

## 유연 외팔보의 위치제어 성능향상을 위한 형상 및 제어기 통합설계

이민우\*, 박장현\*\*

### Integrated Structure and Controller Design of Single-Link Flexible Arm for Improving the Performance of Position Control

Min-Woo Lee\* and Jahng-Hyon Park\*\*

#### ABSTRACT

An integrated structure and controller design approach for rotating cantilever beam is presented. An optimization method is developed for improving positioning performance considering the elastic deformations during high speed rotation and adopting the beam shape and the control gains as design variables. For this end, a dynamic model is setup by the finite element method according to the shape of the beam. The mass and stiffness of the beam are distributed in such a way that the closed-loop poles of the control system should be located leftmost in the complex s-plane. For optimization method, the simulated annealing method is employed which has higher probability to find the global minimum than the gradient-based down-hill methods. Sequential design and simultaneous design methods are proposed to obtain the optimal shape and controller. Simulations are performed with new designs by the two methods to verify the effectiveness of the approach and the results show that the settling time is improved for point-to-point position controls.

**Key Words** : Flexible Beam (유연외팔보), Integrated Design (통합설계), Position Control (위치제어), Optimization (최적화)

#### 1. 서론

외팔보 형태의 회전체에 대한 위치제어 시스템은 로봇, 하드디스크의 헤드 등에 널리 활용되고 있다. 본 논문에서는 이러한 회전 외팔보의 위치제어 성능을 향상시키기 위한 설계방법을 연구하였다. 일반적인 제어시스템의 설계는 기계적 구조를 먼저 결정한 후에 제어기를 설계하는 순서로 이루어진다. 그러나, 제어시스템의 최종적인 성능은 제어기뿐만 아니라 구조물의 동특성에 의존하므로 최적의 제어성능을 위해서는 구조물과 제어기의 설계를 동시에 병행하여야 한다. 이러한 제어기 및 구조의 동시설계는 우주구조물 등의 분야에서 센서 및 구동기(actuator)의 위치 결정 등에 시도되었다<sup>(1,2)</sup>. 본 논문에서는 회전하는 유연 외팔보의 위치제어 성능 향상을 위한 형상 및 제어기 통합설계의

2002년 4월 23일 접수  
\* 한양대학교 대학원 기계설계학과  
\*\* 한양대학교 기계공학부

방법이 제안되었다. 외팔보가 고속회전시에 발생하는 탄성변형을 고려하여 외팔보의 위치제어 성능을 최적화 하는 방법을 외팔보의 형상과 제어기의 이득을 설계변수로 하여 고찰하였다. 탄성변형을 고려한 1차 휨모드를 포함하는 운동방정식을 유도하고 이를 상태방정식의 형태로 변환하였다. 단면의 형상이 변하는 경우는 운동 방정식을 직접 유도하기가 곤란하므로 유한요소법<sup>(3)</sup>을 이용하여 회전 외팔보의 동적 모델을 구성하였다.

제어기의 종류는 회전축의 위치와 굽힘 정도를 측정하여 전상태를 피이드백하는 방법을 택하였다. 설계의 목적은 끝단(end point)을 위치제어할 때 정착시간(settling time)이 최소가 되도록 하는 것이므로, 최적화의 목적함수는 페루프 극점이 복소평면에서 더 좌측에 위치하도록 하고 또한 가감속의 응답속도를 높이기 위하여 관성모멘트를 감소하도록 하였다. 이를 기준으로 보의 질량과 강성의 분포를 최적화하는 방법을 제시한다. 최적화 방법으로는 형상설계의 경우, 국소최소값이 많기 때문에 단순강하법(gradient method)에 비해 전역최소값을 구할 확률이 높은 모사풀림기법(simulated annealing)을 사용하였다<sup>(4,6)</sup>. 제어기 설계에서는 계산시간 단축을 위하여 제어기 설계는 단순강하법을 이용하였다.

보의 형상과 제어기의 최적설계를 위하여 순차적 설계 방법(sequential design method)과 동시설계 방법(concurrent design method)을 제안하였다. 순차적 설계 방법에서는 형상에 의한 동특성 보상을 위해 외팔보의 고유진동수를 목적함수에 포함하였다. 동시설계 방법에서는 형상이 변화할 때마다 제어기 설계를 반복 수행하여 동특성 보상과 제어기에 설계를 동시에 수행하였다.

2절에서는 외팔보의 동적모델을 구하고, 3절에서는 형상과 제어기 설계에서 사용될 목적함수를 정의하고 형상 설계 방법으로 사용된 모사풀림기법에 대해 설명하였다. 4절에서는 순차적 설계와 동시 설계의 결과와 시뮬레이션을 통한 결과를 분석하였다.

## 2. 유연외팔보의 모델링

### 2.1 운동방정식

본 논문에서는 위치제어에 주로 사용되는 수직 회전축에 모터의 토크가 가해지는 회전 외팔보를

대상으로 한다. 구조물의 감쇠(damping) 현상은 없다고 가정하고 Bernoulli-Euler beam 모델을 이용하여 운동방정식을 유도하였다. 그림 1에 표시된 부호를 이용하면 미분방정식과 경계조건은 다음과 같이 유도된다<sup>(7)</sup>.

$$E_a J_a \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \rho_a A_a \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$z \Big|_{x=0} = 0 \quad (2)$$

$$E_a J_a \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = \tau \quad (3)$$

$$E_a J_a \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0 \quad (4)$$

$$E_a J_a \frac{\partial^3 z}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = 0 \quad (5)$$

여기서  $z(x, t)$ 는 회전축으로부터  $x$ 만큼 떨어져 있는 요소(beam element)의 변위를 나타낸다.  $\phi_i(x)$ 를  $i$ -번째 모드이고  $q_i(t)$ 를 시간에 대한 항이라고 하면,  $n$ -번째 모드까지를 고려할 때  $z(x, t)$ 는 다음과 같다.

$$z(x, t) = \sum_{i=0}^n \phi_i(x) q_i(t) \quad (6)$$

미분 방정식으로 표현된 경계치 문제는 다음과 같은 고유치 문제로 바꾸어 운동방정식을 구할 수 있다.

$$M \ddot{q} + Kq = \tau \quad (7)$$

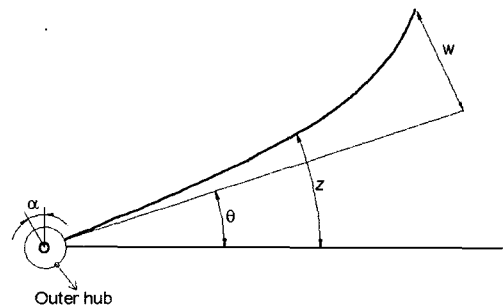


Fig. 1 Bernoulli-Euler beam

$$\begin{pmatrix} m_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{q}_0 \\ \tilde{q}_1 \\ \vdots \\ \tilde{q}_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_0'(0) \\ \phi_1'(0) \\ \vdots \\ \phi_n'(0) \end{pmatrix} \tau \quad (8)$$

$$m_i = \int_0^l \rho_a A_a \phi_i^2 dx$$

$$k_i = \int_0^l E_a I_a \phi_i''^2 dx$$

또한, 끝단의 위치제어에 관심이 있으므로 끝점의 위치를 회전축에서 바라 본 회전각  $\theta_{end} = z(l, t) / l$ 로 나타내기로 한다.

## 2.2 상태방정식

전 상태 피드백제어기 설계를 위해 상태방정식을 유도하였다. 본 논문에서는 보의 강체 모드와 1차 모드만을 고려하였고, 상태변수와 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1 &= q_0, & x_2 &= \dot{x}_1, & x_3 &= q_1, & x_4 &= \dot{x}_3 \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_1^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a_1 \\ 0 \\ a_2 \end{bmatrix} \tau \quad (9) \end{aligned}$$

여기서,

$$a_1 = \frac{\phi_0'(0)}{m_0}, \quad a_2 = \frac{\phi_1'(0)}{m_1}$$

## 2.3 유한요소법의 적용

상태변수 방정식의 매개변수들은 단면이 일정한 보의 경우에는 해석적으로 구할 수 있으나, 형상이 일정하지 않은 경우에는 불가능하므로 유한요소법을 이용하여 형상 설계와 제어기 설계시 필요한 고유진동수와 모드 형상을 구하였다.

알루미늄 재질의 외팔보를 설계 대상으로 삼았

고 외팔보를 10개의 요소로 나누고, 보의 총길이는 0.5m, 각 요소의 길이( $l_e$ )는 0.05m로 하였다. 그림 2에서  $\delta_{end}$ 는 끝단에서의 처짐이다. 유한요소 해석 부분에서는 외팔보의 두께( $b$ )와 높이( $h$ )를 설계 변수로 정하였다. 설계 수행시 외팔보의 최대 질량을 42 g, 최소 두께를 1 mm 그리고 Y방향 최대 처짐을 0.5 mm로 제한하였다.

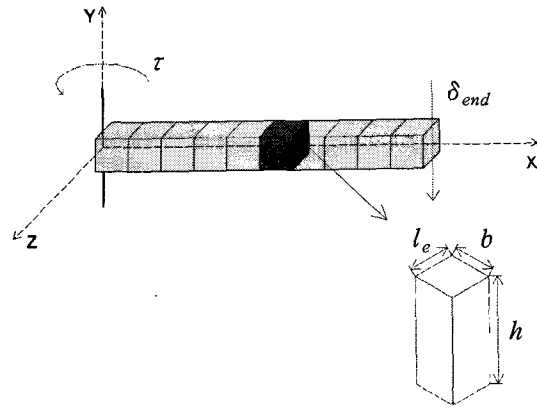


Fig. 2 F.E.M. model of a single-link flexible arm

보의 질량 행렬(mass matrix)과 강성 행렬(stiffness matrix)을 구하면 Y축으로 회전할 때 유연 외팔보의 고유진동수와 모드 형상을 구할 수 있다<sup>(3)</sup>. 이 행렬들을 이용하여 전체 요소 방정식을 구하여 고유진동수와 모드형상을 구할 수 있다. 보의 끝단의 처짐은 유한요소법을 이용하여 마찬가지로 방법으로 구할 수 있다.

## 3. 형상 및 제어기설계

### 3.1 위치제어 성능지수의 선정

본 논문의 목적은 유연 외팔보의 끝단을 위치제어할 때 제어성능을 향상시키기 위한 형상 및 제어기 설계이다. 제어 성능이란 모터 토크가 제한되어 있을 경우 외팔보의 끝단을 위치 제어할 때의 정착 시간이다. 이는 한 점에서 다른 한 점까지의 이동 시간과 목표위치 근처에서 잔류진동의 시간의 합으로 볼 수 있다. 이동시간은 외팔보의 관성 모멘트에 영향을 많이 받고, 목표위치에서의 진동시간은 폐루프 주요극점(dominant closed-loop pole)의 위치에 영향을 받게 된다<sup>(8)</sup>. 주요극점만으로 시간영역의

반응을 예측하기는 힘들고 초기조건, 기준입력 등에 따라 극점의 위치가 다른 영향을 미칠 수 있기 때문에 주요극점의 위치만으로 제어기의 성능지표로 삼는 것은 타당하지 않을 수도 있다. 그러나 각기 다른 조건에 따라 최적화를 수행한다면 그 경우의 수에 따라 모두 다른 형상과 제어기가 설계될 것이다. 본 논문의 내용이 최적제어기의 설계가 아니고, 여러 조건하에서 향상된 성능을 보이기 위한 형상과 제어기의 동시설계이므로 각기 다른 조건하에서도 비교적 성능이 우수한 형상과 제어기를 설계하고자 하는 것이 본 논문의 목적이다.

위치 제어시 회전량이 많은 경우는 관성모멘트의 영향을 많이 받으므로 관성모멘트가 작아지도록 형상을 설계해야 하고, 회전량이 적은 경우는 목표지점에서의 진동이 사라지는 시간에 영향을 많이 받기 때문에 페루프 주요극점의 실수부분이 좌측으로 이동하도록 형상 및 제어기를 설계해야 한다. 위의 사실을 토대로 동시설계에서 최소화시킬 목적함수를 다음과 같이 설정하였다.

$$f = w_1(p_s - p_{new})^2 + w_2\left(\frac{1}{J_s} - \frac{1}{J_{new}}\right)^2 \quad (10)$$

여기서  $w_1$ 은 페루프 극점에 대한 가중치이고,  $w_2$ 는 관성모멘트에 대한 가중치이다.  $p_{new}$ 는 변화된 형상의 페루프 극점 중 정착시간에 가장 큰 영향을 미치는 극점의 실수부이다. 또한  $p_s$ 와  $J_s$ 는 주어진 조건에서는 도달할 수 없는 목표값으로 주어진 값이다. 이들의 값이 최종해에는 크게 영향을 미치지 않았으므로 임의의 값을 선정하였고, 회전량이 적은 경우에는  $w_1$ 값을 상대적으로 큰 값으로, 회전량이 많은 경우에는  $w_2$ 를 큰 값으로 선택하여 목적함수를 설정한다.

순차적설계에서는 형상설계 후, 제어기를 설계하므로 페루프 극점을 목적함수로 하는 것이 불가능하다. 이의 대안으로 일반적으로 감쇠비(damping ratio)가 같은 경우 고유진동수  $\omega$ 가 높을수록 잔류진동이 빨리 사라진다는 사실로부터 외팔보의 고유진동수를 사용하였다<sup>(9)</sup>. 사실상, 초기조건, 기준입력 등에 따라 고유진동수의 분포가 각기 다른 영향을 미칠 수 있기 때문에 최저의 고유진동수만으로 잔류진동의 정착시간을 예측할 수는 없다. 그러나 본 논문의 내용이 최적형상설계가 아니고, 여러 조건하에서 향상된 성능을 보이기 위한 형상과 제어

기의 통합설계이므로, 순차적 설계에서는 우선 고유진동수를 지표로 설계하고 그 다음에 제어기 설계를 수행하기로 한다.

순차적 설계의 목적함수는 동시설계의 목적함수인 식 (10)과 동일한 형태를 가지며, 다음과 같이 설정되었다.

$$f = w_1(\omega_s - \omega_{new})^2 + w_2\left(\frac{1}{J_s} - \frac{1}{J_{new}}\right)^2 \quad (11)$$

여기에 3.1절의 내용을 입력하십시오. 여기에 3.1절의 내용을 입력하십시오. 여기에 3.1절의 내용을 입력하십시오. 여기에 3.1절의 내용을 입력하십시오.

### 3.2 모사풀림기법

모사풀림기법은 금속 결정의 풀림처리를 모방하여 대형의 조합 최적화 문제를 푸는 방법이다. 풀림처리란 금속결정이 녹을 만큼 충분히 높은 온도로 가열한 후, 열평형상태를 유지하면서 온도를 서서히 낮추어 결정을 에너지 면에서 가장 안정한 상태로 만들어 가는 것이다. 그런데 최적화 문제에서의 해의 분포를 금속분자의 에너지 분포로 생각하고, 가상의 온도 변수를 도입하여 금속이 가장 안정한 상태로 변하는 과정을 최적화문제에서의 해를 찾는 과정으로 모방하여 활용한다면 이 방법은 하나의 최적화 기법으로의 적용이 가능하게 된다.

모사풀림기법에서 중요한자의 하나인 풀림계획(annealing schedule)은 초기온도  $T_0$ 와 온도감쇠상수( $\eta$ )를 설정하는 문제이다<sup>(4)</sup>. 초기온도  $T_0$ 는 설계 수행시 국소 최소값을 벗어 날 수 있도록 충분히 높게 설정되어야 한다. 온도 감쇠 상수( $\eta$ )는 보통의 경우 1보다 작으면서 1에 가까운 값을 택하게 된다. 만약 온도 감쇠 상수가 충분히 1에 가깝지 않으면 온도하강이 급격하여 국소 최소값을 벗어나지 못하게 된다. 다른 중요한자로 설계변수들의 조합을 어떻게 변화시킬 것인가에 대한 문제가 있다. 온도가 높은 초반에는 국소 최소값을 벗어 날 수 있도록 많은 수의 요소를 변화시키고 변화량도 크게 해야 하며, 온도가 낮아질수록 점차 변화시킬 요소의 수를 줄이고 변화량도 줄여야 한다<sup>(6)</sup>.

단순강하법에서는 목적함수가 감소할 때에만 변화를 받아들이는 반면 모사풀림기법에서는 목적함수가 증가하는 경우라도 다음의 확률에 의해 변화를 받아들인다.

$$p = \exp\left(-\frac{\Delta f}{T}\right) \quad (12)$$

이 알고리즘에 대한 흐름도는 그림 3과 같다.

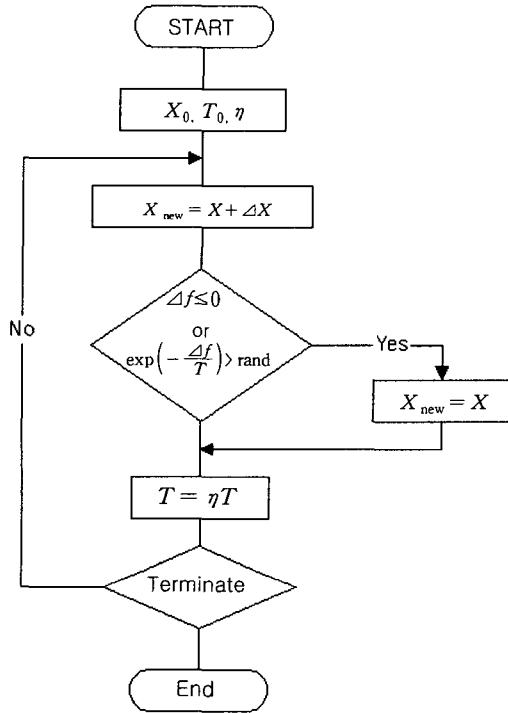


Fig. 3 Flow chart for simulated annealing

단순강하법의 경우는 국소최저점이 많은 경우에는 초기값에 따라서 결과가 달라진다. 하지만 모사풀림기법의 경우는 초기값에 상관없이 국소 최소값을 벗어나 전역 최소값을 찾을 확률이 높다. 단, 모사 풀림 기법의 경우는 시간이 많이 걸린다는 단점이 있다.

초기 형상을 다르게 하여 단순강하법과 모사풀림기법을 이용하여 형상설계를 수행하였다. 설계변수를 외팔보의 폭( $b$ )으로 하여 고유진동수( $w_1$ )가 최대가 되도록 설계를 수행한 결과(그림 4), 모사풀림기법의 경우가 단순강하법의 경우보다 초기 형상의 영향도 덜 받고 목적함수 값 또한 작은 값을 나타냄을 알 수 있다.

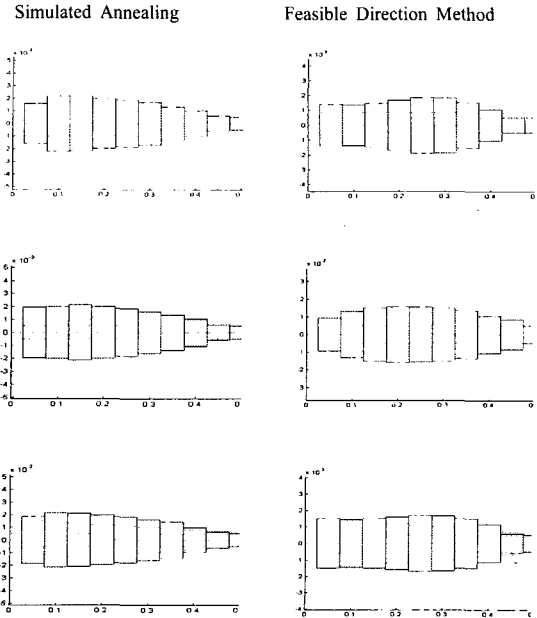


Fig. 4 Optimum shape for different initial shapes using simulated annealing and gradient method

### 3.3 형상설계

형상설계는 보의 두께( $b$ )만을 설계변수로 한 경우와 두께( $b$ )와 높이( $h$ )를 모두 설계변수로 한 경우의 두 가지 경우에 대해 수행하였다. 모사 풀림기법에서 감쇠상수  $\eta$ 는 0.9985로 하였고 초기에는 설계변수의 변화를 크게, 후반에는 변화를 작게 주었다. 변화시킬 요소의 수와 변화량은 표 1의 확률에 의해 변화구간에서 난수를 발생하여 임의로 선택하였다.

표 1에서 변화량은  $b$ 의 경우를 나타낸 것이다.  $h$ 의 크기가  $b$ 보다 상대적으로 크기 때문에  $h$ 의 변화량은  $b$ 의 변화량의 2배로 하였다. 설계변수로  $h$ 를 추가한 경우에는 요소를 다음의 확률로 변화시켰다.

- 60% :  $b$  와  $h$  를 함께 변화
- 20% :  $b$  만 변화
- 20% :  $h$  만 변화

Table 1 Perturbation method of design variables

number of variables to be changed		perturbation size	
T>0.001	T<0.001	T>0.005	T<0.005
40% : 1	50% : 1	90% :	60% :
30% : 2	40% : 2	-0.5 ~ 0.5mm	-0.5 ~ 0.5mm
20% : 4	10% : 4	10% :	40% :
10% : 10		-0.1 ~ 0.1mm	-0.05 ~ 0.05mm

### 3.4 제어기 설계

본 논문에서는 회전보의 강제운동과 진동모드의 크기 및 속도가 측정가능하다고 가정하여 전상태 피드백 제어기(full-state feedback controller)를 설계하였다<sup>(8)</sup>. 상태변수는 4개이므로 설계변수는 제어이득  $k_1, k_2, k_3, k_4$ 이다. 본 예제에서는 최적화 과정에서의  $k_1$  증가가 다른 이득값의 증가를 동시에 가져와 전체적으로 제어입력의 크기가 매우 커지는 경향이 있었다. 입력의 크기에 대한 제한조건이 따로 설정되지 않았으므로 제어이득을 설계변수로 하는 경우에는 제어이득의 값이 무한정 증가하는 경향이 있다. 이러한 경우에는 모터의 포화상태에 쉽게 도달하여 제어기의 채터링현상이 발생할 소지가 크기 때문에 여러개의 이득값 중에서  $k_1$ 의 값을 제한하여 피드백 제어기의 입력 값이 제한된 모터의 용량을 초과하지 않도록 하였다.

제어기 설계시 목적함수는 다음과 같이 설정하였다.

$$f = \frac{pole_s}{pole_{new}} \quad (13)$$

여기서  $pole_{new}$ 는 변화된 형상의 페루프 극점 중 정착시간에 가장 큰 영향을 미치는 극점의 실수부이다. 또한  $pole_s$ 는 목적함수( $f$ )의 크기를 조절하기 위한 값이다. 순차적 설계에서는 주어진 형상에 대하여 제어기를 한번만 설계하면 되므로 모사풀림기법의 적용이 가능하다. 하지만 동시설계의 경우 형상이 변할 때마다 제어기를 설계해야 하므로 5000번의 모사풀림기법의 적용이 필요하다. 따라서, 시간의 제약 때문에 동시설계 방법의 경우는 모사풀림기법의 적용이 바람직하지 못하다. 이 문제를 해결하기 위해 제어기 설계방법으로 단순강하법<sup>(9)</sup>을 반복 사용하였다. 제어기 설계의 경우, 단순강하법을 100회 시행하는 데 걸리는

시간이 모사풀림방법보다 15배 이상 빠르고, 모사풀림기법으로 구한 제어기의 이득 값과 단순강하법을 100번 정도 반복하여 얻은 값은 거의 일치한다. 따라서 순차적 설계방법에서도 단순강하법을 500회 시행하여 구한 결과를 제어기의 이득 설계 결과로 제시하였고, 동시 설계의 경우는 형상이 변화 될 때마다 단순 강하법을 50회 시행하였다. 이 경우 이득의 초기값에 따라 결과가 다르므로 이득의 초기값은 매번새로운 값을 임의로 선택하였다. 초기값을 변화시키며 반복설계를 수행할수록 전역 최적값에 근접해 감을 알 수 있었다.

## 4. 설계결과 및 고찰

보의 회전량이 많을 때와 적을 때에 대하여, 형상과 제어기를 순차적 설계방법과 동시 설계방법을 이용하여 설계하고 그 결과를 시뮬레이션을 통해 비교하였다.

순차적 설계방법에서는 형상설계의 목적함수로서 식(11)을 이용하였고 제어기설계 목적함수로는 식(13)을 이용하였다. 외팔보의 회전량이 적을 때는 정착시간은 보의 고유진동수에 많은 영향을 받으므로 고유진동수에 대한 비중을 크게 주었다. 반대로 회전량이 많은 경우는 관성모멘트에 대한 비중을 많이 주고 설계를 수행하였다.

동시 설계 방법은 팔의 형상과 제어기 이득을 설계변수로 하고 식(10)의 목적함수를 이용하여 동시에 최적화하는 방법이다. 이 경우는 고유진동수 대신, 페루프 극점의 실수부 중 가장 작은 값을 고려하였다. 회전량이 적을 경우는 페루프 극점에, 회전량이 많은 경우는 관성모멘트에 비중을 많이 두었다. 이 방법에서는 최종적인 제어기 이득을 미세 조정하기 위한 부분에서 순차적 설계와 마찬가지로 식(13)을 목적함수로 이용하였다.

### 4.1 순차적설계 결과

#### 4.1.1 외팔보의 회전량이 작을 경우

그림 5, 6과 표 2는 회전량이 작을 경우에 대한 설계결과를 보여준다. 표 2에서 볼 수 있듯이 초기 설계보다는 최적설계의 결과가 고유진동수 및 페루프 극점에서 좋은 결과를 보였으며, 설계변수로  $b$ 만을 설계한 경우 보다  $b$ 와  $h$ 를 동시에 설계했을 경우 고유진동수가 71.6% 향상된 결과를 보인다.

그림 7은 회전량이 적을 경우에 대해 순차적 설계한 결과를 이용하여 2도 회전했을 때의 토크와

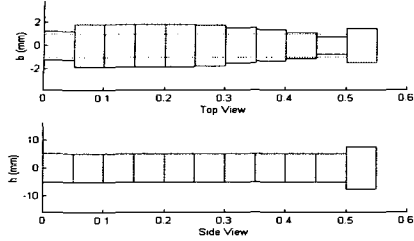


Fig. 5 Optimum shape 1 (design variable: b)

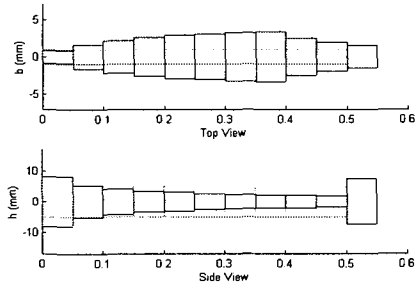


Fig. 6 Optimum shape 2 (design variables : b, h)

Table 2 Properties of initial and optimal design  
Isequential design method : small rotating  
angle

	initial design	optimal design	
		design only b	design b & h
Mass (g)	38	51.9	52.0
Inertia ( $gm^2$ )	5.09	5.66	5.66
$\delta_{end}$ (mm)	0.453	0.287	0.500
Natural Freq(Hz)	19.58	32	54.9
Closed-loop poles	-97.6+9.2i	-122 + 5.70i	-159+0.2i
	-97.6-9.2i	-122 - 5.70i	-159-0.2i
	-97.6+32.9i	-122 + 24.6i	-159.2
	-97.6-32.9i	-122 - 24.6i	-167.3

회전축에서의 각 변위 및 끝단에서의 각 변위를 시뮬레이션한 것이다. 이 결과를 보면 알 수 있듯이 초기설계보다는 b만을 설계한 경우가 정착시간이 빠르고, b만을 설계한 경우보다는 b와 h를 동시에 설계한 결과가 정착시간이 빠른 것을 확인할 수 있다.

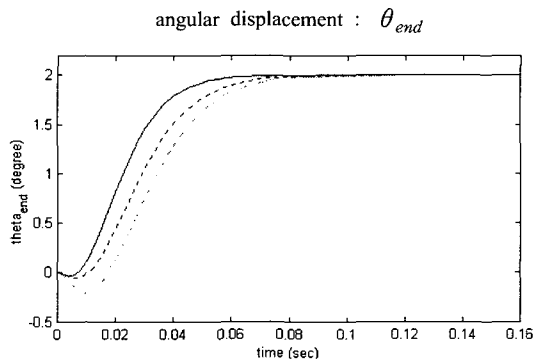
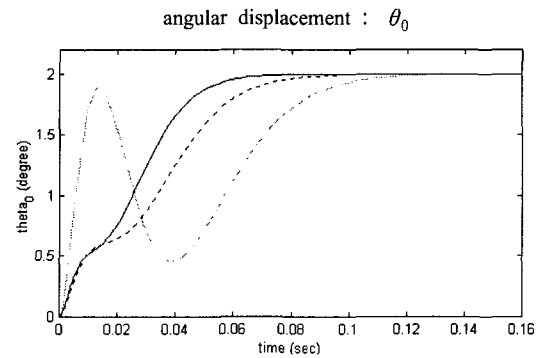
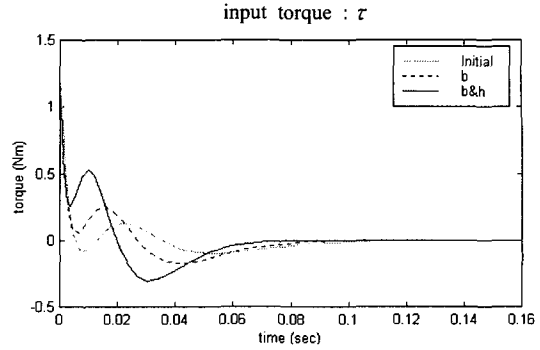


Fig. 7 Input torque and angular displacement rotating 2° using sequential design method

#### 4.1.2 외팔보의 회전량이 많을 경우

그림 8, 9와 표 3은 회전량이 많은 경우의 순차적 설계 결과이다. 가장 좋은 결과는 회전량이 적을 때와 마찬가지로 b와 h를 동시에 설계하였을 경우이다.

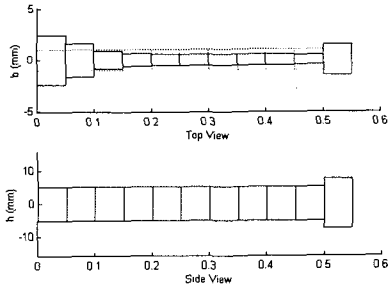


Fig. 8 Optimal shape 3 (design variable: b)

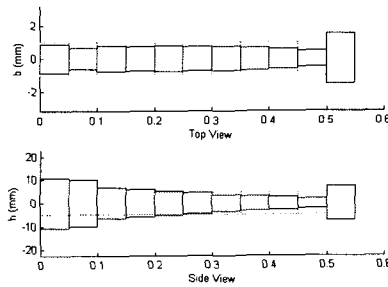


Fig. 9 Optimal shape 4 (design variables : b, h)

Table 3 Properties of initial and optimal design 2 sequential design method : large rotating angle

	initial design	optimal design	
		design only b	design b & h
Mass (g)	38	34.5	32.5
Inertia ( $gm^2$ )	5.09	4.03	3.78
$\delta_{end}$ (mm)	0.453	0.494	0.500
Natural Frequency(Hz)	19.58	10.5	12.31
Closed-loop poles	-97.6+9.20i	-74.2+0.493i	-80.9+10.4i
	-97.6-9.20i	-74.2-0.493i	-80.9-10.4i
	-97.6+32.9i	-74.2	-80.9+34.1i
	-97.6-32.9i	-85.9	-80.9-34.1i

그림 10은 회전량이 많을 경우 순차적 설계 방법을 이용하여 얻은 결과를 가지고 90도 회전시켰을 경우를 시뮬레이션한 결과이다. 이 때 모터의 최대 토크는 2 Nm로 제한하였다. 여기에서 보듯이

b와 h를 동시에 설계한 결과가 오버슈트(overshoot)도 없고 정착시간도 가장 빠르게 나타난다. 즉 회전량이 적을 경우와 마찬가지로 초기설계 보다는 b를 설계 변수로 하여 설계한 결과가 좋은 결과를 보였고, 이 보다는 b와 h를 동시에 설계한 결과가 더 좋은 결과를 보였다. 회전량이 많은 경우에는 극점의 위치보다 모터의 용량이 일정한 상태에서 관성모멘트의 크기가 더 중요한 인자이므로, 최적화 결과는 관성모멘트의 크기가 감소하는 방향으로

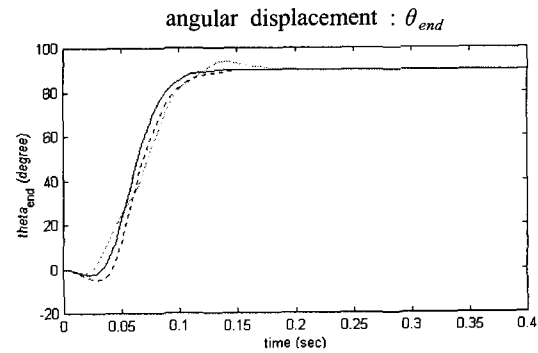
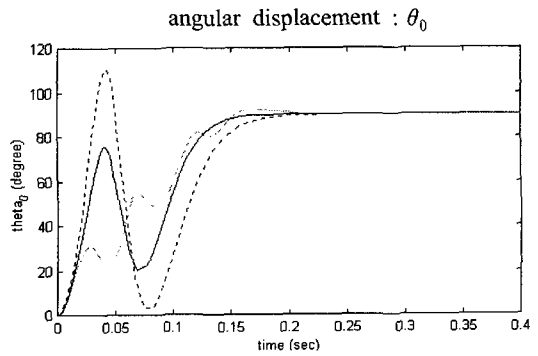
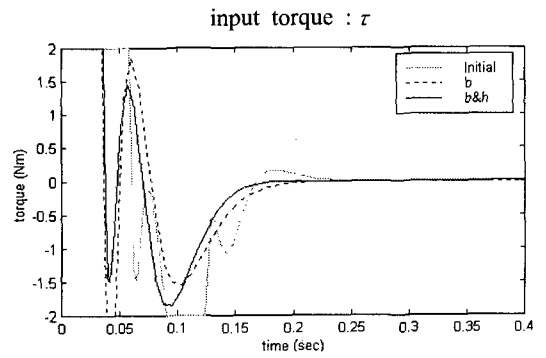


Fig. 10 Simulation results for sequential design



진행되었다.

지금까지 순차적 설계방법에 의한 결과를 살펴 보았다. 회전량이 적을 경우와 많을 경우 두 경우 모두 초기설계보다는 최적설계가 좋은 성능을 보였 으며  $b$ 와  $h$ 를 동시에 설계한 결과가 더 우수한 성 능을 보임을 확인하였다.

#### 4.2 동시설계결과

그림 11은 페루프 극점에 비중을 많이 두었을 경우의 동시 설계 결과이다. 표 4는 초기설계와 순 차적설계, 그리고 동시설계의 결과를 보여준다.

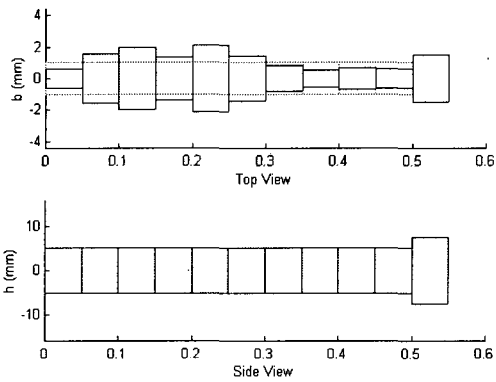


Fig. 11 Optimal shape 5 (concurrent design method, design variable :  $b$ )

Table 4 Optimization results for sequential design and current design

	initial design	optimal design	
		sequential design	concurrent design
Mass (g)	38	51.9	42.7
Inertia ( $gm^2$ )	5.09	5.66	4.77
$\delta_{end}$ (mm)	0.453	0.287	0.433
Natural Freq. (Hz)	19.58	32	15.44
Closed-loop poles	-97.6+9.20i	-121.6+5.70i	-121.1+7.08i
	-97.6-9.20i	-121.6-5.70i	-121.1-7.08i
	-97.6+32.9i	-121.6+24.6i	-121.4+19.53i
	-97.6-32.9i	-121.6-24.6i	-121.4-19.53i

그림 12는 초기 설계와 순차적 설계 및 동시 설 계 방법을 이용하여 구한 형상에 대한 시뮬레이션

결과를 보여준다. 표 4에서 보면 알 수 있듯이 페루 프 극점이 비슷한 경우 순차적 설계방법보다 동시 설계 방법으로 구한 결과에서 관성모멘트와 질량이 작다. 이것은 유연 외팔보가 주어진 작업 공간에서 작업을 수행할 때 정착시간이 감소하는 효과를 거 둘 수 있다.

동시설계의 경우 순차적설계의 페루프 극점과 비슷한 결과를 보이면서 질량 관성 모멘트는 순차

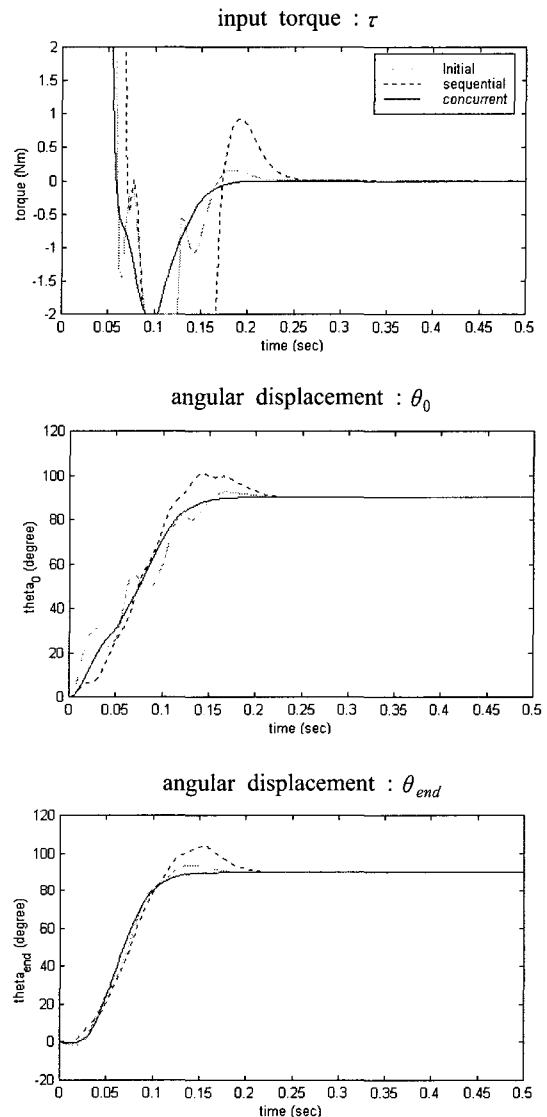


Fig. 12 Simulation results for initial design, sequential design, and concurrent design

적 설계보다 훨씬 작은 값을 가지므로 동시설계가 좋은 성능을 보인다고 볼 수 있다. 이는 그림 12의 시뮬레이션 결과에서도 확인 할 수 있다. 그런데, 순차적설계는 형상과 제어파라미터를 설계변수로 보면 최적설계라고 볼 수 없다. 이에 반하여 동시설계는 두 가지의 설계변수를 동시에 고려하므로 더 향상된 결과를 보이게 된다. 하지만, 전역최적점을 찾았다고 볼 수는 없고 국부최소값에 도달할 수도 있으므로 순차적설계와 동시설계의 결과가 다르게 나왔다.

## 5. 결론

회전하는 유연 외팔보의 위치제어 성능 향상을 위한 형상 및 제어기 통합설계의 방법이 제안되었다. 외팔보가 고속회전시에 발생하는 탄성변형을 고려하여 외팔보의 위치제어 성능을 최적화하는 방법을 외팔보의 형상과 전상태 제어기의 이득을 설계변수로 하여 연구하였다. 이를 위하여 외팔보의 형상에 따른 동적모델을 유한 요소법으로 구성하고, 최적의 제어성능을 위하여 시스템의 페루프 극점이 가능하면 복소 평면의 좌반 평면에 위치하도록 질량과 강성의 분포를 이용하여 결정하였다. 최적화 방법으로는 단순강하법에 비해 전역최소값을 구할 확률이 높은 모사풀림기법(simulated annealing)을 사용하였다.

최적의 형상과 제어기를 설계하기 위해 순차적 설계방법과 동시 설계방법을 제안하였는데, 이 둘 방법에 의해 설계된 형상과 제어기를 이용한 시뮬레이션 결과, 위치제어시의 정착시간이 감소함을 확인할 수 있었다. 특히, 동시 설계 방법에서는 고속의 작업을 수행하기에 적합한, 가벼운 질량을 가지는 외팔보의 형상을 얻을 수 있었다. 이러한 최종적인 형상은 외팔보의 용도에 따라 달라질 수 있는데, 즉 많은 양을 회전하여 위치제어를 하는 경우와 작은 양의 회전량 및 정밀 위치제어를 하는 경우의 최적 형상이 달라짐을 알 수 있었다.

## 참고문헌

1. Sing, G., Kabamba, P., and McClamroch, N., "Planar, Time-Optimal, Rest-to-Rest Slewing Maneuvers of Flexible Spacecraft," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 12, No. 1, pp. 132-138, 1989.
2. Asada, H., Park, J.-H., and Rai, S., "A Control-Configured Flexible Arm: Integrated Structure/Control Design," *Proc. of the 1991 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Sacramento, California*, pp. 2356-2362, 1991.
3. Logan, D. L., *A First Course in the Finite Element Method*, PWS, 1993.
4. Kirkpatrick, S., Gelatt, Jr., C. D., and Vecchi, M. P., "Optimization by Simulated Annealing," *Science*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 1983.
5. Jang, J.-S. R., Sun, C.-T., and Mizutani, E., *Neuro-Fuzzy and Soft Computing*, Prentice Hall, 1997.
6. White, S. R., "Concepts of Scale in Simulated Annealing," *Proc. IEEE Int. Conf. on Computer Design*, pp. 646-651, 1984.
7. Rao, S. S., *Mechanical Vibrations*, Addison Wesley, 1990.
8. Ogata, K., *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, 1996.
9. Vanderplaats, G. N., *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGraw-Hill, 1994.
10. Sing, G., Kabamba, P., and McClamroch, N., "Planar, Time-Optimal, Rest-to-Rest Slewing Maneuvers of Flexible Spacecraft," *Journal of*