

# 웨이블렛 변환을 이용한 질량선 및 강체특성의 규명

## Identification of Mass-lines and Rigid Body Properties Using Wavelet Transform

안 세 진\* · 정 의 봉† · 황 대 선\*\*

Se Jin Ahn, Weui Bong Jeong and Dae Sun Hwang

(2002년 6월 7일 접수 ; 2002년 8월 21일 심사완료)

**Key Words** : Rigid Body Properties(강체특성), Mass Line(질량선), Wavelet Transform(웨이블렛 변환), Frequency Response Function(주파수응답함수), Gabor Wavelet Function(가보 웨이브렛 함수)

### ABSTRACT

The rigid body properties of a structure may be estimated easily if the mass-line of the structure could be taken exactly. However, the exact mass-line may be hard to be obtained exactly in experiments. The mass line value can be read from the mass line in frequency response function. However, the mass lines in the frequency response function sometimes show the fluctuation with frequency, and it cannot be read correctly. In this paper, the wavelet transform is applied to obtain the good mass line value. The mass line calculated by using wavelet transform has unique value and showed in the range of fluctuated values of frequency response function. The rigid body properties obtained by wavelet transform also showed better results than those by fourier transform.

### 1. 서 론

구조물의 강체특성인 질량, 질량중심, 관성모멘트는 운동역학에서 뿐만 아니라 구조물의 진동 저감을 위해 중요한 인자들이기 때문에 여러 가지 방법으로 강체특성을 구하기 위한 시도가 이루어지고 있다. 그 중에서 힘에 대한 가속도의 주파수응답함수가 높은 주파수영역에서 일정한 값을 갖는다는 질량선(mass line)이론을 이용하는 방법이 일반화되어 있다. 특히 충격 햄머 실험으로 구한 주파수응답함수(FRF)의 질량선을 이용하여 강체특성을 구하는 방법은 이미 소개한바 있다.<sup>(1)</sup> 그런데 실험으로 구한 주파수응답함수의 질량선 값이 주파수에 따라 변동하기 때문에 일관

된 값을 취하기가 어렵다. 더구나 강체가 탄성지지되어 있는 경우의 주파수응답함수는 강체모드의 영향 때문에 질량선 값을 결정하기가 더욱 어려워진다.

본 연구에서는 강체에 충격 햄머로 가진하면, 가속도 응답신호 속에는 가진된 충격 신호와 구조물의 진동 특성에 의한 정현파 신호가 혼재해 있다는 것에 착안하여, 가속도와 응답 신호 속에 포함되어 있는 충격 신호를 분리하는 방법으로 웨이블렛 변환을 이용하였다. 웨이블렛에 의해 분리된 가속도 응답 속의 충격 신호와 가진력의 충격 신호의 비를 이용하여 질량선 값을 구하였다.

### 2. 연속 웨이블렛 변환

연속 웨이블렛 변환은 식 (1)과 같다.

$$WT_a(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t) \phi_{u,s}(t) dt \quad (1)$$
$$\phi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \phi\left(\frac{t-u}{s}\right)$$

† 책임저자, 정회원, 부산대학교 기계공학부

E-mail : wbjeong@pusan.ac.kr

Tel : (051)510-2337, Fax : (051) 517-3805

\* 정회원, 부산대학교 대학원 기계설계학과

\*\* 부산대학교 대학원 기계설계학과

여기서  $a(t)$ 는 충격 가진력에 의한 가속도 응답의 시간신호이고,  $\psi(t)$ 는 웨이블릿 변환에 이용되는 기초 함수이다. 또  $s$ 는 스케일 인자(scale factor)이고  $u$ 는 시간 이동(time translation)을 나타낸다.

본 논문에서  $\psi(t)$ 는 식 (2)와 같이 가보 함수(gabor function)를 사용하였다.

$$\psi(t) = e^{i\eta t} \frac{1}{(\sigma^2\pi)^{1/4}} e^{-t^2/2\sigma^2} \quad (2)$$

여기서  $\sigma$ 와  $\eta$ 는 가보 웨이블릿 함수의 형상을 결정하는 변수이고, 분석하고자 하는 신호에 따라 적절한 값으로 선택하여야 한다. 스케일 인자  $s$ 는 주파수  $\omega$ 와  $s = \eta/\omega$ 인 관계가 있다.

### 3. 질량선 값의 추출

#### 3.1 푸리에 변환을 이용하는 방법

충격 신호와 가속도 응답 신호에 대한 주파수 응답 함수(FRF)는 식 (3)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A[\omega] &= \int_{-\infty}^{+\infty} a(t)e^{-i\omega t} dt \\ F[\omega] &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \\ F.R.F. &= \frac{A[\omega]}{F[\omega]} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $f(t)$ 는 충격 신호이고  $a(t)$ 는 가속도 응답 신호이다.

강체를 자유 경계 상태에서 충격 가진하면 주파수에 관계없이 일정한 값을 가지는 주파수 응답 함수를 얻을 수 있는데 이 값이 질량선 값이 된다. 하지만 실제 실험에서는 실험상에 발생하는 각종 오차와 경계 상태가 분명하지 않음으로 질량선 값이 일정하지 않고 주파수에 따라 변동하기도 한다.

#### 3.2 웨이블릿을 이용하는 방법

자유상태의 강체(Fig. 5)를 충격 햄머 실험하여 가진력과 가속도 응답을 획득하여 각각을 웨이블릿 변환하면 가진력은 Fig. 1과 같이 되고, 가속도 응답은 Fig. 2와 같이 된다. 또 강체를 탄성 지지한 경우(Fig. 6)에 대해서는 가진력의 웨이블릿 변환은 자유상태의 것과 동일하고, 가속도 응답의 웨이블릿 변환은 Fig. 3과 같이 된다. 웨이블릿 변환에 의한 질량선은 식 (4)으로 구하였다.

$$\text{질량선} = \frac{WT_a(t_0, \eta/\omega)}{WT_f(t_0, \eta/\omega)} \quad (4)$$

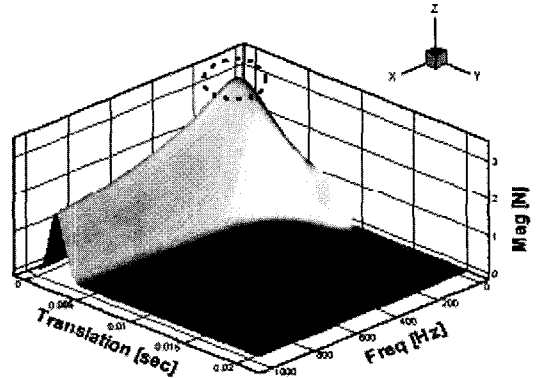


Fig. 1 The wavelet transformation of impulse excitation force signal

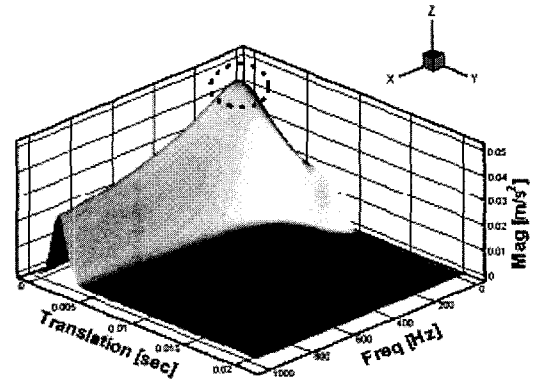


Fig. 2 The wavelet transformation of acceleration signal for impulse excitation in case of the pending model

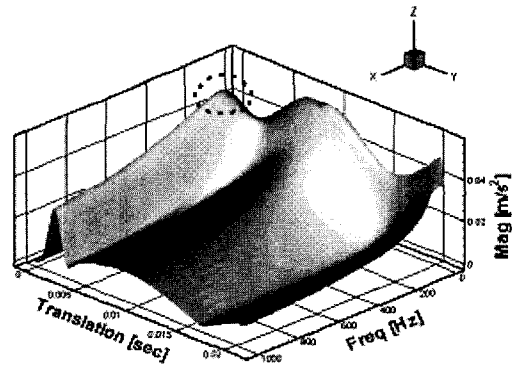


Fig. 3 The wavelet transformation of acceleration signal for impulse excitation in case of the mounting model

여기서  $t_0$ 는 충격 가진 신호가 최대가 되는 시간이다. 또한 식 (4)으로 구한 질량선이 스케일 팩터에 따라 변할 경우 충격 신호의 웨이블렛 변환에서 최대 정점이 되는 주파수를 채택하여 식 (4)에 대입하면 합리적이고 유일한 질량선 값을 얻을 수 있다.

#### 4. 실험

##### 4.1 실험 대상

본 연구에서는 두께 15mm인 속이 비어있는 Fig. 4와 같은 steel재질의 box형 강체모델을 Fig. 5와 같이 길고 유연한 줄에 매단 경우와 Fig. 6과 같이 고무 마운트로 탄성 지지한 경우에 대해서 질량선 값을 구하기 위한 충격 햄머 실험을 실시하였다. Fig. 4에서 ①, ②, ③은 충격 가진점이고, A, B, C는 가속도 응답 위치이다. 각각의 응답점에 대해서 3축가속도계를 이용하여 3방향 가속도를 동시에 측정하였다.

##### 4.2 충격 가진력과 가속도 응답의 시간신호

Fig. 7과 Fig. 8은 가진점 ①의 충격 가진력과 그에 대한 응답점 A의 가속도 응답에 대한 시간 응답을

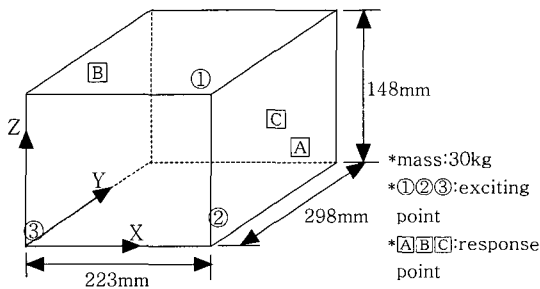


Fig. 4 Simple box model for experiment

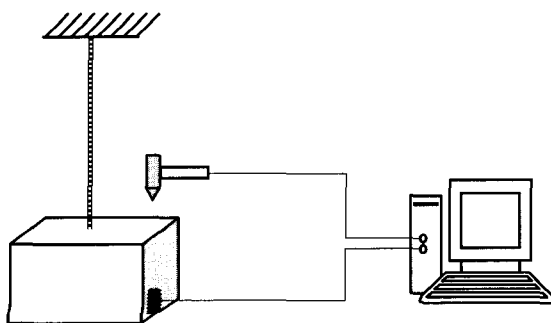


Fig. 5 The pending model

나타낸 것이다. 강체를 매달고 고무 톱이 장착된 충격 햄머로 가진하면 Fig. 7과 같은 가진력과 가속도 응답 신호가 발생한다. 또 탄성지지 된 강체에 대해서 충격 가진하였을 때는 Fig. 8과 같은 가진력과 가

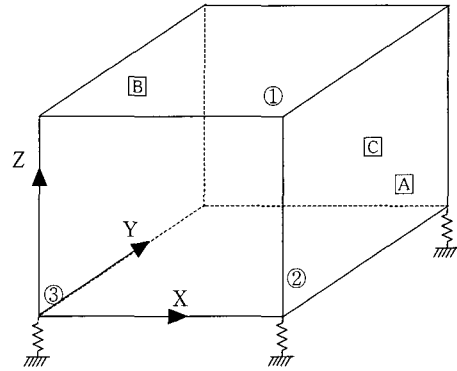


Fig. 6 The mounting model

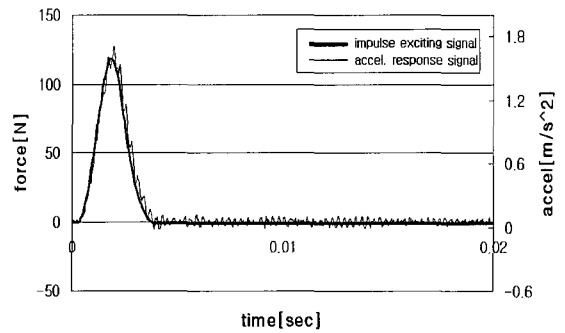


Fig. 7 Time signal of impulse excitation force and response of acceleration in case of the pending model (①:exciting force, A:accel. response)

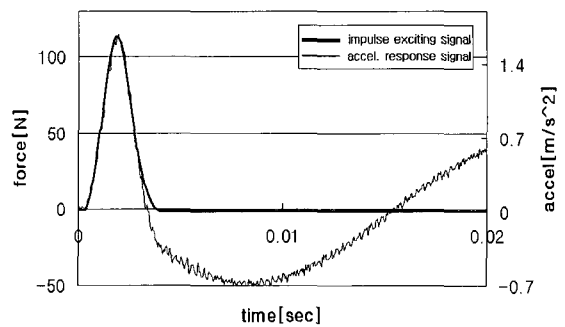


Fig. 8 Time signal of impulse excitation force and response of acceleration in case of the mounting model (①:exciting force, A:accel. response)

속도 응답이 구해진다. Fig. 8의 가속도 신호가 탄성 지지에 의한 강체모드의 영향으로 진동하는 것을 알 수 있다.

#### 4.3 FRF에 의한 질량선과 웨이블릿으로 구한 질량선 값 비교

강체를 매단 경우와 탄성 지지한 경우에 대해서 주파수응답함수를 구하면, Fig. 9, Fig. 10과 같이 질량선을 쉽게 읽을 수 있는 것도 있지만 Fig. 11, Fig. 12와 같이 질량선이 주파수에 따라 크게 변하기 때문에 질량선 값을 결정하기 어려운 경우도 있다. 웨이블릿의 경우, 가보 웨이블릿 함수의 형상을 결정하는  $\sigma$ 와  $\eta$ 와 의 곱인 형상지수  $G_s$ 를 10으로 했을 때 충격 신호의 웨이블릿 변환값이 최대가 되는 시간에 대해 뽑아낸 것이 Fig. 13이고, 같은 시간에서 가속도 신호의 웨이블릿 변환에 대한 것이 Fig. 14이다. 여기서 Fig. 13의 최대값이 되는 주파수에서의 값과 같은 주파수에서 Fig. 14의 값의 비를 질량선 값으로 정하였다. 이렇게 하면 주파수응답함수에서 생길 수 있는

질량선 값이 변동하는 단점을 해결할 수 있게 된다.

또한 주파수응답함수인 Fig. 11과 Fig. 12에 사용된 응답점과 동일한 시간 신호에 대해 형상지수  $G_s$ 를 달리 하여 웨이블릿 변환을 이용하여 구해지는 질량선 값을 Fig. 15와 Fig. 16에 나타내었다. 푸리에 변환에 의한 주파수응답함수인 Fig. 11과 Fig. 12에서는 주파수에 따라 질량선 값이 변동하였으나, 웨이블릿

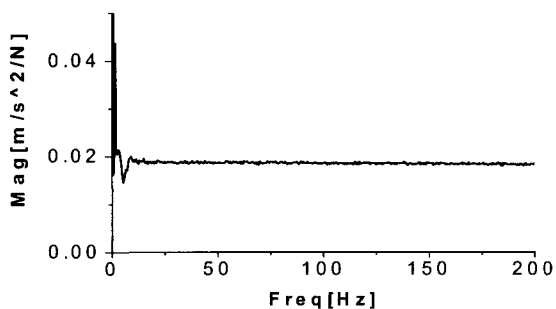


Fig. 9 A frequency response function with legible mass line in case of the pending model

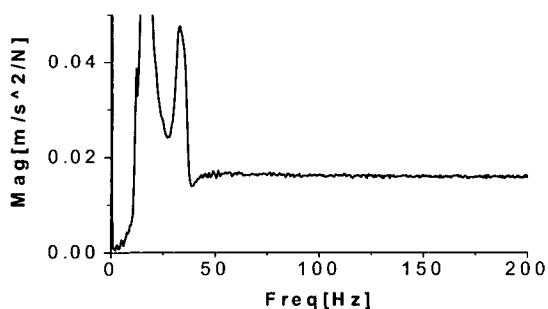


Fig. 10 A frequency response function with legible mass line in case of the mounting model

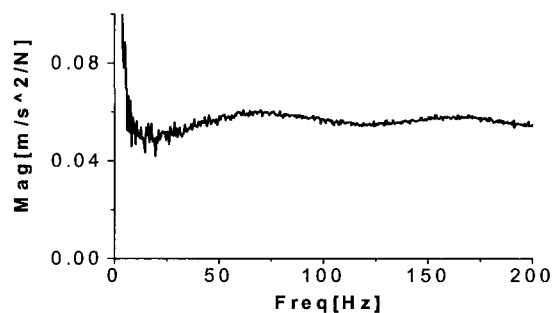


Fig. 11 A frequency response function with illegible mass line in case of the pending model

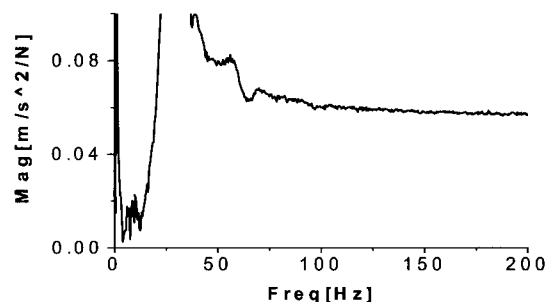


Fig. 12 A frequency response function with illegible mass line in case of the mounting model

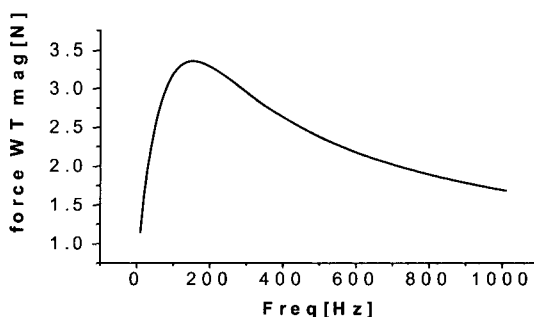


Fig. 13 The line of the wavelet transform for impulse excitation at the time when impulse excitation is maximum

변환으로 구한 질량선 값은  $G_s$  값에 상관없이 일정한 값을 가짐을 알 수 있다.

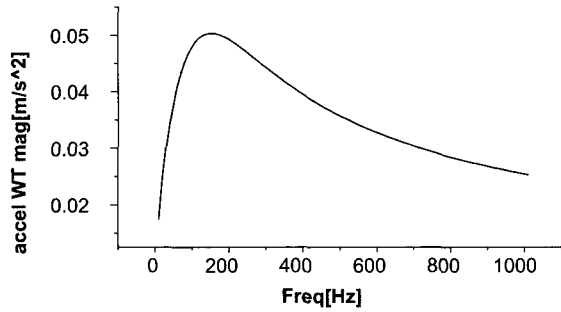


Fig. 14 The line of the wavelet transform for acceleration response at the time when impulse excitation is maximum

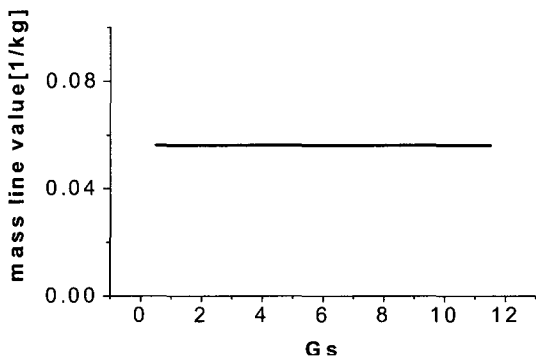


Fig. 15 The variation of mass line values regarding to the shape factor of Gabor wavelet transform function in case of the pending model

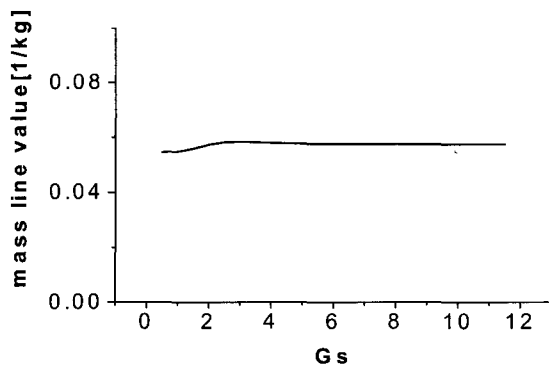


Fig. 16 The variation of mass line values regarding to the shape factor of Gabor wavelet transform function in case of the mounting model

3개의 가진점, 3개의 응답점에 대한 3방향 가속도 응답의 27점에 대한 주파수응답함수에 의한 질량선 값이 주파수에 따라 변동하는 범위와 웨이블릿 변환으로 구한 질량선 값을 나타낸 것이 Fig. 17과 Fig. 18이다. 여기서 Fig. 17은 길고 유연한 줄에 매달고 실험한 경우이다. 웨이블릿 변환에 의한 질량선 값이 주파수응답함수로 구한 질량선 값의 중간 값 정도가 됨을 알 수 있다. 하지만 강체를 탄성 지지하여 실험하여 구한 Fig. 18의 경우는 강체모드의 영향으로 주파수응답함수의 질량선 값이 큰 값 쪽으로 치우쳐 있음을 알 수 있다.

#### 4.4 강체특성 추정 결과

웨이블릿 변환에 의해 결정된 질량선 값을 이용하여 강체특성을 구한 경우와 주파수응답함수에서 주파수를 달리 하면서 강체특성을 구한 경우에 대해서 Table 1과 Table 2에서 비교한다. 질량선을 이용한 강체특성 규명법은 참고문헌<sup>(1)</sup>을 이용하였다. 강체특

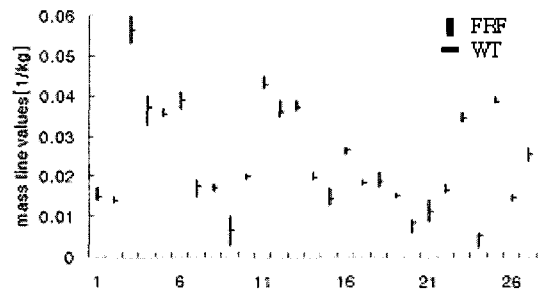


Fig. 17 The variation of mass line values of F.R.F. and a value of mass line at the wavelet transform in case of the pending model

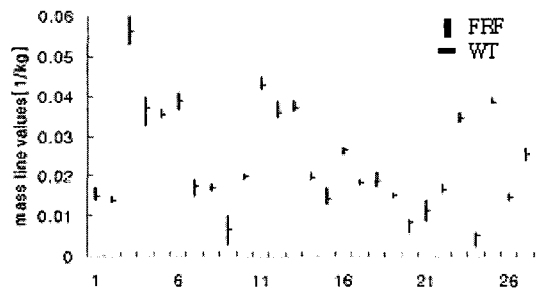


Fig. 18 The variation of mass line values of F.R.F. and a value of mass line at the wavelet transform in case of the mounting model

성 중에서 오차에 민감한 회전관성 모멘트의 값을 Table에 표시하였다. 또 Table에서 이론치는 강체모델을 시뮬레이션 하여 얻은 값이다. Table 1은 길고 유연한 줄에 매달고 실험한 결과이고, Table 2는 탄성 지지하여 실험한 경우의 결과이다. 웨이블릿 변환으로 구한 강체특성은 실험 모델에 상관없이 대체적으로 일정한 값을 가지는 반면에 주파수응답함수로 구한 것은 주파수에 따라 많이 변동함을 알 수 있다.

**Table 1** comparison of rigid parameters calculated by FRF and WT in case of the pending model

(kg · m<sup>2</sup>)

	IGx	Error (%)	IGy	Error (%)	IGz	Error (%)	
Exact value	0.3819	0.0	0.2637	0.0	0.4702	0.0	
WT	0.4103	6.9	0.2482	-6.3	0.4888	3.8	
FRF	60Hz	0.3993	4.3	0.2366	-11.4	0.4849	3.0
	80Hz	0.4060	5.9	0.2357	-11.9	0.4818	2.4
	100Hz	0.4019	5.0	0.2436	-8.3	0.4856	3.2
	120Hz	0.4100	6.9	0.2562	-2.9	0.4832	2.7
	140Hz	0.4080	6.4	0.2521	-4.6	0.4867	3.4
	160Hz	0.4079	6.4	0.2409	-9.5	0.4861	3.3

**Table 2** comparison of rigid parameters calculated by FRF and WT in case of the mounting model

(kg · m<sup>2</sup>)

	IGx	Error (%)	IGy	Error (%)	IGz	Error (%)	
Exact value	0.3819	0.0	0.2637	0.0	0.4702	0.0	
WT	0.3829	0.3	0.2303	-14.5	0.4865	3.4	
FRF	60Hz	0.2551	-49.7	0.1764	-49.5	0.4512	-4.2
	80Hz	0.3289	-16.1	0.1962	-34.4	0.4642	-1.3
	100Hz	0.3479	-9.8	0.2120	-24.4	0.4743	0.9
	120Hz	0.3717	-2.8	0.2193	-20.3	0.4780	1.6
	140Hz	0.3660	-4.3	0.2205	-19.6	0.4799	2.0
	160Hz	0.3767	-1.4	0.2267	-16.3	0.4838	2.8

## 5. 결 론

(1) 웨이블릿 변환이 푸리에 변환보다 과도 신호를 잘 표현할 수 있다는 것을 이용하여 충격 실험에 의한 충격력과 가속도 응답 신호로부터 질량선을 구하기 위해서 웨이블릿 변환을 도입하였다.

(2) 푸리에 변환으로 질량선을 구하는 경우 자유상태일 때 보다 마운트 지지한 경우가 주파수에 따른 질량선의 변동이 심하여 정확한 질량선 값을 읽기가 곤란하였다.

(3) 주파수응답함수로 구한 질량선 값은 주파수에 따라 변동하여 유일한 값을 읽기가 어려웠지만, 웨이블릿 변환에 의한 질량선 값은 유일한 값이 되었다.

(4) 웨이블릿 변환을 이용하여 구한 질량선 값은 푸리에 변환에서 나타나는 질량선 변동의 범위 안에 있는 유일한 값이 되었다.

(5) 웨이블릿 변환을 이용하여 추출한 강체특성은 푸리에 변환을 이용하여 구한 강체특성보다 오차가 적음을 알 수 있었다.

## 참 고 문 헌

- (1) 안세진, 정의봉, 황대선, 2001, "자유경계 조건에서의 질량선에 의한 강체특성 규명", 한국소음진동 공학회, 추계학술대회논문집. pp. 745~749.
- (2) Mallat, S., 1998 : A Wavelet Tour Of Signal Processing, Academic Press, USA.
- (3) Chan, Y. T., 1996 : Wavelet Basics, kluwer academic publishers, Royal Military College of Canada.
- (4) 김윤영, 김웅훈, 2000, "웨이블릿을 이용한 보의 결함진단", 대한기계학회논문집, 제 24 권 제 2 호, pp. 518~525.