

공간 트러스에 대한 효율적인 비선형 해석 기법 제안

The Proposition of Efficient Nonlinear Solution Technique for Space Truss

석 창 목†

권 영 환*

Suk, Chang-Mok

Kwon, Young-Hwan

(논문접수일 : 2001년 10월 8일 ; 심사종료일 : 2002년 6월 30일)

요 지

본 논문의 목적은 공간 트러스 비선형 해석기법에 대한 수치해석적 장단점을 비교하고, 효율적인 해석기법을 제안하는 것이다. 사용된 해석기법은 하중 제어법으로 뉴턴-랩슨법, 수정 뉴턴-랩슨법, 할선-뉴턴법, 하중-변위 제어법으로 호장법, 증분일 제어법, 그리고 본 논문에서 제안한 하중-변위의 복합적 제어법으로 복합 호장법 I, 복합 호장법 II, 복합 증분일 제어법이 있다. 공간 트러스에 대한 해석기법의 효율성 평가를 위하여 해의 정확성, 수렴성, 계산시간 등을 제시된 예에 비교한 결과 본 논문에서 제안한 하중-변위의 복합적 제어법의 신뢰성을 입증하였으며, 기하학적 비선형 해석 및 좌굴후 거동의 추적에 있어서 효율적이었다. 특히, 자유도수가 많은 공간 트러스의 좌굴하중 추적에 있어서는 복합 증분일 제어법이 효율적이었다.

핵심용어 : 공간 트러스, 비선형 해석, 하중-변위 복합 제어법

Abstract

The purpose of this paper is to evaluate the efficiency of various solution techniques and propose new efficient solution techniques for space trusses. Solution techniques used in this study are three load control methods (Newton-Raphson Method, modified Newton-Raphson Method, Secant-Newton Method), two load-displacement control methods (Arc-length Method, Work Increment Control Method) and three combined load-displacement control methods (Combined Arc-length Method I, Combined Arc-length Method II, Combined Work Increment Control Method). To evaluate the efficiency of these solution techniques, we must examine accuracy of their solutions, convergences and computing times of numerical examples. The combined load-displacement control methods are the most efficient in the geometric nonlinear solution techniques and in tracing post-buckling behavior of space truss. The combined work increment control method is the most efficient in tracing the buckling load of space trusses with high degrees of freedom.

Keywords : space truss, nonlinear analysis, combined load-displacement control method

† 책임저자, 경북대 건축학부 강사 공학박사
전화: 053-950-5593; Fax: 053-950-6590

E-mail: spaceframe@hanmir.com

* 정회원 · 경북대 건축학부 교수 공학박사

• 이 논문에 대한 토론을 2002년 12월 31일까지 본 학회에
보내주시면 2003년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

1.1 연구의 배경 및 목적

지난 반세기 동안 컴퓨터의 발전과 더불어 유한요소법을 이용한 구조물의 해석에 많은 연구가 진행되어 왔다. 현재에는 선형해석은 물론 비선형 해석이 가능한 유한요소해석 프로그램을 실제 구조물의 설계에 이용하고 있다. 이에 따라 비선형 해석기법의 효율성이 대두되었다. 많은 연구자들이 하중 제어 및 변위 제어에 의한 증분 해석기법을 시작으로 반복 해석기법, 증분 내에서 반복의 개념을 도입한 증분/반복 해석기법 등 다양한 해석기법들을 제안하였고, 제어방법에서도 뉴턴-랩슨법에 관련된 방법, 할선 강성을 이용한 방법들, 호장법, 증분일법, 증분일 제어법 등 다양한 방법들이 제안되어져 있다. 이러한 해석기법들은 서로 다른 해석 모델의 비선형 해석에서 발생하는 문제점을 보완하기 위해 제안되어졌으며, 동일한 조건에서 해석기법의 장단점을 파악하기가 어렵다. 또한 이런 해석기법의 장단점에 관한 연구결과가 부족하기 때문에, 각 해석 모델에 적합한 해석기법을 적용하기가 모호한 상태이다. 그러므로 본 논문에서는 기존의 다양한 해석기법의 구현 및 새로운 해석기법을 제안하여 공간 트러스 모델에 대한 수치해석 해의 정확성, 수렴성, 계산시간 등을 비교 분석하여 효율적인 해석기법을 제안하고자 한다.

1.2 연구의 방법 및 범위

본 연구의 공간 트러스 비선형 정식화에는 변형되어진 현단계(current configuration)의 기하학적 형상과 Cauchy stress, Almansi strain을 이용하는 개선 라그랑지 정식화^{1),2)}를 사용하여 강성행렬을 유도한다. 또한, 프로그램상의 효율성을 증대하기 위해 강성행렬의 저장공간을 최소화 할 수 있는 Profile storage 법과 LU분해법의 일종인 LDL^T법을 적용하였다.

유도되어진 강성행렬을 이용하여 비선형 평형경로를 추적하기 위해 기존에 제안되어진 5가지의 해석기법(①~⑤)과 본 연구에서 제안한 3가지의 해석기법(⑥~⑧)은 다음과 같다.

- (1) 하중 제어법
 - ① 뉴턴-랩슨법(NR)^{5),9)}
 - ② 수정 뉴턴-랩슨법(mNR)^{5),9)}

- ③ 할선-뉴턴법(SN)^{5),11)}

- (2) 하중-변위 제어법

- ④ 호장법(AL)^{5),9),12)}
- ⑤ 증분일 제어법(WIC)⁶⁾

- (3) 하중-변위의 복합적 제어법

- ⑥ 복합 호장법 I (CAL I)
- ⑦ 복합 호장법 II (CAL II)
- ⑧ 복합 증분일 제어법 (CWIC)

하중 제어법에는 증분횟수를 감소시키고 좌굴하중까지 추적이 가능하게 하기 위해 자동증분 알고리즘을 도입하였고, 하중 제어법 중 할선-뉴턴법에는 해의 수렴성을 증대시키는 선취법(line-search technique)을 첨가하였다. 호장법에도 수렴성을 증대시키기 위하여 가속법(acceleration technique)을 첨가하였다. 본 연구에서는 자유도수의 증가에 따른 각 해석기법의 효율성 비교를 위하여 Star형 공간 트러스, 126부재 편평 돔 트러스 그리고 486부재 래티스 돔 트러스를 대상으로 해석을 수행하였다. 사용되어진 트러스 요소는 한 절점당 3개의 자유도를 가지고, 한 부재 당 2개의 절점을 가지는 요소이다. 부재는 다음과 같은 가정을 따른다.

- (1) 부재의 절점은 이상적인 힌지로 연결되어 있는 것으로 가정한다.
- (2) 부재의 재료적 특성은 균질 등방성체이다.
- (3) 부재는 인장과 압축에 의한 축력만을 받고, 절점 이외의 하중은 작용하지 않는 것으로 한다.
- (4) 하중을 재하한 후 구조체가 변형되어도 부재는 직선을 유지한다.
- (5) 부재좌굴에 의한 재료적 비선형성은 고려하지 않는다.

2. 비선형 유한요소 정식화

2.1 비선형 평형방정식

개선 라그랑지 정식화를 통해 비선형 평형 방정식을 유도함으로써, 공간 트러스의 변형률은 Almansi strain으로 식(1)과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 $(, i)$ 는 $\partial/\partial x_i$

를 나타낸다.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (1)$$

Almansi strain (ϵ_{ij})과 Cauchy stress (σ_{ij})를 이용하여 가상일의 원리를 적용한 증분의 평형방정식은 다음과 같다.

$$\int_V \dot{\tau}_{ij} \delta \epsilon_{ij}^* dV + \int_V \sigma_{ij} \dot{u}_{k,i}^* \delta u_{k,j}^* dV = \int_S \dot{t}_i \delta u_i^* dS + \int_V f_i \delta u_i^* dV \quad (2)$$

여기서, τ_{ij} 는 second Piola-Kirchhoff stress,^{5),9)} t_i 는 표면력 그리고 f_i 는 물체력을 나타낸다. 또한 *는 국부좌표계를, $\dot{}$ 는 미소시간(dt)으로 나눈 값을 나타낸다. 식(2)의 평형방정식을 행렬형태로 나타내면 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}_L^* + \mathbf{K}_G^*) \bar{\mathbf{u}}^* &= \bar{\mathbf{F}}^* \\ \mathbf{K}_L^* &= \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 & -\mathbf{I}_1 \\ -\mathbf{I}_1 & \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}_G^* &= \frac{A\sigma}{l} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \\ \mathbf{I}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, \mathbf{K}_L^* 는 선형요소강성행렬, \mathbf{K}_G^* 는 기하요소강성행렬을 나타내고, $\bar{\mathbf{u}}^*$ 는 증분의 요소변위행렬, $\bar{\mathbf{F}}^*$ 는 증분의 절점력을 나타낸다. 식(3)의 국부좌표계에 대한 요소강성행렬 \mathbf{K}_L^* , \mathbf{K}_G^* 를 좌표변환행렬을 이용하여 전체좌표계에 대한 요소강성행렬로 나타낼 수 있다.

2.2 증분/반복 해석기법

뉴턴-랩슨법은 매 증분/반복단계마다 접선강성행렬 (\mathbf{K}_t)을 사용하여 불평형력에 대한 변위를 계산하고, 수정 뉴턴-랩슨법은 동일한 증분내의 반복단계에서는 증분단계의 최초 접선강성행렬 (\mathbf{K}_{t1})을 사용하여 불평형력에 대한 변위를 계산한다. 할선-뉴턴법은 불평형력에 대한 변위 계산에 있어 할선강성을 사용하는 방법으로 증분변위는 선취법(line-search technique)⁵⁾에

서 구해지는 변위가중변수(η_i)를 이용하여 식(4)과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 Δu_i 는 반복 i번째 증분 변위를 나타낸다.

$$\Delta u_{i+1} = \Delta u_i + \eta_i \delta u_i \quad (4)$$

반복변위는 할선강성을 구하는 BFGS process^{5),11),13)}를 이용하여 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta u_i &= A \delta u_i' + B \eta_{i-1} \delta u_{i-1} \\ A &= 1 - C \\ C &= \frac{\delta u_{i-1}^T \mathbf{g}_i}{\delta u_{i-1}^T \boldsymbol{\gamma}_i} \\ B &= -C - A \frac{\delta u_i^T \boldsymbol{\gamma}_i}{\eta_{i-1} \delta u_{i-1}^T \boldsymbol{\gamma}_i} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $\delta u_i' = -\mathbf{K}_0^{-1} \mathbf{g}_i$, $\boldsymbol{\gamma}_i = \mathbf{g}_i - \mathbf{g}_{i-1}$ 를 나타낸다. 또한 \mathbf{K}_0 는 증분단계의 최초 할선강성행렬, \mathbf{g}_i 는 불평형력을 나타낸다.

할선-뉴턴법에서는 해석기법의 안정성을 위해 다음과 같은 구속조건을 따른다. 단, A, B의 크기가 다음의 조건을 만족하지 못한 경우에는 불평형력에 대한 변위를 반복변위로 사용한다.⁵⁾

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_1} < A < R_1, \quad -\frac{1}{2} R_2 < \frac{B}{A} < R_2 \\ (R_1 = 2.5, R_2 = 0.3) \end{aligned} \quad (6)$$

호장법은 제어 변수인 호장을 이용하여 하중, 변위를 모두 제어하는 방법으로, 제어변수인 호장은 증분변위의 내적으로 식(7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta u_i^T \Delta u_i &= \Delta u_{i+1}^T \Delta u_{i+1} = \Delta l^2 \\ \Delta u_{i+1} &= \Delta u_i + \eta_i \delta u_i \\ \delta u_i &= \delta u_i' + \delta \lambda_i \delta u_{ti} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, $\delta u_i' = \mathbf{K}_{t1}^{-1} \mathbf{g}_i$, $\delta u_{ti} = \mathbf{K}_{t1}^{-1} \mathbf{F}$ 를 나타낸다. \mathbf{K}_{t1}^{-1} 는 증분단계에서 구해진 최초 접선강성의 역행렬을 의미한다. 호장법에는 수렴성의 증대를 위하여 가속법⁵⁾을 첨가하였다. 증분일 제어법⁶⁾은 제어변수로 증분일을 사용하여 하중과 변위를 제어하는 방법이다. 증

분구간에서 현 반복단계와 다음 반복단계에 대해 증분 일을 나타내면 식(8)과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_i F^T \Delta u_i &= \Delta \lambda_{i+1} F^T \Delta u_{i+1} = \pm dW \\ \Delta \lambda_{i+1} &= \Delta \lambda_i + \delta \lambda_i \\ \Delta u_{i+1} &= \Delta u_i + \delta u_i \\ \delta u_i &= \delta u_i' + \delta \lambda_i \delta u_{ii} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, $\delta u_i' = K_i^{-1} g_i$, $\delta u_{ii} = K_i^{-1} F$ 이다. 반복변위는 호장법과 동일한 방법으로 식(9)를 만족하는 하중변수를 이용하면 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A(\delta \lambda_i)^2 + B(\delta \lambda_i) + C &= 0 \\ A &= F^T \delta u_{ii} \\ B &= F^T (\Delta u_i + \delta u_i' + \Delta \lambda_i \delta u_{ii}) \\ C &= \Delta \lambda_i F^T (\Delta u_i + \delta u_i') \mp dW \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)의 두 해 중 유용한 해는 호장법에서의 같이 식(10)의 $\cos \theta$ 값이 크게 나오는 해를 선정한다.

식(9)가 실수 해를 가지지 않을 경우 즉, $B^2 - 4AC < 0$ 인 경우에는 좌굴하중을 지날 때에 일어나므로 증분 일(dW)의 부호를 변화시켜 다시 식(9)의 해를 구해야 한다.

$$\cos \theta = \frac{\Delta u_i^T \Delta u_{i+1}}{\|\Delta u_i\| \|\Delta u_{i+1}\|} \quad (10)$$

모든 해석기법에는 자동 증분알고리즘⁵⁾을 사용하였다. 본 연구에서 제안한 하중-변위의 복합적 제어법은 하중 제어법과 하중-변위 제어법의 복합적 사용을 통해 두 제어법의 장점을 활용하여 하중-변위 관계를 추적하는 방법이다. 표 1에서 보여지는 것과 같이 본 연구에서는 3가지 하중-변위의 복합적 제어법을 제안하였다. 하중-변위의 복합적 제어법은 안정구간에서는 계산시간이 빠른 하중 제어법을 사용하고 불안정구간에서는 좌굴하중 후 하중-변위 관계의 추적이 가능한 하중-변위 제어법을 사용한다. 따라서 하중-변위의 복합적 제어법에서는 안정 구간과 불안정 구간을 판정할 수 있는 새로운 변수가 필요하다. 안정 구간과 불안정 구간의 판별변수로는 강성의 크기(K-value)를 이용하여 구하는 현 강성변수(current stiffness parameter)를 사용한다. 현 강성변수는 식(11)로 나타낼 수 있다.

표 1 하중-변위의 복합적 제어법

해석구간	안정구간	불안정구간
CAL I 법	mNR법	AL법
CAL II 법	SN법	AL법
CWIC법	SN법	WIC법

$$\begin{aligned} C_s &= \frac{'K'}{'K_0'} \\ 'K' &= \frac{\Delta \lambda F^T \Delta u}{\Delta u^T \Delta u} \quad 'K_0' = \frac{F^T \Delta u_t}{\Delta u_t^T \Delta u_t} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $\Delta \lambda F$ 는 증분하중을 나타내며, Δu 는 증분하중에 대한 변위를 의미한다. 'K₀'는 'K'의 초기값을 의미한다. 현 강성변수는 좌굴하중에서는 "0"이 되므로, 본 연구에서는 구간을 판정하는 현 강성변수값(specified current stiffness parameter)을 0.5로 가정하였다. 그림 1에 하중-변위의 복합적 제어법의 프로그램 흐름도를 나타낸다.

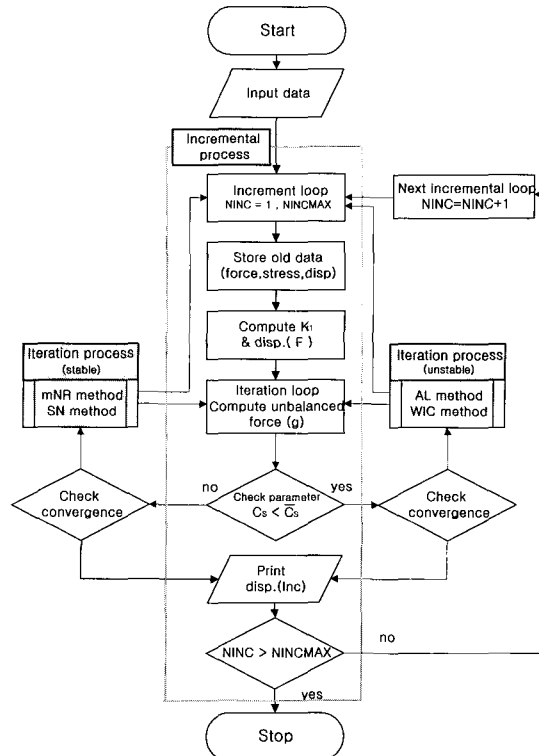


그림 1 하중-변위의 복합적 제어법의 프로그램 흐름도

3. 수치해석의 적용 및 고찰

본 연구에서는 비선형 해석기법의 효율성에 대한 비교를 위하여 제시된 해석기법들을 공간 트러스 모델에 적용하였다. 해석에서는 부재 좌굴에 의한 영향은 고려하지 않으며, 트러스 구조의 탄성 좌굴과 좌굴 후의 거동을 추적하였다. 해의 정확성의 비교를 위해 극한하중, 하중-변위 곡선을 비교하였으며, 수렴성의 비교를 위해 좌굴 하중까지의 증분횟수 및 각 증분내의 반복횟수, 일정한변위까지의 증분횟수를 비교하였으며, 좌굴하중 계산시간, 일정한변위 도달 계산시간을 비교하여 수치해석적 효율성에 대해 평가하였다.

3.1 Star형 공간 트러스-모델 1

그림 2의 Star형 공간 트러스는 대공간 셀 트러스 해석의 검증용 위해 많이 사용되는 모델이다. Star형 공간 트러스 구조체는 13절점, 24부재로 구성되어 있으며, 부재 단면적은 $0.1(\text{cm}^2)$, 탄성계수는 $2.034 \times 10^7 (\text{kgf}/\text{cm}^2)$ 이다. 하중은 1번 절점에 집중하중이 작용하며, 고정 외부하중은 예상 좌굴하중의 10%정도로 가정하였다. 최대 증분횟수는 100회, 최대 반복횟수는 10회로 두었다.

본 해석의 신뢰성을 검증하기 위해 Hill과 Wang⁷⁾, Papadrakakis⁸⁾의 해석결과와 비교하였다. 해석결과와 정확성의 검증을 위해 극한하중을 비교한 결과 표 2에서 보는 것과 같이 Hill과 Wang, Papadrakakis의 해석결과와 최대 극한하중에서는 0.92%~2.96%, 최소 극한하중에서는 0.32%~2.25%의 오차를 보여 비교적 해의 정확성이 우수한 것으로 나타났다.

표 3에서 보여지는 것과 같이 좌굴하중 도달 증분/반복 횟수를 비교하여 해석의 수렴성에 대해 비교해 본 결과 좌굴하중 도달 증분횟수에서는 WIC, CWIC법이 우수한 것으로 나타났다. 그러나 WIC법 및 CWIC법은 다른 해석기법에 비해 적은 증분횟수로 좌굴하중에 수렴

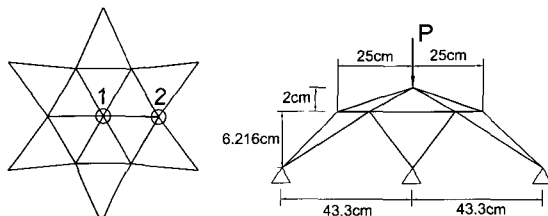


그림 2 모델 1의 기하학적 형상과 하중 조건

함으로 인하여 오차가 다소 크게 나타났다. 각 증분구간 내에서의 반복횟수에서는 WIC법, C변위^{*}) (Star형 공간 트러스=4.5cm)도달 증분횟수는 CALII법이 우수한 것으로 나타났다. AL법의 수렴성의 감소는 자유도 수의 증가에 의한 것으로 판단되어지며 CALII법, AL법의 증분횟수가 WIC법 보다 많은 것 또한 호장법의 수렴성 감소에 의한 영향으로 보여진다.

평형 경로는 그림 3과 그림 4에서 보는 것과 같이 모든 해석기법들이 거의 동일한 경로를 가지는 것으로 나타났다. Star형 공간 트러스의 계산시간의 비교는 계산시간이 미소하여 비교의 의미가 없는 것으로 나타났다.

표 2 모델 1의 극한하중 비교(단위 : $\times 60\text{kgf}$)

	최대 극한하중	최소 극한하중
NR	10.70	-
mNR	10.68	-
SN	10.70	-
AL	10.68	-9.36
WIC	10.48	-9.30
CAL I	10.67	-9.34
CAL II	10.69	-9.35
CWIC	10.63	-9.12
Hill과 Wang	10.80	-9.33
Papadrakakis	10.80	-9.33

표 3 모델 1의 증분 및 반복횟수 비교(단위 : 회)

해석 방법	증분 횟수														A	B		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			...	
NR	3	3	3	4	5	10	10	10	4	10	4	10	4	10	...	19	-	
mNR	5	5	5	5	6	6	6	7	9	2	2	3	4	4	...	29	-	
SN	3	4	4	4	6	10	6	10	6	10	10	5	10	10	4	...	17	-
AL	3	3	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4				12	53
WIC	3	3	3	3	3	3	3	3	3								9	53
CAL I	5	5	5	5	6	6	6	7	9	3	3	3	4				13	69
CAL II	3	4	4	6	3	3	3	4	4	4	4						11	50
CWIC	3	4	4	6	3	3	3	3	3								9	53

* : 증분구간 내에서 수렴하지 못함
 (자동증분 알고리즘에 의해 감소된 증분하중으로 다시 증분)
 # : 해석기법의 전환이 일어나는 증분구간
 A : 좌굴하중 도달 증분횟수
 B : C변위 도달 증분횟수

* 계산시간의 비교를 위해 본 연구에서 정한 변위값이다.

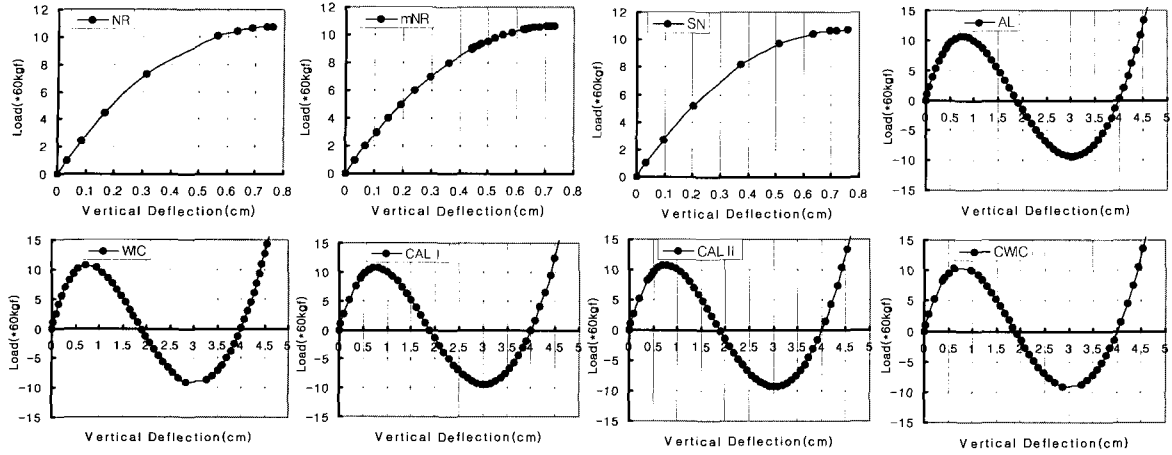


그림 3 모델 1의 하중-변위 곡선(절점1)

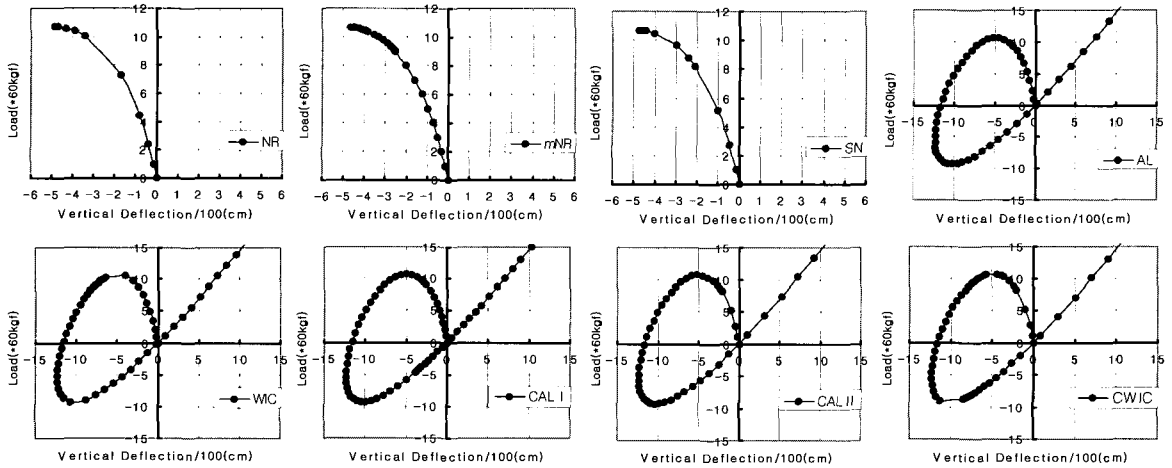


그림 4 모델 1의 하중-변위 곡선(절점2)

3.2 126부재 편평 돔 트러스-모델 2

그림 5의 편평 돔 트러스는 해석기법의 효율성에 대한 비교를 위해 선정된 모델이다. 모델은 49절점, 126부재로 구성되어 있으며, 부재 단면적이 $0.1(\text{cm}^2)$, 탄성계수가 $1 \times 10^3(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ 을 가진 부재를 사용한다. 모델의 경계조건은 저면 16개 절점을 이동에 대해 구속하였다. 하중은 예상 좌굴하중의 10%정도를 고정위 부하중으로 가정하여 1번 절점에 집중하중을 가하였다. 최대 증분횟수와 최대 반복횟수는 모델 1과 동일하다.

표 4에서 보여지는 것과 같이 모델 2의 극한하중은 해석결과 상호간에 거의 동일하게 나타났다. 그림 6은 각 해석기법에 의해 구해진 편평 돔 트러스의 하중-변위 곡선을 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 모든 해석 기법이 거의 동일한 경로를 가지며, 스냅 좌굴 거동을 나타낸다.

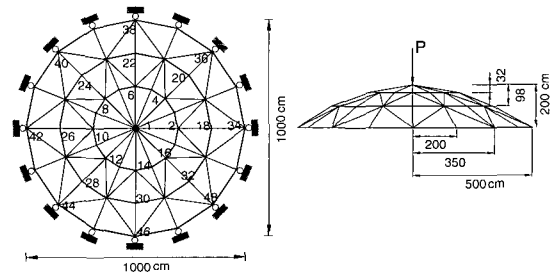


그림 5 모델 2의 기하학적 형상과 하중조건

표 4 모델 2의 극한하중 비교(단위 : ×4kgf)

	최대 극한하중	최소 극한하중
NR	10.259	-
mNR	10.248	-
SN	10.256	-
AL	10.257	-7.682
WIC	10.187	-7.389
CAL I	10.259	-7.687
CAL II	10.254	-7.686
CWIC	10.245	-7.650

표 5는 모델 2의 해석기법에 따른 증분 및 반복횟수를 나타낸다. 해석의 수렴성 비교에서는 Star형 공간 트러스와 동일하게 좌굴하중 도달 증분횟수에서는 CWIC법이 우수한 것으로 나타났고, 각 증분구간에서의 반복횟수에서는 WIC법이 우수한 것으로 나타났다. 호장법을 사용하는 방법들에서는 자유도 수의 증가에 의한 호장법의 수렴성의 감소(증분횟수의 증가)현상이 나타났다. 이 같은 현상에 의해 C변위(126부재 편평 돌 트러스=70cm) 도달 증분횟수에서는 Star형 공간 트러스와 달리 WIC법, CWIC법이 우수한 것으로 나타났다.

표 6은 모델 2의 좌굴하중 도달 계산시간과 C변위 도달 계산시간을 나타낸다. 좌굴하중까지의 계산시간은 SN법, CAL II법, CWIC법이 우수한 것으로 나타났으며, C변위까지의 계산시간에서는 CAL II법, CWIC법이

표 5 모델 2의 증분 및 반복횟수 비교(단위 : 회)

해석 방법	증분 횟수														A	B	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			...
NR	3	3	3	4	5	10	10	10	10	5	10	10	10	10	...	15	-
mNR	5	5	5	5	6	6	7	8	2	2	3	3	4	5	...	32	-
SN	3	4	5	5	9	2	3	3	5	10	4	10	4			13	-
AL	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	...	17	87
WIC	3	3	3	3	3	3	3	3	4							9	49
CAL I	5	5	5	5	6	6	7#	4	4	4	4	4	4	4	...	18	88
CAL II	3	4	5	5	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4		14	84
CWIC	3	4	5	5	3	3	3	4								8	50

” : 증분구간 내에서 수렴하지 못함
 (자동증분 알고리즘에 의해 감소된 증분하중으로 다시 증분)
 # : 해석기법의 전환이 일어나는 증분구간
 A : 좌굴하중 도달 증분횟수
 B : C변위 도달 증분횟수

표 6 모델 2의 해석방법에 따른 계산시간 비교(단위 : 초)

	좌굴하중 계산시간	C변위 도달 계산시간
NR	5.00	-
mNR	2.67	-
SN	1.10	-
AL	1.30	6.69
WIC	1.28	7.00
CAL I	1.63	7.12
CAL II	1.10	6.46
CWIC	1.00	6.25

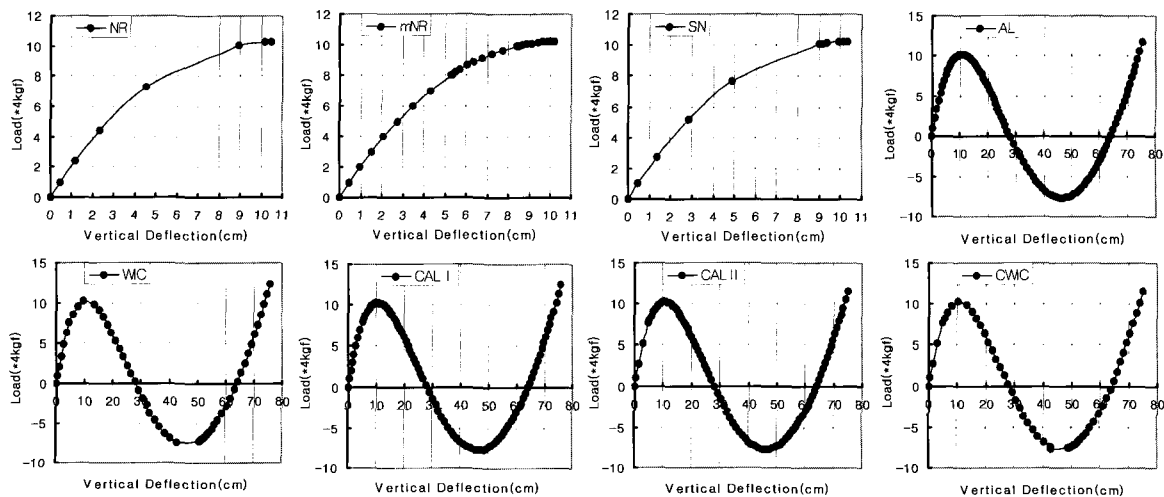


그림 6 모델 2의 하중-변위 곡선(절점1)

우수한 것으로 나타났다. 126부재 편평 돔 트러스의 계산시간의 비교는 CWIC법이 조금 우수하나 너무 미소한 시간차를 보이므로 비교의 의미가 적은 것으로 보여진다.

3.3 486부재 래티스돔 트러스-모델 3

해석기법의 효율성에 대한 비교를 위해 선정된 그림 7의 래티스 돔 트러스는 187절점, 486부재로 구성되어 있는 모델로서 부재 단면적이 $10(\text{cm}^2)$ 이고, 탄성계수가 $2.1 \times 10^6(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ 이다. 모델의 경계조건은 저면의 모든 절점이 이동에 대해 구속되어졌다. 하중조건은 최상부 1번 절점에 집중하중을 가하였으며, 고정외부하중은 예상 좌굴하중의 10%로 가정하였으며, 최대 증분횟수와 반복횟수는 앞서 제시된 모델과 동일하다.

표 7에서 보여지는 것과 같이 모델의 극한하중은 모든 해석결과에서 2%의 오차내에서 비교적 동일하게 나타났다. 표 8에서 알 수 있듯이 좌굴하중 도달 증분/반복 횟수를 비교하여 해석의 수렴성에 대해 비교해 본 결과 좌굴하중 도달 증분횟수 및 C변위(486부재 래티스 돔 트러스=70cm) 도달 증분횟수는 WIC, CWIC 방법이 우수한 것으로 나타났다.

호장법을 사용하는 방법들에서는 자유도 수의 증가로 의하여 수렴성의 감소(증분횟수의 증가)현상이 나타났다. 특히, 하중-변위의 복합적 제어법에서 선형구간의 해석기법으로 수정 뉴턴-랩슨법을 사용하는 CAL I 법이 환선-뉴턴법을 사용하는 CAL II 법에 비해 효율성이 떨어지는 것을 알 수 있다.

그림 8은 각 해석기법에 의해 구해진 래티스돔 트러스의 하중-변위 곡선을 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 모든 해석기법이 거의 동일한 경로를 가지며, 스패 좌굴 거동을 나타낸다.

표 9는 각 해석기법의 좌굴하중 계산시간과 C변위

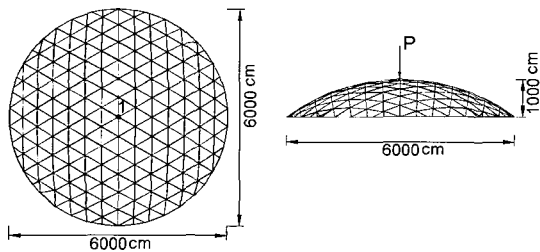


그림 7 모델 3의 기하학적 형상과 하중조건

도달 계산시간을 나타낸다. 표 9에서 보여지는 것과 같이 좌굴하중 계산시간은 CAL II, CWIC방법이 우수한 것으로 나타났으며, C변위 도달 계산시간에서는 CAL II 방법이 우수한 것으로 나타났다.

표 7 모델 3의 극한하중 비교(단위 : $\times 100\text{kgf}$)

	최대 극한하중	최소 극한하중
NR	10.259	-
mNR	10.253	-
SN	10.256	-
AL	10.264	-8.625
WIC	10.235	-8.388
CAL I	10.256	-8.621
CAL II	10.263	-8.625
CWIC	10.058	-8.584

표 8 모델 3의 증분 및 반복횟수 비교(단위 : 회)

해석 방법	증분 횟수														A	B	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			...
NR	3	3	3	4	5	10	10	10	10	5	10	10	10	10	...	15	-
mNR	5	5	5	5	6	6	7	8	2	2	3	3	4	5	...	31	-
SN	3	4	4	6	10	4	5	10	4	4	10	4	5	10	...	16	-
AL	3	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	...	13	71
WIC	3	3	3	3	3	3	3	3	4						...	9	50
CAL I	5	5	5	5	6	6	7	8	3	3	4	4	4	4	...	14	79
CAL II	3	4	4	6	3	3	4	4	4	4					...	10	64
CWIC	3	4	4	6	3	3	4								...	7	46

” : 증분구간 내에서 수렴하지 못함
(자동증분 알고리즘에 의해 감소된 증분하중으로 다시 증분)
: 해석기법의 전환이 일어나는 증분구간
A : 좌굴하중 도달 증분횟수
B : C변위 도달 증분횟수

표 9 모델 3의 해석방법에 따른 계산시간 비교(단위 : 초)

	좌굴하중 계산시간	C변위 도달 계산시간
NR	26.00	-
mNR	15.50	-
SN	5.67	-
AL	6.00	30.50
WIC	7.80	39.50
CAL I	5.17	34.17
CAL II	4.37	26.67
CWIC	4.20	31.50

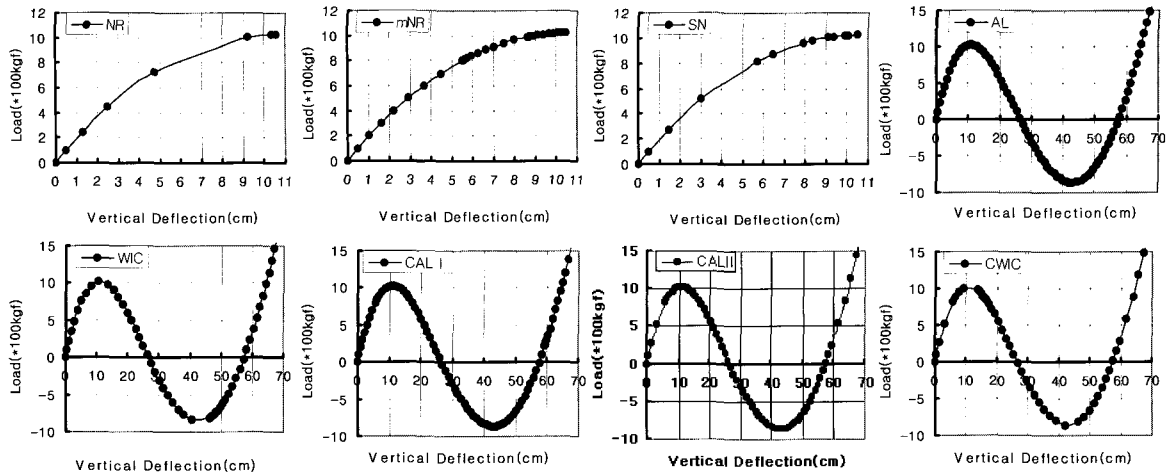


그림 8 모델 3의 하중-변위 곡선(절점1)

4. 결 론

기존의 해석기법과 본 연구에 의해 제안된 해석 기법을 공간 트러스 모델에 적용하여 각 해석기법에 따른 해석결과를 수치 해석적 측면 즉, 해의 정확성, 수렴성, 계산시간을 비교함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 본 연구에서 제안된 하중-변위의 복합적 제어법의 신뢰성을 입증하였다.
2. 하중-변위의 복합적 제어법에서 선형구간의 해석기법으로 수정 뉴턴-랩슨법을 사용하는 것은 효율성이 떨어진다.
3. 공간 트러스 구조물의 기하학적 비선형 해석 및 좌굴 후 거동의 추적에 있어서는 CAL II 법과 CWIC 법이 효율적이었다.
4. 자유도수가 많은 공간 트러스의 좌굴하중 추적에 있어서는 CWIC 법이 효율적이었다.

참 고 문 헌

1. Bathe, K. J., *Finite element procedures chap.6*, Prentice-Hall international edition, 1996, pp.1037
2. Mattiasson, K., *On the Co-rotational finite element formulation for large deformation problems*, Ph.D. Dissertation, Chalmers University of Technology, 1983

3. Wang, C. K., *Intermediate Structural Analysis 2nd*, McGraw-Hill, 1983
4. Papadrakakis, M., "Inelastic Post-buckling analysis of trusses", *Journal of the Structural Division*, Vol. 109, No. 9, 1983, pp.2129~2147
5. Crisfield, M. A., *Non-linear finite element analysis of solids and structures*, Vol.1, John Wiley & Sons, 1991, pp.345
6. Chen, H., "Work increment control method for Nonlinear analysis", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 36, 1993, pp.909~930
7. Hill, C. D., Blandford, G. E., Wang, S. T. "Post-buckling analysis of steel space trusses", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, No. 4, 1989, pp.900~911
8. Papadrakakis, M., "Post-buckling analysis of spatial structures by vector iteration method", *Computer & Structures*, Vol. 14, No. 5~6, 1981, pp.393~402
9. Yang, Y. B., *Theory & Analysis of Nonlinear Framed Structures*, Prentice-Hall, 1994, p.579
10. Leu, L. J., Yang, Y. B., "Effects of rigid body and stretching on Nonlinear analysis of truss", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 106, No. 10, 1990

11. Crisfield, M. A., "Incremental/iterative solution procedures for nonlinear structural analysis", *Numerical Method for Nonlinear Problem*, 1980, pp.261~285
12. Crisfield, M. A., "An Arc-length method including line searches and acceleration", *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, Vol. 19, 1983, pp.1269~1289
13. Broyden, C. G., "The convergence of a double-rank minimization 2 : the new algorithm", *J. Inst. Math Appl.*, Vol. 6, 1970, pp.222~231