

# 선형분류 경계면을 찾기위한 Interval 제2종 퍼지퍼셉트론

## An Interval Type-2 Fuzzy Perceptron for Finding Linear Decision Boundaries

황철 · 이정훈

Hwang Cheul and Frank Chung-Hoon Rhee

Computational Vision and Fuzzy Systems Laboratory

한양대학교 전자공학과

425-791 경기도 안산시 사1동 1271 번지

{chwang, frhee}@fuzzy.hanyang.ac.kr

### 요약

본 논문은 논문[1]에 제시된 기존의 퍼지 퍼셉트론 방법을 확장시킨 interval 제2종 퍼지 퍼셉트론을 제시한다. 본 논문에 제시된 방법에서는, 각 패턴벡터에 할당된 멤버쉽 값에 불확실성을 할당하여, interval 제2종 퍼지 집합으로 확장한다. 이러한 방법에 의해 얻어진 두 개의 클래스 사이의 경계면은 기존의 crisp이나 퍼지 방법을 사용한 퍼셉트론에 비해 좀더 바람직한 위치로 알고리즘을 수렴시킬 수 있다. 여러 가지 실험 결과를 통해 우리는 우리의 방법의 유용성을 보여줄 것이다.

### Abstract

This paper presents an interval type-2 fuzzy perceptron algorithm that is an extension of the type-1 fuzzy perceptron algorithm proposed in [1]. In our proposed method, the membership values for each pattern vector are extended as interval type-2 fuzzy memberships by assigning uncertainty to the type-1 memberships. By doing so, the decision boundary obtained by interval type-2 fuzzy memberships can converge to a more desirable location than the boundary obtained by crisp and type-1 fuzzy perceptron methods. Experimental results are given to show the effectiveness of our method.

**Key Words :** Interval 제2종 퍼지 집합, 퍼셉트론, 불확실성

### 1. 서 론

퍼셉트론은 두개의 클래스를 분류하는 기초적인 클래스 분류자이다. 이는 서로 다른 두개의 클래스를 분류하기 위해 두 클래스 사이에 존재하는 선형적인 경계면을 찾게 된다. 그러나, 기존의 퍼셉트론 방법은 두개의 클래스사이에 선형적인 경계면이 존재하지 않을 때에는 올바른 동작을 하지 못한다. 다시 말하면, 두개의 클래스가 선형분류 불가능하다면, 퍼셉트론 알고리즘은 수렴하지 못한다. 이러한 선형분류 불가능한 패턴들에 대한 퍼셉트론의 약점을 보완하는 방법의 하나로 퍼지 퍼셉트론이 제안되었다.[1] 이는 각 클래스의 중심들로부터의 패턴의 상대적인 거리에 기초해 각 패턴에 멤버쉽값을 할당하게 된다. 할당된 멤버쉽은 퍼셉트론의 가중치 보정에 있어서, 각 패턴의 기여정도를 조정하게 된다. 또한 클래스의 중심으로부터 상대적으로 멀리 떨어져 있는 패턴들은 가중치 보정에 거의 기여하지 못하도록 한다 [1], [3]. 이러한 방법은 패턴들이 선형분류 분류 가능한 조건에 있을

때 조차, 적절한 선형 경계면을 찾아내도록 한다. 즉, 퍼셉트론 알고리즘의 수렴 특성을 보장해 주게 된다. 그러나 퍼지 퍼셉트론에서 사용된 멤버쉽 할당 방법은 패턴과 클래스들간의 상대적인 거리에 기초하기 때문에, 하나의 클래스 내에서 하나의 패턴이 얼마나 전형적으로 소속되어 있는지는 불확실하게 된다. 따라서, 우리는 퍼지 퍼셉트론에서 각 패턴에 할당된 멤버쉽 값에 대하여 불확실성을 부여하고자 한다. 이러한 불확실성은 패턴의 클래스에 대한 전형성을 고려한 멤버쉽 할당과 클래스간의 상대적인 거리에 기초한 멤버쉽 할당간의 interval로서 표현할 수 있다[2]. 이러한 방법으로부터 우리는 interval 제2종 퍼지 퍼셉트론 방법을 제안한다.

이러한 interval 제2종 퍼지 집합으로의 확장은 퍼지 알고리즘의 종료조건에 대해서도 영향을 미치게 된다. 퍼지 퍼셉트론은 알고리즘의 수렴을 위해 두 클래스의 중심간의 거리가 같은 지점으로부터 베타영역을 설정한다. 이러한 베타 영역은 양쪽 클래스에 대해서 대칭적으로 디자인된다. 그러나 interval 제2종 퍼지 퍼셉트론에서는 이러한 베타영역은 더 이상 대칭적으로 디자인될 수 없다. 패턴의 각 클래스에 대한 전형성을 고려한 interval은 이러한 베타영역을 비대칭적인 구조로 만든다. 이러한 수정된 베타영역은 각 클래스내의 패턴들이 선형 분리 불가능한 영역을 합리적으로 표현하게 된다. 이러한 비대칭적인 베타영역 설정에 의해, 알고리즘 수렴후의

접수일자 : 2001년 10월 26일

완료일자 : 2002년 5월 2일

감사의 글 : 이 논문은 2000년 한양대학교 교내 연구비 지원으로 연구 되었습니다.

찾아진 경계면은 좀더 바람직한 것일 수 있다.

본 논문에서는 이러한 interval 제2종 퍼지 집합으로의 소속도 값의 확장을 통해 다음과 같은 측면을 향상시킬 수 있었다.

- 소속도 값의 상대성을 감소시킴으로 인해, 찾아진 경계면은 좀더 바람직한 위치에 위치하게 된다.
- 퍼지 페셉트론의 수렴특성을 유지할 수 있다.

본 논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성되어 있다. 2절에서는 일반적인 페셉트론 방법과 퍼지 페셉트론 방법을 간단히 설명할 것이다. 3절에서는 제안된 interval 제2종 퍼지 페셉트론 방법에서의 제1종 퍼지 멤버쉽을 interval 제2종 퍼지 집합으로 확장하는 방법을 설명한다. 그리고, 4절에서는 제안된 interval 제2종 퍼지 페셉트론 알고리즘을 설명한다. 5절에서는 우리는 제안된 알고리즘을 적용한 몇 가지의 예제를 통해 제안된 알고리즘의 유용성을 보일 것이다. 마지막으로, 6절에서 우리는 결론을 간단하게 정리하도록 한다.

## 2. 페셉트론과 퍼지 페셉트론

위에서도 언급했듯이, 기존의 페셉트론 알고리즘은 두 개의 클래스가 선형 분류 가능할 때, 이에 해당하는 선형경계면을 찾는 알고리즘이다. 이는 아래와 같은 방법으로 선형경계면의 가중치를 조정하게 된다[6].

$$g(x_k) = w^T x_k \begin{cases} > 0 & \text{if } x_k \in \text{class 1}, \\ < 0 & \text{if } x_k \in \text{class 2} \end{cases} \quad (1)$$

위의 식에서  $w^T$ 는 가중치 벡터를 나타낸다. 또한  $x_k$ 는 하나의 패턴에 대한 augmented feature 벡터를 나타내며,  $g(x_k)=0$ 은 두개의 클래스 패턴들을 선형적으로 분류하는 경계면이 된다.

식(1)에서 가중치 벡터는 새롭게 보정되는 동안에 모든 패턴은 같은 정도로 가중치 보정에 기여하게 된다. 즉 가중치 벡터 보정에 대한 각 패턴의 멤버쉽은 0 또는 1이 된다. 이러한 과정은 더 이상 가중치 벡터의 개선이 일어나지 않을 때까지 수행된다. 그러나 만약 패턴들이 선형적으로 분류할 수 없는 경우에는(예를 들면, 두개의 클래스 간에 선형적인 경계면이 존재하지 않을 때), 일반적인 페셉트론 방법은 수렴할 수 없다. 이러한 경우, 강제로 종료시켜야만 한다. 이러한 강제종료에 의해 결정된 선형 경계면은 주어진 패턴들에 대한 바람직한 경계면이 아닐 수 있다.

이러한 약점을 보완하기위해, 퍼지 페셉트론이 제안되었다[1]. 퍼지 페셉트론은 패턴에 멤버쉽을 할당하는 방법에 의해, 페셉트론 알고리즘의 수렴특성을 개선하였다. 퍼지 페셉트론에서 패턴 멤버쉽 값들은 가중치 보정에 대한 기여정도를 표현한다. 이러한 가중치 보정 과정은 아래와 같이 표현된다.

$$w^{\text{new}} \leftarrow w^{\text{old}} + |u_{1k}^R - u_{2k}^R| c x_k \quad (2)$$

식(2)에서  $c(0 < c < 1)$ 은 보정상수이며,  $u_{1k}^R(u_{2k}^R)$ 는 클래스 1(2)를 위한 패턴j의 멤버쉽 값을 나타낸다.

이러한 가중치 보정에 사용된 패턴 멤버쉽 값은 전적으로 아래의 식과 같이, 패턴과 클래스들간의 상대적인

거리에 의해 결정된다.

For  $x_k$  in class 1,

$$\begin{aligned} u_{1k}^R &= 0.5 + \frac{\exp(f(d_2 - d_1)/d) - \exp(-f)}{2(\exp(f) - \exp(-f))} \quad \text{and} \\ u_{2k}^R &= 1 - u_{1k}^R \end{aligned} \quad (3)$$

Likewise, for  $x_k$  in class 2,

$$\begin{aligned} u_{1k}^R &= 1 - u_{2k}^R \quad \text{and} \\ u_{2k}^R &= 0.5 + \frac{\exp(f(d_1 - d_2)/d) - \exp(-f)}{2(\exp(f) - \exp(-f))} \end{aligned} \quad (4)$$

식(3), (4)에서,  $d_1(d_2)$ 는 패턴  $x_k$ 와 클래스 1(2)의 클래스 mean사이의 거리를 나타낸다. 그리고 d는 두 클래스 mean사이의 거리이다. 또한,  $f(f>0)$ 는 decay(퍼지화 상수 또는 sharpness 상수)의 비율을 나타낸다. 이 값은 멤버쉽 값이 0.5를 향해서 얼마나 빠르게 감소하는지를 나타낸다[1]. 그럼 1은 다양한 f에 대한 멤버쉽 값의 변화를 그린 것이다. 식(3)과 (4)로부터, 우리는 패턴의 멤버쉽 값은 패턴이 소속된 클래스가 아닌 다른 클래스 mean과의 거리가 0이 될 때, 0.5가 됨을 알 수 있다. 또한, 식(2)에서 우리는 이러한 경우 패턴은 가중치보정에 전혀 기여하지 않는 것을 알 수 있다.

그림 1에서 볼 수 있듯이, 멤버쉽 함수는 f가 증가할수록, 0.5를 향해서 빠르게 감소하게 된다.

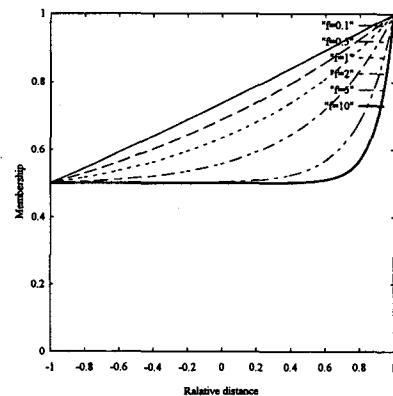


그림 1. 퍼지화정도  $f$ 에 따른 멤버쉽 함수 :  $x$ 축은  $(d_2 - d_1)/d$ 의 값이다.

## 3. Interval 제2종 퍼지 멤버쉽 함수

위에서 설명하였듯이, 퍼지 페셉트론의 멤버쉽 함수는 패턴과 클래스들 간의 상대적인 거리에 의해서 할당된다. 이러한 멤버쉽 할당방법은 찾아진 선형 경계면이 종종 바람직하지 못하게 하는 원인이 된다. 예를 들면, 두 클래스간의 패턴의 개수가 다르게 분포하거나, 그 모양이 원의 형태가 아닐 때 그러하다. 이러한 이유로 클래스 내에서의 패턴의 전형성을 고려하는 것이 필요하게 된다. 따라서 우리는 패턴의 상대적인 거리에 기초한 멤버쉽 할당방법에 불확실성을 부여하도록 한다. 이러한 불확실성의 부여는 제2종 퍼지 집합으로의 확장으로 가능해진다. 이러한 멤버쉽에 대한 불확실성의 부여는 패

턴의 경계면 결정에 대한 역할을 좀 더 합리적으로 만들 수 있게 한다. 그러나 제2종 퍼지 집합으로의 확장은 그 연산의 복잡성과 계산량 때문에, 적용에 있어 많은 제약을 갖게 된다. 본 논문에서는 비교적 연산이 간단하면서도, 불확실성의 관리라는 측면을 만족시키는 interval 제2종 퍼지 집합으로의 확장은 데이터에 대한 모든 primary membership을 계산할 필요 없이, 단지 primary membership 구간의 최대값과 최소값만을 가지고 각종 연산을 수행하게 된다[2]. interval 제2종 퍼지 집합에서의 각 primary membership에 대한 secondary grade는 모두 1이 되며, 단지 interval로서 해당 멤버쉽에 대한 불확실성을 표현하게 된다. 식(3)과 (4)에 표현된 퍼지 멤버쉽 함수를 이러한 interval 제2종 퍼지 멤버쉽 함수  $\tilde{u}(u)$ 로 표현한 하나의 예제가 그림 2에 나타난다.

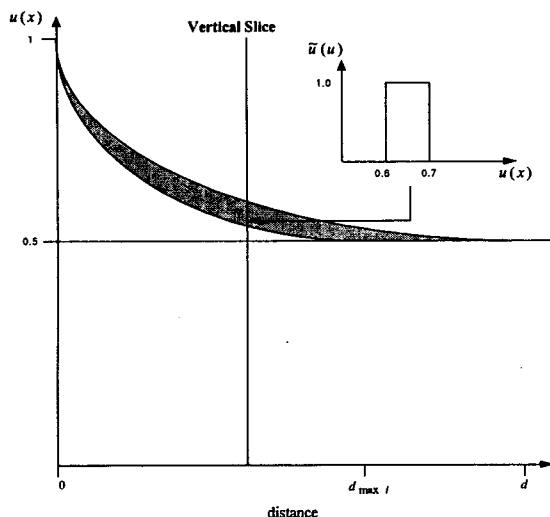


그림 2. 식(2)의 interval 제2종 퍼지 멤버쉽 함수로의 확장 예제

이러한 interval 제2종 퍼지 멤버쉽 함수로의 확장을 위해서 우리는 각 vertical slice의 최대값과 최소값을 정의해야 한다. 이를 위해 두 패턴 사이의 거리와 클래스 mean을 사용한 또 하나의 멤버쉽 값을 정의한다. 이는 클래스 전형성을 고려한 멤버쉽 함수이며 아래의 식(5)과 (6)과 같이 표현된다.

For  $x_k$  in class 1,

$$u_{1k}^T = 0.5 + \frac{\exp(f(d_{1,\max_1} - d_1)/d_{\max}) - \exp(-f)}{2(\exp(f) - \exp(-f))}$$

and

$$u_{2k}^T = 1 - u_{1k}^T, \quad (5)$$

Likewise, for  $x_k$  in class 2,

$$u_{1k}^T = 1 - u_{2k}^T \text{ and}$$

$$u_{2k}^T = 0.5 + \frac{\exp(f(d_{2,\max_2} - d_2)/d_{\max_2}) - \exp(-f)}{2(\exp(f) - \exp(-f))} \quad (6)$$

위 식(5), (6)에서,  $d_{\max_1}$  ( $d_{\max_2}$ )는 각 클래스 mean ( $m_1$  ( $m_2$ ))들과 해당 클래스 1(2)과 해당 클래스내의 패턴  $x$  까지의 최대거리를 나타낸다. 그리고,  $d_1$ ,  $\max_1(d_2)$ ,

$\max_2$ )는 클래스 1(2)에 소속된 가장 먼거리에 있는 패턴  $x$ 와 패턴들  $x_k$  사이의 거리를 나타낸다. 위 멤버쉽은 패턴의 클래스에 대한 전형성 정도를 표현할 수 있다. 식 (3)~(6)에 표현된 멤버쉽 함수를 사용하여, 우리는  $u_{ik}^R$  와  $u_{ik}^T$ 의 관계를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{If } d_{\max i} \leq d, \text{ then } u_{ik}^R \geq u_{ik}^T$$

$$\text{If } d_{\max i} \geq d, \text{ then } u_{ik}^R \leq u_{ik}^T$$

$$\text{If } x \text{ in class } i = m_j, \text{ then } u_{ik}^R = u_{ik}^T, \text{ where } i \neq j. \quad (7)$$

식(7)의 정의는 primary 멤버쉽 interval의 최대값과 최소값간의 관계를 정의하는 아래와 같은 식(8)로 확장된다.

$$\text{If } d_{\max i} \leq d, \text{ then interval becomes } [u_{ik}^T, u_{ik}^R]$$

$$\text{If } d_{\max i} \geq d, \text{ then interval becomes } [u_{ik}^R, u_{ik}^T]$$

$$\text{If } x \text{ in class } i = m_j, \text{ then interval reduces to a type - 1 fuzzy membership} \quad (8)$$

식(8)에서 세 번째 조건은 interval 제2종 퍼지 멤버쉽 함수를 제1종 퍼지 멤버쉽의 형태를 일반화 시킨 형태임을 나타낸다. 또한 우리는 제1종 퍼지 멤버쉽은 crisp 집합의 형태를 일반화시킨 형태임을 알고 있다[1]. 따라서 본 논문에 표현된 interval 제2종 퍼지 멤버쉽들은 crisp 과 퍼지 멤버쉽을 모두 포함할 수 있다.

#### 4. Interval 제2종 퍼지 퍼셉트론

퍼지 멤버쉽 함수가 interval 제2종 퍼지 멤버쉽 함수로 확장되면, 선형 경계면의 가중치 보정식은 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$w^{\text{new}} \leftarrow w^{\text{old}} + |\tilde{a}_{1j} - \tilde{u}_{2j}|^m c_j, \quad (9)$$

식(9)에서  $\tilde{a}_{1j}$  ( $\tilde{u}_{2j}$ )는 클래스 1(2)에 소속된  $k$  번째 패턴의 interval 제2종 퍼지 멤버쉽을 나타낸다.

식(9)에 표현된 interval에서 가중치 보정을 하기 위해서는 각 패턴의 제2종 퍼지 멤버쉽의 interval에 대한 type-reduction이 필요하게 된다. Interval 제2종 퍼지 멤버쉽에서의 second grade는 모두 1이기 때문에 그림 2의 임의의 vertical slice의 예제에서 보였던 것과 같은 모양으로 표현된다. 우리는 type reduction을 위해 다음과 같은 centroid 계산을 수행한다[2].

For  $x_k$  in class 1,

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{1k} &= \min\{\tilde{u}(u_{1k}^R), \tilde{u}(u_{1k}^T)\} / \left( \frac{u_{1k}^R + u_{1k}^T}{2} \right) \\ &= 1 / \left( \frac{u_{1k}^R + u_{1k}^T}{2} \right) \cong \frac{u_{1k}^R + u_{1k}^T}{2} \text{ and} \\ \tilde{u}_{2k} &= 1 - \tilde{u}_{1k}. \end{aligned} \quad (10)$$

Likewise, for  $x_k$  in class 2,

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{1k} &= 1 - \tilde{u}_{2k} \text{ and} \\ \tilde{u}_{2k} &= \frac{u_{2k}^R + u_{2k}^T}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

이러한 type reduction 과정 후의 가중치 보정은 기본적으로 퍼지 페셉트론이 만족하는 모든 조건을 만족하게 된다.(자세한 조건은 [1] 참조.) 특히, 퍼지 페셉트론의 선형분리 불가능한 패턴들에 대한 수렴 특성을 유지한다.

퍼지 페셉트론에서는 알고리즘의 수렴을 보장하기 위해서 crisp 페셉트론의 종료조건을 수정하였다[1]. 이는 베타영역(Beta Region)의 설정에 의한 것이다. 전체 패턴에 대한 알고리즘을 한번 수행하고 난 후, 가중치 보정의 원인이 되는 패턴들이 모두 베타영역 안에 있는 패턴들이라면, 알고리즘을 종료시키도록 하는 것이다. 따라서 이러한 베타영역의 설정에 따라 퍼지 페셉트론의 수렴 결과는 다르게 될 것이다. 그러나 본 논문에서 제시하고 있는 interval 제2종 퍼지 페셉트론의 경우, 이러한 베타영역의 설정 또한 식(12)과 같이 멤버쉽 uR에 의해서 결정된다. 따라서 두개의 클래스에 대한 패턴의 개수가 다르거나, 클래스의 모양이 원이 아닌 형태일 때는, 좋은 종료조건이 될 수 없다.

$$\text{BETA} = \frac{1 - e^{-f}}{2(e^f - e^{-f})} + \epsilon, \text{ where } \epsilon \geq 0 \quad (12)$$

식(12)는 식(3)과 (4)에서  $d_1 = d_2$ 로 놓았을 때 얻어진다. 식(12)를 이용하여 새로운 가중치의 생성은 새로운 패턴이 아래의 조건을 만족할 때 일어나게 된다.

$$w^T x_k \leq 0 \text{ and } (u_{1k}^R < 0.5 + \text{BETA} \text{ or } u_{1k}^R < 0.5 - \text{BETA}) \quad (13)$$

식(3)~(6)을 사용하여 퍼지 멤버쉽에 불확실성을 할당 했을 때, 우리는 아래와 같은 새로운 베타영역을 얻을 수 있게 된다.

For  $x_k$  in class  $i$ ,

$$\begin{aligned} \text{BETA}_{Ti} &= \frac{\exp(f(d_{i,\max} - d_i)/d_{\max}) - \exp(-f)}{2(\exp(f) - \exp(-f))} + \epsilon \text{ and} \\ \text{BETA}_{Ri} &= \frac{1 - \exp(-f)}{2(\exp(f) - \exp(-f))} + \epsilon \end{aligned} \quad (14)$$

식(14)에서 구해진 베타값들은 하나의 패턴이 퍼지하다고 고려되는 멤버쉽 0.5 근처의 범위를 정의한다. 퍼지 페셉트론에서는, 이러한 값들은 두개의 클래스 mean들과의 패턴의 거리가 같은 지점들에 의해 얻어졌다( $d_1 = d_2$ ). 또한,  $\epsilon$ 는 알고리즘의 종료 속도를 조절하는 양의 상수이다. Interval 제2종 퍼지 멤버쉽으로 확장 후에는, 종료조건을 완성하기 위해서, 역시 type reduction 과정이 필요하게 된다. 이는 식(10)에 표현된 type reduction 방법과 유사하다. 또한, 그 결과는 아래와 같이 표현된다.

$$\text{BETA}_i = \frac{\text{BETA}_{Ti} + \text{BETA}_{Ri}}{2} \quad (15)$$

여기서  $\text{BETA}_i$ 는 클래스  $i$ 의 mean의 방향으로 멤버쉽값이 0.5 주변의 일정범위를 정의한다. Type reduction에 의해 얻어진 새로운  $\text{BETA}_i$ 는 각 클래스에서의 패턴의 전형성이 고려되었기 때문에, 베타영역의 모양이 비대칭으로 설계된다. 이러한 베타영역의 설정은 제시된 알고리즘의 성능에 큰 영향을 나타낼 것이다. 그림 3에는 interval 제2종 퍼지 페셉트론과 퍼지 페셉트론에 의해 설정된 베타영역의 예제가 나타나 있다. 그림 3(b)는 interval 제2종 퍼지 페셉트론 방법에서 type-reduction 후

알고리즘을 수렴시키기 위한 영역이 각 클래스별로 다르게 나타나고 있음을 보여주고 있다. 이는 각 클래스의 멤버쉽들이 가지고 있는 불확실성의 정도에 따라 type reduction 과정을 거치고 난 후 산출된 멤버쉽 값들의 크기가 달라졌기 때문이다.

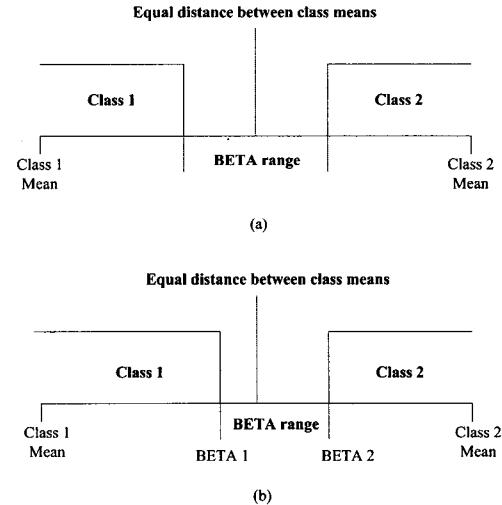


그림 3. 베타영역의 예제 (a) 퍼지 페셉트론, (b) interval 제2종 퍼지 페셉트론

## 5. 실험 및 결과

본 논문에 제시된 interval 제2종 퍼지 집합을 이용한 페셉트론 알고리즘은 기본적으로 제1종 퍼지 페셉트론의 특성을 따르면서도, 좀더 바람직한 선형 경계면을 산출하도록 한다. 좀더 바람직한 선형 경계면을 얻기 위해 패턴의 멤버쉽 값을 interval 제2종 퍼지 집합으로 확장했다. 몇 가지의 예제를 통해 우리는 제시된 알고리즘의 유용성을 보인다. 첫 번째 예제로는, 선형 분류 불가능한 "T-shape" 데이터를 사용해, crisp 페셉트론, 퍼지, interval 제2종 퍼지 페셉트론의 결과를 비교한다. 본 논문에 주어진 모든 예제에는 1-data jack-knife를 사용하여 수행하였다. 또한, 선형분류 불가능한 데이터에 대해서는 수렴하지 않는 crisp 페셉트론 알고리즘의 특성상 최대 iteration 횟수를 1000번으로 제한하였다. Crisp 페셉트론에 대해서는 1000번의 iteration 후에 알고리즘을 종료하고, 가장 낮은 에러율을 보이는 iteration이 채택되었다. 그리고 해당 가중치를 사용하여 선형 경계면을 구성하였다. 또한 퍼지 페셉트론과 interval 제2종 퍼지 페셉트론을 위해서는 가장 작은 에러율을 보이는 f값을 선택하였다. 수차례의 실험을 통해, 대체적으로  $f = 3.3 \sim 5.5$  범위의 값이 퍼지와 interval 제2종 퍼지 페셉트론을 위해 최소의 에러율을 산출함을 알 수 있었다. 첫 번째 예제에 대한 실험 결과는 그 에러율에서 각각 crisp, 퍼지, interval 제2종 퍼지 페셉트론에 대해 22.25%, 21%, 그리고 17.5%의 에러율을 보였다. 아래의 표1은 각 방법에 대한 confusion matrix를 나타낸다.

표 1. T-SHAPE 데이터 CONFUSION MATRICES

T-Shap eData	Crisp		Fuzzy		Interval Type-2 Fuzzy	
	class1	class2	class1	class2	class1	class2
Class1	111	89	120	80	160	40
Class2	0	200	4	196	30	170

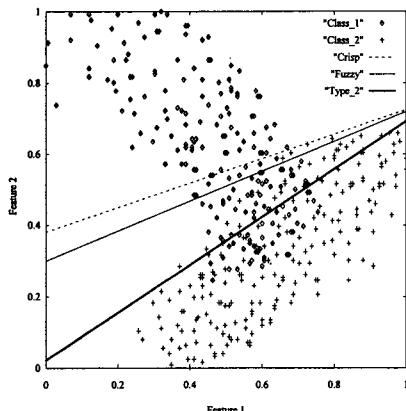


그림 4. "T-shape" 데이터에 대한 crisp, 퍼지, interval 제2종 퍼지 퍼셉트론에 대한 결과 선형 경계면

그림 4는 각 방법에 의해 얻어진 선형 경계면을 나타낸다. 그림으로부터 우리는 crisp과 퍼지의 결과는 거의 비슷한 모양의 선형경계면을 나타내고 있음을 알 수 있다. 또한 퍼지의 경우 11번의 iteration후 알고리즘이 수렴했지만, interval 제2종 퍼지 퍼셉트론의 경우 4번의 iteration후에 수렴되었다.

다음 실험에서는, 200 \* 200크기의 영상(그림 6. (a))에 대한 영상분할 결과를 보인다. 그림 6. (a)는 '길'과 '숲'의 두개의 클래스를 가지고 있다. 우리는 실험을 위해 두개의 feature 영상을 (intensity와 median filter feature 영상)을

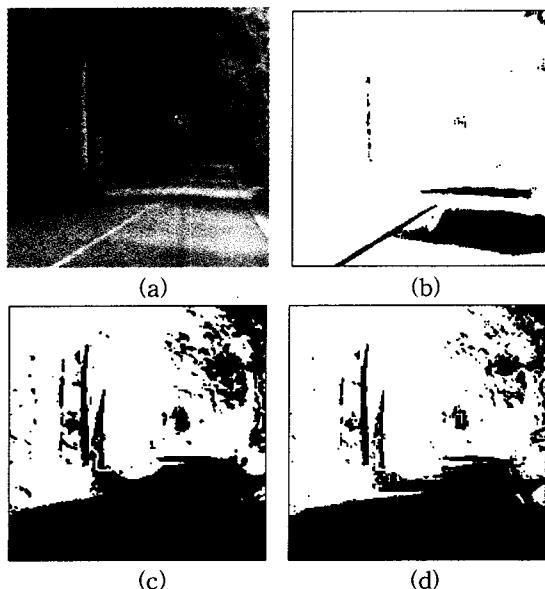


그림 5. 영상분할 결과: (a) natural scene 영상, (b) crisp, (c) 퍼지, (d) interval 제2종 퍼지 퍼셉트론

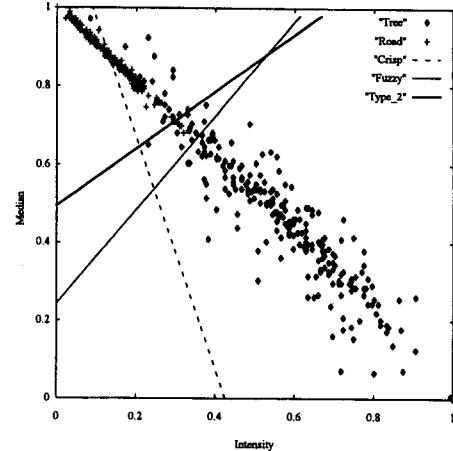


그림 6. 각 퍼셉트론 방법에 의해 찾아진 경계면들

표 2. Natural Scene 영상 CONFUSION MATRIX

Scene Image	Crisp		Fuzzy		Interval Type-2 Fuzzy	
	Road	Tree	Road	Tree	Road	Tree
Road	3315	7844	11117	42	10876	283
Tree	403	28438	6167	22674	3932	24909

사용하도록 한다. 각 feature 영상으로부터 250개씩의 샘플 패턴들을 추출하였다(샘플들은 영상으로부터 무작위로 추출되었다.). 그림 6은 추출된 샘플 패턴들에 대해 각 알고리즘으로 얻어진 경계면들을 나타낸다. 또한 표 2는 찾아진 경계면에 의해 분류된 영상의 40,000개의 모든 패턴들에 대한 confusion matrix를 나타낸다. 표 2에 표현되었듯이, 각 방법(crisp, 퍼지, interval 제2종 퍼지 퍼셉트론)은 20.62%, 15.52%, 그리고 10.54%의 에러율을 보였다. 마지막으로 그림 5는 찾아진 결과 경계면들에 대한 영상분할 결과그림들이다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 퍼지 집합의 interval 제2종 퍼지 집합으로의 확장을 적용하여, 퍼지 퍼셉트론 알고리즘을 확장하였다. 제안된 방법에서는 상대적인 거리에만 의존하여 할당된 패턴의 멤버쉽과 클래스 정형성을 고려한 멤버쉽 사이의 interval에 불확실성을 부여한다. 이러한 확장은 퍼지 퍼셉트론의 수렴특성을 그대로 유지하면서도, crisp과 퍼지 퍼셉트론에 비해 좀더 바람직한 경계면을 산출할 수 있게 한다. 실험 결과들을 통해 우리는 제안된 알고리즘의 유용성을 보였다. 앞으로의 연구에서 우리는 해당 입력에 대해 결정된 단일 멤버쉽값이 가지고 있는 불확실성의 할당 및 조정을 위해, 할당된 primary 멤버쉽에 대해서는 단일 멤버쉽을 사용하고, secondary 멤버쉽에는 다양한 멤버쉽 함수를 적용하는 방법에 의해 제2종 퍼지 멤버쉽으로의 확장을 시도할 것이다. 또한 다중 클래스를 위한 신경망 분류자로도 이 방법을 확장할 것이다.

## 참 고 문 현

- [1] J. Keller and D. Hunt, "Incorporating fuzzy membership functions into the perceptron algorithm," *IEEE Trans. PAMI*, vol. 7, no. 6, pp. 693-699, November 1985.
- [2] J. Mendel, *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.
- [3] J. Bezdek, *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Plenum, New York, 1981.
- [4] J. Mendel and R. John, "A fundamental decomposition of type-2 fuzzy sets," *2001 IFSA/NAFIPS Joint Conference*, pp. 1896-1901, Vancouver, BC, July 2001.
- [5] N. Karnik and J. Mendel, "Type-2 fuzzy logic systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* vol. 7, no. 6, pp. 643-658, December 1999.
- [6] J. Tou and R. Gonzalez, *Pattern Recognition Principles*. Addison-Wesley, 1974.R. M. Tong, "The Evaluation of Fuzzy Models Derived from Experimental Data," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 4, pp. 1-12, 1980.

## 저 자 소 개

**황철(Cheul Hwang)**

1992년~1999년 : 한양대학교 공학대학  
전자공학 학사  
1999년~2001년 : 한양대학교 전자통신  
전파공학 석사  
현재 : 한양대학교 전자전기제어공학과  
박사과정

관심분야 : 퍼지 이론, 패턴 인식, 영상처리  
E-mail : chwang@fuzzy.hanyang.ac.kr

**이정훈(Frank Chung-Hoon Rhee)**

1981년~1985년 : University of Southern California (USC), Dept. Electrical Eng., BSEE.  
1985년~1987년 : University of Missouri, Dept. of Electrical & Computer Eng., MSEE.  
1990년~1993년 : University of Missouri, Dept. of Electrical & Computer Eng., Ph.D.  
1994년~1995년 8월 : 한국전자통신연구원.  
1995년 9월~현재 : 한양대학교 전자컴퓨터공학부 부교수

관심분야 : Computer Vision, Pattern Recognition, and all aspects of Computational intelligence  
E-mail : frhee@fuzzy.hanyang.ac.kr