

와동에 입사하는 충격파의 반사 및 투과 (I)

- 실험적 모델 -

장 세 명[†] · 장 근 식^{*}

(2002년 4월 22일 접수, 2002년 7월 12일 심사완료)

Shock Reflection and Penetration Impinging into a Vortex (I)

- Experimental Model -

Se-Myong Chang and Keun-Shik Chang

Key Words: Shock Wave(충격파), Vortex(와동), Shock Tube(충격파관), Holographic Interferometry (홀로그래피 간섭), Shadowgraphy(음영 사진법)

Abstract

An experimental model is investigated in this paper using the experimental method with a shock tube and the numerical technique. The shock-vortex interaction generated by this model is visualized with various methods: holographic interferometry, shadowgraphy, and numerical computation. In terms of shock dynamics, there are two meaningful physics in the present problem. They are *reflective wave* from the slip layer at the vortex edge and *transmitted shock* penetrating the vortex core. The discussion in this study is mainly focused on the two kinds of waves contributing to the quadrupolar pressure distribution around the vortex center during the interaction.

1. 서 론

충격파-와동 간섭은 압축성 유체장 내부에서 발생하는 상대량의 불연속면과 강한 소용돌이의 충돌이며, 유체 과학이나 음향학에서 매우 중요한 의미를 가지고 있다. 이러한 문제는 1950 년대 몇몇 선구적 연구자들에 의하여 처음 소개되었다.^(1~4) 충격파-와동 간섭으로부터 발생하는 4 극자 소음은 초음속 제트에서 스크리치 톤의 주

음원으로 알려져 있으며, 충격파-경계층 간섭과 같은 보다 복잡한 문제들을 이해하기 위한 기초 모형으로 사용될 수 있다.

Dosanjh와 Weeks^(5,6)는, 충격파관에서 Schlieren 과 Mach-Zehnder 간섭계를 이용하여 이 문제에 정량적으로 접근하고, Lighthill 의 음향 유사법 (acoustic analogy)을 사용하여 이론적 계산 결과를 실험과 비교하였다. 이들의 실험에서 와동 중심에 대한 방사상의 4 극자 음향장이 관찰되었다. 한편 최근의 논문^(7,8)에서, 필자들은 음영 사진법 과 홀로그래피 간섭계를 이용하여 와동에 입사한 충격파가 와동 주변 진단층과의 간섭을 통해서 미세한 파동들(weak waves)을 발생시킴을 관찰하였다. 즉, 와동 경계에서 충격파 반사와 와동 중심으로의 충격파 투과를 발견했다. 따라서 이 논문의 관심사는 이러한 현상들과 4 극자 음원의 관련성을 규명하는 것이다.

[†] 책임저자, 회원, 군산대학교 기계공학부

E-mail : smchang@kunsan.ac.kr

TEL : (063)469-4724 FAX : (063)469-4727

^{*} 회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

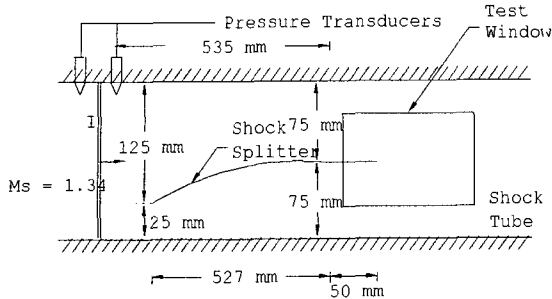


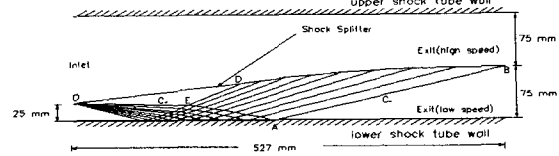
Fig. 1 Experimental apparatus

본 연구에서는 비교적 약한 충격파 ($M_s=1.22$)와 강한 와동을 충돌시키는 실험이 제안되었다. 실험 모델은 충격파관 안에 충격파 분리기(shock splitter)라고 불리는 장치와 이에 연결된 평판을 사용하는 것이다. 또한 각 주어진 시간대(수십 μs 간격)에서 Navier-Stokes 방정식을 풀이하는 수치 모사를 통해 그 결과를 실험적 관찰과 비교한다. 그리하여 충격파-와동 간섭 중, 와동에 대한 충격파의 반사와 투과에 의해 발생하는 반사파(reflected wave)와 전달 충격파(transmitted shock)에 특히 관심을 가지고 가시화 사진을 면밀하게 분석하여 이에 대해 해석한다.

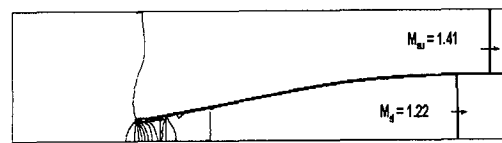
2. 실험 및 수치 해석 방법

충격파를 발생시키는 장치로서 KAIST 항공우주공학과가 보유하고 있는 충격파관을 사용하였다. 이 장치의 제원과 보정에 대해서는 참고 문헌(9)에 자세히 나와 있다. 여기에서 고압부와 저압부의 압력 비를 4:1 로 하였을 때, $M_s=1.34$ 의 이동 충격파를 얻을 수 있다.

Fig. 1 은 본 연구에서 사용한 실험 장치의 개략도를 보여준다. 충격파관의 높이는 150 mm 이고 충격파 분리기(shock splitter)에 의해 입사 충격파는 두 부분으로 나누어진다. 분리기의 위 부분에서 충격파가 가속되고($M_{su}=1.41$), 아래 부분에서는 감속된다($M_{sl}=1.22$). 빠른 위쪽 충격파가 분리기와 연결된 평판의 끝단에서 회절되며 시작 와동(starting vortex)을 발생시키고, 이어



(a) Method of characteristics



(b) Isopycnics: Navier-Stokes simulation

Fig. 2 Design of a shock splitter, $M_{su}=1.41$ (upper) and $M_{sl}=1.22$ (lower)

느린 아래쪽 충격파가 이와 충돌하면서 간섭을 일으킨다. 충격파의 도착은 분리기 바로 앞에 설치된 두 개의 압력 변환기(pressure transducer)들에 의하여 포착된다. 일정한 시간 지연(time delay) 후에 간섭 장면을 포착하여 가시화 촬영을 한다.

가시화 기법으로는 음영사진법과 홀로그래피 간섭법을 사용한다. 이 장치들의 광로의 구성에 대해서는 참고 문헌(10)을 참조하라.

2.1 충격파 분리기의 설계

충격파 분리기의 형상(contour)은 평면인 입사 충격파 ($M_s=1.34$)를 두 개의 깨끗한 평면 충격파로 분리해내도록 설계한다. 즉, Whitham의 충격파 이론(ray shock theory)(11)에 기초한 특성 곡선법(MOC: method of characteristics)을 사용하여, 교란이 최소가 되도록 한다. 충격파 분리기의 아래 부분의 형상을 그리는 것은 초음속 유동에서 로켓 노즐을 설계하는 방법과 유사하다.

입사 충격파가 Fig. 2(a)의 아래 부분 입구에 닿았을 때, 이에 의해 유도된 입사 흐름은 점 O에서 갑작스럽게 팽창한다. 이 때, C_+ 특성선 OA 위에서 다음 K_+ 는 상수 값을 갖는다.

$$K_{+OA} = \theta_O + \omega_O = \theta_A + \omega_A \quad (1)$$

같은 방법으로, C_- 특성선 AB 위에서도 다음 방정식이 성립한다.

$$K_{-AB} = \theta_A - \omega_A = \theta_B - \omega_B \quad (2)$$

여기에서 θ 는 유동 방향의 방위각이다.

점성을 고려하지 않는다면, 벽면에서 유동은 접선 방향이므로, $\theta_A=0$ 이다. 식 (1), (2)를 연결하면, 다음을 얻는다.

$$\theta_O = \omega_B - \omega_O = \int_{M_{sO}}^{M_{sB}} \left[\frac{\lambda(M)}{M^2 - 1} \right]^{1/2} dM \quad (3)$$

여기에서

$$\lambda(M) = \left(1 + \frac{2}{\gamma+1} \frac{1-\mu^2}{\mu} \right) \times \left(1 + 2\mu + \frac{1}{M^2} \right)$$

$$\mu^2 = \frac{(\gamma-1)M^2 + 2}{2\gamma M^2 - \gamma + 1}$$

이 때, 설계 값들은 다음과 같이 주어진다.

$$M_{sO} = M_s = 1.34 \quad (\text{inlet})$$

$$M_{sB} = M_{sI} = 1.2 \quad (\text{exit})$$

이들을 식 (3)에 대입하면, $\theta_O = -21^\circ$ 를 얻는다. 음의 부호는 팽창(expansion)을 의미한다.

θ_O 를 일정 간격으로 부채꼴처럼 나눈 다음, 모든 절점 (node)에서 식 (1),(2)와 같이 연결 방정식을 세워 풀면, Fig. 2(a)에서와 같은 특성선의 조합을 얻을 수 있다. 예컨대 점 D는 이미 알고 있는 점 O와 E의 특성 값으로부터 결정할 수 있다. 특성선의 기울기는 각각

OE (C_+):

$$\frac{dy}{dx}_{OE} = -\frac{1}{2} \left[\tan(\theta_O + m_O) + \tan(\theta_E + m_E) \right] \quad (4)$$

ED (C_-):

$$\frac{dy}{dx}_{ED} = -\frac{1}{2} \left[\tan(\theta_E - m_E) + \tan(\theta_D - m_D) \right] \quad (5)$$

이며

$$m = \tan^{-1} \left[\frac{M^2 - 1}{M^2 \lambda(M)} \right]^{1/2}$$

이다.

곡선 ODB 는 C_+ 와 C_- 로 구성된 특성 곡선들로부터 그려진다(Fig. 2(a) 참조). 실제 실험에서 분리기는 두께 1 mm 의 스테인리스 판으로 제작되었고, 점 용접 (spot welding)을 사용하여 조립시킨 다음, 충격파관에 삽입되었다.

Fig. 2(b)는 본 설계의 검증을 위하여 Navier-Stokes 수치 모사를 한 결과이다. 그 결과 충격파 분리의 위아래에서 각각 $M_{su} = 1.41$, $M_{sl} = 1.22$ (설계치와 1.6 % 오차)의 거의 평면에 가까운 이동 충격파들을 얻을 수 있었다. 이 때, 오차가 발생하는 이유는 점성 효과 때문으로 추정된다. Fig. 2(b)의 수치 데이터는 나중에 Fig. 5 (b)와 (d)를 계산하는데 필요한 초기 조건으로도 쓰인다.

2.2 수치 모사 방법

충격파관 실험과 비교할 수치 데이터를 얻기 위하여 다음의 Navier-Stokes 방정식을 취한다. 이는 다음과 같이 쓸 수 있다. ⁽¹²⁾

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \mathbf{G}_j}{\partial x_j} \quad (6)$$

여기에서

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_j = \begin{pmatrix} \rho u_j \\ \rho u_i u_j + p \delta_{ij} \\ u_j (E + p) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G}_j = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \\ u_i \tau_{ij} + q_j \end{pmatrix},$$

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_i u_i,$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right),$$

$$q_j = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{p}{\rho} \right)$$

계산 영역이 벽면일 경우 미끄럼이 없다는 경계 조건을 사용한다(no slip condition). 원방 경계에서는 Riemann 불변량을 고려한 특성 경계 조건을 이용한다. 초기 조건은 2.1 절에서 언급한 대로 Fig. 2(b)의 데이터를 사용한다.

Roe 의 유량 차분법(flux difference scheme)에 기초한 TVD(total variation diminishing) 방법을 사용하여 식 (6)의 공간 적분을 수행한다. 이 때, MUSCL(monotone upstream-centered schemes for conservative laws) 확장을 통하여 시간과 공간 모

두에 대해서 2 차 이상의 정확도를 가지도록 한다. 이러한 수치 기법의 안정성과 수렴성에 대해서는 참고 문헌⁽¹²⁾에 제시되어 있다.

충격파와 같이 구배가 큰 부분에서는 좀더 조밀한 격자를 사용하는 QUAG(quadrilateral unstructured adaptive grid) 기법을 사용한다.⁽⁸⁾ 매 3 회의 반복 계산(iteration)마다 격자를 생성-합성(refinement-unrefinement)함으로써 조밀한 격자계를 얻을 수 있다. Fig. 3은 이러한 사각형 비정렬 적응 격자계의 예를 보여준다.

3. 실험 결과 및 토의

실험 결과 Fig. 4(a)-(f)와 같은 충격파-와동 간섭의 음영 사진들을 얻을 수 있었다. 그림 캡션의 시간(단위: μs)은 위쪽 충격파(U)의 처음 회절로부터 측정된다. 실제로 그 순간은 압력 변환기의 충격파 도착 신호를 포착(triggering)한다

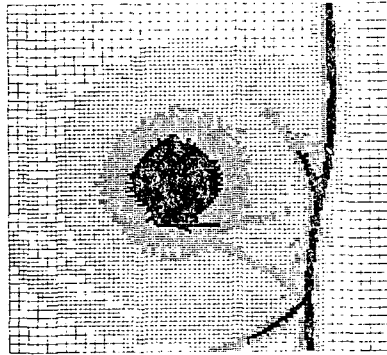
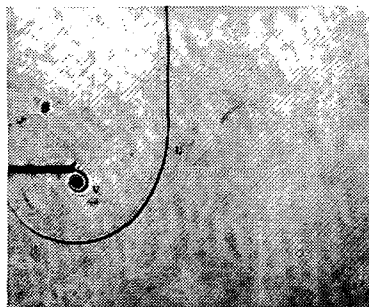
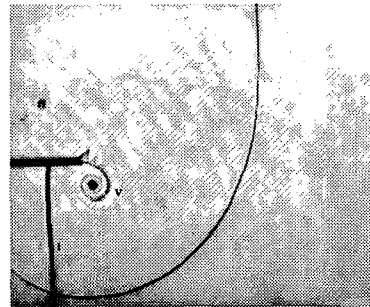


Fig. 3 Quadrilateral unstructured adaptive grid (QUAG): partial view



(a) 64 μs



(b) 118 μs

Fig. 4 Shadowgraphs

음, 충격파 속도에 따른 일정한 시간 지연을 주어 추정한다.

Fig. 4(a)에서 충격파 U는 평판의 끝단에서 이미 회절되어 강한 와동(V)을 만들어낸다. Fig. 4(b)는 아래쪽 입사 충격파(I)가 막 V를 치기 직전의 장면이다. 충격파-와동 간섭의 전반기에서, I의 위쪽 부분은 V의 시계 방향 운동에 의하여 Fig. 4(c)에서와 같이 심하게 뒤틀린다. 조금 더 시간이 지나면, Fig. 4(d)처럼 평판과 V사이에 놓인 I의 일부는 가속되어 강낭콩 모양의 파동으로 쪼개져 나가고, I의 아래쪽 끝단은 와동 중심에 붙잡히게 된다. 이러한 가속파(A: accelerated wave)는 방사상으로 전파되며, I의 감속된 부분은 서서히 반시계 방향으로 회전하게 된다⁽⁷⁾ (Fig. 4(e)-(f) 참조).

후반부 사진인 Fig. 4(d)-(f)에서, 아직까지 참고 문헌들에서 그 메커니즘이 충분히 규명되지 않은 몇 가지 파동들이 복잡하게 발견된다. 그 중에서도 본 논문의 저자들은 두 가지 약한 파동들에 주목한다. 이들을 각각 반사파(R: reflected wave)와 전달 충격파(TS: transmitted shock)라고 이름 붙이고 사진 위에 표시하였다. Fig. 4(e)에서, 파동 R은 파동 A의 일부분으로 합쳐짐을 관찰할 수 있다. 또한 Fig. 4(d)-(e)에서 충격파 I가 와동 핵(V, 음영사진에서 어두운 점에 해당함)을 꿰뚫고 나선형 꼬리를 지닌 TS의 약한 흔적을 찾아볼 수 있다. 그러나 Fig. 4(f)에서 이는 약해져서 거의 사라진다. 한편 전단층(S) 위에서의 유동 불안정성(flow instability) 때문에 위성 와동(satellite vortex: 사진상의 까만 점)이 보이는데, 충격파 I와 위성 와동의 간섭 때문에 생기는 약한 압축성 파동은 반사파 R과 분명히 구분되어야 한다.

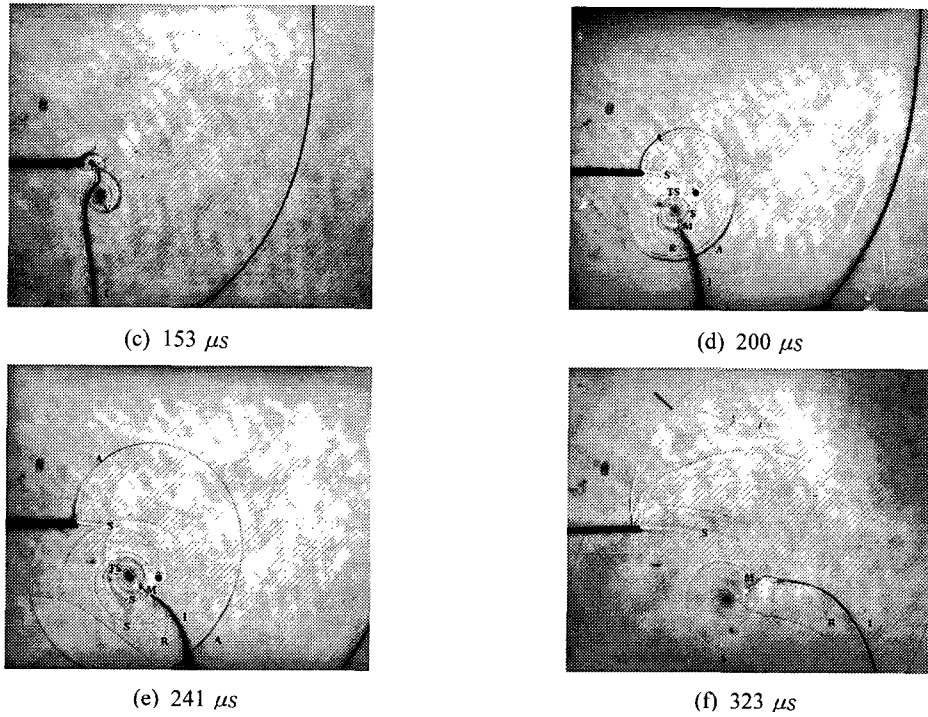


Fig. 4 Continued

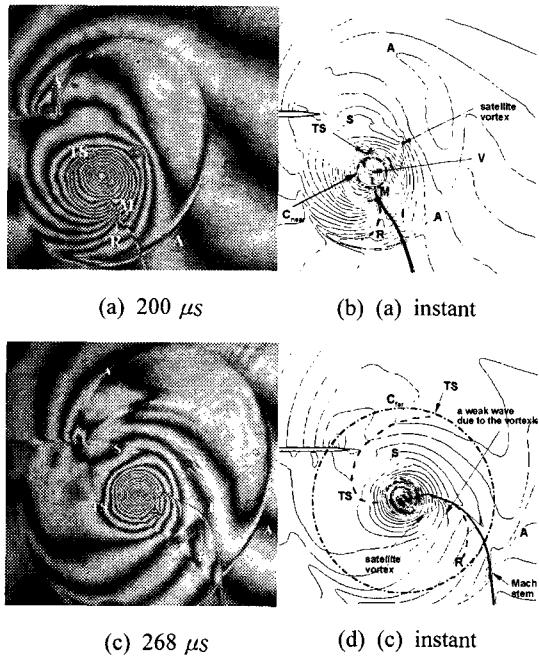


Fig. 5 Experimental interferogram and Navier-Stokes simulation

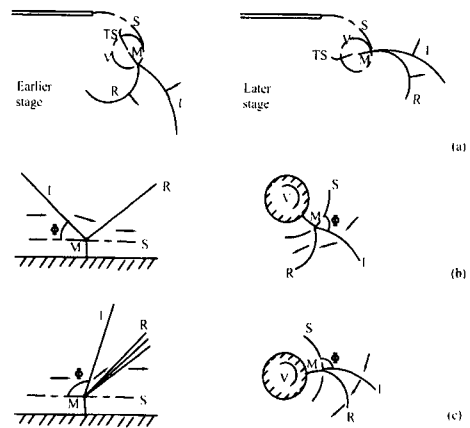


Fig. 6 Shock reflection: (a) Schematic, (b) Compressive type (R: shock), (c) Expansive type (R: expansion)

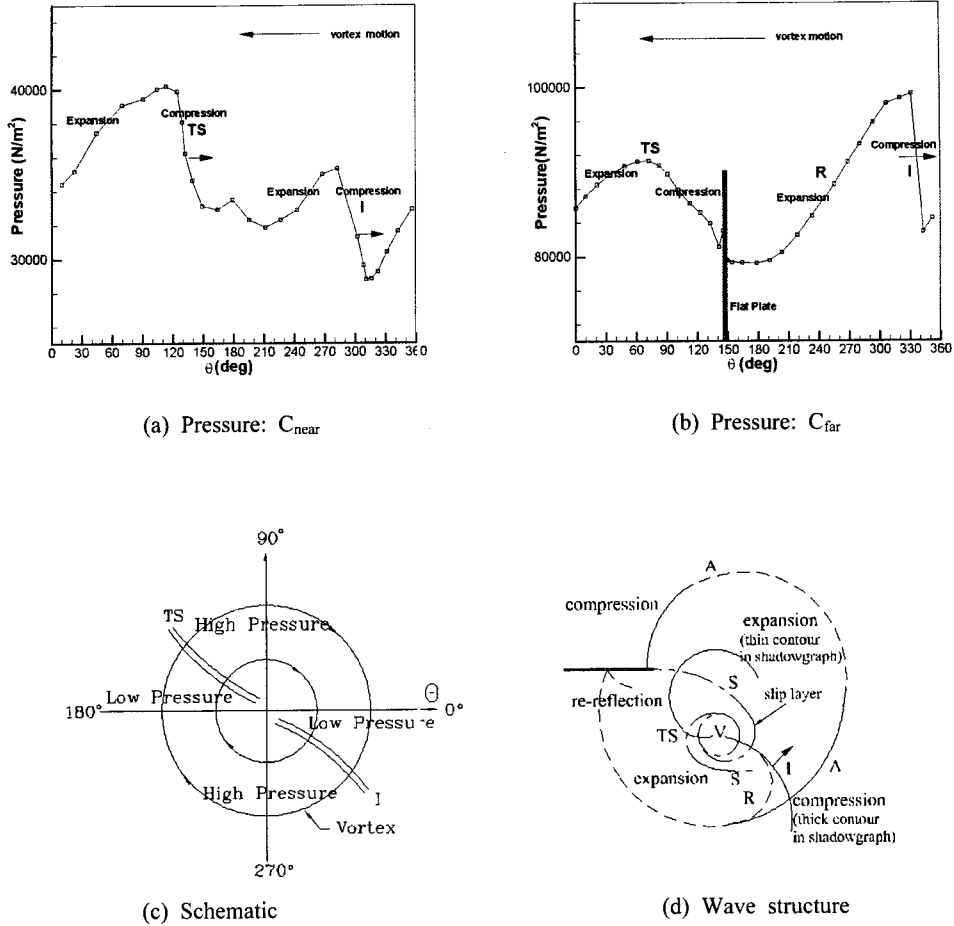


Fig. 7 Shock penetration

3.1 와동으로부터의 충격파 반사

실험 및 수치 해석 결과는 Fig. 5(a)-(d)에 비교되어 있다. 홀로그래피 간섭계로부터 얻은 얼룩무늬(fringe) 문양과 수치 모사의 등밀도선(isopycnics)은 직접 비교할 수 있다. 사진 (a)와 (b)는 충격파-와동 간섭의 초기 단계를, 그리고 (c)와 (d)는 후기 단계를 보여준다. 여기에서 등밀도선의 간격은 $\Delta\rho=0.025 \text{ kg/m}^3$ 이다.

Fig. 5(a)-(d)에서의 반사파(R) 모양을 Fig. 6(a)-(c)에서 다시 개념적으로 스케치하였다. 파동 R은 I가 와동 가장자리 미끄럼 층에서 반사된 것으로 해석할 수 있다. Fig. 5(a)-(c)에서와 같이 충격파 반사의 가능한 패턴은 두 가지이다.

는 압축형(compressive type: Fig. 5(a)-(b), Fig. 6(b))과 팽창형(expansive type: Fig. 5(c)-(d), Fig. 6(c))이다. 이 두 가지 형들은 충격파(I)의 미끄럼 층(S)에 대한 입사각(ϕ)에 관계가 있다. 즉, Fig. 5(b)-(c)의 우측 그림을 좌측과 같이 위상학적으로 변환하였을 때, 반사파 R은 $\phi < 90^\circ$ 일 때 압축파가 되고 $\phi > 90^\circ$ 일 때 팽창파가 된다. 좌측 그림들은 충격파 역학 교과의 단순 마하 반사(single Mach reflection)와 매우 유사하다. 단지 마하 충격파(M: Mach stem)가 미끄럼 선(S: slip line) 아래 잠겨져 있을 뿐이다.

그러나 점성까지 고려할 때, 실제 물리 현상에

서 이러한 선형 미끄럼 선은 확산(diffusion)에 의해 다소 퍼지게 되므로 '미끄럼 층(slip layer)'이란 용어를 사용한다. 충격파-와동 간섭이 진행됨에 따라 일반적으로 충격파 반사는 압축형에서 팽창형으로 천이하여 나간다(Fig. 6(a) 참조).

3.2 와동으로의 충격파 투과

Fig. 4(d)-(e)로 되돌아가서, 입사 충격파 I의 끝단이 와동 핵을 뚫어 형성된 관통 충격파 (TS)에 대하여 살펴보자. 파동 TS는 매우 약한 충격파이며, 시간이 지남에 따라 압축파로 약화되어 간다. Fig. 7(a)-(b)에서 Fig. 5(b)의 원주 C_{near} ($r=3.3$ mm) 와 Fig. 5(d)의 원주 C_{far} ($r=33$ mm)를 따라 방위각에 대해 각각 압력 분포를 도시해 보았다. 이 데이터는 수치 모사로부터 얻어진 것이다.

충격파-와동 간섭 초기 단계의 근장(near field)에서 얻어진 Fig. 7(a)에서, I와 TS는 거의 같은 크기 정도(order)를 갖는다. 와동의 운동과 파동들의 전파 방향을 고려하여 보면, I와 TS는 모두 감속되면서 강해진다. Fig. 7(c)와 같이, 충격파 I와 TS는 낮은 압력으로부터 높은 압력으로 와류를 압축시키는 역할을 한다. 그리고 회전하는 유동은 압축 영역을 지난 후 높은 압력에서 낮은 압력으로 팽창되면서 완화(relaxation)됨을 관찰할 수 있다. 따라서 I와 TS로 인한 두 쌍의 압축-팽창 조합이 와동 중심에 대해 번갈아 배열하면서 4 극자 압력 분포를 구성한다.⁽⁶⁾

충격파-와동 후기 단계의 원장(far field)에서 얻어진 Fig. 7(b)에서, I는 원래의 강도를 되찾지만 TS는 압축파로 무디어져 감을 살펴볼 수 있다. 이는 TS의 나선형 꼬리가 와류의 회전 방향인 시계 방향으로 전파되기 때문에 가속되어 약화되기 때문이다. Fig. 7(b)를 보면, C_{far} 상에서 TS의 교차점은 대략 $\theta=75^\circ$ 근방임을 알 수 있다. 이 지점은 Fig. 5(d)에 화살표로 표시하였다. 파동 A가 와동 중심에 대하여 방사상으로 전파함에 따라 4 극자 형태는 좀더 분명해진다. Fig. 7(d)에서 실선은 압축 영역, 점선은 팽창 영역을 나타낸다. Fig. 4(d)-(e)의 음영 사진을 보면, 압축 영역은 어둡고 팽창 영역은 밝게 나타난다.

4. 결론

본 연구에서는 충격파관 내에 충격파 분리기를 설치하여 충격파-와동 간섭에 대해서 매우 간략화된 실험적 모델을 구상하였다. 실험에서 얻은 가시화 사진과 이에 대한 수치 해석 결과를 바탕으로 충격파의 와동 경계 미끄럼 층에서의 반사와 와동 핵의 투과에 대해 관찰할 수 있었다. 나아가 개념적인 분석을 통하여 입사 충격파(I)와 반사파(R), 그리고 관통 충격파(TS)가 4 극자 압력 분포에 공헌하는 메커니즘을 규명하였다. 즉, I와 TS는 압축파로 작용하고, 반사파 R은 처음에는 압축파였다가 나중에는 팽창파로 바뀌면서, 와동 주위에 압축-팽창-압축-팽창으로 분포하는 4 극자 구조를 구성한다.

참고문헌

- (1) Hollingworth M. A. and Richards E. J., 1955, "A Schlieren Study of the Interaction Between a Vortex and a Shock Wave in a Shock Tub," *ARC17985*, FM2323.
- (2) Hollingworth M. A. and Richards E. J., 1956, "On the Sound Generated by the Interaction of a Vortex and a Shock Wave," *ARC18257*, FM2371.
- (3) Ribner H. S., 1954, "Convection of a Pattern of Vorticity Through a Shock Wave," *NACA Report 1164*.
- (4) Ribner H. S., 1959, "The Sound Generated by Shock-Vortex Interaction," University of Toronto, *UTIAS61*.
- (5) Dosanjh D. S. and Weeks T. M., 1965, "Interaction of a Starting Vortex as well as a Vortex Street with a Travelling Shock Wave," *AIAA Journal*, Vol. 3, pp. 216-223.
- (6) Weeks T. M. and Dosanjh D. S., 1967, "Cylindrical Sound Wave Generated by Shock-Vortex Interaction," *AIAA Journal*, Vol. 5, pp. 660-669.
- (7) Chang S. M. and Chang K. S., 2000, "On the Shock-Vortex Interaction in Schardin's Problem," *Shock Waves*, Vol. 10, pp. 333-343.

- (8) Chang S. M., Lee S. and Chang K. S., 2001, "Morphological Transformation of Shock Wave: Behind a Flat Plate," *KSME International Journal*, Vol. 15, pp. 665~670.
- (9) Chang S. M. and Chang K. S., 1999, "Weak Shock Waves Reflected from a Blunt Body," *Transactions of KSME (B)*, Vol. 23, pp. 901~910.
- (10) Chang S. M. and Chang K. S., 2001, "Vortex Ring, Shock-Vortex Interaction, and Morphological Transformation Behind a Finite Cone," *KSME International Journal*, Vol. 15, pp. 1599~1604.
- (11) Whitham G. B., 1974, *Linear and Nonlinear Waves*, John Wiley and sons, pp. 263~311.
- (12) Chang S. M., 2000, "Unsteady Shock Wave-Vortex Interactions in the Compressible Shear Layer," Ph.D. Thesis, KAIST.