

충격햄머 실험에 의한 1자유도 주파수응답함수의 오차와 해결방법

The Errors and Reducing Method in 1-dof Frequency Response Function from Impact Hammer Testing

안 세 진* · 정 의 봉†

Se Jin Ahn and Weui Bong Jeong

(2002년 4월 30일 접수 : 2002년 8월 5일 심사완료)

Key Words : Impact Hammer Test(충격햄머시험), Impulse Response Function(충격응답함수), Frequency Response Function(주파수응답함수), Fourier Transform(푸리에변환), Discrete Signal(이산신호), Record Length(신호획득시간), Leakage Error(누설오차), Finite Record Length Error(유한획득시간오차)

ABSTRACT

The spectrum of impulse response signal from an impulse hammer testing is widely used to obtain frequency response function(FRF). However the FRFs obtained from impact hammer testing have not only leakage errors but also finite record length errors when the record length for the signal processing is not sufficiently long. The errors cannot be removed with the conventional signal analyzer which treats the signals as if they are always steady and periodic. Since the response signals generated by the impact hammer are transient and have damping, they are undoubtedly non-periodic. It is inevitable that the signals be acquired for limited recording time, which causes the errors. This paper makes clear the relation between the errors of FRF and the length of recording time. A new method is suggested to reduce the errors of FRF in this paper. Several numerical examples for 1-dof model are carried out to show the property of the errors and the validity of the proposed method.

1. 서 론

충격햄머 실험은 장치가 비교적 간단하면서도 실용적인 결과를 얻을 수 있기 때문에 구조물의 동특성 파악을 위해 많이 이용되고 있다. 그런데 시간의 경과에 따라 감쇠하는 비주기적인 충격응답신호를 정상적이고 주기적인 신호와 동일한 방법으로 신호 처리하여 구한 주파수응답함수에는 몇 가지 오차가 필연적으로 존재하게 된다. 주기적인 정상상태 신호를 디

지털 신호처리 할 때 발생하는 누설오차 등에 의해 스펙트럼이 왜곡되는 현상과 이에 대한 대책에 관한 연구가 있었고,⁽¹⁾ 누설오차를 줄이기 위해 각종 창함수(window function)를 사용하면서 발생하는 위상 왜곡에 대한 연구도 있었다.⁽²⁾ 또 스펙트럼으로부터 누설오차를 창함수 없이 근본적인 방법으로 해결한 연구도 있었다.⁽³⁾ 그러나 이와 같은 연구들은 정상적인 주기함수에 대한 연구이거나 누설오차만의 개선에 관한 연구이고 충격햄머 실험과 같은 과도응답에 대한 연구는 지금까지 이루어 지고 있지 않다.

본 논문에서는 충격햄머 실험으로 구한 주파수응답함수에는 누설오차 뿐 만 아니라 신호획득시간에 의존적인 오차가 존재함을 보이고, 이로 인해 주파수응답함수가 왜곡되는 특성을 분석하였다. 그리고 기존의

† 책임저자, 정회원, 부산대학교 기계공학부
E-mail : wbjeong@pusan.ac.kr
Tel. : (051) 510-2337, Fax : (051) 517-3805
* 정회원, 부산대학교 대학원 기계설계공학과

신호처리 방법에서는 필연적으로 포함된 이러한 오차들이 제거된 주파수응답함수를 구하는 과정을 제시한다.

2. 유한획득시간 오차

2.1 이론적 배경

Fig. 1과 같이 점성감쇠계를 가지는 1자유도진동계의 운동방정식은

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1)$$

과 같다. 식 (1)에서 우변의 가진력을 충격하중으로 취급하면 Dirac delta 함수를 이용하여

$$f(t) = F_0 \delta(t) \quad (2)$$

와 같이 표현할 수 있으므로 식 (1)의 변위응답은

$$x(t) = F_0 h(t) = F_0 \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{m\omega_d} \sin\omega_d t, \quad t \geq 0 \quad (3)$$

와 같다. 여기서 $h(t)$ 는 단위충격응답함수이다.⁽⁴⁾ 주파수응답함수(FRF)를 구하기 위하여 식 (2)의 신호를 T_{RL} 초 동안 신호를 획득하였다고 가정하고 푸리에 변환(Fourier Transform, FT)⁽⁵⁾하면

$$\begin{aligned} F(j\omega)|_{T_{RL} > 0} &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= F_0 \int_0^{T_{RL}} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = F_0 \end{aligned} \quad (4)$$

와 같이 되어 신호획득시간 T_{RL} 과 관계없이 일정한 값을 가짐을 알 수 있다. 동일한 신호획득시간 T_{RL} 에 대하여 식 (3)을 푸리에 변환하면

$$\begin{aligned} X(j\omega)|_{T_{RL} > 0} &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= F_0 \int_0^{T_{RL}} \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{m\omega_d} \sin\omega_d t e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{F_0}{k - \omega^2 m + j\omega c} [1 - E(j\omega)|_{T_{RL}}] \end{aligned} \quad (5)$$

단,

$$\begin{aligned} E(j\omega)|_{T_{RL}} &= e^{(-\zeta\omega_n - j\omega)T_{RL}} \left\{ \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d T_{RL} \right. \\ &\quad \left. + \cos\omega_d T_{RL} + j\frac{\omega}{\omega_d} \sin\omega_d T_{RL} \right\} \end{aligned} \quad (5a)$$

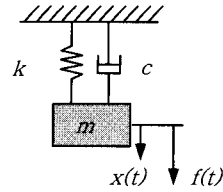


Fig. 1 Damped 1-DOF model

가 된다. 여기서 $E(j\omega)|_{T_{RL}}$ 는 유한한 신호획득시간에 의해 발생하는 주파수응답함수의 오차를 나타낸다. 신호획득시간 T_{RL} 를 무한히 크게 하면 $\lim_{T_{RL} \rightarrow \infty} E(j\omega)|_{T_{RL}} = 0$ 이 되므로 충격응답으로 구한 주파수응답함수는

$$H(\omega) = \lim_{T_{RL} \rightarrow \infty} \frac{X(\omega)|_{T_{RL}}}{F(\omega)|_{T_{RL}}} = \frac{1}{k - \omega^2 m + j\omega c} \quad (6)$$

이 되어 감쇠 1자유도 주파수응답함수의 이론식과 일치함을 알 수 있다

2.2 이산 신호에 대한 적용

앞 절에서 충격신호에 대한 응답신호의 신호획득시간 T_{RL} 에 따라 주파수응답함수가 달라짐을 보였다. 본 절에서는 충격햄머 실험 시 얻을 수 있는 충격신호와 응답신호를 이산화하여 주파수응답 스펙트럼을 구하는 과정을 소개한다.

충격햄머에 의한 가진력 신호를 다음과 같이 half-sine함수로 가정한다.

$$f(t) = \begin{cases} F_0 \sin \frac{\pi}{t_0} t, & \text{if } 0 \leq t \leq t_0 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (7)$$

여기서 t_0 가 충분히 작으면 충격신호로 근사화 될 수 있으며 이에 대한 충격응답 신호는 식(3)을 간단히 표현한 다음식

$$x(t) = A e^{-\sigma t} \sin \omega t, \quad \text{단 } t \geq 0 \quad (8)$$

으로 표현되어 진다. 식 (7)의 충격신호를 신호획득시간 T_{RL} 초 동안 Δt 초 간격으로 $N(T_{RL}/\Delta t)$ 개의 데이터로 이산화하여 푸리에 변환하면

$$\begin{aligned} F(k\Delta f) &= \Delta t \sum_{i=0}^{N-1} f(i\Delta t) e^{-j2\pi(k\Delta f)i\Delta t} \\ &= \Delta t F_0 \sum_{i=0}^{N-1} \sin \left\{ \frac{\pi}{t_0} i\Delta t \right\} e^{-\frac{j2\pi k i \Delta t}{N}} \end{aligned} \quad (9)$$

가 된다. 여기서 N_0 는 $t_0/\Delta t$ 에 가까운 정수이다. 식 (9)에서 신호획득시간 T_{RL} 은 당연히 t_0 보다 크므로 샘플링 시간 Δt 가 결정되면 신호획득시간 T_{RL} 에 무관하게 되어 식 (4)에서와 같이 충격신호가 주파수 영역에서 물리적인 의미를 유지할 수 있게 된다. 같은 방법으로 식 (8)에 주어진 응답신호를 이산화하고 푸리에 변환하면

$$X(k\Delta f) = \Delta t A \sum_{i=0}^{N-1} e^{-\alpha i \Delta t} \sin[\omega(i\Delta t)] e^{-\frac{j2\pi k i}{N}} \quad (10)$$

이 된다. 식 (10)은 샘플링 시간 Δt 가 주어졌을 때 응답신호 $x(t)$ 가 충분히 소멸할 만큼 신호획득시간 T_{RL} 을 크게 하면 참값에 수렴하지만 신호획득시간이 작은 경우에는 응답신호 $x(t)$ 가 소멸하지 않은 만큼 오차를 갖게 된다.

2.3 유한획득시간 오차

실제 충격해머 실험에서는 여러 가지 요인으로 인해 신호획득시간을 제한하지 않을 수 없기 때문에 식 (10)에서 오차가 발생하게 된다. 이 오차를 본 논문에서는 유한획득시간 오차라 명명한다. 신호획득시간 T_{RL} 변화에 따른 유한획득시간 오차량의 경향을 알아 보기 위해 식 (7)과 식 (8)에 $F_0=10^3$, $t_0=10^{-3}$, $A=10^3$, $\sigma=5$, $\omega=2\pi \times 100$, $\Delta t=10^{-4}$ 의 값들을 각각 대입하였다. 이때의 충격신호와 응답신호를 Fig. 2와 Fig. 3에 나타내었고, 신호획득시간 T_{RL} 을 변화시키면서 구한 스펙트럼을 Fig. 4와 Fig. 5에 나타내었다. 충격신호의 경우는 Fig. 4에서 볼 수 있듯이 샘플링 시간 Δt 가 결정되고 나면 신호획득시간 T_{RL} 은 주파수 분해능에 영향을 주지만 스펙트럼의 값을 변화 시키지는 않음을 알 수 있다. 하지만 충격응답신호에 대한 스펙트럼의 경우는 Fig. 5에서 보듯이 신호획득시간 T_{RL} 에 따라 달라짐을 알 수 있다. 특히 신호획득시간이 작으면 스펙트럼의 peak값이 작아짐을 알 수 있다. 신호획득시간 T_{RL} 이 0.1 sec~1.5 sec 변할 때 스펙트럼의 peak값이 달라지는 경향을 나타낸 것이 Fig. 6이다. 신호획득시간 T_{RL} 이 길어 질수록 유한획득시간 오차는 점점 작아지며 참값으로 수렴함을 확인 할 수 있다. 또 Fig. 6에서 특정한 영역을 확대한 그림을 보면 신호획득시간 T_{RL} 이 짧은 구간 ①에서는 신호획득시간과 신호 주기의 불일치에

서 발생하는 누설오차에 의해 peak값의 변화가 큰 반면에 신호획득시간 T_{RL} 이 긴 구간 ②에서는 누설오차에 의한 변화가 작음을 알 수 있다.

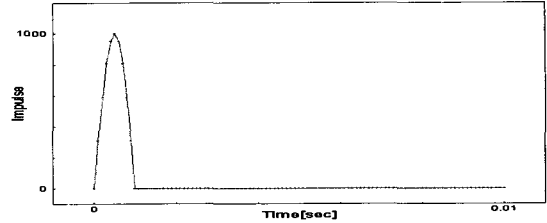


Fig. 2 Impulse force signal

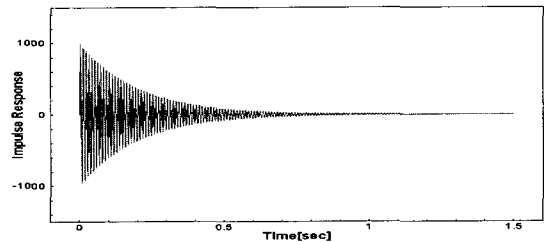


Fig. 3 Impulse response signal

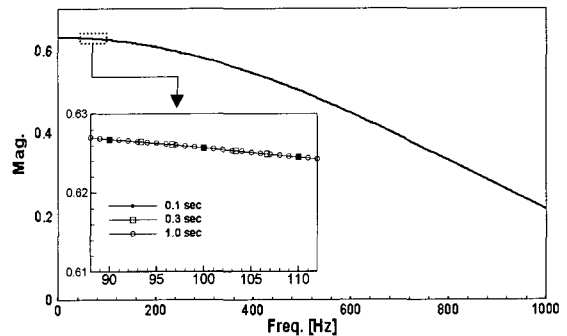


Fig. 4 Spectrum of impulse force signal

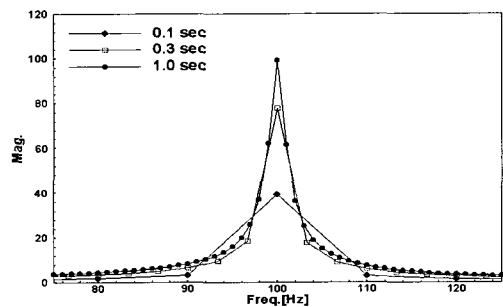


Fig. 5 The variation of impulse response spectrum to signal acquisition time

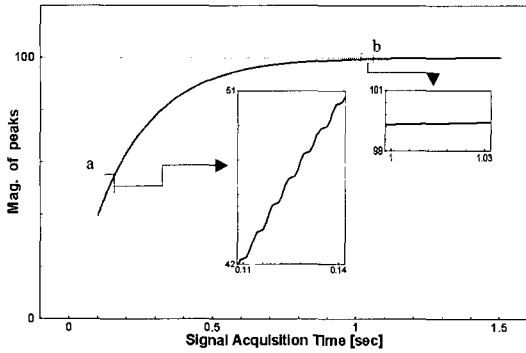


Fig. 6 The variation of peak values of impulse response spectrum to signal acquisition time

3. 유한획득시간 오차의 해결방법

2장에서 충격응답신호를 충분히 긴 시간 동안 획득하지 않으면 유한획득시간 오차와 누설오차로 인해 정확한 주파수응답함수를 구할 수 없음을 보였다. 본 장에서는 충분히 못한 신호획득시간 동안 얻은 충격응답신호로부터 유한획득시간 오차와 누설오차를 모두 제거하고 정확한 주파수응답함수를 추정하는 방법을 제시한다.

3.1 유한획득시간 오차와 누설오차를 고려한 주파수응답함수의 표현식

Fig. 1과 같이 질량 m , 강성 k , 감쇠 c 를 갖는 1 자유도 감쇠 진동계의 단위충격응답함수(unit impulse response function) $h(t)$ 는 다음 식과 같다.⁽⁴⁾

$$h(t) = Ae^{-\sigma t} \sin 2\pi f_d t \quad (11)$$

여기서

$$A = \frac{1}{2\pi m f_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (11a)$$

$$\sigma = 2\pi \zeta f_n \quad (11b)$$

$$f_d = f_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad (11c)$$

이다. 식 (10)과 같은 방법으로 샘플링 시간을 Δt 로 하여 식 (11)을 이산화된 주파수 표현식으로 나타내면,

$$H_k = \frac{T_{RL}}{N} \sum_{i=0}^{N-1} A e^{i\sigma \frac{T_{RL}}{N}} \sin [2\pi f_d i \Delta t] e^{-\frac{j2\pi k i}{N}},$$

$$k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (12)$$

이 된다. 식 (12)를 등비급수 합의 공식을 이용하여 다시 정리하면 다음과 같이 된다.

$$H_k = \frac{A \cdot T_{RL}}{2 \cdot j} \left[\frac{1 - e^{-[\sigma T_{RL} - j2\pi(m-k)]}}{N [1 - e^{-[\sigma T_{RL} - j2\pi(m-k)]/N}]} - \frac{1 - e^{-[\sigma T_{RL} + j2\pi(m+k)]}}{N [1 - e^{-[\sigma T_{RL} + j2\pi(m+k)]/N}]} \right],$$

$$k = -\frac{N}{2}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (13)$$

여기서

$$m = \frac{f_d}{\Delta f} = f_d T_{RL} \quad (13a)$$

이고, m 은 신호획득시간 T_{RL} 내에 존재하는 응답신호의 정현파 개수를 의미한다. m 이 정수가 될 때 누설오차가 없는 주파수응답 스펙트럼을 얻을 수 있지만, 일반적으로 m 은 실수가 되므로 다음과 같이 표현 된다.

$$m = p(\text{정수부}) + q(\text{소수부}) \quad (14)$$

여기서 p 는 실험으로 구한 주파수응답 스펙트럼에서 peak이 있는 위치의 일련번호가 되고 q 는 스펙트럼 상에서는 나타낼 수 없는 주파수오차량이 된다. 데이터 개수 N 이 무한히 크다고 가정하고 식 (14)를 식 (13)에 대입하여 정리하면

$$\lim_{N \rightarrow \infty} H_k = \frac{A \cdot T_{RL}}{2} \left[\frac{1 - e^{-\sigma T_{RL}} \cdot e^{j2\pi\{(p+q)-k\}}}{2\pi\{(p+q)-k\} + j\sigma T_{RL}} + \frac{1 - e^{-\sigma T_{RL}} \cdot e^{-j2\pi\{(p+q)+k\}}}{2\pi\{(p+q)+k\} - j\sigma T_{RL}} \right] \quad (15)$$

이 된다. 식 (15)는 샘플링 오차가 없는 주파수응답 스펙트럼에 대한 표현식이 된다.

3.2 오차가 제거된 단위충격응답함수 추정

충격해머 실험으로 구한 단위충격응답함수 스펙트럼의 peak와 peak 전·후 값의 크기 비를 식 (15)에 적용하여 단위충격응답함수의 변수인 식 (11)의 A , σ , f_d 를 직접 구하기로 한다. 먼저 식(15)에서 peak와 peak 전·후 값의 크기 비를 정리하여 나타내면 다음 식과 같이 된다.⁽³⁾

$$R_-^2 = \left| \frac{H_p}{H_{p-1}} \right| = \frac{[2p(q+1) + (\sigma T_{RL}/2\pi)^2]^2 + [2(\sigma T_{RL}/2\pi)]^2}{[q \cdot 2p + (\sigma T_{RL}/2\pi)^2]^2 + [2(\sigma T_{RL}/2\pi)p]^2} \quad (16)$$

$$R_+^2 = \left| \frac{H_p}{H_{p+1}} \right|^2 = \frac{[2p(q-1) + (\sigma T_{RL}/2\pi)^2]^2 + [2(\sigma T_{RL}/2\pi)]^2}{[q \cdot 2p + (\sigma T_{RL}/2\pi)^2]^2 + [2(\sigma T_{RL}/2\pi)p]^2} \quad (17)$$

이 때 일반적으로 $p \gg 1, p \gg q$ 임을 이용하여, $p \pm 1 \approx p, 2p + q \pm 1 \approx 2p$ 로 근사화 하였다. 식 (16)과 식 (17)의 좌변인 R_{\pm}^2 는 실험으로 구한 주파수응답 스펙트럼으로부터 알 수 있는 값이므로 두 식을 연립하여 풀면 감쇠율 σ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma = \frac{\pi}{T_{RL}} \sqrt{-\left(\frac{R_+^2 - R_-^2}{R_+^2 + R_-^2 - 2}\right)^2 + \frac{8}{R_+^2 + R_-^2 - 2}} \quad (18)$$

식 (18)에서 구한 감쇠율 σ 를 식 (16) 또는 식 (17)에 대입하여 주파수오차량 q 를 구하고, 이것을 식 (13a)와 식 (14)를 이용하면 감쇠고유진동수 f_d 를 구할 수 있다. 마지막으로 감쇠율 σ 와 주파수오차량 q 를 식 (13)에 대입하면 진폭 A 를 구할 수 있다. 이렇게 구한 감쇠율 σ 와 감쇠고유진동수 f_d 그리고 진폭 A 를 식 (11a), (11b), (11c)에 대입하면 m, ζ, ω_n 를 구할 수 있고, 이것을 주파수응답함수의 이론식

$$\frac{X}{F}(\omega) = \frac{1}{m[(\omega_n^2 - \omega^2) + j2\zeta\omega_n\omega]} \quad (19)$$

에 대입하면 새로운 주파수응답함수를 얻을 수 있다.

4. 적용 예

4.1 기존의 방법에 의한 주파수응답 스펙트럼

기존의 디지털 신호분석 방법으로 충격해머의 힘 신호와 변위 응답 신호를 각각 DFT하여 주파수응답 스펙트럼을 구할 때 발생하는 유한획득시간 오차와 누설오차를 보이기 위해 Fig. 1과 같은 1자유도 점성감쇠 모델에 대하여 시뮬레이션 하였다. 이 때 질

량 $m=3.0$ kg, 강성 $k=47374.1$ N/m, 감쇠 $c=11.3097$ N·s/m를 적용하고 $f(t)$ 는 단위충격으로 하여 식 (1)의 미분방정식을 수치적인 방법인 Runge-Kutta법으로 변위응답을 구했다. 1자유도계에 가해진 단위충격력과 그에 의한 변위 응답을 수치적으로 구한 것을 Fig. 7에 나타내었다. Fig. 8은 주파수응답함수의 이론식

$$\frac{X}{F}(\omega) = \frac{1}{k - m\omega^2 + j c \omega} \quad (20)$$

에서 크기를 나타낸 것이다. 충격신호와 변위응답신호를 샘플링 시간 Δt 는 고정하고 4초 동안 4,096개를 샘플링한 경우와 1초 동안 1,024개를 샘플링한 경우에 대하여 주파수응답 스펙트럼을 구하고 이것을 이용하여 모달원(modal circle)^(6,7)을 구하였다. 앞의 두 경우에 대한 주파수응답 스펙트럼의 모달원과 식 (20)에 의한 주파수응답함수 이론식에 의한 모달원을 Nyquist plot 상에서 비교한 것이 Fig. 9(a)와 Fig. 9(b)이다. Fig. 9(a)의 경우는 신호획득시간 T_{RL} 이

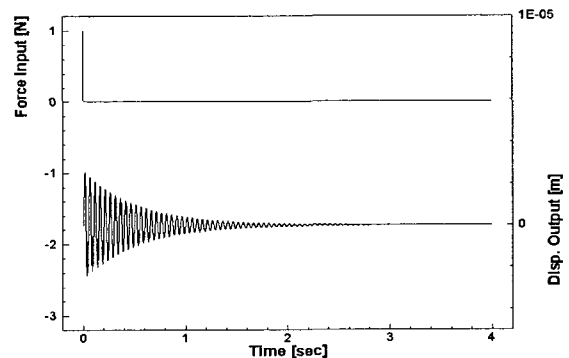


Fig. 7 Impulse force and displacement for 1-DOF damped model (by Runge-Kutta method)

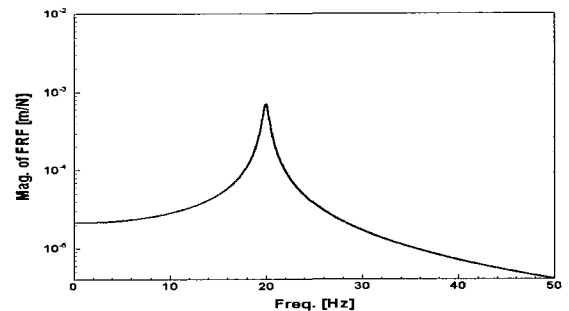
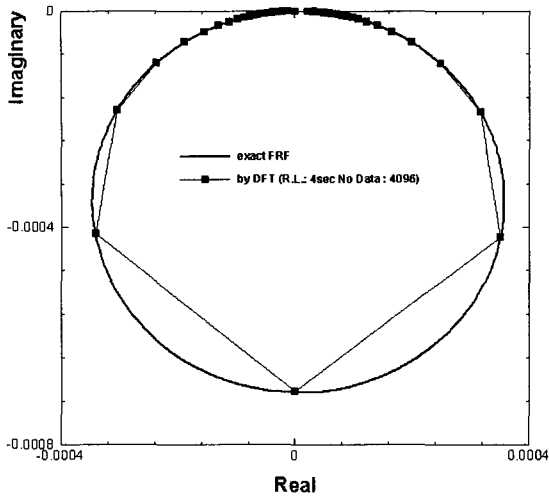
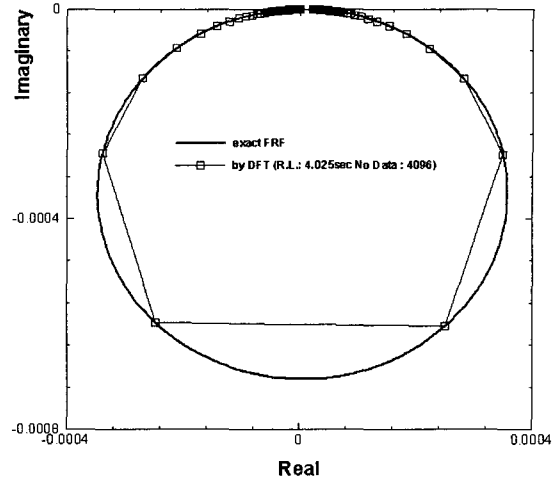


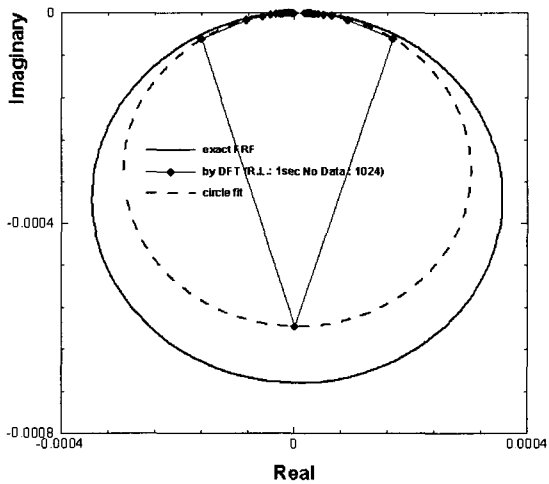
Fig. 8 Magnitude of theoretical F.R.F.



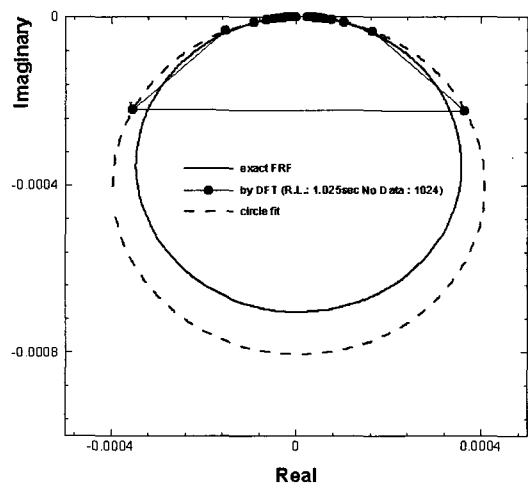
(a) Long acquisition time, No leakage error
($T_{RL} : 4.0\text{sec}$, $N : 4096$)



(c) Long acquisition time, With leakage error
($T_{RL} : 4.025\text{ sec}$, $N : 4096$)



(b) Short acquisition time, No leakage error
($T_{RL} : 1.0\text{sec}$, $N : 1024$)



(d) Short acquisition time, With leakage error
($T_{RL} : 1.025\text{ sec}$, $N : 1024$)

Fig. 9 Nyquist Plot of FRF obtained by conventional Fourier Transform

충분히 길기 때문에 유한획득시간 오차도 무시할 정도로 작으며 누설오차도 없는 것을 알 수 있고, Fig. 9(b)의 경우는 응답신호 주기의 정수 배 시간으로 신호를 획득했기 때문에 누설오차의 영향은 없으나 신호획득시간이 짧음으로 인한 유한획득시간 오차가 발생하였음을 알 수 있다. Fig. 9(c)와 Fig. 9(d)는 신호획득시간이 응답신호 주기의 정수배가 되지 않을 경우에 나타나는 누설오차의 영향을 나타낸 것이다.

Fig. 9(c)는 신호획득시간 4.025초 동안 4,096개를 샘플링한 경우이고, Fig. 9(d)는 1.025초 동안 1,024개를 샘플링한 경우를 나타낸다. 신호획득시간이 충분히 길었던 Fig. 9(c)는 주파수 분해능 때문에 최대 peak값을 표현하지는 못하지만 모달원이 이론적인 것과 거의 일치함을 알 수 있으나, Fig. 9(d)는 누설오차와 유한획득시간 오차로 인하여 이론적인 모달원과는 크게 다름을 알 수 있다.

4.2 제안한 방법에 의한 주파수응답함수의 추정

앞 절에서 시뮬레이션으로 구한 주파수응답 스펙트럼을 이용하여 본 논문에서 제안하는 방법으로 구한 단위충격응답함수의 변수들을 Table 1에 나타내었다. 여기서 case 1은 Fig. 9(a), case 2는 Fig. 9(b), case 3은 Fig. 9(c) 그리고 case 4는 Fig. 9(d)의 경우에 대한 주파수응답 스펙트럼을 이용한 것이다. Table 1에서 유한획득시간 오차와 누설오차가 함께 있는 경우인 case 4에 대하여 본 논문에서 제안하는 방법으로 구한 주파수응답함수를 Nyquist plot상에 나타낸 것이 Fig. 10이다. 기존의 방법으로 구한 주파수응답 스펙트럼인 Fig. 9와 비교할 때 제안하는 방법을 사용하면 유한획득시간 오차와 누설오차가 동시에 제거 되어 정확한 모달원으로 표현됨을 알 수 있다.

Table 1 The parameters of unit impulse response function calculated by the method proposed in this paper

	A	σ	f_d
EXACT	2.6529×10^{-3}	1.8850	19.9977
case1	2.6454×10^{-3}	1.8849	19.9963
case2	2.6475×10^{-3}	1.8940	19.9972
case3	2.6484×10^{-3}	1.8775	19.9723
case4	2.7577×10^{-3}	2.0806	19.9918

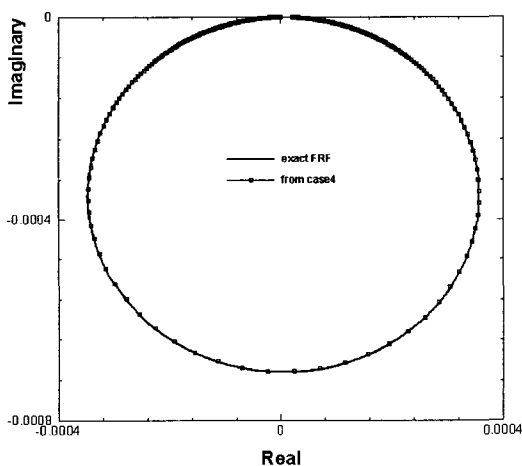


Fig. 10 Nyquist plot of FRF obtained by the suggested method (for case 4 in Table 1 or Fig. 9(d))

5. 결 론

(1) 감쇠 1자유도 진동모델에 대한 주파수응답함수 (FRF)와 충격응답 스펙트럼의 관계는 충격응답신호를 푸리에 변환할 때 신호획득시간 T_{RL} 에 의존적임을 보였다.

(2) 충격응답 스펙트럼을 이용하여 이론적인 주파수응답함수를 구하기 위해서는 충분히 긴 시간의 신호획득시간이 필요하다는 것을 보였고, 그렇지 못할 때는 유한획득시간 오차와 누설오차가 발생하는 것을 보였다.

(3) 신호획득시간이 충분히 길지 못한 경우에 대한 충격응답 스펙트럼으로부터 유한획득시간 오차와 누설 오차가 제거된 주파수응답함수를 구하는 방법을 제시하였다.

(4) 시뮬레이션으로 구한 충격응답 스펙트럼에 본 논문이 제안한 방법을 적용하여 단위충격응답함수의 변수들을 직접 구해 보았고, 이 변수들을 이용하여 주파수응답함수를 계산해서 이론적인 것과 비교해 보았는데 상당히 잘 일치하는 것을 확인 할 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) Burgess, John C. 1975, "On Digital Spectrum Analysis of Periodic Signals", The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 58, No. 3, pp. 556~567.

(2) Huang Dishan, 1995, "Phase Error in Fast Fourier Transform Analysis", Mechanical System and Signal Processing 9(2), pp. 113~118.

(3) 정의봉, 안세진, 장호엽, 장진혁, 2001, "디지털 푸리에 변환에서 누설오차의 개선", 한국소음진동공학 회지, 제 11권, 제 3호, pp. 455~460.

(4) Rao, S. S. 1990, Mechanical Vibrations, Chapter 4, Addison-wesley Publishing Company, Inc..

(5) Bendat, Julius. S. and Piersol, Allan G. 1986, Random Data : Analysis and Measurement Procedures, Chapter 6, John Wiley & Sons, Inc..

(6) 長松昭男, 1985, 모드 解析, 培風館.

(7) Maia, Nuno. M. M and Silva, Julio M. M. 1998, Theoretical and Experimental Modal Analysis, Research Studies Press Ltd.