

# EMFG의 개선된 동작해석 알고리즘

김 희 정<sup>†</sup> · 여 정 모<sup>††</sup> · 서 경 룡<sup>†††</sup>

## 요 약

EMFG(Extended Mark Flow Graph)는 이산시스템을 표현하는데 유용한 그래프 도구로 알려져 있다. 본 연구에서는 EMFG에서 각 트랜지션이 점화하였을 때의 입출력 박스의 마크 변화량을 입출력 행렬로 표현하였고, 이를 사용하여 EMFG의 접속행렬을 구하였다. 점화가능벡터를 구하기 위하여 각 트랜지션의 점화조건을 점화조건행렬로 표현하였으며, 각 트랜지션의 점화완료 상태를 판단하기 위하여 점화완료벡터를 도입하였다. 이들을 사용하여 EMFG의 모든 동작과정이 수학적으로 해석될 수 있도록 EMFG의 동작해석 알고리즘을 개선하였다. 제안된 알고리즘을 정회전과 역회전을 반복하는 시스템에 적용하여 알고리즘이 올바르게 동작하는 것을 확인하였다. 제안된 알고리즘은 다양한 이산 시스템을 분석하는데 유용하다.

## The Enhanced Analysis Algorithm for an EMFG's Operation

Hee-jung Kim<sup>†</sup> · Jeong-mo Yeo<sup>††</sup> · Kyung-ryong Seo<sup>†††</sup>

## ABSTRACT

The EMFG (Extended Mark Flow Graph) is known as a graph model for representing the discrete event systems. In this paper, we introduce input/output matrixes representing the marking variance of input/output boxes when each transition fires in an EMFG, and compute an incidence matrix. We represent firing conditions of transitions to a firing condition matrix for computing a firable vector, and introduce the firing completion vector to decide completion of each transition's firing. By using them, we improve an analysis algorithm of the EMFG's operation to be represented all the process of EMFG's operation mathematically. We apply the proposed algorithm to the system repeating the forward and reverse revolution, and then confirm that it is valid. The proposed algorithm is useful to analysis the variant discrete event systems.

**키워드 :** 페트리 넷, 마크흐름선도(EMFG : Extended Mark Flow Graph), 입력행렬(input matrix), 출력행렬(output matrix), 접속행렬(incidence matrix), 점화조건행렬(firable vector), 점화가능행렬(firing condition matrix), 점화완료벡터(firing completion vector)

## 1. 서 론

### 1.1 개요

페트리 넷은 이산 시스템의 표현에 적합한 도구로서 시각적 표현과 수학적 해석이 가능하며, 일반적인 시스템의 모델링과 분석 및 통신분야의 프로토콜 모델링등에 많이 이용되고 있다 [1-7]. 본래의 페트리 넷에 수정과 이론적 확장을 통해 HOPN (Higher-order Petri Nets), CTOPN (Colored Timed Object-oriented Petri Nets), CGSPN (Colored Generalized Stochastic Petri Net), CO-NETs (Component-based Petri Net) 등의 유용한 Petri Nets의 이론이 발표되어 왔는데 [1-11], 그중 페트리 넷의 모든 place의 안전성을 유지하기 위하여 마크흐름선도(MFG : Mark Flow Graph)와 세이프 페트리 넷(Safe Petri Net)이 제안되었다 [2, 12-15].

### 1.2 관련 연구

동기나 비동기의 이산제어 시스템을 설계하여 구현하거나 분석하는데 적합한 마크흐름선도를 개선한 확장된 마크흐름선도(EMFG : Extended Mark Flow Graph)가 제안 [12]되었는데, EMFG는 페트리 넷이나 각종 그래프 이론으로 시스템을 설계하는 것과 마찬가지로 시스템의 동시성이나 병렬성을 잘 표현할 수 있을 뿐만 아니라, 비동기적이거나 분산적인 페트리 넷의 장점을 모두 가지고 있다. EMFG는 시스템을 개념적으로 설계할 수 있게 하고, 시스템의 동작을 상세하게 설계할 수 있을 뿐 아니라 이산 시스템을 표현한 EMFG인 경우에는 구성하고 있는 요소를 각각 일대 일로 변환하면 직접적인 회로를 얻을 수 있어 시스템의 구현에 용이하다 [13-19].

하지만, 시스템을 표현한 EMFG나 페트리 넷의 각 박스들의 상태 변화를 관측하기 어려운 단점이 있다.

페트리 넷의 안전성을 유지하고 있는 확장된 세이프 페트리 넷(ESPN : Extended Safe Petri Nets)의 수학적 해석 [2, 14-15] 경우, 접속 행렬을 이용하여 ESPN의 동작과정을 보다

<sup>†</sup> 준 회 원 : 부경대학교 대학원 전산교육전공

<sup>††</sup> 정 회 원 : 부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부 교수

<sup>†††</sup> 종신회원 : 부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부 교수

논문접수 : 2002년 2월 2일, 심사완료 : 2002년 7월 18일

쉽게 구해내고 있지만, 아크의 종류에 따라 접속행렬을 구하는 방법이 다르고, Petri Net의 점화가능벡터를 구하는 알고리즘의 단계와 점화계열을 구하는 상태전이 방정식에 이르는 과정이 복잡하다. 또한 시간 트랜지션에 대한 동작 해석 과정이 이루어지지 않는 단점이 있다. 그리고, 기존의 EMFG 동작 해석 알고리즘에서는 시간 트랜지션에 대한 동작해석이 이루어지고 있지만, EMFG의 다음 상태를 나타내기 위해서 점화조건식과 점화 완료된 트랜지션에 따른 마크식들을 별도로 체크해야 하는 단점이 있다[19].

본 논문에서는 ESPN의 수학적 해석[2, 14-15]과 기존의 EMFG 동작 해석 알고리즘[19-21]의 단점을 개선하여, EMFG의 상태를 수학적으로 나타내어 EMFG의 모든 동작 과정을 수학적으로 해석하고, 마크벡터의 변화를 쉽게 판단하고자 한다. 이를 이용하여 시스템의 상태 변화를 쉽게 관측할 수 있다면 규모가 큰 이산제어시스템의 모델링이나 설계가 쉬워질 뿐만 아니라 설계된 EMFG의 동작 즉 시스템의 동작분석에도 쉽게 적용될 수 있고 설계에 반영하는 것도 용이해져 시스템의 성능향상에 도움을 줄 것이다.

2. 본 론

EMFG는 박스의 집합 B와 트랜지션의 집합 T, 트랜지션에 대한 입력함수 I, 트랜지션에 대한 출력함수 O, 각 박스의 마크 상태를 나타내는 마크벡터 M으로 구성된다[19].

EMFG의 동작을 수학적으로 해석하기 위하여, 먼저 EMFG에서 트랜지션들에 대한 박스들의 접속 상태를 수학적으로 표현하기로 한다.

2.1 EMFG의 접속 행렬

트랜지션에 대한 입력함수 즉, 트랜지션에 대한 입력 박스들의 입력 아크 연결 상태를 수학적으로 표현한다.

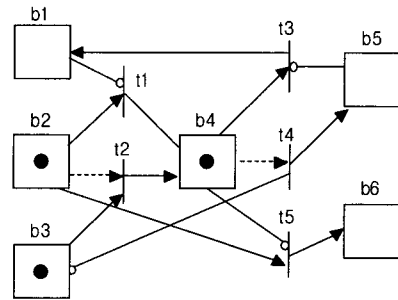
정의 1 : EMFG에서 트랜지션에 대한 입력 박스들의 아크 연결 상태를 표현한 행렬,  $T_i$ 를 EMFG의 입력 행렬(Input Matrix)이라 하고, 다음과 같이 표현된다.

$$T_i = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 n은 트랜지션의 수, m은 박스의 수,  $a_{ij}$  요소는 트랜지션  $t_j$ 에 연결된 입력 박스  $b_i$ 의 아크 연결 상태로서 일반 아크로 연결되어 있으면 1이고 연결되어 있지 않거나 역 아크 또는 조건 아크[23-25]로 연결되어 있으면 0이다. ■

입력 행렬은 트랜지션이 점화했을 때 입력 박스들의 마크 변화를 나타낸다. 트랜지션이 점화했을 경우 트랜지션의 입력 아크가 일반아크일 경우에는 입력박스의 마크는 소멸하고, 역아크나 조건아크[23-25]로 연결되어 있거나 연결아크가 없으면 박스의 마크상태는 영향을 받지 않는다. 즉 입력 행렬의 원

소가 1이면 박스의 마크가 소멸하고, 0이면 박스의 마크 상태가 그대로 보존된다. 예를 들어 식 (2)에서 1열은 트랜지션  $t_1$ 이 점화했을 때 박스  $b_2$ 의 마크는 소멸하고 다른 박스들의 마크 상태는 그대로 보존됨을 의미한다.



(그림 1) EMFG의 예

(그림 1)에서 입력 행렬  $T_i$ 를 구하면 식 (2)와 같다.

$$T_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

또한 트랜지션에 대한 출력함수, 즉 트랜지션에 대한 출력 박스들의 아크 연결 상태를 행렬로 표현할 수 있다.

정의 2) EMFG에서 트랜지션에 대한 출력 박스들의 아크 연결 상태를 표현한 행렬,  $T_o$ 를 EMFG의 출력 행렬(Output Matrix)이라고 하고, 다음과 같이 표현된다.

$$T_o = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 n은 트랜지션의 수, m은 박스의 수,  $a_{ij}$  요소는 트랜지션  $t_j$ 에 연결된 출력 박스  $b_i$ 의 아크 연결 상태로서 일반 아크로 연결되어 있으면 n이고 연결되어 있지 않으면 0이며 역 아크로 연결되어 있으면 -1이다. ■

출력 행렬은 트랜지션이 점화하였을 때 출력 박스의 마크 변화를 나타낸다. 트랜지션이 점화했을 경우 트랜지션의 출력 아크가 일반아크일 경우에는 출력박스의 마크는 생성되고, 역아크로 연결되어 있으면 마크는 소멸되며, 연결아크가 없을 때는 박스의 마크상태는 영향을 받지 않는다. 즉 n이면 마크가 생성되고, -1이면 마크가 소멸하며, 0이면 마크 변화가 없음을 나타낸다.

트랜지션에서 출력 일반아크로 연결되어 있는 경우에  $T_o$ 의 원소를 트랜지션의 수 n으로 한 것은 EMFG의 성질에 어긋나지 않도록 하기 위함이다. 즉 어떤 박스에 연결된 여러 트랜지션이 동시에 점화하여 마크를 생성시키면 동시에 마크를 소멸시키려고 하는 경우에 EMFG 성질에 의하여 박스에는 마크가 있도록 해야 하기 때문이다. 예를 들어 한 트랜지션이 박스

b<sub>m</sub>에 마크를 생성시키고, 다른 모든 트랜지션(n-1 개)이 b<sub>m</sub>의 마크를 소멸시키도록 동시에 점화하는 경우에도 b<sub>m</sub>에는 마크가 존재하도록 해야 하기 때문이다.

(그림 1)에서 입력 행렬 T<sub>o</sub>를 구하면 식 (4)와 같다.

$$T_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 5 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)에서 1열은 트랜지션 t1이 점화하였을 때 박스 b4에 마크가 생성되고, 4열은 트랜지션 t4가 점화하였을 때 박스 b3의 마크는 소멸하고 박스 b5에 마크가 생성됨을 의미한다.

트랜지션의 점화로 인한 입력 박스의 마크 변화 여부를 표현할 때 T<sub>i</sub>로서 의미가 잘 전달되지 않을 뿐 아니라, 하나의 박스가 한 트랜지션의 입력 박스임과 동시에 출력 박스 역할을 할 때 T<sub>i</sub>나 T<sub>o</sub>만으로 박스의 마크 변화 여부를 나타내기 곤란하다. 따라서 트랜지션이 점화하였을 때 박스들의 마크 변화를 수학적으로 표현하는 다른 방법이 필요하다.

정의 3 : EMFG에서 트랜지션이 점화하였을 때 박스들의 마크 변화를 표현한 행렬, T<sub>b</sub>를 EMFG의 접속 행렬(Incidence Matrix)이라고 하고, 다음과 같이 표현된다.

$$T_b = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서 n은 트랜지션의 수, m은 박스의 수이고, a<sub>ij</sub> 요소는 트랜지션 t<sub>j</sub>가 점화하였을 때 박스 b<sub>i</sub>의 마크 변화를 나타내며, 양수이면 마크가 생성됨을, 음수이면 마크가 소멸됨을, 0이면 마크 상태가 변화 없음을 의미한다. ■

정리 1 : EMFG에서 입력 행렬을 T<sub>i</sub>, 출력 행렬을 T<sub>o</sub>, 접속 행렬을 T<sub>b</sub>라 할 때, 접속 행렬 T<sub>b</sub>는 T<sub>o</sub>-T<sub>i</sub>이다.

증명 : 트랜지션 t<sub>j</sub>와 박스 b<sub>i</sub>에 대하여 T<sub>o</sub>, T<sub>i</sub>, T<sub>b</sub>행렬의 i행과 j 열의 요소를 각각 a<sub>ij</sub>, b<sub>ij</sub>, c<sub>ij</sub>라 할 때, c<sub>ij</sub>는 (a<sub>ij</sub> - b<sub>ij</sub>)이 되고, c<sub>ij</sub>가 계산될 수 있는 경우는 <표 1>과 같다. 그리고 <표 1>의 '해당 EMFG'란의 트랜지션은 t<sub>j</sub>이고 박스는 b<sub>i</sub>이다.

<표 1>의 각 경우에 대한 해당 EMFG에서 트랜지션이 점화하였을 때 박스의 마크 상태 변화는 c<sub>ij</sub>와 동일하다. 따라서 정리는 타당하다. ■

<표 1>의 '주 1)'에 해당하는 EMFG들에서 트랜지션의 출력 아크를 제거하거나 '주 2)'에 해당하는 EMFG에서 두 아크를 트랜지션의 입력 일반 아크로 대체하여도 박스의 마크 상태는 동일하게 된다. 따라서 이러한 경우의 EMFG는 간소화될 수 있다.

<표 1> a<sub>ij</sub>와 b<sub>ij</sub> 및 c<sub>ij</sub>의 관계

a <sub>ij</sub>	b <sub>ij</sub>	c <sub>ij</sub>	해당 EMFG
0	0	0	□   또는 □→ 또는 □←
0	1	-1	□→
n	0	n	□← 또는 □→ <sup>주1)</sup> 또는 □←
n	1	n-1	□→
-1	0	-1	□← 또는 □→ <sup>주2)</sup> 또는 □← <sup>주1)</sup>
-1	1	-2	□→ <sup>주1)</sup>

(그림 1)에서 접속 행렬 T<sub>b</sub>를 구하면, 즉 식 (4)의 T<sub>o</sub>에서 식 (2)의 T<sub>i</sub>를 빼면 식 (6)이 된다.

$$T_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 5 & 5 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad (6)$$

식 (6)에서 1 열은 트랜지션 t1이 점화하였을 때 박스 b2의 마크는 소멸하고 박스 b4의 마크는 생성하며 나머지 모든 박스의 마크 상태는 변화 없음을 나타낸다.

2.2 트랜지션의 점화동작의 수학적 표현

트랜지션은 모든 입력 박스(들)의 마크 상태가 모두 점화 조건에 부합되어야 점화할 수 있다. 이러한 트랜지션의 점화 조건을 수학적으로 표현할 수 있다.

정의 4) EMFG에서 각 트랜지션의 점화조건을 표현한 행렬, C를 EMFG의 점화조건행렬(Firing Condition Matrix)이라고 하고, 다음과 같이 표현된다.

$$C = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 n은 트랜지션의 수, m은 박스의 수, a<sub>ij</sub> 요소는 트랜지션 t<sub>j</sub>가 점화하기 위한 입력 박스 b<sub>i</sub>의 마크수로서 역 아크로 연결된 경우는 0이고 일반 아크나 조건 아크로 연결된 경우는 1이며 아크의 연결이 없는 경우는 x이다. ■

(그림 1)의 EMFG에서 점화조건행렬 C를 구하면 다음과 같다.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & x & x & x & x \\ 1 & 1 & x & x & 1 \\ x & 1 & x & x & x \\ x & x & 1 & 1 & 0 \\ x & x & 0 & x & x \\ x & x & x & x & x \end{bmatrix} \quad (8)$$

식 (8)에서 1열은 트랜지션 t1이 점화하기 위하여 박스 b1에는 마크가 없어야 하고 박스 b2에는 마크가 있어야 하며 나머지 모든 박스의 마크 상태와는 관계없음을 의미한다.

EMFG에서 박스들의 마크벡터 M와 점화조건행렬 C를 사

용하여 트랜지션들의 점화가능 유무를 판단할 수 있다. 이를 수학적으로 표현하기 위하여 필요한 연산자들을 먼저 정의하기로 한다.

정의 5) 이항 연산자  $\odot$ 는 <표 2>를 만족하는 연산자이다.

<표 2> 이항 연산자  $\odot$ 의 진리표

m	c	m $\odot$ c
0	0	1
0	1	0
0	x	1
1	0	0
1	1	1
1	x	1

$\odot$  연산자는 마치 동치 연산자처럼 작용한다. 즉 x를 Don't care처럼 생각하여 m 값과 동일하게 한다면, 완전하게 동치 연산이 된다.

정리 2 : 트랜지션  $t_j$ 와 입력 박스  $b_k$ 가 있을 때, m을  $b_k$ 의 마크 유무, c를 점화조건행렬의 원소로 표현되는, 즉  $t_j$ 의 입력 아크 연결 상태라 할 때, m  $\odot$  c의 연산 결과는  $t_j$ 에 대한  $b_k$ 의 점화조건 만족 여부를 나타낸다.

증명 : 입력 역 아크(c=0)로 연결된  $b_k$ 에는 마크가 없어야(m=0) 하고 입력 일반 아크(c=1) 또는 입력 조건 아크(c=1)로 연결된  $b_k$ 에는 마크가 있어야(m=1)  $t_j$ 의 점화조건을 만족시키므로, 이러한 경우의 연산 결과가 1이 되는 것은 당연하다. 그리고 입력 역 아크(c=0)로 연결된  $b_k$ 에 마크가 있거나(m=1) 입력 일반 아크(c=1) 또는 입력 조건 아크(c=1)로 연결된  $b_k$ 에 마크가 없으면(m=0)  $t_j$ 의 점화조건을 만족시킬 수 없으므로, 이러한 경우의 연산 결과가 0이 되는 것도 당연하다. 그러나  $t_j$ 에  $b_k$ 가 연결되어 있지 않는 경우(c=x)에는  $b_k$ 의 마크 유무(m=0/1)가  $t_j$ 의 점화조건에 기여하지 않으므로, 이러한 경우의 연산 결과는 0이거나 1이어도 좋다. 그러나  $t_j$ 에 연결된 모든 박스들의 마크 상태를 동시에 만족시키도록 해야 하므로 이러한 경우의 연산 결과는 1로 해야 한다. 따라서 정리는 타당하다. ■

정의 6 : 식 (9)와 식 (10)으로 표현되는 행 벡터 M와 열 벡터 K가 있을 때, M과 K 사이의 이항 연산자  $\square$ 를 식 (11)과 같이 정의한다.

$$M = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m) \tag{9}$$

$$K = (k_1, k_2, \dots, k_m)^T \tag{10}$$

$$M \square K = \prod_{i=1}^m (\mu_i \odot k_i) \tag{11}$$

정의 7 : EMFG에서 트랜지션들의 점화가능 상태를 표현한 벡터 F를 EMFG의 점화가능 벡터(Firable Vec-

tor)라 하고, 트랜지션들의 점화완료 가능 상태를 표현한 벡터 Y를 EMFG의 점화완료벡터(Firing Completion Vector)라 하며, 다음과 같이 정의한다.

$$F = (f_1, f_2, \dots, f_n) \tag{12}$$

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \tag{13}$$

여기서 n은 트랜지션의 수이고,  $f_j$ 는 트랜지션  $t_j$ 의 점화조건 만족 상태로서 점화조건이 만족되어 있으면 1, 그렇지 않으면 0이다. 그리고  $y_j$ 는 마킹시간이 경과한 후 트랜지션  $t_j$ 가 점화를 완료할 것인 지의 여부로서 점화완료 가능하면 1, 그렇지 않으면 0이다. ■

점화가능벡터와 점화완료벡터는 EMFG의 마크상태에 따라 달라진다. 그러므로 초기 점화가능벡터를  $F_1$ , 마킹시간이 한번 경과한 후의 점화가능벡터를  $F_2$ , i번 마킹시간이 경과한 후의 점화가능벡터를  $F_{i+1}$ 라 하고, 초기 점화완료벡터를  $Y_1$ , 마킹시간이 한번 경과한 후의 점화완료벡터를  $Y_2$ , i번 마킹시간이 경과한 후의 점화완료벡터를  $Y_{i+1}$ 라 정의할 수 있다.

일반 트랜지션의 경우, 점화조건이 만족되면 마킹시간이 경과된 후 즉시 점화 완료된다. 따라서 일반 트랜지션만을 가지는 EMFG에서는 항상 점화가능벡터와 점화완료벡터는 서로 동일하다.

그러나 시간 트랜지션의 경우, 점화조건이 만족되어도 트랜지션에 설정된 점화시간이 경과하지 않으면 점화를 완료하지 못한다. 또한 시간 트랜지션은 점화조건이 만족되어 점화 중이라도 다시 점화조건이 만족되지 않는다면 점화를 중지하게 된다. 따라서 시간 트랜지션이 포함된 EMFG의 점화가능벡터는 시간에 따라 변경될 수 있으며, 점화완료벡터와 다를 수 있다.

정리 3 : EMFG에서 마크벡터를 M, 점화조건행렬을 C라 할 때, 점화가능벡터 F는 다음과 같다.

$$F = M \square C \tag{14}$$

증명 : 정의 6과 정의 7 및 정리 2에 의하여 자명하다. ■

(그림 1)의 EMFG에서 마크벡터 M는 [0 1 1 1 0 0]이고, 점화조건행렬 C는 식 (8)과 같으므로 점화가능벡터 F는 식 (15)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 F &= M \square C \\
 &= [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1] \square \begin{bmatrix} 0 & x & x & x & x \\ 1 & 1 & x & x & 1 \\ x & 1 & x & x & x \\ x & x & 1 & 1 & 0 \\ x & x & 0 & x & x \\ x & x & x & x & x \end{bmatrix} \\
 &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0] \tag{15}
 \end{aligned}$$

식 (15)는 트랜지션 t1, t2, t3, t4 등이 점화 가능하고, t5는 점화 불가능함을 의미한다. 또한 (그림 1)의 EMFG는 시간 트랜지션을 포함하지 않으므로 점화가능벡터 F는 점화완료

벡터  $Y$ 가 된다.

점화완료벡터의 원소 중에서 1에 해당하는 트랜지션만이 점화하여 점화를 완료하게 되고, 0에 해당하는 트랜지션은 점화 중이거나 점화조건이 만족되지 않은 경우가 된다. 따라서 점화완료벡터는 경과완료비 벡터[19]에서 구할 수 있다.

정리 4 : EMFG에서 점화완료벡터  $Y$ 는 경과완료비 벡터  $X$ 에서 0인 원소를 1로, 0이 아닌 모든 원소를 0으로 대체하여 구할 수 있다.

증명 :  $X$ 의 각 원소는 트랜지션이 점화 완료할 때까지의 마킹시간비를 나타내므로 0인 경우는 점화가 완료됨을 나타내고, 그렇지 않은 경우는 점화조건이 만족되어 있지 않거나 더 많은 점화 완료시간이 남아 있음을 뜻한다. 따라서  $X$ 에서 0이 아닌 원소는 마킹시간이 한번 경과한 후에 점화를 완료하지 못하므로 0으로 대체하면  $Y$ 가 된다. ■

### 2.3 마킹상태 천이 방정식

EMFG에서 트랜지션들이 점화하여 박스들의 마크 상태 변화를 구하려면, 점화완료벡터가 구해진 상태에서 접속 행렬을 적용시켜야 할 것이다. 왜냐하면 트랜지션이 점화 완료하여야 관련 박스의 마크가 변할 수 있기 때문이다.

EMFG에서 현재 마크벡터와 박스들의 마크 상태 변화로서 박스들의 다음 마크 상태를 구할 수 있다. EMFG에서 항상 박스의 마크 수는 0이거나 1이어야 하므로, 박스의 마크수가 1인 경우에 다시 마크가 생성되어도 마크 수는 1이 되어야 하고, 박스에 마크수가 0인 경우에 마크를 소멸시켜도 마크 수는 0이 되어야 한다. 즉 박스의 현재 마크 상태와 마크 상태 변화로서 결정되는 박스의 다음 마크 상태는 마크수가 양이면 1이 되고 0 이하이면 0이 되어야 한다.

정의 8 : 함수  $L(x)$ 은  $x$ 가 0 이하인 경우에 0의 값을 가지고  $x$ 가 양수인 경우에 1의 값을 가지는 함수이며, 벡터나 행렬에  $L$  함수를 적용시키는 경우에는 벡터나 행렬을 구성하는 각 요소에  $L$  함수를 적용시키는 것을 의미한다. ■

함수  $L(x)$ 은 EMFG의 안전성을 위한 함수로 박스 내에 마크가 존재하거나 존재할 수 없도록 한다. 즉 양수일 경우에는 박스 내에 마크가 하나만 존재하도록 하고, 0이하인 경우에는 마크가 존재하지 않도록 한다.

EMFG에서 박스들의 마크 상태는 트랜지션들이 점화함으로써 인하여 변하게 된다. 따라서 박스들의 초기 마크 상태를 표현한 마크벡터를  $M_0$ , 마킹시간이 한번 경과한 후의 마크벡터를  $M_1$ , 마킹시간이  $k$ 번 경과한 후의 마크벡터를  $M_k$ 라 할 수 있다.

정리 5 : EMFG에서 현재 마크벡터를  $M_k$ , 마킹시간이 한번 경과한 후의 다음 마크벡터를  $M_{k+1}$ , 접속 행렬을  $T_b$ , 현재의 점화완료벡터를  $Y$ 라 할 때,  $M_{k+1}$ 는

식 (15)와 같이 구할 수 있으며, 식 (15)를 마킹상태 천이 방정식(Marking State Transition Equation)이라고 한다.

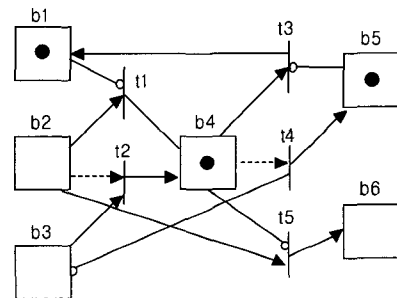
$$M_{k+1} = L(M_k + Y \cdot T_b^T) \tag{16}$$

증명 :  $Y$ 는 점화 완료 가능한 트랜지션들을 나타내고,  $T_b$ 는 정의 3에 의하여 트랜지션이 점화 완료했을 때의 박스의 마크 상태 변화를 나타내므로  $Y \cdot T_b^T$ 의 각 원소는 해당 박스의 마크 상태 변화를 나타낸다. 이 결과에 현재 마크벡터를 더하여 박스의 마크를 결정한 후 함수  $L(x)$ 을 이용하여 트랜지션이 점화한 후의 마크벡터를 구할 수 있다. 따라서 정리는 타당하다. ■

(그림 1)의 EMFG에서 현재 마크벡터  $M_k$ 는  $[0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$ 이고, 점화완료벡터  $Y$ 는 식 (15)이고, 접속 행렬  $T_b$ 는 식 (6)이므로 다음 마크벡터  $M_{k+1}$ 를 식 (16)의 마킹상태 천이 방정식을 사용하여 구하면 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned} M_{k+1} &= L([0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0] + [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0] \cdot \\ &\quad \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 5 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}) \\ &= L([0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0] + [5 \ -1 \ -2 \ 9 \ 5 \ 0]) \\ &= L([5 \ 0 \ -1 \ 10 \ 5 \ 0]) \\ &= [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0] \end{aligned} \tag{17}$$

식 (17)은 현재 마크벡터  $[0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$ 에서  $t_1, t_2, t_3, t_4$  등의 트랜지션이 점화하여 다음 마크벡터  $[1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]$ 으로 변하는 것을 보여준다. 즉 (그림 2)와 같은 EMFG가 된다.



(그림 2) (그림 1)의 EMFG에서 트랜지션들이 점화한 상태

### 2.4 EMFG의 동작 알고리즘

EMFG가 동작된다는 것은 이에 대응되는 시스템이 동작한다는 뜻이다. 즉 시간경과에 따라 박스들의 마크상태가 변화하는 것을 의미하고 시스템의 상태가 변화함을 의미한다. 이러한 마크의 상태변화를 기존에는 점화 가능한 트랜지션들을 검사하고 점화 완료되는 트랜지션들을 검사하여 마크상태를 변화시켰으므로 마크상태 변화를 수학적으로 판단하기가 곤



$$T_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 5 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$T_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 5 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

④ 점화조건행렬(C) :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & X & X & X & X & X & X & X \\ X & 0 & X & 1 & X & X & X & X & X & X \\ X & X & X & X & X & 1 & X & 1 & 0 & X \\ X & X & X & X & X & X & X & 0 & X & 1 \\ X & X & 0 & 0 & 1 & X & 1 & X & 0 & X \end{bmatrix}$$

⑤ 초기마크벡터(M<sub>0</sub>) :

$$M_0 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

단계 2(점화가능벡터 구함) :

$$F_1 = M_0 \square C = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

단계 3(초기완료비 벡터를 구함) :

$$V_1 = [1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

단계 4(현완료비 벡터 구함) :

$$W_1 = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

단계 5(경과완료비 벡터 구함) :

$$X_1 = [0 \ 0 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 0 \ -1]$$

단계 6(점화완료벡터 Y<sub>k</sub> 구하는 단계) : 정리 4에 따라 점화완료벡터를 구한다.

$$Y_1 = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

단계 7(박스들의 마킹평가) :

$$M_1 = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

단계 8 : 단계 2에서 단계 7의 과정을 반복한다.

정리 5의 알고리즘 단계 2에서 단계 7까지를 (그림 3)의 EMFG에 수행시킨 결과를 <표 3>에 나타내었다. <표 3>에서 보면, 어떤 트랜지션들이 점화되어 점화 완료되는지 시간에 따라 판단할 수 있으며, 각 박스들의 마크 수가 변화해 가는 모습을 쉽게 파악할 수 있으므로 EMFG의 동작을 쉽게 해석할 수 있다.

따라서 시스템을 모델링한 EMFG를 제안된 알고리즘에 따라 해석하게 되면 그 동작을 쉽게 분석할 수 있어 시스템의 동작해석 및 설계에 상당히 도움이 될 것이다. 이 예와 같이 EMFG를 이용하여 개념적으로 설계한 시스템을 수치 시뮬레이션을 이용하여 시스템의 상태변화를 쉽게 확인 가능하므로 이는 시스템의 설계 및 이상 감지 등에 이용될 수 있다.

<표 3> EMFG의 동작과정

점화시간	F	V	W
0		[1,1,2,2,3,3,1,1,1,1]	
1	[1,0,1,0,0,0,0,0,1,0]	[1,1,2,2,3,3,1,1,1,1]	[1,0,2,0,0,0,0,0,1,0]
2	[1,0,1,1,0,0,0,0,1,0]	[1,1,1,2,3,3,1,1,1,1]	[1,0,1,2,0,0,0,0,1,0]
3	[1,0,1,1,0,1,0,1,0,0]	[1,1,2,1,3,3,1,1,1,1]	[1,0,2,1,0,3,0,1,0,0]
4	[1,0,0,0,1,1,1,1,0,0]	[1,1,1,2,3,2,1,1,1,1]	[1,0,0,0,3,2,1,1,0,0]
5	[1,0,0,0,1,0,1,0,0,0]	[1,1,2,2,2,1,1,1,1,1]	[1,0,0,0,2,0,1,0,0,0]
6	[1,0,0,0,1,0,1,0,0,0]	[1,1,2,2,1,3,1,1,1,1]	[1,0,0,0,1,0,1,0,0,0]
7	[1,0,0,0,1,0,1,0,0,1]	[1,1,2,2,3,3,1,1,1,1]	[1,0,0,0,3,0,1,0,0,1]
8	[1,0,1,1,0,0,0,0,1,0]	[1,1,2,2,3,1,1,1,1,1]	[1,0,2,2,0,0,0,0,1,0]
점화시간	X	Y	M
0			[1,0,0,0,0]
1	[0,-1, 1,-1,-1,-1,-1, 0,-1]	[1,0,0,0,0,0,0,0,1,0]	[1,1,0,0,0]
2	[0,-1, 0, 1,-1,-1,-1,-1, 0,-1]	[1,0,1,0,0,0,0,0,1,0]	[1,1,1,0,0]
3	[0,-1, 1, 0,-1, 2,-1, 0,-1,-1]	[1,0,0,1,0,0,0,1,0,0]	[1,1,1,0,1]
4	[0,-1,-1,-1, 2, 1, 0, 0,-1,-1]	[1,0,0,0,0,0,1,1,0,0]	[1,1,0,0,1]
5	[0,-1,-1,-1, 1,-1, 0,-1,-1,-1]	[1,0,0,0,0,0,1,0,0,0]	[1,1,0,0,1]
6	[0,-1,-1,-1, 0,-1, 0,-1,-1,-1]	[1,0,0,0,1,0,1,0,0,0]	[1,1,0,1,1]
7	[0,-1,-1,-1, 2,-1, 0,-1,-1, 0]	[1,0,0,0,0,0,1,0,0,1]	[1,1,0,1,0]
8	[0,-1, 1, 1,-1,-1,-1,-1, 0,-1]	[1,0,0,0,0,0,0,0,1,0]	[1,1,0,0,0]

### 3. 결 론

EMFG는 시스템의 동시성이나 병렬성을 잘 표현할 수 있으며 동기 및 비동기 시스템에도 그 적용이 쉽다. 뿐만 아니라 시스템을 EMFG를 사용하여 설계하면 실제회로로 쉽게 변환될 수 있으므로 이산제어시스템 및 공장자동화의 제어회로 등을 모델링하고 설계할 때 강력한 도구로 사용될 수 있다. 하지만, 규모가 큰 시스템인 경우에 설계된 EMFG가 제대로 동작하는지 검사하는데 많은 시간을 필요로 할 수 있으며, 동작 결과를 설계에 반영하는데도 어려움이 있을 수 있다.

본 논문은 기존의 EMFG 동작해석 알고리즘의 단점과 ESPN의 단점을 보완하여, 마크 상태변화를 수학적으로 판단하고 계산할 수 있도록 EMFG의 입력행렬과 출력행렬 및 접속 행렬을 도입하였으며, 점화조건행렬과 점화가능벡터 및 점화완료벡터를 도입함으로써 트랜지션의 점화 동작을 명확하게 해석하였다. 그리고 박스의 마킹상태 변화를 계산할 수 있는 마킹상태 천이 방정식을 도출하였다. 개선된 동작 해석 알고리즘의 각 단계는 수학적 분석이 가능하므로 EMFG의 동작인 시스템의 동작을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 해석하고 분석할 수 있고, 시뮬레이션시 회소행렬인 접속행렬과 점화조건행렬을 사용하므로 시뮬레이션시간을 단축시킬 수 있다.

또한 본 연구에서는 조건아크를 도입한 EMFG의 동작을 수학적으로 해석하여 시스템의 동작을 쉽게 분석할 수 있도록 하였고, 이를 정회전과 역회전을 반복 실행하는 시스템에 적용하여 알고리즘이 올바르게 동작되는 것을 확인하였다.

따라서 시스템을 개선된 EMFG로 설계하였을 때, 이를 제안된 알고리즘에 따라 해석하게 되면 규모가 큰 시스템의 경우에도 시스템의 동작을 쉽게 분석할 수 있으므로 설계에 재반영하거나 시스템의 성능향상에 도움을 줄 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

[1] Tadao Murata, "Petri Nets : Properties, Analysis and Applications," Proceedings of the IEEE, Vol.77, No.4, pp.541-580, 1989

[2] C. S. Hwang and J. M. Lee, "Analysis of Matrix Equation Based on Petri Net for Discrete System Control," Proceedings of the 29th SICE Annual Conference International Session, pp.639-696, July, 1990.

[3] Said Laftit, Jean-Parie Proth, "Optimization of Invariant Criteria for Event Graphs," IEEE Trans on Automatic Control, Vol.37, No.5, pp.547-555, May, 1992.

[4] Rene David and Hassane Alla, "Petri Nets for Modeling of Dynamic Systems a Servery," Automatica, Vol.30, No.2, pp.175-202, 1994.

[5] M. C. Zhou, "Petri nets in flexible and agile automation," Kluwer Academic Publishers, 1995.

[6] Herbert L. Petri, "Motivation : Theory, Research, & Applications," Brooks/Cole Pub Co., December, 1996.

[7] Richard Johnsonbaugh, "Discrete Mathematics," Prentice Hall, July, 2000.

[8] Tommy W. S. Chow, Jin-Yan Li, "Highter-order Petri net models based on artificial neural networks," Artificial Intelligence 92, pp.289-300, 1997.

[9] Li-Chih Wang, Shao-Ying Wu, "Modeling With Colored Timed Object-Oriented Petri Nets for Automated Manufacturing Systems," Computers ind. Engng, Vol.34, No.2, pp.463-480, 1998.

[10] Wen-Tsung Chang, Chien-Chao Tseng, Wen-Kuang Chou, "Petri net-based analysis on object assignment in distributed object-oriented systems," Journal of Systems Architecture 44, pp.955-970, 1998.

[11] Nasreddine Aoumeur, Gunter Saake, "A component-based Petri net model for specifying and validating cooperative information systems," Data & Knowledge Engineering 42, pp.143-187, 2002.

[12] 여정모, "마크흐름선도의 확장", 부산대학교 대학원 석사학위논문, Feb., 1982.

[13] 여정모, 황창선, "확장된 마크흐름선도와 시퀀셜 제어 시스템에 의 응용", 부산대학교 공과대학 연구보고, Vol.25, pp.209-219, June, 1983.

[14] 이재만, "Extended Safe Petri Net에 의한 비연속 시스템의 모델링 및 제어에 관한 연구", 부산대학교 대학원 석사학위논문, Feb., 1992.

[15] 이재만, "확장된 세이프 페트리 넷을 이용한 이산시스템의 해석과 설계에 관한 연구", 부산대학교 대학원 박사학위논문, Feb., 1995.

[16] 여정모, "EMFG 회로의 간략화에 관한 연구", 부산개방대학 연구보고, Vol.29, pp.741-760, Dec., 1987.

[17] 여정모, "이산 시스템의 설계와 해석을 위한 확장된 마크흐름

선도의 재정의와 회로변환", 멀티미디어학회논문지, Vol.1, No.2, pp.224-238, Dec., 1998.

[18] 여정모, 하재복, "확장된 마크흐름선도의 재구성회 회로변환", 한국멀티미디어학회, 1998년도 춘계학술발표논문집, pp.423-431, June, 1998.

[19] 여정모, "이산제어시스템 설계를 위한 확장된 마크흐름선도의 동작해석", 정보처리논문지, Vol.5, No.7, pp.1896-1907, July, 1998.

[20] 여정모, "확장된 마크흐름선도의 성질 및 간소화 알고리즘", 부경대학교 논문집, Vol.5, No.2, pp.17-28, Dec., 1998.

[21] 김희정, 허후숙, 정안나, 여정모, "집속 행렬을 이용한 EMFG의 수학적 해석", 멀티미디어공학회, 2001년 추계학술발표논문집,

[23] 백형구, 허후숙, 정명희, 여정모, "조건아크를 이용한 릴레이 회로의 EMFG 변환", 멀티미디어공학회, 2001년 추계학술발표 논문집, pp.821-826, Nov., 2001.

[24] 백형구, "릴레이 회로의 개선된 EMFG 변환", 부경대학교 대학원 석사학위논문, Jen., 2002.

[25] 백형구, 김희정, 여정모, "릴레이 회로의 EMFG 표현에 관한 연구", 부경대학교논문집, Vol.6, pp.335-345, Dec., 2001.



김 희 정

e-mail : heejung\_99@hanmail.net  
 1999년 동의대학교 컴퓨터공학과 졸업 (학사)  
 2000년~현재 부경대학교 교육대학원 전산 교육전공(교육학석사)  
 관심분야 : 마이크로프로세서, 전자상거래



여 정 모

e-mail : yeo@pknu.ac.kr  
 1980년 동아대학교 전자공학과 졸업 (공학사)  
 1982년 부산대학교 대학원 전자공학과 졸업 (공학석사)  
 1993년 울산대학교 대학원 전자및전산기공학과(공학박사)  
 1986년~현재 부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부 교수  
 관심분야 : 전자상거래, 데이터베이스



서 경 동

e-mail : krseo@pknu.ac.kr  
 1983년 부산대학교 전기기계공학과 졸업 (학사)  
 1990년 한국과학기술원 전기및전자공학과 (공학석사)  
 1995년 한국과학기술원 전기및전자공학과 (공학박사)  
 1991년~현재 부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부 부교수  
 관심분야 : 분산시스템, 컴퓨터 네트워크, 시스템 성능평가