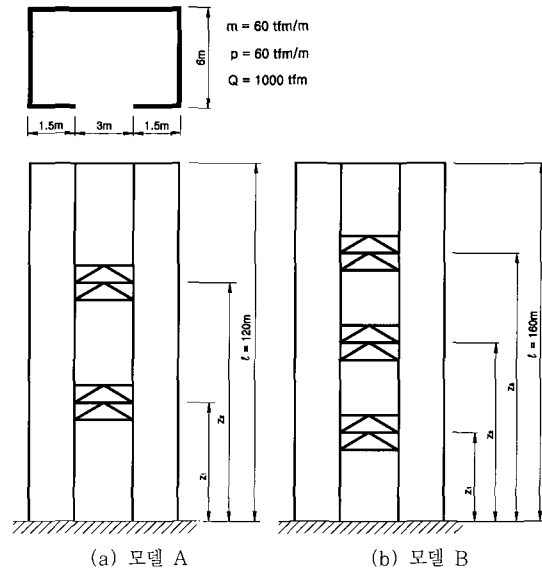


그림 3 해석모델

표 1 해석모델의 재료 및 단면성질

	해석모델 A(B)	해석모델 C
코아벽체두께(t)	0.4m	0.5m
콘크리트 탄성계수(E)	240tf/cm <sup>2</sup>	300tf/cm <sup>2</sup>
콘크리트 포와송비( $\mu$ )	0.15	0.15
보강가새 탄성계수(Es)	2100tf/cm <sup>2</sup>	2100tf/cm <sup>2</sup>
보강가새 단면적(A <sub>1</sub> )	0.1024m <sup>2</sup>	0.1024m <sup>2</sup>
순수 비틀림상수(J)	0.448m <sup>4</sup>	1.667m <sup>4</sup>
뒤틀림상수(I <sub>w</sub> )	512.921m <sup>6</sup>	8661.125m <sup>6</sup>
k	1.541(2.312)	1.447
보강재 구속계수(r) <sup>8)</sup>	0.871(1.741)	0.2473
벽체요소 두께(t <sub>w</sub> )	0.152m	0.122m

은 표 1에 표시되어 있다. 해석모델들을 토대로 본 이론에 의한 응력과 변위를 MIDAS-GEN 프로그램을 이용한 해석결과와 비교하였으며, 그 결과를 그림 4~14에 표시하였다.

먼저 그림 4~6은 48m지점에 보강재가 설치된 A모델과, 40m와 80m지점에 보강재가 설치된 B모델, 그리고 40m, 80m, 120m지점에 보강재가 설치된 C모델에 대한 구조물의 높이에 따른 비틀림각의 변화를 표시한 것이며, 그림 7~9는 각 모델에 대한 바이모멘트의 변화를 나타낸 것이다.

그림에서 보는 바와 같이 본 이론해석과 MIDAS 프로그램에 의한 결과가 전체높이에 걸쳐 비교적 유사하게 나타났다. 등분포와 삼각분포, 그리고 집중 비틀림

하중을 받는 코아구조물 상단의 비틀림각의 경우, 본 이론과 MIDAS해석의 결과는 A모델에서 8.07%~10.49%, B모델에서 2.75%~5.54%, C모델에서 8.36%~9.92%의 차이를 보였으며, 구조물 하단의 바이모멘트의 경우 각각 3.65%, 10.28%, 11.96%의 최대 오차를 보였다. 보강가새 하단의 바이모멘트에서 약간 큰 차이를 보이고 있으나 전체적으로는 유사한 양상을 보였다.

A모델에서 등분포와 삼각분포 및 집중 비틀림하중을 받는 경우, 구조물 상단의 비틀림각은 보강가새가 없는 경우의 약 25.62%~26.78% 정도로서 보강재의 뒤틀림 구속효과로 인해 비틀림 변형이 크게 감소하는 양상을 보였고, B모델과 C모델에서는 각각 11.67%~15.37%와 8.13%~8.99% 정도로 조사되어 보강가새가 개단면코아의 비틀림 발생을 효율적으로 구속하고 있음을 보였다. 그림에서 보는 바와같이 보강재가 위치하는 지점에서 비틀림각의 증가율이 크게 감소함에 따라 코아구조물의 비틀림변형이 전체높이에 걸쳐 큰 비율로 감소하였다.

A모델에서 구조물 하단의 바이모멘트는 보강재가 없는 경우의 약 51.10%~69.76%로 나타났으며, B모델과 C모델에서는 각각 35.41%~48.63%, 그리고 21.65%~33.58%로서 보강재의 설치가 코아조물의 바이모멘트 감소에도 크게 기여할 수 있음을 보여주었다. 또한 보강재가 설치된 지점에서 바이모멘트의 부호가 바뀌면서 큰응력의 변화가 발생하였다.

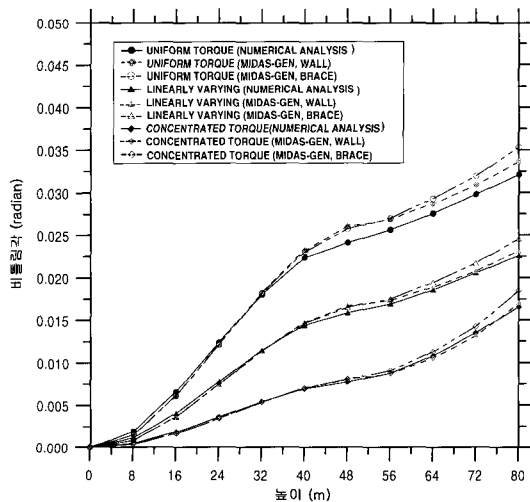


그림 4 높이에 따른 비틀림각의 변화(모델 A)

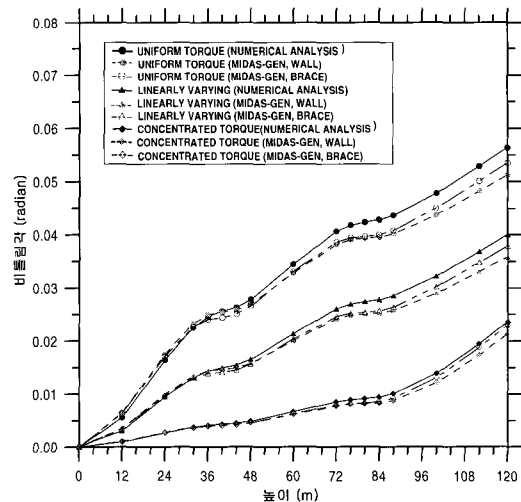


그림 5 높이에 따른 비틀림각의 변화(모델 B)

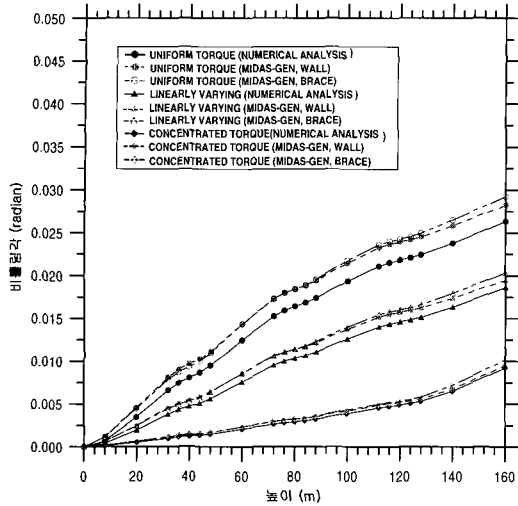


그림 6 높이에 따른 비틀림각의 변화(모델 C)

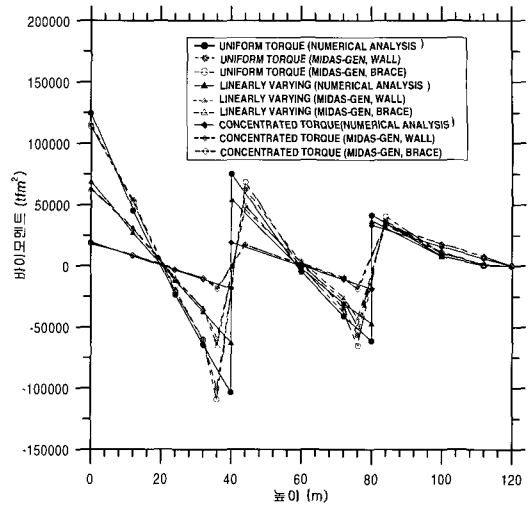


그림 8 높이에 따른 바이모멘트의 변화(모델 B)

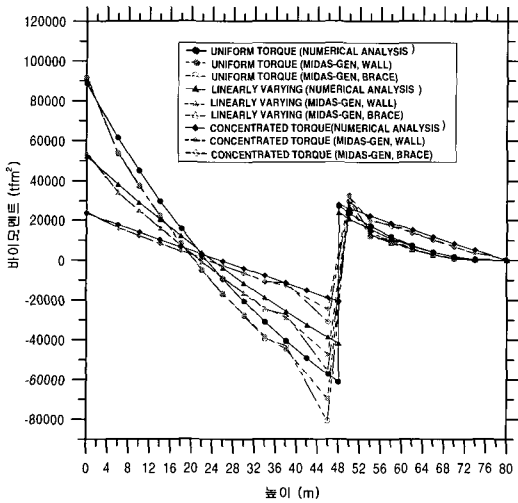


그림 7 높이에 따른 바이모멘트의 변화(모델 A)

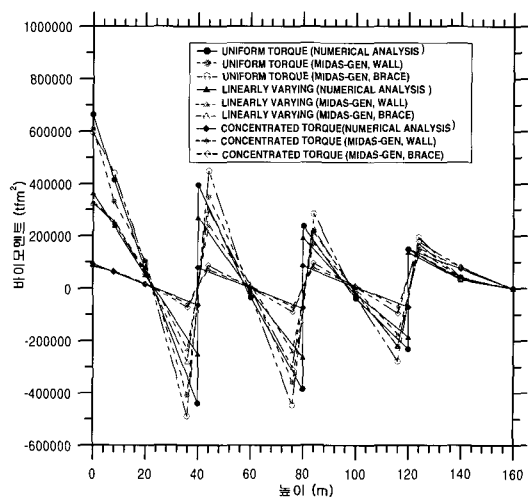


그림 9 높이에 따른 바이모멘트의 변화(모델 C)

#### 4. 보강재의 위치에 따른 코아의 비틀림거동

그림 10은 모델 A에서 보강재의 위치가 구조물 하단에서 상단으로 변함에 따른 구조물 상단의 비틀림각을 각각의 하중에 대해 표시한 것이다. 등분포와 삼각분포 비틀림하중이 작용하는 경우 보강재가 구조물 하단에서 0.5 l~0.6 l 떨어진 지점에 위치할 때 코아상단의 비틀림각이 최소가 되었으며, 보강재가 구조물의 상단과 하단으로 이동할수록 비틀림각이 증가하였고, 보강재가 구조물의 상단에 위치할 경우에는 변위가 2배

이상 증가하였다.

구조물의 상단에 집중 비틀림하중이 작용할 경우 최소변위 발생위치는 등분포와 삼각분포의 경우보다 약간 높게 나타났으며 코아의 하단에서 2 l/3 지점에 위치할 때 상단의 비틀림변형이 최소가 되었다.

그림 11~13은 1개의 보강재와 2개의 보강재가 설치된 B모델에서 보강재의 위치변화에 따른 구조물 상단의 비틀림각을 보강재가 없는 경우의 값을 기준으로 하여 비율로 나타낸 것이다.

그림에서 [ ]안에 있는 값은 상부 보강재의 위치를,



세로축은 하부 보강재의 위치를 나타내고 있다.  
1개의 보강재를 갖는 B모델의 경우 등분포와 삼각

분포 및 집중 비틀림하중 등, 모든 하중에서 A모델의 결과와 유사한 양상을 보였으며, 2개의 보강재를 갖는

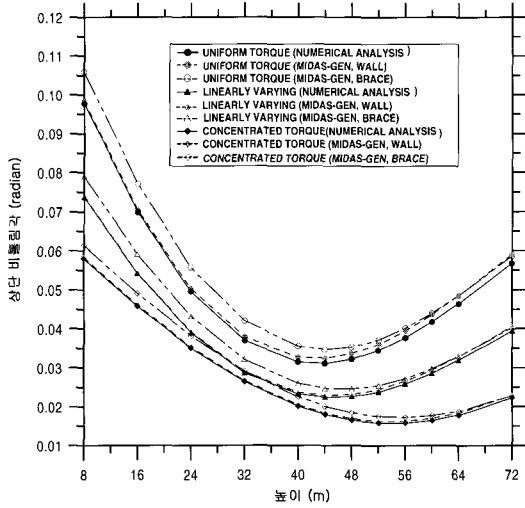


그림 10 보강위치에 따른 구조물상단의 비틀림각(모델 A)

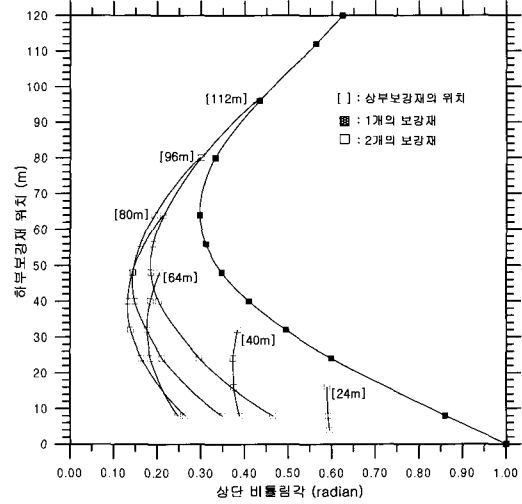


그림 12 보강위치에 따른 구조물상단의 비틀림각 (모델 B, 삼각분포 비틀림하중)

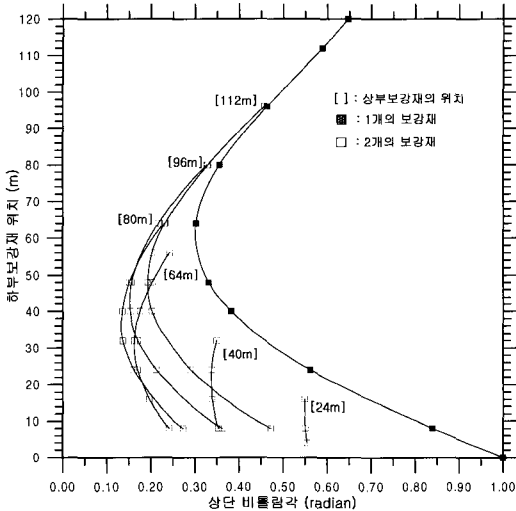


그림 11 보강위치에 따른 구조물상단의 비틀림각 (모델 B, 등분포 비틀림하중)

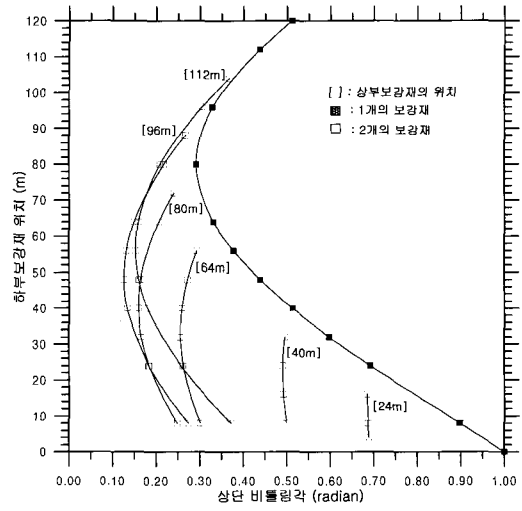


그림 13 보강위치에 따른 구조물상단의 비틀림각 (모델 B, 집중 비틀림하중)

표 2 보강재가 없는 경우 코아 상단의 비틀림각 (이론해석, radian)

	모델 A	모델 B	모델 C
등분포 비틀림하중	0.1287	0.4182	0.3439
삼각분포 비틀림하중	0.0938	0.3029	0.2508
집중 비틀림하중	0.0639	0.1478	0.1123

표 3 보강재가 없는 경우 코아 하단의 바이모멘트 (이론해석, tfm<sup>2</sup>)

	모델 A	모델 B	모델 C
등분포 비틀림하중	131910	236516	1812160
삼각분포 비틀림하중	84197	146380	1161240
집중 비틀림하중	47381	50894	395896

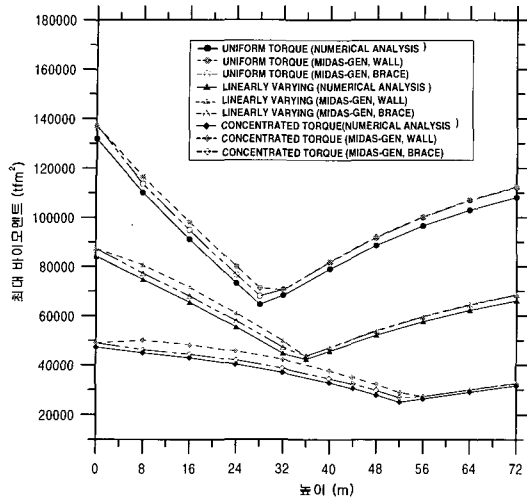


그림 14 보강위치에 따른 바이모멘트의 최대값(모델 A)

경우에도 보강재의 설치위치에 따라 구조물 상단의 비틀림변형이 크게 좌우되는 양상을 보였다.

그림에서 보는 바와 같이 등분포와 삼각분포 비틀림 하중이 작용하는 경우, 하부 보강재는 구조물 하단에서 1/3 떨어진 지점, 상부 보강재는 2/3 지점에 위치할 때 구조물상단의 비틀림각이 최소가 되었으며, 최적위치에 1개의 보강재가 설치된 경우의 약 40.79%~44.59%, 보강재가 없는 경우의 약 12.6%~13.5% 정도로 조사되었다. 구조물 상단에 집중 비틀림하중이 작용하는 경우의 최소변위 발생위치는 보강재가 1개일 때와 마찬가지로 등분포와 삼각분포의 경우보다 약간 높게 조사되었다.

그림 14는 보강재의 위치에 따른 바이모멘트 최대값의 변화를 표시한 것으로서 보강재의 적절한 설치에 의해 캔틸레버 코아구조물의 응력이 크게 감소할 수 있음을 보였다. 등분포와 삼각분포 비틀림하중이 작용할 경우 최대 바이모멘트는 보강재가 구조물 하단에서 0.35l~0.45l 떨어진 지점에 위치할 때 최소가 되는 것으로 나타났으며, 보강재가 없는 경우의 약 48.97%~52.01% 정도로 조사되어 비틀림보강재의 적절한 설치가 개단면 코아구조물의 비틀림변형 뿐 아니라 비틀림응력의 감소에도 크게 기여할 수 있음을 보여주었다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 여러개의 비틀림 보강재를 갖는 개단

면 코아구조물의 비틀림거동을 구하기 위한 매트릭스 해석방법을 제안하였으며, 등분포와 삼각분포, 그리고 집중비틀림 하중이 작용하는 경우에 대한 응력과 변위 식들을 유도하였다. 해석모델들을 토대로 본 이론해석과 MIDAS 프로그램에 의한 해석결과를 비교하였고, 비틀림각과 응력을 최소화하기 위한 보강위치를 추정하기 위하여 보강재의 위치를 이동시켜 가면서 위치변화가 코아의 비틀림거동에 미치는 영향을 분석하였으며, 이 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 여러개의 보강재를 갖는 코아구조물들을 토대로 본 이론에 의한 비틀림응력과 변위를 MIDAS 프로그램에 의한 값과 비교한 결과, 보강재의 개수와 위치, 그리고 하중의 형태에 관계없이 유사한 결과를 보였다.
- (2) 등분포와 삼각분포 비틀림하중을 받는 코아구조물이 1개의 비틀림보강재를 갖는 경우, 보강재가 구조물 하단에서 0.5~0.6l 떨어진 지점에 위치할 때, 2개의 보강재를 갖는 경우에는 보강재가 각각 1/3과 2/3 지점에 위치할 때 코아상단의 비틀림각이 최소가 되었다. 따라서 n개의 보강재를 갖는 경우, 보강재의 최적위치는 대략 구조물의 높이를 (n+1)등분하는 지점으로 추정된다.
- (3) 2개의 보강재를 갖는 코아구조물 상단에 집중비틀림하중이 작용하는 경우, 최소 비틀림각 발생을 위한 보강위치는 1개의 보강재가 설치된 경우와 마찬가지로 등분포와 삼각분포 비틀림하중의 경우보다 약간 높게 조사되었다.
- (4) 비틀림하중을 받는 개단면 코아구조물의 경우, 비틀림보강재를 적절한 위치에 설치함으로써 비틀림변형 뿐 아니라 비틀림응력을 크게 감소시킬 수 있다.

### 참 고 문 헌

1. Taranath, B. S., *Steel, Concrete, Composite Design of Tall Building*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1998
2. Stafford Smith, B., and Coull, A., *Tall Building Structures*, John Wiley & Sons, New York, 1991

3. Rutenberg A. V., and Tso, W. K., "Torsional Analysis of Perforated Core Structure", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 101, No. ST3, 1975, pp.539~550
4. Mo, Y. L., and Yang, R. Y., "Dynamic Response of Box tubes to Combined Shear and Torsion", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 122, No. 1, 1996, pp.47~54
5. Prokic, A., "New Warping Function for Thin-Walled Beams", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 122, No. 12, 1996, pp.1437~1442
6. De la Llera, J.C., and Chopra, A. K., "Estimation of Accidental Torsion Effects for Seismic Design of Buildings", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 121, No. 1, 1995, pp.102~114
7. 서현주, 이동근, "횡하중에 의한 고층건물의 비틀림 거동 개선", 대한건축학회 학술발표 논문집, 제19권, 제1호, 1999, pp.45~50
8. 정동조, "비틀림 보강재를 갖는 코아구조물의 비틀림거동", 대한건축학회 논문집, 제17권, 제12호, 2001, pp.93~100