

실험적 모우드 계수를 이용한 교량의 주행하중 해석

Moving Load Analysis of Bridge Structures Using Experimental Modal Data

이 형 진†

Lee, Hyeong-Jin

(논문접수일 : 2001년 4월 23일 ; 심사종료일 : 2002년 7월 15일)

요 지

본 논문에서는 상시진동계측 결과를 활용하여 교량의 이동하중해석을 수행하기 위한 구조재해석 기법을 제시하였다. 구조재해석을 위해 필요한 실구조물의 고유진동수와 모우드 형상은 직접푸리에 분석을 통해 구하고, 감쇠비는 Random Decrement기법을 이용하는 방법을 사용하였다. 또한, 계측 모우드 형상을 구조재해석에 필요한 자유도로 보간하기 위한 보간법을 제시하였다. 더불어, 제시된 구조재해석기법을 이동질량 모형에 기초한 주행하중 해석에 적용하여 이를 직접 해석한 결과와 비교하였다. 해석결과는 상시진동 계측의 결과만을 이용하여 수행된 구조재해석 결과도 교량의 실제 응답을 잘 표현할 수 있음을 보여주고 있다.

핵심용어 : 동특성추정, 상시진동계측, Random Decrement기법, 이동질량 모형, 모우드 보간법, 충격계수, 구조재해석

Abstract

This paper proposed a technique of structural re-analysis for the evaluation of dynamic responses of bridge structure under moving loads using experimental modal results. For successful structural re-analysis, it is required to have accurate estimation techniques of the modal characteristics of bridge structures. The natural frequencies and mode shapes were identified by direct fourier analysis techniques and damping ratios by the random decrement method, respectively. An interpolation method was also proposed for the extension of mode shape measured on limited DOFs. Second, the structural reanalysis was performed using moving mass model and identified modal parameters. The results from the reanalysis show that the proposed technique is very reasonable to evaluate the actual behavior of bridge structures under moving loads.

Keywords : structural identification, ambient vibration measurement, Random Decrement method, moving mass model, interpolation of mode shape, impact factor, structural reanalysis

1. 서 론

최근의 설계 및 시공기술의 발달에 따른 구조물의 경량화, 장대화 추세와 사회의 발달에 따른 교통량 증

가, 차량의 대형화, 고속화 등은 교량의 안전성 문제나 과도한 진동 등 구조물의 안정성이나 사용성 문제를 유발하고 있는 실정이다. 이러한 배경에서, 교량의 안전성 파악과 관련하여, 교량의 노후화나 시공오차에 따른

† 책임저자, 정회원 · 창원대학교 공과대학 토목공학과 조교수
전화: 055-279-7595; Fax: 055-285-9491
E-mail: leehjn@sarim.changwon.ac.kr

· 이 논문에 대한 토론을 2002년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2003년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

구조 상태를 파악하는 기술에 대한 관심이 나날이 높아져 가고 있다.

이와 관련해 실구조계의 상태를 구하는 방법으로 많이 연구되고 있는 방법 중의 하나가 구조규명법(system or structural identification)^{1)~9)}이다. 이 분야 연구는 상관유한요소모형(updated or correlated FEM model)^{1)~5)} 구성 분야와 구조물의 손상도 추정(damage assessment)^{6)~9)} 분야로 나눌 수 있다. 손상도 추정분야가 구조규명법 결과(강성의 변동량 등)를 직접 활용하는 분야인 반면, 상관유한요소모형 구성분야는 실험을 통해 보정된 구조모형을 통해, 실제 거동에 가까운 구조응답을 구하려는 구조재해석(structural reanalysis)^{4),5)10),11)}을 염두에 두고 이루어진다. 사실, 구조재해석 기법은 여러 문제에 매우 다양하게 응용될 수 있다. 예를 들어, 실제 현장작업이 어려운 실험의 경우나 하나의 하중조건하에서의 계측된 결과를 이용하여 다른 하중조건에서의 구조응답을 추정하려는 경우 등에서 보다 실제 거동에 가까운 결과를 얻을 수 있는 방법이 될 수 있다. 그러나, 사실 이들 분야의 연구성과가 실제 현장에서 활용되는 경우는 미미한 편이다. 그 이유는 구조규명법 자체에 내재된 수치적 불안정성 때문에 추정결과를 신뢰할 수 없는 경우가 종종 발생되기 때문이다.

따라서, 본 논문에서는 구조규명법의 수치적 불안정성을 줄이고 계측결과를 직접 해석에 활용하는 구조재해석 기법을 연구하였고, 이를 상시진동계측 결과를 활용한 교량 구조의 주행하중 해석에 적용하였다. 구조재해석을 위하여 필요한 실구조물의 고유진동수와 모우드 형상은 직접푸리에 분석을 이용하였고, 감쇠비는 Random Decrement 기법을 이용하였다. 또한, 계측 모우드 형상의 보간을 위해 새로운 보간법을 제시하였다. 이 모우드 결과와 모우드 기반 이동질량 모형을 이용하여 주행하중 해석을 수행하였고, 이를 직접 해석한 결과와 비교하였다. 해석결과는 상시미진동 계측의 결과만을 이용하여 수행된 구조재해석 결과가 교량의 실제 응답을 잘 표현할 수 있음을 보여주고 있다.

2. 주행하중 해석모형

2.1 운동방정식¹²⁾

본 논문에서 주행하중 해석을 위해 교량 구조물은 Bernoulli-Euler 보로 모형화 하였으며 하중은 이동질

량 모형을 사용하였다. 통상, 교량의 주행하중해석^{12)~16)}을 위해 사용되는 모형들은 하중재하 방식에 따라 크게 이동질량모형(moving mass model)^{12)~14)} 및 이동하중모형(moving force model)¹⁵⁾으로 나눌 수 있다. 이동질량 모형은 이동하중 모형에 비해 차량과 교량의 관성력 상호작용이 고려될 수 있다는 장점이 있으나, 통상적인 구조해석에 비해 다소 복잡한 과정이 필요하다. 따라서, 교량에 비해 차량의 질량이 커서 이를 특별히 고려해야 하는 철도교의 경우 등에서는 이동하중모형을 사용하고, 보통의 도로교 등에 대해서는 이동하중모형이 사용된다. 본 연구에서는 고속철도나 대형특수차량 통과에 따른 주행하중 응답을 구하는 경우도 고려하여 이동질량모형을 채택하였고, 차체(body)와 차륜(wheel)의 각 부분을 형상화한 2 자유도 차량을 활용하였다(그림 1). 이에 대한 운동방정식은 식(1)~(3)과 같다.

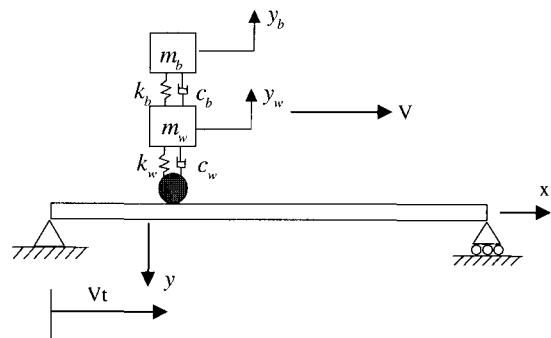


그림 1 이동질량 모형(2 자유도 차량모형)

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + C \frac{\partial y}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F(x, t) \quad (1)$$

$$m_w \ddot{y}_w + m_b \ddot{y}_b + c_w(\dot{y}_w + \dot{y}) + k_w(y_w + y) = 0 \quad (2)$$

$$m_b \ddot{y}_b + c_b(\dot{y}_b - \dot{y}_w) + k_b(y_b - y_w) = 0 \quad (3)$$

여기서, EI는 보의 휩강도(flexural rigidity)이고, C는 감쇠계수, m은 단위길이당의 질량이다. 또한, m_b, c_b, k_b는 각각 차체의 질량, 감쇠 및 강성이며, m_w, c_w, k_w는 차륜의 질량, 감쇠 및 강성 값이다. 또한, y, y_b, y_w는 교량, 차체 및 차륜의 연직변위이다. 차량의 주행에 따른 교량에의 하중은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F(x, t) = \{(m_w + m_b)g + m_w \ddot{y}_w + m_b \ddot{y}_b\} \delta(x - Vt) \quad (4)$$

여기서 $\delta(x - Vt)$ 는 Dirac's delta 함수이다.

2.2 모우드 방정식¹²⁾

실험적 결과로부터 구조물의 재해석을 수행하기 위해서 통상 그림 2에서의 상관 유한요소 모형 구성하고 이를 이용하는 방법이 주로 사용된다. 상관 유한요소 모형은 일단 그 결과가 구해지면 일반 구조해석 프로그램을 활용하여 쉽게 다양한 구조해석을 수행할 수 있다는 장점이 있으나, 상관 유한요소 모형을 구축하는 과정에 존재하는 수치 불안정성으로 인해 그 결과의 신뢰도가 저하될 소지가 있다. 따라서, 비교적 안정적인 결과를 제공하는 모우드 추정^{8),9)} 결과를 직접 활용하여 구조재해석을 수행한다면 구조규명법의 수치 불안정성으로 인한 신뢰도 저하 가능성의 위험을 피할 수 있다. 이를 위해 식(1)~(3)의 운동방정식을 모우드 해석모형으로 변환하였다. 그림 1의 변위 $y(x, t)$ 를 변수분리법(separation of variables)에 의해 직교모우드와 일반좌표계의 항으로 나타내면, 다음과 같다.

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) q_n(t) \quad (5)$$

식(1)에 고유치해석(eigenvalue analysis)에 의해 구해진 $\phi_n(x)$ 를 적용하면 다음과 같은 모우드 방정식

을 얻을 수 있다.

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{1}{M_n^2} \int_0^L F(x, t) \phi_n(x) dx \quad (6)$$

여기서 $M_n^2 = \int_0^L m(x) \phi_n^2 dx$ 이다. 식(4)를 대입하여 전개하고 정리하면, 식(1)~(3)은

$$\ddot{y}_w + \frac{m_b}{m_w} \ddot{y}_b + 2\xi_w \omega_w \frac{m_w + m_b}{m_w} (\dot{y}_w + \dot{y}|_{x=Vt}) + \omega_w^2 \frac{m_w + m_b}{m_w} (y_w + y|_{x=Vt}) = 0 \quad (7)$$

$$\ddot{y}_b + 2\xi_b \omega_b (\dot{y}_b - \dot{y}_w) + \omega_b^2 (y_b - y_w) = 0 \quad (8)$$

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{A}{M_n^2} [(m_w + m_b)g + m_w \ddot{y}_w + m_b \ddot{y}_b] \phi(V \times t) \quad (9)$$

으로 유도된다. 여기서,

$$\omega_w = \sqrt{\frac{k_w}{m_w + m_b}}, \quad \xi_w = \frac{c_w}{2(m_w + m_b)\omega_w},$$

$$\omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m_b}}, \quad \xi_b = \frac{c_b}{2m_b\omega_b} \quad (10)$$

이고, Δ 는 주행하중이 있는 경우 1, 자유진동의 경우는 0이다. 이를 정리하여 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$M \ddot{p} + C \dot{p} + Kp = Q \quad (11)$$

여기서,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \frac{m_b}{m_w} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ -\frac{\Delta m_w \phi_1(Vt)}{M_1^2} & -\frac{\Delta m_b \phi_1(Vt)}{M_1^2} & 1 & 0 & \dots \\ -\frac{\Delta m_w \phi_2(Vt)}{M_2^2} & -\frac{\Delta m_b \phi_2(Vt)}{M_2^2} & 0 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots & \ddots & \dots \end{bmatrix} \quad (12)$$

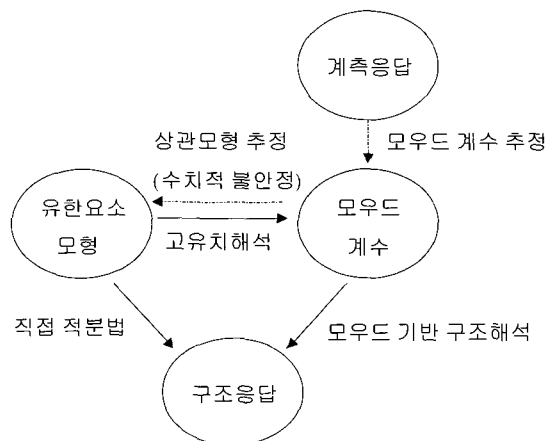


그림 2 구조해석과 구조규명기법의 특성

$$C = \begin{bmatrix} 2\xi_w \omega_w \frac{m_w + m_b}{m_w} & 0 & 2\xi_w \omega_w \frac{m_w + m_b}{m_w} \phi_1(Vt) & 2\xi_w \omega_w \frac{m_w + m_b}{m_w} \phi_2(Vt) & \dots \\ -2\xi_b \omega_b & 2\xi_b \omega_b & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 2\xi_1 \omega_1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 2\xi_2 \omega_2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots & \ddots & \dots \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$K = \begin{bmatrix} \omega_w^2 \frac{m_w + m_b}{m_w} & 0 & \omega_w^2 \frac{m_w + m_b}{m_w} \phi_1(Vt) & \omega_w^2 \frac{m_w + m_b}{m_w} \phi_2(Vt) & \dots \\ -\omega_b^2 & \omega_b^2 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \omega_1^2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \omega_2^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots & \ddots & \dots \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\Delta}{M_1^2} (m_w + m_b) g \phi_1(Vt) \\ \frac{\Delta}{M_2^2} (m_w + m_b) g \phi_2(Vt) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (15)$$

그리고, $p = [y_w, y_b, q_1, q_2, \dots]^T$ 이다. 따라서, 교량의 진동응답은 식(11)를 직접적분법을 이용하여 구할 수 있다.

3. 구조재해석을 위한 모우드 계수 추정법

본 연구에서 실구조계의 모우드를 구하는 방법으로 최근 다시 주목받고 있는 상시진동 계측(ambient vibration measurement)^{(2),(4),(5)-(7)} 결과를 이용하는 방안을 채택하였다. 상시미동측정실험은 실험자에 의해서 입력하중을 조절할 수 없거나, 입력하중에 대한 측정이 불가능한 경우에 사용되는 방법이다. 따라서, 이들 입력하중에 대한 정보 부족으로 모우드 추정에 대한 정확도가 다소 저하될 수 있다는 단점이 있다. 그러나, 강제 가진 실험방법이 매우 어려운 토목구조물과 같은 대형 구조물에 대해 보다 쉽게 실구조물의 정보를 구해낼 수 있다는 점에서 풍하중하의 고층빌딩, 파랑하중하의 해양구조물 등에서 다루어져 왔고,^{(2),(4),(6)} 최근에는 일반교량의 교통하중이나 보행하중 등도 이 방법의 연장선상에서 취급하려는 시도도 있다.⁽¹⁷⁾

주요한 상시진동 분석방법으로는 자유진동 시간이력을 사용하는 자유감쇠곡선 해석방법, 백색잡음에 의한 응답을 이용하는 확률적인 접근방법, 직접 푸리에

에 분석법(direct fourier analysis method), Random Decrement Method 등이 있다. 본 연구에서는 구조재해석에 필요한 계측모우드 추정에 보다 적합한 방법을 선정하기 위하여 이들 방법을 비교 검토하였다.

3.1 직접 푸리에 분석법과 Random Decrement 기법의 특성 비교

3.1.1 직접 푸리에 분석법^{(4),(5)}

직접 푸리에 분석법은 일반적으로 자유진동성분이 비교적 뚜렷하고 모우드가 잘 분리돼 있는 경우에 적용하는 방법으로, 계측 모우드 추정시 주파수응답함수를 사용하는 대신 응답의 Fourier변환을 직접 이용하는 방법이다. 이를 식으로 나타내면 아래의 식(16)과 같다.

$$\frac{S_{y_i y_{i+1}}(\omega_k)}{S_{y_{i+1} y_{i+1}}(\omega_k)} = \frac{\phi_k^i}{\phi_k^{i+1}} \quad (16)$$

여기서 $S_{y_i y_{i+1}}(\omega_k)$ 와 $S_{y_{i+1} y_{i+1}}(\omega_k)$ 는 각각 auto-spectral, cross-spectral density 함수를 나타내고, ϕ_k^i 는 k번째 모우드 형상의 i 자유도 크기이다. 직접 푸리에 분석법은 직관적으로 쉽게 이해되는 방법으로 통상 여러 문헌에서 간단히 결과만을 언급하고 있다. 그러나, 다자유도 가진 등의 복잡한 입력조건에 대한 검토를 위해서는 충분한 이론적 설명이 필요하리라 사료된다. 따라서, 보다 구체적인 이론적 배경을 설명하기 위해, 이 방법의 이론적 유도가 시도되었다. 그 결과는 부록에 수록하였다.

3.1.2 Random Decrement 방법^{6),7)}

구조물이 하중을 받는 상태에서의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M \ddot{\xi}(t) + C \dot{\xi}(t) + K\xi(t) = f(t),$$

$$\xi(0) = \xi_0, \quad \dot{\xi}(0) = \dot{\xi}_0 \quad (17)$$

여기서 $f(t)$ 는 평균이 0인 불규칙신호로 가정된 하중 벡터이고, $\xi_0, \dot{\xi}_0$ 는 초기조건이다. 불규칙하중에 의한 선형구조계의 응답은 확정적 성분(deterministic parts, 초기조건에 의한 응답)과 불규칙성분(random parts, 불규칙하중에 의한 응답)의 합으로 구성된다. 이때, 동일한 초기조건을 갖는 충분히 많은 수의 시계열 평균(ensemble average)을 통해 이들 응답의 불규칙 성분은 소멸될 수 있고 응답의 확정적 성분만 남게 된다. 이때, 구해지는 확정적 성분은 구조계의 자유 진동응답(즉, 주파수 영역에서의 주파수 응답함수)이라 할 수 있다. 응답과 하중의 Randomdec 신호 $y_r(\tau), f_r(\tau)$ 은 식(18)~(19)와 같다.

$$y_r(\tau) \equiv \frac{1}{N_r} \sum_{m=1}^{N_r} \xi(t_m + \tau) \quad (18)$$

$$f_r(\tau) \equiv \frac{1}{N_r} \sum_{m=1}^{N_r} f(t_m + \tau) \rightarrow 0 \quad (19)$$

여기서 t_m 은 각 분할 시계열의 초기시간이고, N_r 은 분할 시계열의 수이다. 만약, 분할된 시계열의 수(N_r)가 충분히 많다면, 입력하중 $f_r(\tau)$ 는 불규칙하중이기 때문에 0으로 수렴할 것이며, $y_r(\tau)$ 는 자유진동이력이다. 따라서, 다음과 같은 자유진동-운동방정식을 얻게 된다.

$$M \ddot{y}_r(\tau) + C \dot{y}_r(\tau) + K y_r(\tau) = f_r(\tau) = 0,$$

$$y_r(0) = y_{r0}, \quad \dot{y}_r(0) = \dot{y}_{r0} \quad (20)$$

여기서 y_{r0} 와 \dot{y}_{r0} 는 초기시간 t_m 에 따른 Randomdec 시간이력의 초기조건이다. 통상 t_m 의 결정을 위한 방법 또한 다양한 연구가 수행되고 있으나, 본 연구에서는 t_m 을 결정하는 기준으로 간단히 가속도 시간이력에

서 양의 기울기를 가지면서 0을 통과하는 지점을 선택하였다(zero-crossing).

3.1.3 직접 푸리에 분석법과 Random Decrement 기법의 조합

직접 푸리에 분석법은 계측신호로부터 모드계수를 추정하는 과정이 매우 간단하다는 장점 때문에 상시미동 측정자료로부터 모드계수를 추정하는 데 널리 이용되고 있다. 그러나 이 방법에는 입력에 잡음성분이 많을 경우 고유진동수 근처에서 거친 곡선을 나타내기 때문에 감쇠비의 추정이 어렵다는 단점이 있다. 반면에 Random Decrement기법으로 얻은 Randomdec신호는 입력의 잡음성분이 제거되어서 응답의 푸리에 변환이 매끄럽게 된다. 따라서 고유진동수 선정이 용이하고 감쇠비의 추정도 가능하다. 그러나 이 방법을 적용하기 위해서는 Randomdec신호를 만들기 위한 계측자료가 매우 많이 필요하다는 단점이 있고, 만들어진 Randomdec신호의 정확도는 평균을 취한 횟수, t_m 의 선택, 그리고 신호처리 기법에 따라서 달라지기 때문에 경우에 따라서는 모드형상의 위상차가 왜곡되는 현상이 발생하기도 한다. 구조재해석을 위해서는 고유진동수 및 모드 형상과 더불어 구조물의 감쇠비 추정이 모두 요구된다는 점을 감안할 때, 이들 두 방법의 결과를 적절히 조합하는 것이 보다 유용하다 판단되었다. 즉, 고유진동수 및 모드 형상의 추정에는 직접 푸리에 분석법을, 감쇠비 추정에는 Random Decrement 기법을 이용할 수 있다.

3.2 모드 형상의 보간(Interpolation of Mode Shape)

실험적 모드 모드 형상은 그 값이 계측점에서만 구할 수 있으므로, 해석에 사용하기 위해서는 필요한 모든 자유도에서의 모드 형상으로 적절히 보간(interpolation)할 필요가 있다.

일반적으로 모드드의 변화량이 크지 않고, 경계조건의 변동이 없는 경우, 계측 모드 형상은 기저구조(baseline structure)의 모드드가 재배열(혹은 변환)되어 만들어지는 것으로 가정할 수 있다. 따라서, 계측 구조의 모드드행렬은 식(21)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \phi'_a \\ \phi'_b \end{bmatrix}_{n \times l} = \begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \end{bmatrix}_{n \times m} [C]_{m \times l} \quad (21)$$

여기서, ϕ'_a 는 실제 구조물에서 계측된 모우드 형상, ϕ'_b 는 실제 구조물에서 계측되지 않은 모우드 형상이고, ϕ_a 는 a 위치에서의 해석모우드형상, ϕ_b 는 b 위치에서의 해석모우드형상이며, m은 해석에 사용한 모우드 개수, n은 자유도, l은 계측된 모우드 수이다. 이때, 재구성 계수 C는 식(22)와 같이 계측위치 a에 대한 항만을 이용하여 구해질 수 있고, ϕ'_b 는 구해진 재구성 계수 C로부터 간단히 구해진다. 그 관계식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} [\phi_a]_{m \times na}^+ [\phi'_a]_{na \times l} &= [C]_{m \times l} \\ [\phi'_b]_{nb \times l} &= [\phi_b]_{nb \times m} [C]_{m \times l} \end{aligned} \quad (22)$$

이때, ϕ_a^+ 는 ϕ_a 의 유사역행렬(pseudo inverse)을 의미한다.

4. 예제해석

4.1 모우드 추정법의 비교(10층 빌딩 구조물)

개발된 구조해석 기법을 교량의 주행하중 해석에 적용하기 위해서는 상시진동 계측의 모우드 추정법 자체의 특성을 먼저 확인할 필요가 있다. 따라서, 상시진동 계측의 전형적인 사례인 소규모 풍하중에 노출된 빌딩 구조물(10층)을 대상으로 상시진동 계측에 대한 모우드 추정법 자체의 특성분석이 시도되었다. 가해진 풍하중은 백색잡음형 등분포 파워스펙트럼을 가지도록 하였고, 고도에 따른 하중의 크기분포는 설계풍하중 분포에 따라 생성되었다. 사용된 예제 구조물과 풍하중 분포의 개념도를 그림 3에 나타내었고, 계측된 응답 속도는 그림 4에 보였다.

수치실험을 위해 사용된 구조물의 감쇠비는 1, 2번 모우드에 대해 1.5%, 2%를 적용하였고, 계측은 1, 3, 5, 7 그리고 9번째 자유도의 시간이력에 RMS 5% 노이즈를 첨가한 응답으로 가정하였다. 계측결과와 분석법은 앞서 언급된 바와 같이 직접푸리에 분석법과 Random Decrement 방법에 의해 구해진 Randomdec 신호에 대해 각각 직접읽기법(direct reading method)과 Circle Fitting 방법을 통해 그 값을 구하였다. 그 결

과 얻어진 Randomdec 신호 및 푸리에 변환은 그림 5, 6에 나타내었으며, 추정된 모우드 계수는 표 1과 그림 7에 나타내었다.

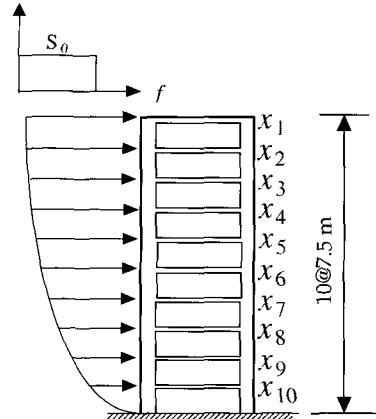


그림 3 10층 전단빌딩

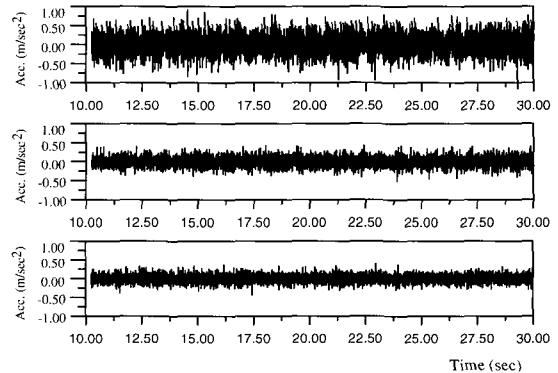


그림 4 수치실험에 의해 얻어진 시간이력(자유도 1,5,9 ; $\Delta t = 0.0001\text{sec}$)

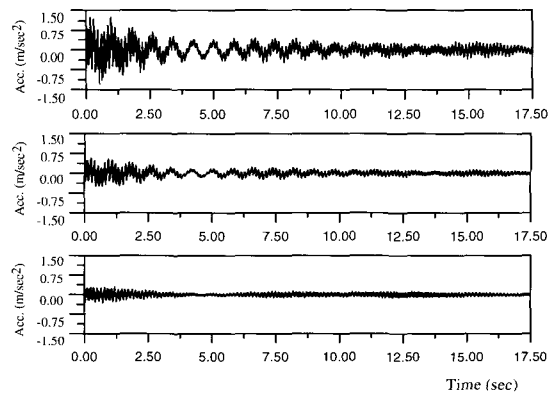


그림 5 Randomdec 시간이력

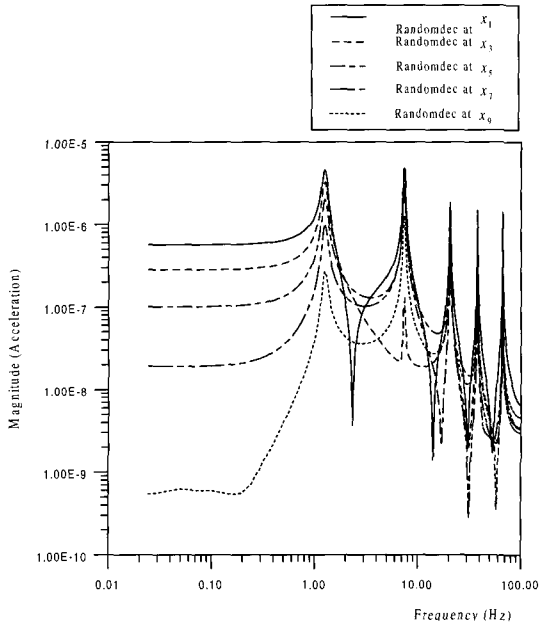


그림 6 Randomdec 시간이력의 퓨리에 변환(자유도 1,5 및 9 ; $\Delta t=0.0001$, $N_t=28$)

이들 결과는 모우드 계수 추정에 있어 각 방법이 각 모우드 계수 추정에 따라 정확도가 달라 어느 방법이 더 유리하다고 평가할 수 없음을 보여준다. 표 2는 이 결과를 오차정도로 정리한 결과이다.

표 2에서 볼 수 있듯이 대체적으로 Randomdec 신호의 결과가 양호해 보이지만 고유진동수나 모우드 형

표 2 모우드 계수 추정오차(%)

| 모우드 | 방법 | 고유진동수 | 감쇠비 | 모우드 형상 |
|-------|-----------|-------|--------|--------|
| 모우드 1 | 직접퓨리에 | 1.29 | 233.33 | 0.07 |
| | Randomdec | 1.29 | 8.00 | 0.74 |
| 모우드 2 | 직접퓨리에 | 0.58 | 80.50 | 2.16 |
| | Randomdec | 0.91 | 1.00 | 3.64 |
| 계수추정법 | | DR | CF | DR |

표 1 상시진동 계측에 대한 고유진동수와 감쇠비 추정치

| | 가정치 | | 추정치(DFA, DR) | | 추정치(DFA, CF) | | 추정치(RDM, DR) | | 추정치(RDM, DR) | |
|-------|------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|
| | f_i (Hz) | ξ_i | f_i (Hz) | ξ_i | f_i (Hz) | ξ_i | f_i (Hz) | ξ_i | f_i (Hz) | ξ_i |
| 모우드 1 | 1.261 | 0.015 | 1.245 | -- | 1.234 | 0.050 | 1.258 | -- | 1.258 | 0.014 |
| 모우드 2 | 7.355 | 0.020 | 7.398 | -- | 7.325 | 0.004 | 7.278 | -- | 7.278 | 0.020 |
| 모우드 3 | 20.086 | 0.050 | 20.569 | -- | 20.062 | 0.007 | 20.566 | -- | 20.566 | 0.002 |

(*) DFA는 직접퓨리에 분석, RDM은 Random Decrement 방법을 DR은 직접 읽기법, CF는 Circle Fitting을 나타냄.

상에 대한 추정결과는 직접퓨리에 분석법 결과가 좀 더 정확하다. 이 같은 현상은 직접퓨리에 분석법에서는 시계열당 사용되는 데이터 수를 충분히 크게 하여 주파수의 분해능(Resolution)을 키울 수 있는 반면, Randomdec 방법에서는 신호의 생성을 위한 시간영역 신호처리 작업에서 초기시간 t_m 의 설정에 따른 위상오차 등에 의해 신호의 왜곡현상이 발생될 수도 있기 때문이다. 따라서, 데이터의 길이가 충분히 길어 Random Decrement 방법의 정확도가 보장될 수 있는 경우가 아닌 보통의 상시계측에서는 고유진동수나 모우드 형상은 직접퓨리에 분석을 통한 직관적인 결과가 오히려 유리할 수도 있음을 보여준다. 그러나, 감쇠비 문제에서는 상황이 다르다. 감쇠비를 직접퓨리에 분석을 통해 추정하기는 사실상 거의 불가능하다. Randomdec 방법에서는 충분한 수렴이 발생되지 않아도 감쇠비는 어느 정도의 정확도를 보여주므로, 이들 계측결과를 이용하여 여타의 분석을 수행하기 위해서는 이들 두 가지 방법을 유효 적절하게 조합하여 사용하는 방법이 유리하리라 생각 된다.

4.2 교량의 주행하중해석

본 절에서는 구조해석 기법을 교량의 주행하중 해석에 적용하기 위한 예제해석이 수행되었다. 예제구조물은 경부고속철도 교량 중 하나를 본 연구 목적에 맞게 간략화 한 그림 7과 같은 PC 박스형 단면의 단경간 교량을 대상으로 하였다. 먼저, 상시진동 계측결과를 얻기 위한 수치실험이 수행되었다. 이때, 사용된 예제 구조물의 재료는 $E=3.3 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$, $\nu=0.2$, $\rho=3.85 \text{ ton/m}^3$, $A=6.75 \text{ m}^2$, $J=49.51 \text{ m}^4$, $I=19.39 \text{ m}^4$ 으로 가정되었고, 모우드는 충분히 많은 20개의 모우드를, 감쇠비는 2%로 가정하였다. 상시진동에 대한 수치실험에 의해 구해진 응답의 시간이력과 Randomdec 이력은 그림 9와 10에 보이였다. 또한 이를 이용한 모

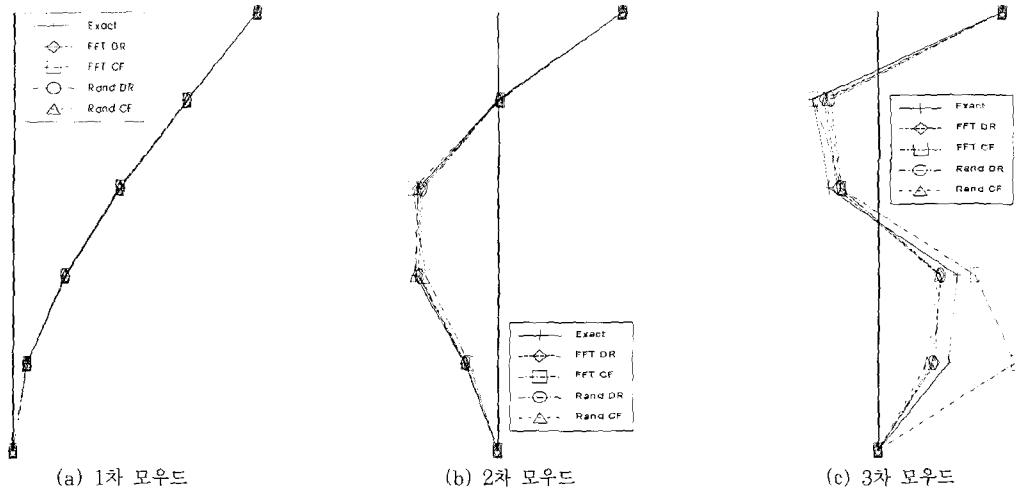


그림 7 계측된 모우드 형상

우드 추정결과는 표 3과 그림 11에 나타내었다. 본 예제에서의 모우드 계수 추정 결과도 앞서 예제 분석에서 나타난 바와 같이 고유진동수와 모우드 형상은 직접푸리에 분석의 결과가 다소 우수하고, 감쇠비는 Random Decrement 방법이 월등히 우수하다는 현상을 관찰할 수 있었다. 따라서, 구조해석에서는 고유진동수와 모우드 형상은 직접푸리에 분석의 결과를, 감쇠비는 Random Decrement 방법의 결과를 사용하였다. 더불어, 그림 11

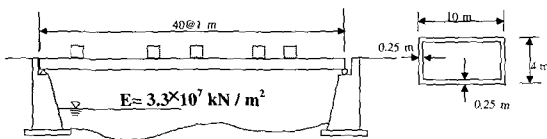


그림 8 예제 교량구조물

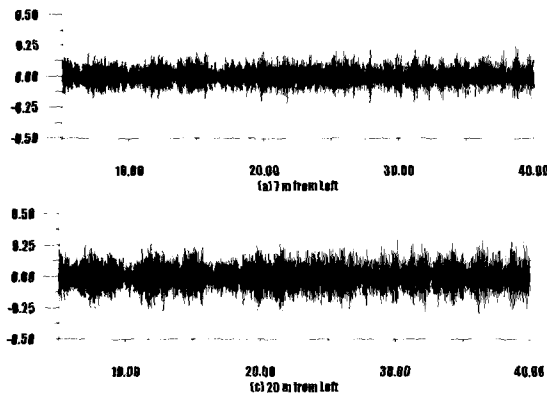


그림 9 수치실험에 의한 교량의 계측가속도 성분

의 추정된 모우드와 이의 보간결과(기저모우드 8개 사용)는 일반적인 보간법(Spline 방법 등)이 사용되는

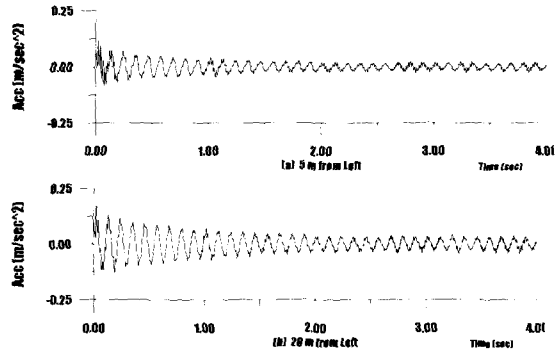


그림 10 Randomdec 이력(자유진동성분) ($\Delta t=0.002$ sec)

표 3 구해진 고유진동수와 감쇠비

| 모우드 | 해석치 | | 추정치(*) | | 모우드 특성 |
|-----|-------|------|--------|-------|--------|
| | 고유진동수 | 감쇠비 | 고유진동수 | 감쇠비 | |
| 1 | 9.04 | 0.02 | 9.03 | 0.018 | 수직 |
| 2 | 18.30 | 0.02 | -- | -- | 측변형 |
| 3 | 28.64 | 0.02 | -- | -- | 수직 |
| 4 | 50.57 | 0.02 | 50.48 | 0.022 | 수직 |
| 5 | 54.87 | 0.02 | -- | -- | 측변형 |
| 6 | 72.41 | 0.02 | -- | -- | 수직 |
| 7 | 91.36 | 0.02 | -- | -- | 측변형 |
| 8 | 93.79 | 0.02 | 93.30 | 0.015 | 수직 |

(*) 고유진동수는 직접푸리에 분석, 감쇠비는 Randomdec 신호에서 추정됨

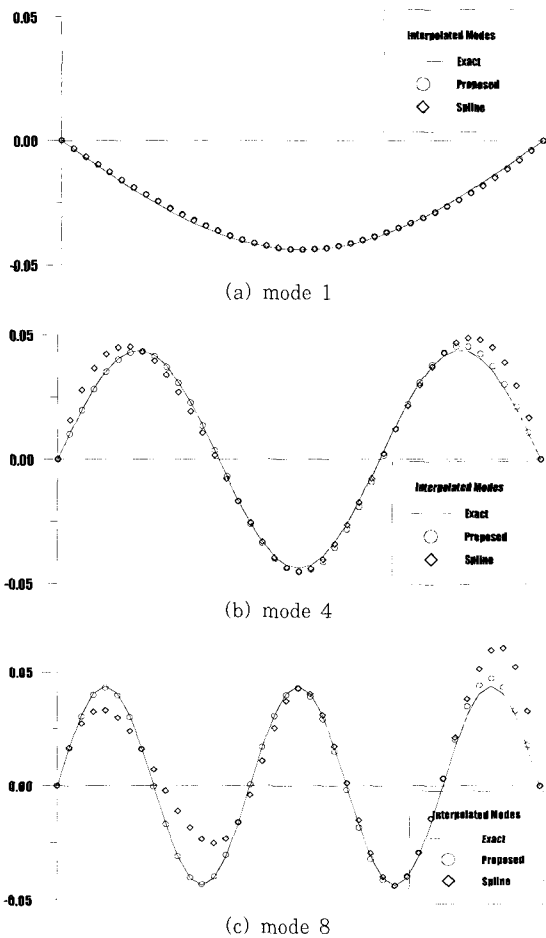


그림 11 계측 모드 형상의 보간

경우 고차모우드에 근접할수록 매우 부정확한 결과를 생성해낼 수 있는 반면 제시된 보간법은 여전히 상당한 정확도를 보이고 있음을 알려준다. 따라서, 본 연구에서 제시한 보간법의 사용이 보다 합리적임을 알 수 있다.

다음으로 추정된 모우드 계수들을 이용하여 교량의 동적 응답을 추정하기 위한 구조재해석(이동질량모형)이 수행되었다. 또한, 구조재해석 결과와 비교하기 위하여, 상용프로그램인 SAP2000에 의한 주행하중 해석(15)도 수행하였다. 이때는 추정 모우드 계수가 아닌 정확한 교량 물성치를 직접 사용하여 결과가 비교될 수 있도록 하였다. 더불어, SAP2000에 의한 결과는 이동하중모형에 의한 해석결과이므로 본 논문의 방법(이동질량 모형)에 의한 결과와 비교하기 위해 차체 및 차륜의 강성 및 감쇠계수를 강체 거동을 보이도록 가정하

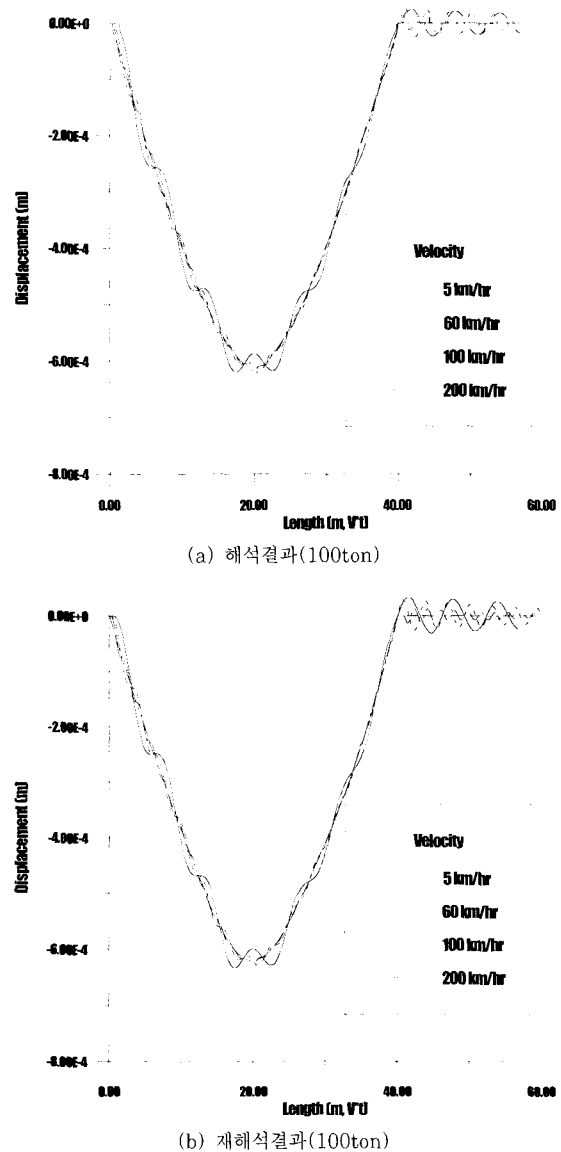


그림 12 주행하중에 대한 해석 및 재해석 결과

여 차량 자체의 진동에 의한 상호작용이 나타나지 않도록 하였다. 또한, 차량질량이 3ton, 100ton인 두 가지 경우로 나누어 해석하여 차체질량 증가에 따른 교량의 관성력 상호작용 영향의 증가를 관찰할 수 있도록 하였다. 그 결과는 그림 12 및 표 4에 보였다.

그림 12 및 표4의 결과는 SAP2000에 의한 직접 해석치와 재해석 결과치가 서로 매우 근접함을 보이고 있다. 이때, 차량질량 3ton, 100ton 경우에 대한 구조

표 4 추정된 충격계수와 해석충격계수의 비교

| 주행속도 (km/hr) | 해석치 (SAP2000) | | 재해석 결과 | | 비고 |
|-----------------|--------------------------|----------|--------------------------|----------------|-----|
| | 절대치최대값 (μm) | 충격계수 + 1 | 절대치최대값 (μm) | 충격계수 + 1 | |
| 5 | 614.40(18.43) | -- | 621.10(18.63) | -- | 준정적 |
| 60 | 617.44(18.52) | 1.0049 | 624.78(18.76) | 1.0059(1.0067) | |
| 100 | 622.25(18.67) | 1.0128 | 629.49(18.90) | 1.0135(1.0142) | |
| 200 | 620.09(18.60) | 1.0093 | 633.50(19.02) | 1.0200(1.0210) | |

(*) 차량 질량은 100ton이며, 괄호안은 3ton인 경우이다. 이때, 해석치의 충격계수는 차량질량에 관계없이 동일하다.

재해석 응답의 비가 차량질량의 비(하중의 비)와 유사하여 차량의 질량에 따른 관성력 상호작용의 영향이 그다지 크지 않음으로, 구해진 재해석 결과가 해석치와 비슷하게 나타난다는 것은 구조재해석 결과의 정확도가 우수하다는 것을 의미한다. 이는 상시미진동 분석의 결과만으로 주행하중에 따른 실교량 거동 파악이 가능함을 보여주고 있다. 여기서 주목할 만 한 것은 이 구조물의 변위응답 성분은 통상의 주행시험에서 계측하기에는 매우 작은 편이라는 것이다. 따라서, 고속철도를 직접 주행시키는 방법과 같이 직접적인 방법 외에는 계측이 상당히 어려운 경우에 해당함에도 구조재해석 기법을 활용함으로써 교량 충격계수의 추정이 가능하다는 것을 보이고 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 교량 구조물의 동적거동과 관련하여 실제 구조물로부터 계측된 동적특성을 반영하여 교량 구조물의 주행하중 해석을 수행하는 방법에 대해 연구하였다. 이를 통해 다음과 같은 결과를 도출할 수 있었다.

- 1) 상시미진동 분석법에서 Random Decrement 방법은 감쇠비 추정에 유리하며, 직접푸리에 분석법은 고유진동수와 모드 형상 추정에서 좀 더 높은 정확도의 결과를 얻을 수 있었다. 상시미진동 계측 결과를 이용한 구조재해석 수행에 있어 충분한 정확도의 모드 계수를 추정하기 위하여는 기존의 상시미진동 계측 분석법(직접푸리에분석법, Randomdec 분석법 등)의 적절한 조합이 필요함을 볼 수 있었다.
- 2) 수치실험 결과로부터 상시미진동 계측의 결과만으로도 교량의 실제 충격계수 및 주행하중에 대한 실제 거동을 훌륭히 추정할 수 있다는 가능성을 보여

주었다. 이는 고속철도 교량이나 특수차량 통과 교량을 비롯하여 실제 주행실험이 어려운 경우나 구조물의 손상(노후화) 등으로 통상적인 해석만으로 충격계수 추정이 어려운 구조에 대해 교량의 실제 충격계수를 추정할 수 있음을 볼 수 있었다. 더불어, 변위량과 같이 계측이 어려운 값을 구하려 하는 경우에도 계측에 준하는 값을 제시해줄 수 있는 방법으로 활용이 가능함을 볼 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 한국학술진흥재단 협동연구과제(2000-042-E00134)의 연구비 지원에 의해 수행된 것으로, 저자는 재단의 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Hoshiya, Masaru and Sutoh, Atsushi, Kalman Filter-Finite Element Method in Identification, *J. of Engrg Mech, ASCE*, Vol. 119, No. 2, 1993, pp.197~210
2. Bao, Z. W. and Ko, J. M., Determination of Modal Parameters of Tall Buildings with Ambient Vibration Measurements, *The Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 6, No. 1, 1991, pp.57~68
3. Hjelmstad, K. D. and Banan, M. R., Time-Domain Parameter Estimation Algorithm for Structures. I : Computational Aspects, *J. of Engrg Mech, ASCE*, Vol. 121, No. 3, 1995, pp.424~434
4. Feng, M. Q., Kim, J-M., and Xue, H., "Identification of a dynamic system using

- ambient vibration measurements", *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 65, No. 4, 1998, pp.1010~1021
5. 김재민, 이형진, 윤정방, "상시미진동 계측기록을 이용한 구조재해석", 한국토목공학학회논문집, 제20권, 6-A호, 2000, pp.913~925
 6. Cole, H. J., On-line failure detection and damping measurement of aerospace structures by random decrement signatures, *NASA Cr-2205*, 1973
 7. Yang, J. C. S., Chen, J., and Dagalakis, N. G., Damage detection in offshore structures by the random decrement technique, *Journal of Energy Resources Technology*, ASME, 106, 1984, pp.38~42
 8. Kim, J.-T., Assessment of Relative Impact of Model Uncertainty on the Accuracy of Non-destructive Damage Detection in Structures, *Ph. D. Dissertation, Dept. of Civil Engrg., Texas A & M University*, 1993
 9. Tsou, Poyu and Shen, M.-H. Herman, Structural Damage Detection and Identification Using Neural Networks, *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 1, January 1994
 10. Maia, Nuno M. M. and Silva, Julio M. M. e, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press, Ltd., Hertfordshire, England, 1998.
 11. 김학수, 양경택, "부분적 측정데이터를 이용한 구조시스템의 추정기법", 한국전산구조공학학회논문집, 제13권, 제1호, 2000, pp.75~85
 12. Cai, Y., Chen, S. S., Rote, D. M. and Coffey, H. T., "Vehicle/Guideway Interaction for High Speed Vehicles on Flexible Guideway", *J. of Sound and Vibration*, Vol. 175, No. 5, 1994, pp.625~646
 13. Ting, E. C., Genin, J. and Ginsberg, J. H., "A General Algorithm for Moving Mass Problems", *J. of Sound and Vibration*, Vol. 33, No. 1, 1974, pp.49~58
 14. 장승필, 임성순, 조서경, "불규칙한 노면을 주행하는 이동하중에 의한 연속교의 동적거동에 관한 이론 및 실험적 연구", 대한토목학회논문집, Vol. 9, No. 3, 1989, pp.21~30
 15. Wilson, E. L. and Habibullah, SAP90 Structural Analysis Program, *Computer and Structures*, California, 1992
 16. 김호경, 서정인, "현수교의 정착 형식에 따른 이동하중에 의한 동적 응답의 비교", 한국강구조학회 논문집, 2000, Vol. 12, No. 1, pp.103~110
 17. 윤정방, 이진학, 이종원, 김재동, 정환욱, "교통하중에 의한 상시진동계측기록을 이용한 교량의 손상추정기법", 한국전산구조공학학회논문집, 제14권, 제1호, 2001, pp.77~85

부 록 : 직접 푸리에 분석법에 대한 이론적 배경

만약 j번째 자유도 하중에 대한 i번째 자유도의 주파수 응답함수 $H_{ij}(\omega)$ 를 알고 있고, 각 모드들이 충분히 잘 분리되어 있다면, k번째 고유진동수 ω_k 에서는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$\frac{H_{ij}(\omega_k)}{H_{i+1j}(\omega_k)} = \frac{\phi_k^i}{\phi_k^{i+1}} \quad (A1)$$

여기서 ϕ_k^i 는 k번째 모드 형상의 i 자유도 크기이다. 이때, 구조물의 입력성분이 하나 ($U_j(\omega)$)라면, 응답 $Y_{ij}(\omega)$ 는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$Y_{ij}(\omega) = H_{ij}(\omega)U_j(\omega) \quad (A2)$$

따라서, 단일 입력인 경우, 이러한 주파수 응답함수의 관계식(A2)을 이용하면 식(A1)은 아래의 응답함수에 대한 관계식으로 간단히 변환될 수 있다. 즉, 응답 주파수함수에 대해서도 모드형상비가 그대로 성립함으로 응답 주파수함수를 주파수 응답함수와 같이 분석하는 직접 푸리에 분석이 가능해진다.

$$\frac{Y_{ij}(\omega_k)}{Y_{i+1j}(\omega_k)} = \frac{H_{ij}(\omega_k)U_j(\omega_k)}{H_{i+1j}(\omega_k)U_j(\omega_k)} = \frac{\phi_k^i}{\phi_k^{i+1}} \quad (A3)$$

다입력계 구조계인 경우, 응답의 푸리에 변환은 다

음과 같이 나타난다.

$$Y_i(\omega_k) = \sum_{j=1}^m Y_{ij}(\omega_k) = \sum_{j=1}^m H_{ij}(\omega_k)U_j(\omega_k) \quad (A4)$$

다입력계 구조계에 대한 직접 푸리에 분석법의 적용은 다음과 같은 정리를 통해 간단히 확장될 수 있다.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \quad (A5)$$

다중입력의 각 입력은 식(A3)을 만족하므로, 이 정리를 적용하면 각 입력항들에 의한 효과를 합한 다중입력의 응답에 대해서도 식(A3)이 만족함을 볼 수 있다. 즉, 다음과 같은 경우로 확장된 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{Y_{ij}(\omega_k)}{Y_{i+1j}(\omega_k)} &= \frac{Y_{ij}(\omega_k)}{Y_{i+1j}(\omega_k)} \\ &= \frac{\sum_{j=1}^m H_{ij}(\omega_k)U_j(\omega_k)}{\sum_{j=1}^m H_{i+1j}(\omega_k)U_j(\omega_k)} = \frac{Y_i(\omega_k)}{Y_{i+1}(\omega_k)} \end{aligned} \quad (A6)$$

따라서, 다음과 같은 최종적인 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{Y_{ij}(\omega_k)}{Y_{i+1j}(\omega_k)} = \frac{Y_i(\omega_k)}{Y_{i+1}(\omega_k)} = \frac{\phi_k^i}{\phi_k^{i+1}} \quad (A7)$$

이때, 이 관계식은 식(16)의 PSD함수에 의한 식과 동일한 의미를 가지는 식이다.