

불확실 변수에 대한 구배 최소화를 이용한 강건 최적 설계와 마이크로 자이로스코프에의 응용

한 정 삼[†] · 곽 병 만^{*}

(2002년 3월 28일 접수, 2002년 7월 2일 심사완료)

Robust Design in Terms of Minimization of Sensitivity to Uncertainty and Its Application to Design of Micro Gyroscopes

Jeong Sam Han and Byung Man Kwak

Key Words : Robust Optimal Design(강건 최적 설계), Micro Gyroscope(마이크로 자이로스코프), Uncertain Variable(불확실 변수), Sensitivity(민감도), Fabrication Error(공정 오차)

Abstract

In this paper a formulation of robust optimization is presented and illustrated by a design example of vibratory micro gyroscopes in order to reduce the effect of variations due to uncertainties in MEMS fabrication processes. For the vibratory micro gyroscope considered it is important to match the resonance frequencies of the vertical (sensing) and lateral (driving) modes as close as possible to attain a high sensing sensitivity. A deterministic optimization in which the difference of both the sensing and driving natural frequencies is minimized as an objective function results in highly enhanced performance but apt to be very sensitive to fabrication errors. The formulation proposed is to attain robustness of the performance by including the sensitivity of the response with respect to uncertain variables as a term of objective function to be minimized. This formulation is simple and practically applicable since no detail statistical information on fabrication errors is required. The geometric variables, beam width, length and thickness of vibratory micro gyroscopes are adopted as design variables and at the same time considered as uncertain variables because here occur the fabrication errors. A robustness test in terms of a percentage yield by using the Monte Carlo simulation has shown that the robust optimum produces twice more acceptable designs than the deterministic optimum. Improvement of robustness becomes bigger as the amount of fabrication errors is assumed larger. Considering that the magnitude of fabrication errors and uncertainties in a MEMS structure are comparatively large, the present method is illustrated to be a viable approach for a robust MEMS design.

1. 서 론

MEMS는 기계 및 전자 복합 장치의 소형화, 다기능화, 그리고 일괄공정이 가능하여 제품의 소형화, 저가격, 저전력화 및 고신뢰성 등을 필요로 하는 새로운 혁신적인 제품 창출에 필수적인 기술로 가까운 미래에 대규모 시장으로 급성장할 것으로

전망되기 때문에 산업화를 향한 활발한 움직임과 더불어 제품의 성공적인 상용화에 중점을 둔 연구와 개발이 진행되고 있다.⁽¹⁾ MEMS 제품의 성공적인 상용화를 가능하게 하는 필수적인 사항은 강건 설계를 통한 적절한 제품 가격 및 신뢰성의 확보이다. MEMS 소자의 치수 항목과 상대적인 제작 오차의 의미에 있어서, 정밀 구조물이 아니라 오히려 미가공된 미소 구조물로 간주되며 온도 변동과 외부 충격에 취약할 수 있다. 따라서, 이러한 제작 오차 및 외란 하에서 MEMS 소자가 요구되는 중요한 기능을 만족하면서 가장 높은 수율을 제공하는 강건 최적 설계를 하는 것이 중요하다.

[†] 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : jshan@khp.kaist.ac.kr
TEL : (042)869-8264 FAX : (042)869-8270

^{*} 회원, 한국과학기술원 기계공학과 교수

Table 1 Dimensions of a micro gyroscope: designed values and measured values

Specifications		Designed	Measured
Beam width	(μm)	3.5	4 \pm 0.2
Beam length	(μm)	300	300 \pm 1
Spring constant	(N/m)	5.7	6.77
Mass	(μg)	2.36	2.61
Resonant frequency	(kHz)	7.82 ^(a)	9.45 (9.1) ^(b)

(a) Simulation by FEM with the designed dimensions

(b) Simulation by FEM with the measured dimensions

Table 1 은 캡코더용 마이크로 자이로스코프의 개발에 관한 문헌에서 발췌한 것으로 설계 치수와 실제 제작된 구조의 치수를 비교한 것이다.⁽²⁾ 구조물의 치수 중 빔의 폭은 3.5 μm 로 설계하였으나 사진 작업과 RIE 공정에서 발생한 제작 오차 때문에 4 μm 정도로 두꺼워졌으며, 빔의 윗부분이 아래부분보다 폭이 약간 좁았다. 이러한 구조물의 치수 변화로 인하여 스프링 상수값은 19 % 정도 증가하였고, 질량도 약간 증가하였다. 그 결과로 자이로스코프의 감도 성능에 직접적인 영향을 끼치는 공진주파수가 15 % 이상 증가하여 설계치에서 많이 벗어났다.

위의 예를 통하여 MEMS 제작 과정에서 발생할 수 있는 제작 공정 오차로 인해 파생되는 성능의 저하를 간단히 살펴보았다. 이와 같이 MEMS 구조물에서 제작 오차에 대한 성능의 변화 정도가 중요한 이유는 일반적인 기계 구조물에서는 구조물의 치수에 비해 오차가 작아 그 영향이 크지 않으나 MEMS 구조물에서는 오차가 그 구조물의 크기에 비례하여 줄어들지 않을 뿐만 아니라, 그 치수 자체가 아주 작은 값이기 때문에 오차의 영향은 상대적으로 중요하게 된다. 특히 제작 오차 및 작동 조건의 변화 등이 성능에 막대한 영향을 끼치는 MEMS 구조물의 경우에는 불확실성을 고려한 강건 설계가 더욱 필요하다.

강건 설계에 대한 연구는 실험계획법을 이용하는 방법, 민감도를 이용하는 방법 그리고 신뢰도를 이용하는 방법으로 크게 구분할 수 있다. 실험계획법의 대표적인 방법은 다구찌 방법⁽³⁻⁵⁾이며 반응표면법을 이용하는 연구⁽⁶⁻⁹⁾도 발표되었다.

성능함수의 민감도를 이용하는 방법은 주로 민감도를 이용해서 성능함수의 변동을 계산하여 강건 최적 설계 문제로 구성하는 방법이다. Michael 과 Siddall⁽¹⁰⁾은 설계변수의 공차를 고려하고 최악 경우 해석을 통해 공차의 영향을 최적 설계 과정에 반영하였다. Balling 등⁽¹¹⁾은 기존의 최적화 방법으로 구한 최적해와 그 점에서의 성능함수의 선

형 민감도를 이용한 최적화의 후처리로서, 설계변수 변화량의 놈(norm) 및 허용 공차를 각각 최소화 및 최대화 시키는 동시에 제한조건을 만족하도록 하는 방법을 제안하였다. Parkinson 등⁽¹²⁾은 최악 경우 방법과 통계적인 방법으로 제한조건의 강건성을 높이는 방법을 제안하여 설계 변동 하에서 제한 조건이 만족되도록 하였다. Sandgren 등⁽¹³⁾은 보의 용접 문제에서 결정론적 최적 설계 문제를 비제어 변수를 이용해서 표현하고 지배적인 제한조건을 찾아낸 후, 정규화된 제한조건의 비제어 변수에 대한 민감도 자승의 합을 최소화하는 강건 설계 문제로 변환하여 최적화 하였다. Belegundu 와 Zhang⁽¹⁴⁾은 잡음인자에 대해 성능함수가 선형일 때와 비선형일 때, 모두 불확실 변수에 대한 민감도를 감소시키는 것은 제품이 불량품일 가능성 또한 축소 시킴을 증명하였다. 그리고, 불확실 변수에 대한 응답의 민감도를 최소화 하는 강건 최적 설계 방법을 제안했다. Bennett 과 Lust⁽¹⁵⁾는 초기의 제한조건에 제한조건 함수의 민감도에 비례하는 추가항을 더하는 방법을 이용한 강건 설계 개념을 제안하였다. Sundaresan 등⁽¹⁶⁾은 민감도의 크기를 나타내기 위한 척도로 성능함수의 목표치와 설계변수의 최악 조합에서 계산된 성능함수 값의 차이를 평균 제곱근한 값을 민감도 지수로 제안하였다. Lee 와 Park^(17,18)은 설계변수가 공차 등의 변동을 갖고 있을 때 목적함수 및 제한조건 함수가 설계변수의 변동에 강건하도록 하는 방법을 발표하였다.

신뢰도에 근거한 방법은 제한조건의 강건성을 위하여 제한조건을 확률론적으로 취급하여 계산하는 방법이다. 일반적으로 확률 제한조건을 풀기 위해서는 신뢰도 해석을 통하여 구한 안전지수로 표현되는 최적화 문제로 구성한 후, 비선형 최적 설계 알고리즘을 이용해서 계산한다. 안전지수를 계산하는 방법은 FOSM(first order second moment)과 AFOSM(advanced first order second moment) 방법 등이 있는데 해의 정확성 때문에 AFOSM 방법이 많이 사용되고 있다.^(19,20) 안전지수에 근거한 신뢰도를 이용하여 구조 최적 설계 문제에 적용시킨 연구⁽²¹⁻²³⁾가 진행되었고, Kwak 과 Lee⁽²²⁾는 이러한 최적 설계 문제에서 단일 제한조건 함수의 위반확률을 계산에 불변 2 차 모멘트 방법을 적용하고 신뢰도 제한조건의 새로운 민감도 수식화를 유도하였다. 특히 Jung 과 Lee⁽²³⁾는 신뢰도 지수를 도입하여 성능함수의 강건성과 제한조건의 강건성을 함께 고려할 수 있는 신뢰도 기반 강건 최적 설계를 제안하였다.

지금까지 일반적인 공학 구조물에 대한 강건 설계는 많은 연구가 되어오고 있으나, 이들 대부분은 강건성의 고려를 위해서 구조물에 존재하는 불확실성에 대한 구체적인 정보를 필요로 하기 때문에 MEMS 구조물처럼 시험적으로 제작되는 몇 개의 샘플을 통해서 현실적으로 정확한 정보를 얻기가 쉽지 않고 설령 얻는다고 하더라도 매우 제한적이다. 또한 MEMS에서는 기본적으로 하중을 지탱하고 파손 방지에 대한 제한조건도 고려되어야 하지만, 마이크로 자이로스코프의 경우처럼 구조물의 공진을 적극적으로 이용하거나 특정 부위의 응력을 최대로 하는 등의 일반 구조물의 설계와 다른 특성을 지닌다. 대부분의 일반 구조물의 설계에서 많은 설계가 변위나 응력 제한조건에 위배되거나 활성화된 상태가 되어 이러한 제한조건이 중요성을 가지는 반면에 MEMS 구조물에서 이러한 조건의 경우 위험한 범위까지 설계 영역이 가지 않거나 다른 성능에 관한 조건들이 더 중요한 경우가 많다. 따라서, MEMS 강건 설계를 위해서는 일반적인 강건 설계에서 문제가 되는 것처럼 지나친 계산 시간을 요하지 않고, 불확실성에 대한 구체적인 정보가 없어도 제작 오차나 기타 불확실한 변동에 대한 강건성을 확보할 수 있는 MEMS 강건 설계 방법론이 필요하다.

2. 강건 최적 설계 수식화

2.1 개요

본 논문에서 설계변수는 설계를 위해 설계자가 결정하는 기계 구조물의 형상과 관련된 치수를 의미하는데, MEMS 구조물에서 형상을 결정하는 보의 두께, 폭, 길이와 판의 크기 및 두께 등이 설계변수에 해당된다. 일반적으로 설계변수는 설계자가 조정할 수 있는 제어 변수(controllable variable)이다. 시스템 인자(system parameter)는 주어지는 문제에 따라 결정되는 하중이나 재료의 밀도, 탄성계수, 허용응력 등의 물성치, 온도 등의 환경변수도 포함하는 것으로 설계자의 의도대로 제어할 수는 없는 비제어 변수(uncontrollable variable)이다. 이에 반하여 불확실 변수(uncertain variable)는 제작 오차나 공정 온도에 따른 물성의 변동과 같이 설계자의 의도와 상관없이 외란에 의해 발생하는 불확실한 값이다. 결정론적 최적 설계 문제에서는 불확실 변수는 존재하지 않는 것으로 가정하고 최적해를 구하는 것이고, 강건 최적 설계는 이러한 불확실 요소를 최적화 중에 고려한다. MEMS 공정에서 발생하는 제작 오차가 강건 설계에 중요한

관점일 경우는 설계변수를 불확실 변수로 취급할 수 있고, 시스템 인자의 변동이 중요한 경우에는 시스템 인자만을 불확실 변수로 생각할 수 있다. 경우에 따라서는 설계변수와 시스템 인자 모두가 불확실 변수가 될 수 있다.

전형적인 최적 설계 수식화는 크게 목적함수와 제한조건으로 구성되며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \\ & \text{Subject to } g_j(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \leq 0 \quad j=1,2,\dots,m \quad (1) \\ & \quad \quad \quad x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU} \quad i=1,2,\dots,n \end{aligned}$$

여기서 \mathbf{x} 는 n -차원 설계변수벡터, \mathbf{z} 는 l -차원 벡터로 주어진 문제에 따라 결정되는 시스템 인자이다. 이 수식화로 구한 최적해가 설계변수 및 시스템 인자의 변동을 고려하지 않은 경우를 결정론적 최적해(deterministic optimum)라고 한다. 그러나 많은 경우 설계변수나 시스템 인자는 설계값으로부터 어느 정도 오차를 지닌 불확실 변수이므로 목적함수는 변동이 발생하여 성능이 저하되고, 제한조건을 위배하는 경우가 발생하기도 한다. 따라서, 최적해에서 성능의 강건성을 갖기 위해서는 설계 과정 중에 설계변수와 시스템 인자를 불확실 변수로 취급하고 그 변동을 고려하여 최적화를 수행함으로써 목적함수의 변동량을 감소시키면서 초기에 설정된 제한조건을 만족시키는 강건한 최적해를 구하는 것이 바람직하다. 일반적으로 성능의 강건성은 목적함수의 강건성과 제한조건 함수의 강건성으로 설명된다.

2.2 목적함수의 강건성

설계변수나 시스템 인자가 제작 오차나 공차로 인해 설계치에서 벗어나게 되면 목적함수도 어떤 분포를 가지며 설계치에서 변동하게 된다. 목적함수의 강건성은 설계변수나 시스템 인자에 변동이 존재할 때, 목적함수의 변동을 최소화하는 것이다. 이렇게 목적함수의 변동을 최소화하면 설계변수 및 시스템 인자의 변동을 크게 할 수 있으므로 값싼 장비로도 제작이 가능하고 공차를 크게 할 수 있어 제작비를 감소시킬 수 있다. MEMS 구조물을 고려할 때, 공정에서 치수 오차가 발생하는 경우는 설계변수에 변동이 생기는 것으로 간주할 수 있다. 따라서, 공정 오차나 물성치 변화에 대하여 성능이 목표치에 일치하고 가능한 목표치에서 벗어나는 변동을 줄이는 것이 목적함수의 강건성을 높이는 방법이다.

목적함수의 강건성을 고려할 수 있는 가장 일반적인 수식화는 가중치를 고려한 목적함수와 표준편차의 합이다.^(5,17,18)

$$\Phi(\mathbf{x}) = \alpha f(\mathbf{x}) + (1 - \alpha)\sigma_f \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (2)$$

여기서 α 는 가중치를 나타내고 $f(\mathbf{x})$ 는 설계변수의 명목치에서 구한 원래 목적함수의 값이며 σ_f 는 표준편차를 나타낸다. 목적함수의 목표치가 M 으로 정해져 있는 경우는 목적함수의 평균(μ_f)을 이용하여 다음과 같이 수식화 하기도 한다.⁽⁹⁾

$$\Phi(\mathbf{x}) = (\mu_f - M)^2 + \sigma_f^2 \quad (3)$$

또 다른 형태의 목적함수로는 다음과 같이 민감도 지수(sensitivity index) SI 를 도입하고 가중치를 고려한 형태로 구성하는 것이다.⁽¹⁶⁾

$$\Phi(\mathbf{x}) = \alpha f_c + (1 - \alpha)SI \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (4)$$

여기서 f_c 는 설계변수의 중앙점에서 계산된 목적함수 값이다. 설계변수가 증가하는 경우, 효율적인 계산을 위해 부분조합법의 일종인 다구찌의 직교배열이 이용되기도 한다. 신뢰도에 근거하여 목적함수의 평균과 분산을 동시에 고려하는 강건 최적 설계 수식화도 제안되었다.⁽²³⁾

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \tau \\ &\text{Subject to } \Pr[f \geq \tau] \leq p_f \end{aligned} \quad (5)$$

성능지수 τ 를 설계변수로 추가해서 목적함수 값이 성능지수보다 클 확률이 어떤 주어진 확률값보다 작게 하고, 이 성능지수를 최소화하면 목적함수와 분산을 동시에 최적화할 수 있다.

2.3 제한조건의 강건성

제한조건이 있는 최적 설계 문제에서 어떤 최적 설계 결과가 정확히 제한조건을 만족하거나 제한조건 만족 영역의 경계 근처에 있을 경우, 설계변수나 기타 시스템 인자의 변동으로 인하여 제한조건은 위반될 가능성이 높다. 일반적으로 최적화 과정에서 불확실 변수로 인해 발생하는 제한조건의 증가량을 고려한 보수적인 제한조건으로 변환하여 계산하는 방법으로 제한조건의 강건성을 높일 수 있다. 그러나, 이 경우에 제한조건의 가용영역은 줄어들고 일반적으로 목적함수의 증가를 초래한다.

2.3.1 최악 경우 방법

최악 경우 방법은 설계치의 최악 조합의 경우에도 제한조건이 모두 만족되도록 설계하는 것을 의미한다.⁽¹⁶⁾

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \Phi(\mathbf{x}) \\ &\text{Subject to } \max\{g_j(\mathbf{y}), \forall \mathbf{y} \in W(\mathbf{x})\} \leq 0 \quad j=1, \dots, m \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathbf{x} \in S \text{ where } S = \{\mathbf{x} : \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \mid \mathbf{x}_L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_U\}$$

여기서 $W(\mathbf{x})$ 는 최악 조합의 집합을 의미하고, \mathbf{y} 는 그 집합에 속하는 설계변수벡터이다.

2.3.2 벌칙항 추가법

벌칙항 추가법은 각 제한조건마다 여러가지 불확실성에 의해 발생하는 제한조건의 변동량을 구하고 그 변동량을 원래 제한조건에 벌칙항으로 추가한 제한조건이 만족되도록 설계하는 방법이다. 제한조건의 변동량을 고려하는 다양한 방법이 연구되었다.^(12,16,17) 한 예로 식 (7)은 각 제한조건의 벌칙항으로 불확실 변수에 의한 놈(norm)의 형태로 된 변동량이 추가됨을 의미한다.

$$g_j(\mathbf{x}, \mathbf{z}) + \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g_j}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^l \left(\frac{\partial g_j}{\partial z_i} \Delta z_i \right)^2} \leq 0 \quad (7)$$

2.3.3 확률론적 방법

확률론적 방법은 초기의 제한조건을 확률 제한조건으로 표현한 후, 설계점에서 제한조건을 위반하는 확률 즉, 손상확률을 구해서 결정론적 제한조건으로 변환하여 최적 설계를 수행하는 방법이다. 일반적인 확률 제한조건을 이용한 강건 최적 설계 수식화는 다음과 같다.⁽²¹⁾

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } f(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \\ &\text{Subject to } \Pr[g_j(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \geq 0] \leq p_j \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)의 의미는 제한조건 $g_j(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ 가 위반될 확률이 제한확률값 p_j 보다는 작아야 함을 나타낸다. 설계변수와 시스템 인자는 확률변수 α 의 함수로 볼 수 있으므로 제한조건의 위반확률값을 구하기 위하여 안전지수 β 를 계산하여 다음과 같이 결정론적 제한조건으로 변환할 수 있다.

$$\begin{aligned} &1 - \Phi(\beta^*) \leq p_j \\ &\beta^* = \text{Min}_{\alpha \in \Omega} \|\alpha\| \quad \text{where } \Omega = \{\alpha \mid g_j(\alpha) \geq 0\} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $\Phi(\bullet)$ 는 누적 표준 정규 분포함수를 나타내고 안전지수 β^* 는 서로 독립적이고 표준 정규 분포를 갖는 확률변수 α 의 좌표계에서 원점으로부터 제한조건 위반 영역까지의 최단 거리로 정의된다.

2.3.4 민감도 이용 방법

설계변수나 시스템 인자에 변동이 있을 때, 이러한 불확실 변수의 함수인 제한조건 함수를 지배 제한조건으로 선정하고, 지배 제한조건의 불확실 변수에 대한 민감도를 이용하여 다음과 같이 표현한다.⁽¹³⁾

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \left\{ \frac{\partial R_j}{\partial u_i} \right\}^2 \quad (10)$$

$$g_j(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, J$$

여기서 R_j 는 j 번째 정규화된 지배 제한조건 함수,

u_i 는 i 번째 불확실 변수를 의미한다. 따라서, 식 (10)은 단위 불확실 변수의 변동에 대한 제한조건 함수의 변동의 합을 최소화하여 제한조건을 강건성을 높이는 수식화이다.

2.4 강건 최적 설계 문제

2.4.1 수식화

강건 최적 설계 문제에서 설계변수 x 와 주어진 문제에 따라 결정되는 시스템 인자 z 를 모두 변동이 발생할 수 있는 불확실 변수 u 라고 가정한다. 불확실 변수에 대한 구체적인 정보는 알지 못하고 대략적으로 어떠한 불확실 변수가 발생한다는 것만을 경험적으로 알고 있는 경우를 위하여 다음과 같은 강건 최적 설계 수식화를 제안하고자 한다. 이 수식화는 전형적인 결정론적 최적 설계 수식화인 식 (1)을 기본으로, 원래 문제에서의 목적함수와 제한조건 함수의 불확실 변수에 대한 민감도를 이용하여 강건 최적 설계의 목적함수로 구성하고 제한조건은 원래 문제의 제한조건을 이용하여 수식화 된다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \left\{ w_f \max_k \left| \frac{df(x, z)}{du_k} \right|^* + w_g \max_{j,k} \left| \frac{dg_j(x, z)}{du_k} \right|^* \right\} \\ & \text{Subject to } g_j(x, z) \leq 0 \quad j=1, \dots, m \quad (11) \\ & f(x, z) - f_{m+1} \leq 0 \\ & x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU} \quad i=1, \dots, n \end{aligned}$$

여기서 w_f 와 w_g 는 목적함수와 제한조건의 민감도에 대한 가중치이며 첨자 k 는 설계변수와 시스템 인자 중에서 불확실 변수로 취급되는 것을 표시하는데 이용된다. 첨자 J 는 원래 문제의 제한조건 중에서 강건성을 고려할 필요가 있는 제한조건을 의미한다. 또한, 원래 문제의 목적함수 크기는 강건 최적 설계 문제에서 새로운 제한조건으로 추가되어 그 크기를 제한하도록 한다. 수식에서 $|\bullet|^*$ 은 그 값이 정규화된 값을 나타내는데, $\max_k |df/du_k|^*$ 는 불확실 변수에 대한 원래 목적함수의 최대 민감도를 정규화한 값이며 $\max_{j,k} |dg_j/du_k|^*$ 는 불확실 변수에 대한 원래 제한조건 함수의 최대 민감도를 정규화한 값을 나타낸다. 제안된 강건 최적 설계 수식화는 불확실 변수에 대한 성능함수의 민감도를 기본으로 하고 있으며 목적함수의 강건성과 제한조건의 강건성에 관계되는 정보를 강건 최적 설계 수식화의 새로운 목적함수로 구성하여 최소화한다. 따라서, 성능함수의 종류에 따른 민감도 크기의 차이가 발생하는데 이는 정규화를 통하여 해결하였다. 또한, 1 차 민감도가 최적 설계 수식화에 포함되어 있기 때문에 일반적인 비선형 수학적 계획법을 통한 최적화 동안 2 차 민감도의 정보를

필요로 하게 된다.

2.4.2 수치적 구현

제안한 강건 최적 설계 기법을 구현하기 위한 수치적 알고리즘의 단계는 먼저 최적화 프로그램에 필요한 파라미터를 초기화한 다음 설계변수와 시스템 인자를 정의하고, 이 정보에 따라 FE 모델을 구성하여 구조 해석을 수행한다. 최적화 중에 설계 변경에 따라 FE 모델이 자동적으로 변경되어야 하는데 ABAQUS/Design 의 파라메트릭 모델링 기능을 이용하였다. 해석 결과를 이용하여 유한차분법으로 성능함수의 1 차 민감도를 계산한다. 제안된 강건 최적 설계 수식화는 일반적인 최적화의 형태이므로 비선형 수학적 계획법⁽²⁴⁾을 이용하여 최적해를 구할 수 있다. 최적화 프로그램으로는 DOT⁽²⁵⁾를 사용하여 강건 최적 설계 수식화를 수치적으로 구현하고 최적화 하였다. 식 (11)은 목적함수에 성능함수의 1 차 민감도를 포함하고 있기 때문에 최적화 과정 중에 2 차 민감도의 정보도 필요로 하는데 본 연구에서는 2 차 민감도 정보도 역시 유한차분법을 이용하여 수치적으로 계산하였다.

3. 마이크로 자이로스코프의 강건 설계

3.1 마이크로 자이로스코프의 개요

자이로스코프는 물체의 각속도를 측정하는 장치로서 오늘날에는 전통적인 기계적 자이로스코프보다 소형이며 경제적이고 신뢰성 있는 타입의 자이로스코프가 요구되고 있다.⁽²⁶⁾ 1990 년대부터는 경박단소(經薄短小)를 추구하여 박막미세가공법을 이용한 마이크로 자이로스코프가 많은 관심을 받게 되었고, 이 기술을 이용한 진동형 마이크로 자이로스코프에 대한 설계 및 제작 방법에 대하여 많은 연구가 활발히 진행되고 있다.⁽²⁷⁻³⁰⁾

대부분의 진동형 마이크로 자이로스코프는 감지 감도(sensing sensitivity)를 높이기 위해서 구동모드와 감지모드의 고유진동수를 거의 일치시키는 것이 중요하다.^(27,28) 그러나, 설계 시 이러한 점을 고려하여 설계를 한다고 하더라도 실제 제작 시 발생하는 제작 오차로 인해 설계 목표값이나 설계 제한조건을 만족하지 못하거나 제대로 성능을 발휘하지 못하고 제작 오차에 따라 민감한 경향을 보이는 경우가 빈번하다.⁽²⁾ 따라서 제작 공정 후, 정전력을 이용하여 감지모드의 고유진동수를 조정하여 낮추는 방법^(28,29) 및 부분 미소식각법⁽²⁷⁾ 등을 이용하여 설계값에서 벗어난 구동모드와 감지모드의 고유진동수를 일치시키는 방법이 제안되었다.

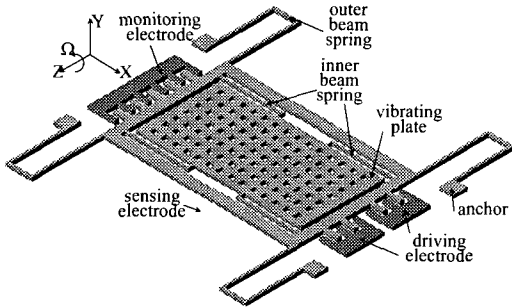


Fig. 1 A schematic drawing of the micro gyroscope

또한, 공정에 무관하게 구동 방향과 검출 방향의 강성을 동일하게 설계하여 고유진동수 동조가 불필요한 마이크로 자이로스코프의 진동체도 제안되었다.⁽³¹⁾ 하지만 이러한 방법들은 추가적인 공정을 요구하거나 적용 범위에 한계가 있기 때문에 처음 설계 단계부터 공정 오차에 둔감하여 제작 후에도 구동모드와 감지모드의 고유진동수가 거의 일치되도록 설계하는 것이 매우 중요하다.

3.2 마이크로 자이로스코프의 기본 이론

고려된 진동형 마이크로 자이로스코프의 개략적인 모델은 Fig. 1 과 같다. 이 마이크로 자이로스코프는 진동 평판, 이 평판을 지지하는 외부빔, 감지방향의 독립적인 운동을 위한 내부빔, 그리고 평판을 구동하기 위한 구동전극과 감지전극 등으로 구성되어 있다.⁽³²⁾ 진동 평판이 정전력에 의해 작동되는 빗살 형태의 구동기에 의해 x 방향으로 가진되고 있을 때, z 축을 중심으로 각속도 Ω 가 작용하면 코리올리 가속도가 발생하여 진동 평판은 y 축 방향으로 진동하게 된다. 코리올리력에 의해 발생하는 진동의 진폭은 z 축을 중심으로 작용하는 각속도의 크기에 비례하며, 이 감지방향 진폭은 진동 평판과 감지전극 사이의 전하량의 변화로 측정할 수 있다. 위의 마이크로 자이로스코프 모델을 단순화하여 다음과 같은 운동방정식을 유도할 수 있다.⁽³³⁾

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x &= F_d(t) \\ m\ddot{y} + c_y\dot{y} + (k_y - k_c)y &= F_c(t) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 m, c, k 는 각 방향의 질량, 감쇠계수, 탄성계수를 나타내고, k_c 는 y 방향 정전력을 편미분함으로써 얻는 정전 탄성계수, F_d 와 F_c 는 정전 구동력과 코리올리력을 각각 의미한다.

마이크로 자이로스코프가 $F_d(t) = \bar{F}_d \sin(\omega t)$ 의 정전력으로 x 방향으로 구동되고, 임의의 일정한 각속도 Ω 가 작용하는 경우에 $|y(t)/\Omega|$ 로 정의되는 정상 상태에서의 감지 감도는 아래로 계산된다.⁽³³⁾

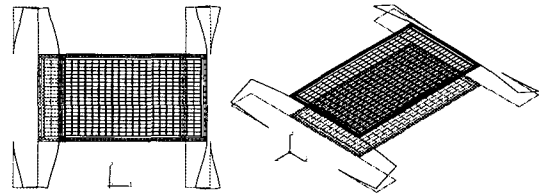


Fig. 2 First and second mode shapes

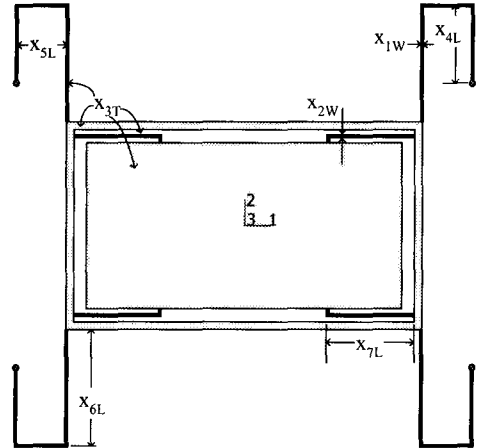


Fig. 3 Definition of design variables for optimization

$$S_m = \frac{|y|}{|\Omega|} = \frac{\frac{\omega}{m} \frac{\partial C_d}{\partial x} V_{dc} V_{ac}}{\sqrt{(\omega_{nx}^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_{nx}\omega_{nx}\omega)^2} \sqrt{(\omega_{ny}^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_{ny}\omega_{ny}\omega)^2}} \quad (13)$$

여기서 $\partial C_d/\partial x$ 는 구동모드 방향의 정전 용량의 변화율, V_{dc} 는 직류전압을, V_{ac} 는 구동 교류전압을 의미한다. ω_{nx} 와 ω_{ny} 는 구동방향과 감지방향의 공진주파수를, ζ_{nx} 와 ζ_{ny} 는 감쇠비를 나타낸다. 실제로 최적화 과정 중에서는 빔의 길이 및 폭만 변경되므로 댐핑 효과는 크게 변화하지 않는다고 판단하고 $\partial C_d/\partial x=1, V_{dc}=1, V_{ac}=1, \zeta_{nx}=1/4000, \zeta_{ny}=1/10000$ 의 수치를 이용하여 단순화된 감도를 계산하고 경향을 파악하였다.⁽³³⁾

3.3 결정론적 최적 설계

결정론적 최적화에서는 마이크로 자이로스코프의 제작 치수와 물성치가 설계기에서 변동이 없다고 가정하고 감지 감도의 향상을 위하여 구동모드와 감지모드의 공진주파수를 거의 일치시키는 최적화를 수행한다.

Fig. 2 처럼 마이크로 자이로스코프의 첫번째 모드는 진동 평판이 좌우로 움직이는 진동이어야 하고 두번째 모드는 평판이 상하로 움직이는 진동이어야 한다. 진동 평판의 크기는 $1400 \times 800 \mu m^2$ 이고, 전체 크기는 대략 $2 \times 2 mm^2$ 이다. 유한요소해석 프로그램은 ABAQUS 를 사용하였고 유한요소

모델은 1024 개의 S4R 쉘요소와 116 개의 B33 빔 요소로 구성되어 있다. 경계조건으로 빔의 끝은 모두 고정하였다. 설계변수는 Fig. 3 과 같이 빔의 폭, 구조물의 두께 그리고 빔의 길이로 총 7 개이다. 구동모드와 감지모드의 공진주파수를 거의 일치시키는 설계를 최적 문제로 수식화 하면 다음과 같다.⁽³²⁾

$$\begin{aligned}
 & \text{Mimimize } f_2 - f_1 \\
 & \text{Subject to } -\Gamma_{11} + 1 \leq 0 \\
 & \quad -\Gamma_{23} + 1 \leq 0 \\
 & \quad -x_6 + x_4 \leq 0 \\
 & \quad -(f_2 - f_1) + \Delta f \leq 0 \\
 & \quad f_{1L} \leq f_1 \leq f_{1U}
 \end{aligned} \tag{14}$$

첫 두 제한조건은 구동모드와 감지모드의 모드 형상에 대한 조건이다.⁽³²⁾ 마이크로 자이로스코프의 모드 형상은 빔의 치수에 대단히 민감하게 변하기 때문에 최적화 동안 모드가 서로 바뀌는 현상이 발생하므로 이것을 고려하기 위해서는 모드 형상을 추적할 필요가 있다. 따라서 이를 위하여 진동모드 기여계수⁽³⁴⁾를 최적화 수식에 도입한다. 진동모드 기여계수란 구조물의 고유진동에서 고유모드의 고유벡터가 어느 정도로 x, y, z 방향으로의 운동 또는 각 방향에 대한 강제 회전운동을 나타내는가를 표시하는 값이다. 진동모드 α 의 i 방향으로의 기여계수는 $\Gamma_{\alpha i}$ 로 표시한다. 따라서 첫번째 제한조건은 첫번째 고유모드가 1 방향(x 방향)으로 움직이는 모드이어야 한다는 조건이며, 두번째 고유모드는 3 방향(y 방향)으로 진동해야 한다는 의미이다. 셋째 조건은 빔의 길이에 대한 치수 제한조건으로 빔의 길이는 구조적으로 합당해야 한다. 넷째 조건은 두 진동수의 차를 적절한 값으로 유지하기 위한 조건으로 $\Delta f=100$ Hz로 하였다. 마지막 조건은 첫번째 고유모드가 3000 ± 3 Hz 정도에 존재하도록 $f_{1L}=2997$ Hz로 $f_{1U}=3003$ Hz로 하였다. 최적 설계에 사용한 최적화 알고리즘은 변형가용방향법이고, 방향 탐색에 필요한 성능함수의 민감도는 0.1 % 섭동량으로 중앙차분법을 이용하여 계산하였다.

입의로 정한 초기 설계에서 시작하여 Table 2와 같은 결정론적 최적해를 얻을 수 있었다. 목적함수인 두 고유진동수의 차는 초기에 946.9 Hz인 것이 최적해에서 100.1 Hz였고, 모든 제한조건은 만족되었다. 최적해에서 첫번째와 두번째 고유진동수는 각각 2999 Hz와 3099.1 Hz이다. 식 (13)의 감지 감도는 초기에 0.034에서 $0.316 \mu\text{m rad}^{-1} \text{s}$ 로 증가하였는데 이것은 두 고유진동수의 차가 줄어들었기 때문이다. 설계변수는 상대적으로 구조물

Table 2 Design variables and performances at initial, deterministic and robust optimum

Design variable	Low bound	Initial design	Deter. design	Robust design	Upper bound
1	3.0	3.0	3.43	7.01	20.0
2	3.0	10.0	9.88	17.99	18.0
3	2.0	8.0	6.50	14.00	14.0
4	20.0	60.0	60.00	428.98	1000.0
5	20.0	40.0	40.04	231.82	1000.0
6	50.0	300.0	300.01	428.99	1500.0
7	30.0	250.0	250.01	30.00	600.0
$f_2 - f_1$	Hz	946.9	100.1	108.0	
S_m	$\mu\text{m rad}^{-1} \text{s}$	0.034	0.316	0.133	
f_1	Hz	2464.6	2999.0	2999.9	
f_2	Hz	3411.5	3099.1	3107.9	
Mass	μg	17.08	13.89	30.48	

의 두께가 줄었고 외부빔의 폭이 약간 늘었을 뿐 나머지는 거의 변화가 없었다. 특히 빔의 길이는 거의 변화하지 않았다. 이와 같이 마이크로 자이로스코프의 설계에서 최적화 기법을 이용하여 제한조건을 만족하는 동시에 두 고유진동수의 차를 줄이는 성능 향상의 결과를 체계적으로 얻을 수 있었다.

3.4 강건 최적 설계

초기 설계와 결정론적 최적해에서 목적함수의 민감도를 비교해 보면 Fig. 4와 같이 변화했음을 알 수 있다. 최적화 초기에 목적함수를 줄이기 위해서는 외부빔의 폭은 늘리고 내부빔의 폭과 구조물의 두께는 줄이는 것이 효과적이고 빔의 길이는 거의 영향이 없음을 알 수 있다. 결정론적 최적해에서 목적함수의 민감도는 초기 설계에서의 민감도와 같은 경향을 보이지만 민감도의 크기는 더 증가하였기 때문에 두 고유진동수의 차는 최적해에서 외부빔의 폭과 구조물의 두께 변동에 대하여 더 민감해졌음을 알 수 있다. 따라서, 제작 시 공정 오차로 인하여 빔의 폭이나 구조물의 두께 등에 변동이 생길 경우에 결정론적 최적해에서 고유진동수의 차는 설계치에서 더욱 많이 벗어나는 공정 오차에 더욱 민감한 반응을 보이게 된다.

두 고유진동수의 차는 Fig. 4에서 알 수 있듯이 외부빔의 폭과 구조물의 두께의 변동에 민감함으로 이 두 변수를 불확실 변수로 생각하고 이 변수에 대한 목적함수의 민감도를 줄임으로써 제작 오차에 대한 성능의 변동을 작게 할 수 있다. 여러 설계변수와 시스템 인자를 모두 불확실 변수로 취급하여 강건 설계를 할 수 있으나, 가장 영향력이 큰 외부빔의 폭과 구조물의 두께만을 불확실 변수로 선정하여 강건 최적 설계를 수행하였다.

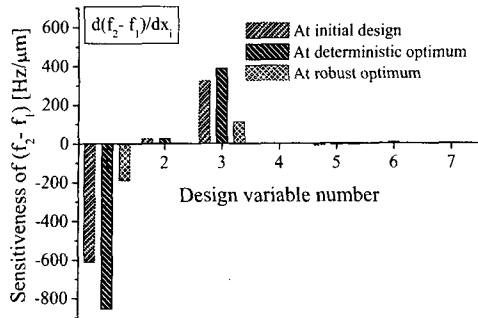


Fig. 4 Comparison of sensitiveness of (f_2-f_1) with respect to fabrication errors in design variables

불확실 변수를 선정할 때는 결정론적 최적화 중에 계산되는 목적함수의 민감도와 초기 설계와 최적해에서의 민감도 등을 고려하여 가능한 적은 수의 영향력이 큰 불확실 변수를 결정하는 것이 계산량을 줄이는데 효과적이다. 또한, 제한조건 중에 첫번째와 두번째는 고유 진동모드의 형상과 관련된 것으로 목적함수의 강건성을 고려하면 동시에 고려되는 것이고, 나머지 제한조건의 위배도 목적함수의 강건성에 비하여 중요하지 않는 것이므로 제한조건의 강건성을 특별히 고려해야 할 제한조건이 없다고 판단하고 아래와 같이 강건 최적 설계 문제를 수식화 하였다.

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize } \max_i \left| \frac{d(f_2-f_1)}{dx_i} \right| \quad i=1 \text{ and } 3 \\
 & \text{Subject to } -\Gamma_{11} + 1 \leq 0 \\
 & \quad \quad -\Gamma_{23} + 1 \leq 0 \\
 & \quad \quad -x_6 + x_4 \leq 0 \\
 & \quad \quad -f_1 + \bar{f}_1 \leq 0 \\
 & \quad \quad \Delta f_L \leq (f_2-f_1) \leq \Delta f_U
 \end{aligned} \tag{15}$$

위의 수식화에서 첫 세가지 제한조건은 결정론적 최적 문제 수식화와 같은 것이다. 네번째 제한조건은 첫째 고유진동수가 3000 Hz 보다 크거나 같아야 한다는 조건이며, 마지막 제한조건은 두 고유진동수의 차이가 100 ± 5 Hz 의 범위에 있어야 한다는 것으로 결정론적 최적화의 경우와 비슷한 값을 얻기 위한 것이다.

최적화 알고리즘은 변형가용방향법을 사용했으며, 이 문제의 목적함수인 불확실 변수에 대한 두 고유진동수의 차의 민감도와 최적화 동안에 필요한 민감도를 중앙차분법을 이용하여 계산하였다.

최적화 결과는 Table 2 에 표시하였으며, Fig. 5 와 같이 $|d(f_2-f_1)/dx_i|$ 의 최대값은 $i=1$ 즉, 빔의 폭에서 발생하였고 613에서 190 Hz/μm 로 감소하였다.

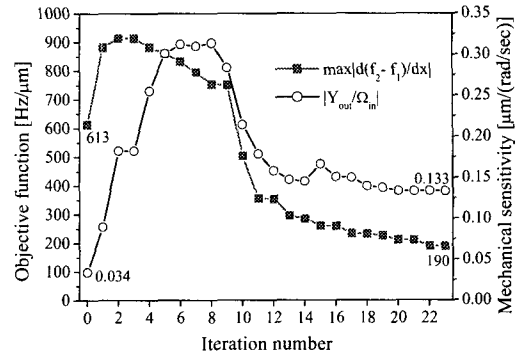


Fig. 5 History of the objective function in the robust optimization

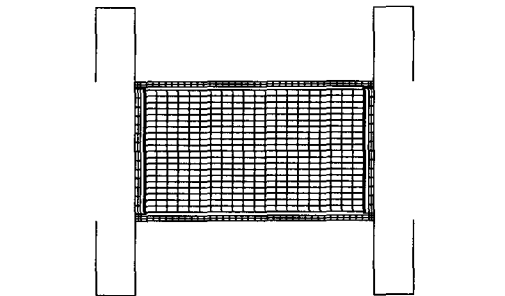
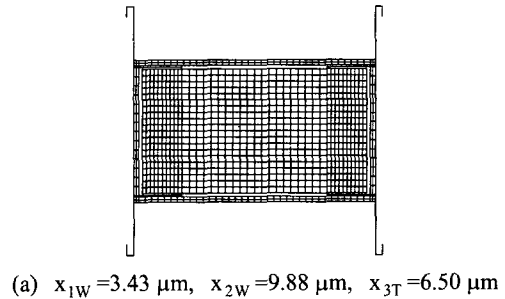


Fig. 6 Optimal shapes of the micro gyroscope: (a) deterministic optimum; (b) robust optimum

구조물의 두께에 대한 두 고유진동수의 차의 민감도도 320 에서 109 Hz/μm 로 감소하였다(Fig. 4). 따라서 실제 제작에서 빔의 폭에 오차가 발생한다고 가정할 때, 그에 대한 강건성이 많이 향상되었다고 할 수 있다. 구조물의 두께 증가는 제작 오차에 대한 강건성 면에서는 효과적이지만 질량 증가의 측면과 박막미세가공 상의 한계 때문에 제한된다.

강건 최적해에서 첫번째와 두번째 고유진동수는 각각 2999.9 Hz 와 3107.9 Hz 였고, 감도는 질량의 증가로 인해 $0.133 \mu\text{m rad}^{-1} \text{ s}$ 로 결정론적 최적해보다 낮았다. 결정론적 최적해와 비교하여 강건 최적해는 빔의 폭의 경우 3 μm 정도 더 넓어

졌고 두께는 6.5 μm 정도에서 상한값까지 두꺼워졌으며 빔의 길이도 x₄ 와 x₅ 는 상대적으로 많이 길어졌는데 x₇은 짧아졌다(Fig. 6).

3.5 결과 토의

결정론적 최적해와 강건 최적해에서 제작 오차에 대한 두 고유진동수 차의 민감도를 나타내는 Fig. 4 로부터 강건 최적해의 강건성이 초기 설계와 결정론적 최적해에 비해 상대적으로 매우 높아졌음을 알 수 있다.

본 절에서는 몬테카를로 모의 실험을 이용하여 Table 3 과 같이 3 가지 임의의 공정 오차에 대하여 두 최적해의 강건성 정도를 정량적으로 비교해 보았다. 모의 실험 횟수는 1000 회이며 가정된 제작 오차를 $[\Delta x_{12} \Delta x_3 \Delta x_{4567}]^T = [\pm 0.2 \pm 0.1 \pm 0.5]^T$ 로 나타낸다. 이는 제작 오차가 빔의 폭, 두께, 그리고 빔의 길이에 각각 $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \pm 0.2 \mu\text{m}$, $\Delta x_3 = \pm 0.1 \mu\text{m}$, $\Delta x_4 = \Delta x_5 = \Delta x_6 = \Delta x_7 = \pm 0.5 \mu\text{m}$ 정도로 발생한다는 의미이다. 이 경우에 강건 최적해에서 두 고유진동수 차의 표준편차 13.3 Hz 를 주며 그 값은 결정론적 최적해의 52.8 Hz 의 1/4 수준이다. Table 3 (b), (c) 에서 제작 오차의 크기를 더 크게 가정한 경우에도 같은 경향의 결과를 확인할 수 있다. 식 (13) 으로 계산한 자이로스코프 감도의 표준편차도 강건 최적해에서 많이 작아짐을 알 수 있다. 그러나, 강건성의 증가가 질량의 증가를 동반하여 감도의 평균값은 결정론적 최적해보다 강건 최적해가 작은 값을 보인다. 강건 최적 설계 수식화인식 (15)에서 고유모드의 형상과 관련된 제한조건 함수 G₁ 과 G₂ 는 목적함수와 연관이 있기 때문에 제한조건의 강건성을 고려하지 않았지만 강건 최적해에서 위반확률이 많이 낮아졌다. 이 두 제한조건의 위반확률은 각각의 경우에 5.7 에서 0.0 %로, 27.3 에서 0.0 %로, 38.8 에서 7.9 %로 대폭 감소하였다. 이것은 제한조건 함수가 목적함수와 밀접한 관련이 있어 목적함수의 강건성을 높임으로써 동시에 제한조건의 강건성도 높아진 경우라고 할 수 있다.

몬테카를로 모의 실험의 결과에서 얼마나 많은 경우가 실제로 마이크로 자이로스코프의 작동 원리를 만족하는 동시에 허용 가능한 설계로 채택될 수 있는가를 확인하기 위하여 아래와 같은 수율을 정의하였다(Fig. 7 참조).⁽³³⁾

$$SY(\%) = \frac{N_{ac}}{N_s} \times 100 = \frac{N_s - (N_{G12} + N_{f_2-f_1})}{N_s} \times 100 \quad (16)$$

여기서 N_s, N_{G12} 그리고 N_{f_{2-f₁} 은 각각 몬테카를로 모의 실험의 총 횟수, 제한조건 G₁ 이나 G₂ 가 위}

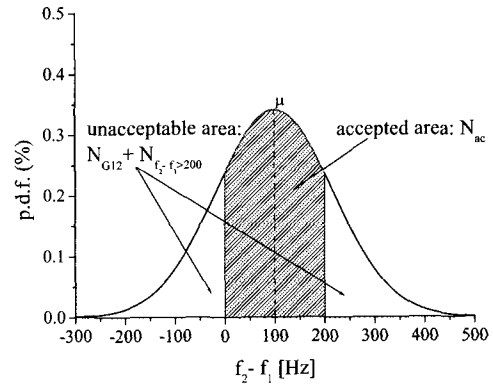


Fig. 7 Definition of accepted designs

반되는 실험수 그리고, 제한조건 G₁ 과 G₂ 를 만족하지만 (f₂-f₁)가 200 Hz 보다 커서 허용 가능한 제품으로 채택될 수 없는 경우의 수를 의미한다. 따라서, 최종적으로 만족되는 경우의 수 N_{ac} 는 G₁ 과 G₂ 를 만족하는 동시에 두 고유진동수의 차가 0 ≤ f₂-f₁ ≤ 200 Hz 인 경우를 의미한다. 여기에서 두 고유진동수 차의 범위를 200 Hz 로 둔 것은 이 정도의 진동수 차이는 정전력을 이용한 방법으로 조절 가능한 범위라고 판단했기 때문이다. 한가지 예로 Table 3 (b)의 결정론적 최적해의 경우, 제한조건 G₁ 이나 G₂ 의 위반확률은 27.3 %이었고, N_{G12}=231 이었으므로 수율은 다음과 같이 계산된다.

$$SY(\%) = \frac{1000 - (273 + 231)}{1000} \times 100 = 49.6(\%) \quad (17)$$

이 수율의 의미는 제작 오차 $[\Delta x_{12} \Delta x_3 \Delta x_{4567}]^T$ 가 $[\pm 0.5 \pm 0.3 \pm 1.0]^T$ 정도 발생한다고 가정할 때, 결정론적 최적해를 따라 제작된 마이크로 자이로스코프 중에서 49.6 %만이 마이크로 자이로스코프의 작동 원리를 만족하고 의도한 범위의 고유진동수 차를 가진다는 것을 의미한다. 가장 작은 제작 오차인 Fig. 8 (a)의 경우에는 결정론적 최적해에서 90.7 %이던 수율이 강건 최적해에서 100 %로 높아졌으며 100 Hz 근방의 양쪽으로 넓게 분포하던 두 고유진동수의 차는 108 Hz 근방으로 집중된 것을 볼 수 있다. Fig. 8 (b)의 경우는 수율이 49.6 에서 99.8 %로 증가하였고, 가장 큰 제작 오차를 가정한 Fig. 8 (c)의 경우도 강건 최적화 설계를 통하여 수율이 27.3 에서 86.1 %로 높아짐을 확인하였다.

성능함수의 여러가지 불확실 변수에 대한 설계 민감도 해석과 최대 민감도를 이용한 강건 최적 설계 방법을 마이크로 자이로스코프에 적용해 본 결과, 제작 공정에서 발생할 수 있는 치수 오차에 대하여 매우 강건한 설계를 도출하여 수율을 대폭

향상시킬 수 있었다.

Table 3 Comparison of simulation results between deterministic and robust optimum:

(a) variation of $[\Delta x_{12} \Delta x_3 \Delta x_{4567}]^T = [\pm 0.2 \pm 0.1 \pm 0.5]^T$

Case 1		Deterministic optimum	Robust optimum
Mean (μ)	$f_2 - f_1$ Hz	100.1	107.9
	f_1 Hz	2999.0	3000.0
	f_2 Hz	3099.1	3107.9
	S_m $\mu\text{m rad}^{-1} \text{s}$	0.316	0.133
	Mass μg	13.897	30.488
Standard deviation (σ)	$f_2 - f_1$ Hz	52.8	13.3
	f_1 Hz	82.9	40.6
	f_2 Hz	33.5	28.0
	S_m $\mu\text{m rad}^{-1} \text{s}$	2.037	0.014
	Mass μg	0.0686	0.0707
Violation probability	G_1 %	5.7	0.0
	G_2 %	5.7	0.0
Yield	%	90.7	100

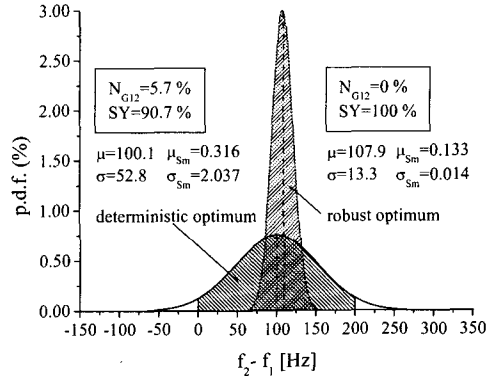
(b) variation of $[\Delta x_{12} \Delta x_3 \Delta x_{4567}]^T = [\pm 0.5 \pm 0.3 \pm 1.0]^T$

Case 2		Deterministic optimum	Robust optimum
Mean (μ)	$f_2 - f_1$ Hz	100.1	107.9
	f_1 Hz	2999.0	3000.0
	f_2 Hz	3099.1	3107.9
	S_m $\mu\text{m rad}^{-1} \text{s}$	0.316	0.133
	Mass μg	13.897	30.488
Standard deviation (σ)	$f_2 - f_1$ Hz	116.8	33.8
	f_1 Hz	176.7	101.6
	f_2 Hz	124.4	70.4
	S_m $\mu\text{m rad}^{-1} \text{s}$	2.623	0.209
	Mass μg	0.2059	0.2115
Violation probability	G_1 %	27.3	0.0
	G_2 %	27.3	0.0
Yield	%	49.6	99.8

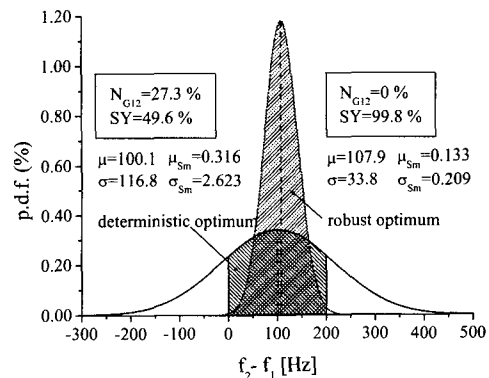
(c) variation of $[\Delta x_{12} \Delta x_3 \Delta x_{4567}]^T = [\pm 1.0 \pm 0.5 \pm 2.0]^T$

Case 3		Deterministic optimum	Robust optimum
Mean (μ)	$f_2 - f_1$ Hz	100.1	107.9
	f_1 Hz	2999.0	3000.0
	f_2 Hz	3099.1	3107.9
	S_m $\mu\text{m rad}^{-1} \text{s}$	0.316	0.133
	Mass μg	13.897	30.488
Standard deviation (σ)	$f_2 - f_1$ Hz	231.2	56.3
	f_1 Hz	319.7	198.3
	f_2 Hz	294.5	145.3
	S_m $\mu\text{m rad}^{-1} \text{s}$	4.359	1.524
	Mass μg	0.3433	0.3537
Violation probability	G_1 %	38.8	7.9
	G_2 %	38.8	7.9
Yield	%	27.3	86.1

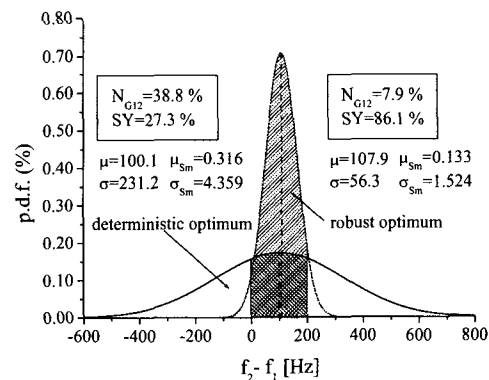
뿐만 아니라 민감도 해석 결과만으로도 마이크로 자이로스코프의 설계 시 설계자의 판단에 많은 직관적인 정보를 제공함을 확인할 수 있었다. 또한 가정된 제작 공정 오차가 큰 경우에 강건성의 증가는 더욱 현저하였다.



(a) Variation of $[\Delta x_{12} \Delta x_3 \Delta x_{4567}]^T = [\pm 0.2 \pm 0.1 \pm 0.5]^T$



(b) Variation of $[\Delta x_{12} \Delta x_3 \Delta x_{4567}]^T = [\pm 0.5 \pm 0.3 \pm 1.0]^T$



(c) Variation of $[\Delta x_{12} \Delta x_3 \Delta x_{4567}]^T = [\pm 1.0 \pm 0.5 \pm 2.0]^T$

Fig. 8 Probability density of $(f_2 - f_1)$ at the deterministic and robust optimum

4. 결론

본 논문에서는 마이크로 자이로스코프의 제작 시 제작 오차는 무시할 수 없을 정도로 발생한다고 가정하고, 이러한 제작 오차 하에서 성능의 변화를 최소로 하도록 하는 강건 설계 수식화를 제안하였다. 우선 마이크로 자이로스코프의 성능을 향상시키기 위한 일반적인 치수 및 형상 최적 설계 문제를 수식화하고 최적화 한 후, 그 결과를 통하여 일반적인 결정론적 최적 설계가 마이크로 자이로스코프의 성능을 증가시키는 관점에서는 효과가 있지만 제작 오차에 있어서는 매우 민감한 결과를 줄 수 있음을 보임으로써 본 논문에서 제안하고자 하는 MEMS 구조물의 제작 오차에 대한 강건 최적 설계의 필요성을 나타내었다. 그리고, 불확실 변수에 대한 성능함수의 민감도를 최소화 하는 방법으로 마이크로 자이로스코프의 공정 오차에 대한 강건성을 고려한 최적 설계를 수행하였다. 강건 최적 설계의 결과로 제작 공정에서 발생할 수 있는 치수 오차에 대하여 매우 강건한 설계를 도출하여 수율을 대폭 향상시킬 수 있었을 뿐만 아니라 민감도 해석 결과만으로도 마이크로 자이로스코프의 설계 시 설계자의 판단에 많은 직관적인 정보를 제공함을 확인할 수 있었다.

앞으로 현장 전문가의 도움을 통하여 마이크로 자이로스코프의 공정에 따른 오차의 발생 형태와 온도에 따른 물성치의 변화, 댐핑, 패키징 등에서 발생할 수 있는 불확실성에 대한 문제를 적극적으로 고려하고 실제 제작을 통한 검증을 수행한다면 다른 MEMS 구조물의 설계에도 적용하여 제작 시 발생할 수 있는 여러 불확실성에 대한 강건성 향상을 기대할 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

본 연구는 한국과학기술원 동시공학설계연구센터에서 수행하고 있는 과학기술부의 국가지정연구실사업의 지원으로 수행되었음을 밝힙니다.

참고문헌

- (1) Lee, S. H., 2000, "MEMS Research at SAIT: Toward Robust Design of MEMS," *Proc. KSME Spring Annual Meeting A*, pp. 65~66.
- (2) Cho, Y. H., 1995, "Development of a Micro Gyroscope for the Camcorder Hand-wobble Compensation," *KAIST TR*.
- (3) Phadke, M. S., 1989, *Quality Engineering Using Robust Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New

- Jersey.
- (4) Ku, K. J., Rao, S. S. and Chen, L., 1998, "Taguchi-aided Search Method for Design Optimization of Engineering Systems," *Engineering Optimization*, Vol. 30, pp. 1~23.
- (5) Lee, K. H., Eom, I. S., Park, G. J. and Lee, W. I., 1996, "Robust Design for Unconstrained Optimization Problems Using the Taguchi Method," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 5, pp. 1059~1063.
- (6) Chen, W., Allen, J. K., Tsui, K. L. and Mistree, F., 1996, "A Procedure for Robust Design: Minimizing Variations Caused by Noise Factors and Control Factors," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 118, pp. 478~485.
- (7) Lucas, J. M., 1994, "How to Achieve a Robust Process Using Response Surface Methodology," *Journal of Quality Technology*, Vol. 26, No. 4, pp. 248~260.
- (8) Vining, G. G., Myers, R. H., 1990, "Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach," *Journal of Quality Technology*, Vol. 22, No. 1, pp. 38~45.
- (9) Lin, D. K. J. and Tu, W., 1995, "Dual Response Surface Optimization," *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, No. 1, pp. 34~39.
- (10) Michael, W. and Siddall, J. N., 1981, "The Optimization Problem with Optimal Tolerance Assignment and Full Acceptance," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 103, pp. 842~848.
- (11) Balling, R. J., Free, J. C. and Parkinson, A. R., 1986, "Consideration of Worst-Case Manufacturing Tolerances in Design Optimization," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, pp. 438~441.
- (12) Parkinson, A., Sorensen, C. and Pourhassan, N., 1993, "A General Approach for Robust Optimal Design," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 115, pp. 74~80.
- (13) Sandgren, E., Gim, G. and Ragsdell, K. M., 1985, "Optimal Design of a Class of Welded Structures Based on Design for Latitude," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 107, pp. 482~487.
- (14) Belegundu, A. D. and Zhang, S., 1992, "Robustness of Design Through Minimum Sensitivity," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 114, pp. 213~217.
- (15) Bennett, J. A. and Lust, R. V., 1990, "Conservative Methods for Structural Optimization," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 8, pp. 1491~1496.
- (16) Sundaresan, S., Ishii, K. and Houser, D. R., 1995, "A Robust Optimization Procedure with Variations on Design Variables and Constraints," *Engineering Optimization*, Vol. 24, pp. 101~117.
- (17) Lee, K. H. and Park, G. J., 1997, "Robust Structural Optimization Considering the Tolerances of Design Variables," *Transactions of the KSME, A*, Vol. 21, No. 1, pp. 112~123.
- (18) Lee, K. H. and Park, G. J., 2001, "Robust Optimization Considering Tolerances of Design Variables," *Computers & Structures*, Vol. 79, pp. 77~86.

- (19) Wong, F. S., 1985, "First Order Second Moment Methods," *Computers & Structures*, Vol. 20, pp. 779~791.
- (20) Belegundu, A. D., 1988, "Probabilistic Optimal Design Using Second Moment Criteria," *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 110, pp. 324~329.
- (21) Rao, S. S., 1980, "Structural Optimization by Chance Constrained Programming Techniques," *Computers & Structures*, Vol. 12, pp. 777~781.
- (22) Kwak, B. M. and Lee, T. W., 1987, "Sensitivity Analysis for Reliability-Based Optimization Using an AFOSM Method," *Computers & Structures*, Vol. 27, No. 3, pp. 399~406.
- (23) Jung, D. H. and Lee, B. C., 2000, "Development of an Efficient Optimization Technique for Robust Design by Approximating Probability Constraints," *Transactions of the KSME, A*, Vol. 24, No. 12, pp. 3053~3060.
- (24) Vanderplaats, G. N., 1984, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications*, McGraw-Hill, New York.
- (25) *DOT Users Manual Version 4.20*, 1995, VR&D.
- (26) Soderkvist, J., 1994, "Micromachined Gyroscopes," *Sensors and Actuators*, Vol. 43, pp. 65~71.
- (27) Tanaka, K., Mochida, Y., Sugimoto, M., Moriya, K., Hasegawa, T., Atsuchi, K. and Ohwada, K., 1995, "A Micromachined Vibrating Gyroscope," *Sensors and Actuators*, Vol. 50, pp. 111~115.
- (28) Oh, Y. S., Lee, B. L., Baek, S. S., Kim, H. S., Kim, J. G., Kang, S. J. and Song, C. M., 1998, "A Tunable Vibratory Microgyroscope," *Sensors and Actuators*, Vol. 64, pp. 51~56.
- (29) Lee, K. B., Yoon, J. B., Kang, M. S., Cho, Y. H., Youn, S. K. and Kim, C. K., 1996, "A Surface-micromachined Tunable Microgyroscope," *Proc. IEEE Inter. Conf. on Emerging Technologies and Factory Automation*, Vol.2, pp. 498~502.
- (30) Juneau, T. and Pisano, A. P., 1996, "Micromachined Dual Input Axis Angular Rate Sensor," *Tech. Dig. Solid-State Sensor and Actuator Workshop*, pp. 299~302.
- (31) Hong, Y. S., Lee, J. H. and Kim, S. H., 2000, "A Laterally Driven Symmetric Micro-resonator for Gyroscopic Applications," *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 10, pp. 452~458.
- (32) Han, J. S. and Kwak, B. M., 2000, "Structural Optimization Using Mode Tracing and Its Application to Design of a Micro-Gyroscope," *Proc. CAD/CAM*, pp. 181~186.
- (33) Han, J. S. and Kwak, B. M., 2001, "Robust Optimal Design of a Vibratory Micro Gyroscope Considering Fabrication Errors," *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 11, pp. 662~671.
- (34) *ABAQUS Theory Manual Version 5.8*, 1998, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.