

## 저온 평판에서의 서리층 성장 예측

지 성\* · 이관수\* · 여문수\*\*  
(2002년 4월 15일 접수, 2002년 7월 20일 심사완료)

### Prediction of Frost Layer Growth on a Cold Plate

Sung Jhee, Kwan-Soo Lee and Moon-Su Yeo

**Key Words:** Frost Formation(착상), Frost Layer Growth(서리층 성장), Heat and Mass Transfer(열 및 물질전달)

#### Abstract

This study presents a numerical model to predict the behavior of frost layer growth. The characteristics of the heat and mass transfer inside the frost layer are analyzed by coupling the air flow with the frost layer. The present model is validated by comparing with the several other analytical models. It has been known that most of the previous models cause considerable errors depending on the working conditions or correlations used in predicting the frost thickness growth, whereas the model in this work estimates the thickness of the frost layer more accurately within an error of 10% in comparison with the experimental data. Simulation results are presented for variations of heat and mass transfer during the frost formation and for the behavior of frost layer growth along the direction of air flow.

#### 기호설명

$c_p$  : 정압비열 [kJ/kg · K]

$D$  : 확산계수 [m<sup>2</sup>/s]

$g$  : 중력가속도 [m/s<sup>2</sup>]

$h_{sv}$  : 승화 잠열 [kJ/kg]

$k$  : 열전도 계수 [W/m · K]

$L$  : 냉각면(수평평판)의 길이 [m]

$m''$  : 물질전달유속[kg/m<sup>2</sup> · s]

$m_w$  : 수증기 질량 분율

$p$  : 압력 [Pa]

$q''$  : 열유속 [W/m<sup>2</sup>]

$T$  : 온도 [K]

$t$  : 시간 [min]

$u$  : x-방향 속도 [m/s]

$v$  : y-방향 속도 [m/s]

$y_f$  : 서리 두께 [m]

#### 그리스문자

$\alpha$  : 열확산계수 [m<sup>2</sup>/s]

$\alpha_f$  : 흡수계수 [s<sup>-1</sup>]

$\mu$  : 점성계수 [kg/m · s]

$\rho$  : 밀도 [kg/m<sup>3</sup>]

$\omega$  : 절대 습도 [kg/kg]

#### 하첨자

$a$  : 공기층

$eff$  : 유효치

$f$  : 서리층

$fs$  : 서리층 표면

$in$  : 입구(inlet)

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부  
E-mail : kslee@hanyang.ac.kr  
TEL : (02)2290-0426 FAX : (02)2295-9021  
\* 회원, LG전자 디지털 어플라이언스 연구소  
\*\* 회원, 인하공업전문대학 자동차과

*init* : 초기(initial)  
*p* : 냉각면  
*sat* : 포화상태

## 1. 서론

착상에 의하여 열교환기의 표면에 생성된 서리층은 공기와 표면 사이의 열저항으로 작용하고 유로를 폐쇄시켜 열교환기의 성능을 저하시킨다. 따라서 서리층 성장과 열 및 물질전달 거동의 예측은 저온용 열교환기를 설계하는데 있어서 매우 중요한 요소이다.

착상 메커니즘과 관련된 기존의 실험 결과에 의하면 착상 과정은 서리층의 성장 단계에 따라서 다른 특성을 나타내며,<sup>(1)</sup> 시간과 위치에 따라 서리의 물성치 및 표면 온도가 변화함을 보여 주고 있다. 그러나 실제 착상 거동은 표면에 생성된 결정거리 상호 간섭하여 균일한 서리층으로 성장하는 기간이 대부분을 차지하며, 따라서 몇 가지 가정을 도입하여 모델링함으로써 전체 착상 거동에 대한 근사적인 예측이 가능하다.

이와 관련하여 기존의 착상 해석 모델은 다음의 두가지 부류로 구분할 수 있다. 첫 번째는 공기층에 대해서는 실험 관계식을 이용하여 열 및 물질전달량을 계산하고 서리층 내부에 대해서는 확산 방정식을 이용하여 서리 물성의 변화를 예측하는 방법<sup>(2-5)</sup>으로, 유동장 변화의 영향을 고려할 수 없다. 최근에는 서리층 내부를 다공성 물질(porous media)로 모델링하여 해석하고자 하는 방법<sup>(6-8)</sup>도 시도되고 있으나, 서리층 내부 확산을 고려하기 위해 불확실한 계수를 사용하는 문제를 갖고 있다. 두 번째는 경계층 방정식을 이용하여 유동장을 해석하고 서리층 성장은 두께 및 밀도에 대한 실험 관계식을 이용하는 방법<sup>(9-10)</sup>으로, 해석하는 운전 조건에 적합한 실험 관계식을 사용해야 하며 이들 관계식에 대한 해의 의존성이 매우 크다. 또한, 기존의 모델들은 착상 거동 해석에 있어서 대부분이 서리층 두께 성장만을 예측하고 있으며, 서리층 밀도, 표면 온도, 그리고 열 및 물질전달에 대한 해석 결과는 제시하지 않고 있다.

따라서 본 연구에서는 서리층 외부 유동에 대해서는 경계층에 관한 편미분 지배방정식을 해석하여 서리층 성장에 따른 유동 변화의 효과를 고

려하며, 서리층 내부에 대해서는 수증기 확산 방정식을 응용한 모델 방정식을 적용하여 서리층 성장에 대한 실험 관계식의 이용을 배제하는 수치적 모델링을 제시한다. 이를 통하여 착상 거동과 열 및 물질전달을 수치적으로 예측한다.

## 2. 서리층 성장 해석

본 연구에서는 일정유속  $u_{in}$ 으로 유입되는 습공기와 빙점 이하의 온도  $T_p$ 로 유지되는 수평 평판에서 발생하는 착상 거동을 해석하고자 한다. 서리층 성장 예측을 위하여 해석 영역을 Fig. 1과 같이 구성하여 서리층 성장과 열 및 물질전달에 대한 수치 해석을 수행한다.

### 2.1 지배방정식

착상 거동을 해석하기 위하여 모든 과정은 준정상상태(quasi-steady state)이며, 어떤 순간의 서리층 내부 밀도는 냉각면에 수직인 방향으로는 일정하다는 가정을 도입한다. 이와 같은 가정에 기초하여 서리층 내·외부에 대하여 다음과 같은 지배방정식을 구성할 수 있다.

#### 2.1.1 서리층 외부(공기층) 지배방정식

공기층으로부터 서리층으로의 열 및 물질전달을 계산하고 유동 변화를 고려하기 위하여 연속 방정식, 운동량 방정식, 에너지 방정식, 수증기 질량 분율 방정식의 지배방정식을 구성하여 해석한다. 이 때 유동은 비압축성 층류이고, 점성 소산은 무시할 수 있으며 부력항은 Boussinesq 근사를 만족한다고 가정하면 지배방정식은 다음과 같다.

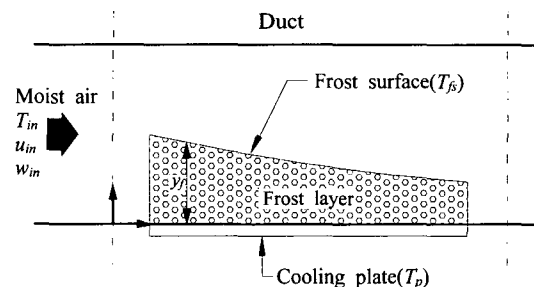


Fig. 1 Physical model for analyzing frost layer growth

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2a)$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + g(\rho_\infty - \rho) \quad (2b)$$

$$\rho u c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v c_p \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_a \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_a \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3)$$

$$\rho u \frac{\partial m_\omega}{\partial x} + \rho v \frac{\partial m_\omega}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D \frac{\partial m_\omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho D \frac{\partial m_\omega}{\partial y} \right) \quad (4)$$

### 2.1.2 서리층 내부 지배방정식

서리층 내부 지배방정식은 서리층 성장을 예측하기 위하여 확산 방정식을 변형한 모델 방정식과 내부 열전달을 계산하기 위한 에너지 방정식으로 구성된다. 서리층 내부로 흡수되는 수증기의 양은 그 검사체적에서의 수증기 밀도에 비례한다고 가정하면 다음과 같다.<sup>(5)</sup>

$$D \frac{d^2 \rho_\omega}{dy^2} = a_f \rho_\omega \quad (5)$$

서리층 밀도는 냉각면에 수직인 방향으로 일정하다는 가정으로부터 서리층 내부의 열전달은 다음과 같다.

$$\rho u c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v c_p \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{f,eff} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{f,eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (6)$$

서리층의 유효 열전도계수( $k_{f,eff}$ )는 특히 서리층 밀도와 상관관계를 갖고 있으며, 여기서는 이관수 등<sup>(11)</sup>이 제안한 다음 식을 사용한다.

$$k_{f,eff} = 0.132 + 3.13 \times 10^{-4} \rho_f + 1.6 \times 10^{-7} \rho_f^2 \quad (7)$$

## 2.2 초기 및 경계조건

수치해석을 위하여 적용한 초기 및 경계조건들

은 다음과 같다.

### 2.2.1 서리층 초기 조건

서리층 성장 거동을 예측하기 위해서는 착상 초기의 서리층 두께 및 밀도에 대한 값을 필요로 한다. 서리층에 대한 초기값은 운전 조건뿐만 아니라 표면 특성에 따른 착상 초기의 서리 물성치의 변화를 나타내므로 전체 수치해석 결과에도 영향을 미친다. 따라서 실험으로부터 해석하려는 운전 및 표면 조건에 대한 적절한 초기값을 사용한다.

$$\rho_f = \rho_{f,init}, \quad y_f = y_{f,init} \quad (8)$$

### 2.2.2 경계 조건

#### ① 유동 입·출구

입구에서는 설정한 운전 조건이 주어지며, 출구에서는 각 변수의 구배를 0으로 가정하는 경계조건을 사용한다.

$$\text{Inlet} : u = u_{in}, v = 0, T = T_{in}, m_\omega = m_{\omega,in} \quad (9)$$

$$\text{Outlet} : \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \frac{\partial m_\omega}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

#### ② 덕트 표면

덕트 표면의 유동에 대해서는 점착 조건을 사용하며, 덕트는 외부와 단열되었다고 가정한다.

$$u = 0, v = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \frac{dm_\omega}{dy} = 0 \quad (11)$$

#### ③ 냉각면

냉각면의 온도는  $T_p$ 로 일정하게 유지되며, 수증기는 포화상태에 있다고 가정한다. 그리고, 서리층으로부터 냉각면을 통한 물질전달은 없으므로 냉각면에서의 수증기 밀도 구배는 0으로 한다.

$$T = T_p, m_\omega = m_{\omega,sat}(T_p), \frac{dm_\omega}{dy} = 0 \quad (12)$$

④ 서리층 표면

서리층 표면에서는 점착 조건을 사용하며 수증기 확산으로 인한 법선속도가 유동장에 미치는 영향은 무시할 수 있다.<sup>(10)</sup> 또한, 수증기는 포화상태에 있다고 가정한다.

$$u = 0, v = 0, m_\omega = m_{\omega, sat}(T_{fs}) \quad (13)$$

서리층 내부 및 외부 지배방정식에 대한 정합 조건(에너지 평형식)으로써 서리층 표면에서 유동층 열전달과 내부 열전달은 다음을 만족한다.

$$k_{f, eff} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=y_f} = k_a \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=y_f} + \rho h_{so} D \left( \frac{\partial m_\omega}{\partial y} \right)_{y=y_f} \quad (14)$$

3. 수치해석 방법

서리층 내·외부 지배방정식의 해석을 통한 착상 거동 예측을 위하여 다음과 같은 순서에 의하여 수치 해석을 수행하였다.

- ① 서리층의 표면 온도를 가정하고, 이에 따른 서리층 표면의 포화 수증기 밀도를 계산한다.
- ② 서리층 내·외부 지배방정식을 해석하여 서리층 표면으로의 열 및 물질전달량을 계산한다.
- ③ 서리층 표면에서의 에너지 평형식에 대한 조건 (14)를 만족할 때까지 과정 ①~②를 반복한다.
- ④ 서리층 표면 온도가 수렴하면 서리층 내부 모델링으로부터 계산 시간에서의 서리층 두께와 밀도를 계산한다.
- ⑤ 해석하고자 하는 운전시간에 도달할 때까지 과정 ①~④를 반복한다.

각 지배방정식들은 Patankar에 의하여 제시된 유한 체적법에 근거한 검사 체적법과 SIMPLER 알고리즘을 이용하여 반복적으로 계산하였으며<sup>(12)</sup>, 격자는 서리 표면 주위에 밀집시키는 비균일 격자를 사용하였다. 수치해석에 대한 시간 간격의 영향을 고려하기 위하여 6, 10, 12, 30초의 간격에 대해 계산을 수행하였으며, 시간 간격 10초 이하의 계산 결과에서는 큰 차이가 없었다. 따라서 이후에 기술되는 내용들은 시간 간격 10초에

서의 계산 결과를 사용한다. 계산 결과의 수렴 조건으로써 정합 조건으로부터 계산한 서리 표면 온도의 상대변화가 0.0005% 내에 들 때 수렴한 것으로 간주하였다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서 제시한 수치적 모델에 대하여 여러 모델들과의 비교를 통하여 해석 모델을 검증하였으며, 수치해석을 통하여 실험으로부터 얻기 어려운 서리층 내부의 열 및 물질전달 거동에 대한 결과를 제시하였다.

4.1 수치적 모델 검증

Fig. 2는 본 논문에서 제시한 수치적 모델의 타당성을 검증하고 기존 연구자들의 모델과의 비교를 위해 Jones와 Parker<sup>(2)</sup>의 실험 결과와 각 모델들의 수치해석 결과를 도시한 것이다. 서리층 성장 또는 열 및 물질전달 거동에 대하여 관계식을 사용하는 모델 중에서 Sami와 Duong<sup>(4)</sup>의 모델은 저습 조건에서는 비교적 잘 예측하지만 고습( $\omega = 0.015 \text{ kg/kg}_{\text{air}}$ ) 조건에서 과대 예측하였으며, Sherif 등<sup>(9)</sup>의 모델은 절대습도 증가에 의한 서리 성장률의 변화가 거의 나타나지 않고 있다. 또한, Jones와 Parker<sup>(2)</sup>의 모델은 전반적으로 서리 성장을 과소 예측하고 있다. 이에 따라 서리층 두께 성장에 있어서 기존의 모델들이 10%~30%의 오

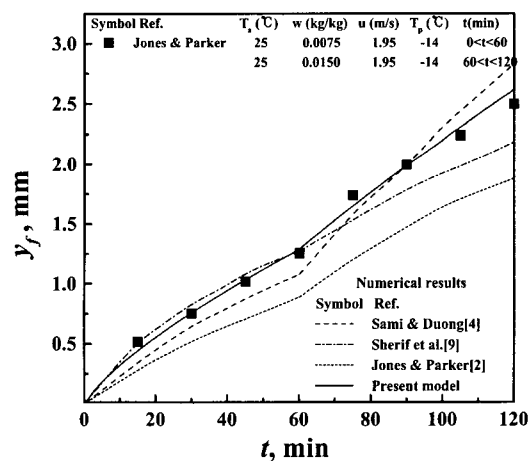


Fig. 2 Comparison between the various models with frost thickness

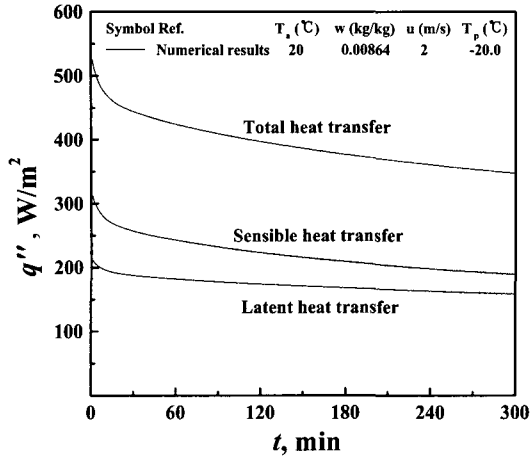


Fig. 3 Temporal variation of heat transfer

차를 보이고 있는데 반하여, 현재의 모델은 오차 10% 이내에서 잘 예측하고 있다.

4.2 서리층 내부의 열 및 물질전달 특성

착상 거동은 서리층 물성치의 변화뿐만 아니라 열 및 물질전달의 변화를 포함하고 있다. 따라서, 착상 거동을 예측하기 위해서는 열 및 물질전달의 특성에 대한 해석이 필요하다. Fig. 3은 착상 시 열유속 변화에 대한 수치해석 결과를 도시한 것이다. 300분간의 운전동안 열전달량은 착상 초기에 비하여 35% 정도 감소하였다. 특히 현열전달은 서리층이 성장함에 따라 서리 표면 온도가 상승하여 착상 운전동안 계속 감소하고 있다. 그러나 잠열전달의 경우에는 착상 초기 이후에는 변화량이 매우 작으며 거의 일정한 값을 유지하고 있다. 따라서 전체 열전달의 변화는 현열전달의 변화와 거의 동일한 형태를 나타내고 있다. 잠열전달의 변화량이 매우 적은 원인은 0°C 이하로 유지되고 있는 서리층 표면에서는 온도 상승에 따른 포화절대습도의 변화량이 작기 때문에 물질전달 구배가 거의 일정하게 유지되기 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 4는 서리층 성장에 따른 물질전달의 변화에 대한 수치해석 결과를 나타낸 것이다. 착상 시 물질전달의 변화는 열전달과 유사한 경향을 보이고 있다. 물질전달량 중 약 80%는 두께를 증가시키는데 이용되고 있다. 이 결과는 White와 Cremers<sup>(13)</sup>의 수치해석에 있어서 일정

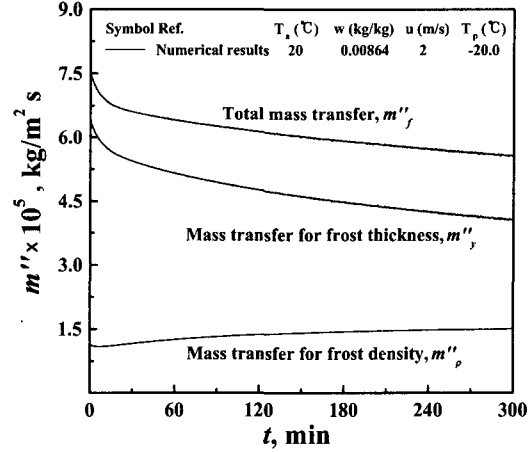


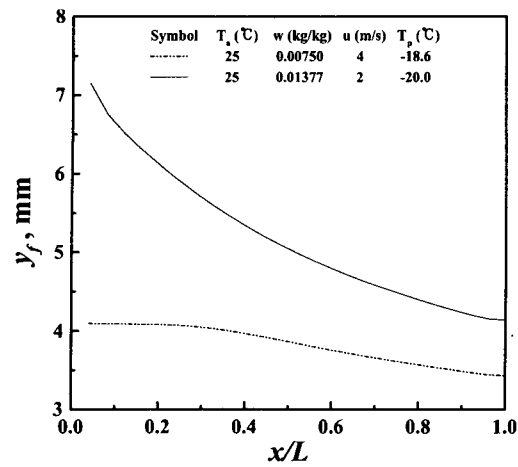
Fig. 4 Temporal variation of mass transfer

하게 물질전달의 반은 밀도를 증가시키고 나머지 반은 두께를 증가시킨다는 가정과는 상반된 것이다. 이러한 원인은 서리층 두께의 성장이 빠른 운전 조건과 밀도의 성장이 빠른 운전 조건에 따라서 그 구성비가 달라지기 때문인 것으로 판단된다. 또한 서리층이 성장함에 따라 전체 물질전달량이 감소함에도 불구하고 밀도 증가에 기여하는 양은 다소 늘어나는 경향을 나타내고 있다. 이는 서리층이 성장함에 따라서 서리층 표면 온도가 상승하여 냉각면과 서리층 표면과의 절대습도차가 증가하기 때문인 것으로 판단된다.

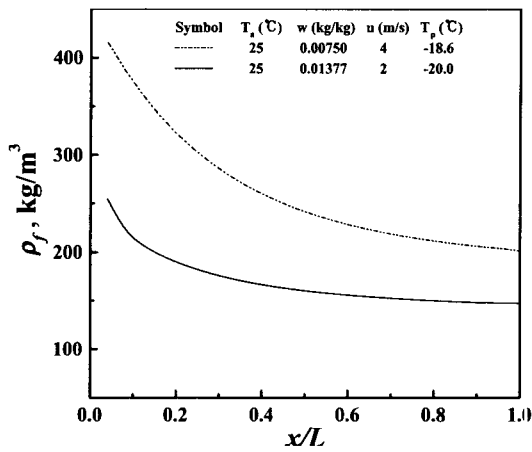
Fig. 5는  $t=150$  min에서 유동 방향에 따른 서리 물성치의 변화를 도시한 결과이다. 평판 입구 부분에서는 선단 효과(edge effect)에 의하여 열 및 물질전달이 활발히 일어나며 이에 따라 서리 두께와 밀도는 가장 큰 값을 나타내고 있다. 한편, 평판 입구로부터 거리가 멀어짐에 따라서 평판과의 열 및 물질전달에 의하여 유동 공기의 온도와 절대습도가 감소하게 되고 이에 따라 출구 부분에서는 입구부에 비하여 서리 두께와 밀도가 작은 서리층이 형성되며 또한 거의 일정한 값을 나타내었다.

5. 결론

본 연구에서는 서리층 내·외부 해석을 동시에 고려하여 착상 거동과 열 및 물질전달을 예측하



(a) Frost thickness



(b) Frost density

Fig. 5 Variations of frost properties according to the distance from the inlet at  $t=150$  min

는 모델을 제시하였으며, 기존의 해석 모델들과의 비교를 통하여 이 해석방법을 검증하였다. 기존의 해석 모델들이 서리층 두께 성장을 예측하는데 있어서 운전 조건 또는 사용한 실험 관계식에 따라 많은 오차를 발생시키는데 반하여, 본 연구에서 제시한 모델은 실험 결과와 약 10% 이내의 오차만을 나타내며 전체적인 착상 거동을 잘 예측하고 있다. 착상시 열 및 물질전달에 대한 해석 결과, 열전달은 착상 초기에 큰 폭으로 감소하였으며 그 폭은 점차 줄어들었다. 특히 현열전달과 달리 잠열전달은 거의 일정한 값을 유지하였다. 착상 과정 중의 물질전달량의 변화

는 열전달량과 유사한 경향을 나타내었으며, 밀도를 증가시키는 양과 두께를 증가시키는 양은 서리층 성장에 따라 변화하였다. 유동 방향에 따른 변화에서 열 및 물질전달이 활발히 일어나는 평판 입구부에서 가장 큰 값의 서리 두께와 밀도를 나타내었으며, 유동 방향에 따라 점차 그 값이 감소하였으나 출구부에서는 거의 일정한 두께와 밀도의 서리층이 형성되었다.

후 기

이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구 되었음(KRF-2001-041-E00106).

참고문헌

- (1) Hayashi, Y., Aoki, A., Adachi, S., and Hori, K., 1977, "Study of Frost Properties Correlating with Frost Formation Types," *J. Heat Transfer*, Vol. 99, pp. 239~245.
- (2) Jones, B. W. and Parker, J. D., 1975, "Frost Formation with Varying Environmental Parameters," *J. Heat Transfer*, Vol. 97, pp. 255~259.
- (3) Sahin, A. Z., 1995, "An Analytical Study of Frost Nucleation and Growth During the Crystal Growth Period," *Heat and Mass Transfer*, Vol. 30, pp. 321~330.
- (4) Sami, S. M., and Duong, T., 1989, "Mass and Heat Transfer During Frost Growth," *ASHRAE Trans.*, Vol. 95, Part. 1, No. 3218, pp. 158~165.
- (5) Lee, K. S., Kim, W. S., and Lee, T. H., 1997, "A One-Dimensional Model for Frost Formation on a Cold Flat Surface," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 18, pp. 4359~4365.
- (6) Le Gall, R., Grillot, J. M., and Jallut, C., 1997, "Modelling of Frost Growth and Densification," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 13, pp. 3177~3187.
- (7) Ismail, K. A. R. and Salinas, C. S., 1999, "Modeling of Frost Formation over Parallel Cold Plates," *Int. J. Refrigeration*, Vol. 22, No. 5, pp. 425~441.
- (8) Tao, T. -X., Besant, R. W., and Rezkallah, K.

- S., 1993, "A Mathematical Model for Predicting the Densification and Growth of Frost on a Flat Plate," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 353~363.
- (9) Sherif, R., and Padki, C., 1990, "A Semi-Empirical Transient Method for Modeling Frost Formation on a Flat Plate," *ASME, Heat Transfer Division*, Vol. 139, pp. 15~23.
- (10) Parish, H. C., and Sepsy, C. F., 1972, "A Numerical Analysis of Frost Formation Under Forced Convection," *ASHRAE Semiannual Meeting*, New Orleans, LA., Paper No. 2331, pp. 236~251.
- (11) Lee, K. S., Lee, T. H., Kim, W. S., 1994, "Heat and Mass Transfer of Parallel Plate Heat Exchanger Under Frosting Condition" *Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering*, Vol. 6, No. 2, pp. 155~165.
- (12) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Washington, DC, Hemisphere/McGraw-Hill.
- (13) White, J. E. and Cremers, C. J., 1981, "Prediction of Growth Parameters of Frost Deposits in Forced Convection," *J. Heat Transfer*, Vol. 103, pp. 3~6.