

불확실한 주파수의 정현파 외란이 있는 기록형 광 디스크 드라이브의 강인 제어

Robust Control for the Rewritable Optical Disk Drives with Sinusoidal Disturbance of Uncertain Frequencies

이 문 노, 진 경 복, 문 정 호
(Moon-Noh Lee, Kyoung-Bog Jin and Jung-Ho Moon)

Abstract : This paper presents an output feedback controller design method for uncertain linear systems with sinusoidal disturbance of uncertain frequencies. The controller needs to compensate for the performance deterioration due to the uncertain frequencies of sinusoidal disturbance. To this end, we introduce a virtual system including the dynamics corresponding to the uncertain frequencies and design a controller which minimizes the output difference between the virtual system and the closed-loop system. In other words, the controller is designed so that the closed-loop system approximates the virtual system. The feedback controller is achieved by solving an LMI optimization problem involving a robust H_∞ constraint. The advantages of the proposed design method are examined by comparing it with a design method that only minimizes the H_∞ norm of the transfer function between the sinusoidal disturbance and the output. The proposed design method is applied to the track-following system of rewritable optical disk drives and is evaluated through an experiment.

Keywords : sinusoidal disturbance, uncertain frequencies, robust H_∞ control, virtual system, LMI optimization, track-following system, rewritable optical disk drives

I. 서론

스핀들 모터에 의해 주기적으로 회전하는 제어 시스템의 경우 시스템의 강인 안정성이나 요구된 시스템 성능을 만족하는 것보다 회전으로 인한 주기적인 외란의 영향을 최대한 줄이는 것이 더욱 중요하다. 정현파 외란이 매우 크게 존재하는 전형적인 시스템은 광 디스크 드라이브, 하드 디스크 드라이브와 같은 회전체 시스템이다. 광 디스크 드라이브의 경우, 광 디스크의 중심과 디스크의 회전축이 일정하지 않아 디스크의 편심이 존재하고 디스크의 편심으로 인해 디스크가 회전함에 따라 트랙킹 에러에 정현파 외란이 발생한다. 보통 트랙 피치에 비해 디스크 편심이 수백 배 더 크기 때문에 광 디스크 드라이브에서 안정적으로 데이터를 기록 재생을 위해서는 디스크 편심으로 인해 발생하는 정현파 외란을 효율적으로 제거해주어야 한다.

일정한 각속도로 회전하는 시스템에서 발생하는 일정한 주파수의 정현파 외란은 정현파 외란의 동역학 모델을 제어기에 포함하는 내부 모델 원리를 적용하여 효율적으로 제거될 수 있다. 내부 모델 원리는 불확실한 선형 시스템에도 특정 주파수의 정현파 외란을 제거하기 위해 확대 적용될 수 있다 [1]-[3]. 그러나, 낮은 품질의 회전체 시스템의 사용으로 인해 정현파 외란의 주파수가 정확하지 않는 경우는 내부 모델 원리에 의해 정현파 외란이 효율적으로 제거될 수 없다.

이러한 정현파 외란의 주파수 불확실성에는 선속도가 일

정한 회전체 시스템에서 시간에 따라 주파수가 서서히 변하는 정현파 외란의 주파수도 포함된다. 광 디스크 드라이브에서는 데이터 기록 재생 능력을 강화하기 위해 선속도가 일정하게 디스크를 회전하게 되는데 이런 경우 안쪽 트랙에서 바깥쪽 트랙으로 광 픽업이 이동함에 따라 각속도가 서서히 감소하게 되어 정현파 외란의 주파수도 서서히 감소하게 된다. 광 디스크 드라이브에서는 서서히 변하는 디스크 회전속도를 실시간으로 측정할 수 없기 때문에 편심에 의해 발생하는 정현파 외란은 안쪽 트랙에서 바깥쪽 트랙으로 광 픽업이 이동함에 따라 시간에 따라 서서히 감소하는 불확실한 주파수를 가지게 된다.

내부 모델 원리는 특정 주파수의 정현파 외란에 대해서만 효율적으로 적용할 수 있기 때문에 정현파 외란의 주파수가 변하는 경우는 추가적인 성능 지수를 고려하여 불확실한 주파수로 인한 시스템 성능 저하를 보상해주는 것이 필요하다. 광 디스크 드라이브에서 디스크에 안정적으로 데이터를 기록하기 위해서는 시간에 따라 변하는 불확실한 주파수를 가지는 정현파 외란을 효율적으로 제거하여야 한다.

본 논문에서는 기록 재생이 가능한 광 디스크 드라이브에서 기록을 안정적으로 수행하기 위해 드라이브에서 발생하는 불확실한 주파수의 정현파 외란을 최대한 줄이는 제어 문제를 고려한다. 본 논문에서 고려하는 정현파 외란은 광 디스크 드라이브의 기록시 발생하는 외란으로 제한된 범위내에서 시간에 따라 서서히 변하는 불확실한 주파수를 가진다. 이러한 불확실한 주파수의 정현파 외란을 효율적으로 제거하기 위해 불확실한 주파수의 동역학 모델을 가지는 가상 시스템을 도입하고 고려하는 모든 정현파 외란에 대해 가상 시

스텝과 페루프 시스템의 차이를 최소화하는 제어를 설계한다. 제어기 설계 방법은 강인 제한과 관련된 LMI 최적화 문제로 바뀌어질 수 있고 정현파 외란과 시스템 출력사이의 전달 함수의 H_∞ norm 만을 최소화하는 제어기 설계 방법과 비교되어진다. 제안된 제어기 설계 방법의 타당성을 보이기 위해 제어기 설계 방법은 팽 디스크 드라이브의 트랙킹 제어 시스템에 적용되고 실험을 통해 검증된다.

II. 대상 제어 시스템과 문제 설정

본 논문에서는 먼저 다음과 같이 정의되는 정현파 외란이 있는 일반적인 불확실한 선형 시스템 Σ_p 를 고려하고 IV장에서 대상 제어 시스템 중의 하나인 팽 디스크 드라이브의 트랙킹 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + H_1 p_1(t) + B_1 v(t) + B_2 u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + H_2 p_1(t) + v(t) \\ q_1(t) &= E_1 x(t) + E_2 u(t), p_1(t) = F_1 q_1(t), \|F_1\| \leq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $x(t) \in R^{np}$, $p_1(t) \in R^r$, $v(t) \in R^N$, $u(t) \in R^m$, $y(t) \in R^q$ 는 상태 변수, 플랜트 불확실성 입력, 정현파 외란 입력, 제어기 입력, 시스템 출력을 각각 나타낸다. 본 논문에서 (A, B_2, C_2) 는 안정하고 측정 가능하고 시스템 $(A, B_2, C_2, 0)$ 는 정현파 외란의 불확실한 주파수에 위치한 전달 영점을 가지고 있지 않다고 가정한다. 플랜트 불확실성은 $x(t)$ 와 $u(t)$ 의 함수로 표현될 수 있고 norm bounded 제한 조건을 만족한다. 본 논문에서 고려하는 정현파 외란은 다음과 같다.

$$v(t) = [a_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \dots a_N \sin(\omega_N t + \phi_N)]^T \quad (2)$$

여기서, $\omega_1 > 0, \dots, \omega_N > 0$ 는 정현파 외란의 불확실한 주파수이고 a_1, \dots, a_N 와 ϕ_1, \dots, ϕ_N 는 정현파 외란의 진폭과 위상을 나타낸다. 정현파 외란의 주파수는 다음의 식과 같이 공칭 주파수를 중심으로 어떤 범위내에서 시간에 따라 변한다고 가정된다.

$$\omega_k = \omega_{k0} + \delta\omega_k(t), |\delta\omega_k(t)| \leq \epsilon_k, k = 1, \dots, N \quad (3)$$

정현파 외란 $v(t)$ 를 효율적으로 제거하기 위해서는 정현파 외란의 모든 주파수에서 입력 $v(t)$ 에 대한 출력 $y(t)$ 의 시스템 게인이 최대한 작아야 한다. 이러한 목적을 위해 내부 모델 원리에서와 같이 제어기는 정현파 외란의 주파수에 대한 동역학 모델을 포함하여야 한다. 그러나, 정현파 외란의 주파수가 (3)과 같이 시간에 따라 변하는 불확실한 값을 가지기 때문에 제어기에 불확실한 주파수에 대한 동역학 모델을 포함하는 것은 실제 제어기로 구현하기가 불가능하다. 그래서, 본 논문에서는 공칭 주파수에 대한 동역학 모델을 포함하는 $C_\infty(s)C_m(s)$ 형태의 제어기를 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c y(t) \\ u(t) &= C_c x_c(t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$A_c = \begin{bmatrix} A_{cm} & 0 \\ B_{c\infty} C_{cm} & A_{c\infty} \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} B_{cm} \\ B_{c\infty} D_{cm} \end{bmatrix}, C_c = [0 \quad C_{c\infty}]$$

부분 제어기 $C_m(s) := (A_{cm}, B_{cm}, C_{cm}, D_{cm})$ 는 공칭 주파수에 대한 동역학 모델을 포함하고 부분 제어기 $C_\infty(s) := (A_{c\infty}, B_{c\infty}, C_{c\infty}, 0)$ 는 불확실한 주파수의 영향을 최대한 줄이기 위해 설계된다. 모든 공칭 주파수 ω_{k0} 에 대한 하나의 동역학 모델은 다음과 같다.

$$A_{cmk} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{k0} I \\ -\omega_{k0} I & 0 \end{bmatrix} \in R^{2q \times 2q}, B_{cmk} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \in R^{2q \times q} \quad (5)$$

공칭 주파수에 대한 동역학 모델이 (5)와 같을 때 내부 모델 원리를 적용하여 부분 제어기 행렬 $(A_{cm}, B_{cm}, C_{cm}, D_{cm})$ 를 구하면 다음과 같이 선택될 수 있다.

$$A_{cm} = \begin{bmatrix} A_{cm1} & & \\ & \ddots & \\ & & A_{cmN} \end{bmatrix}, B_{cm} = \begin{bmatrix} B_{cm1} \\ \vdots \\ B_{cmN} \end{bmatrix}, C_{cm} = *_{1}, D_{cm} = *_{2} \quad (6)$$

여기서, $*_{1}$ 과 $*_{2}$ 는 시스템의 입출력의 차수에 맞는 임의의 행렬로 행렬 C_{cm} 는 공칭 주파수에 대한 항을 포함할 수도 있다. 제어기 (4)를 대상 제어 시스템 (1)에 적용할 때 페루프 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl}(t) &= \bar{A} x_{cl}(t) + \bar{H}_1 p_1(t) + \bar{B}_1 v(t) \\ y(t) &= \bar{C}_2 x_{cl}(t) + H_2 p_1(t) + v(t) \\ y_\infty(t) &= \bar{C}_\infty x_{cl}(t) + D_{cm} H_2 p_1(t) + D_{cm} v(t) \\ q_1(t) &= \bar{E}_1 x_{cl}(t), p_1(t) = F_1 q_1(t), \|F_1\| \leq 1 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, $x_{cl}(t) \in R^{np+nc}$ 는 페루프 시스템의 상태 변수이고 $y_\infty(t)$ 는 부분 제어기 $C_m(s)$ 의 출력이다. 정현파 외란이 존재하는 시스템에서 공통적으로 사용되는 성능 지수는 다음과 같은 정의되는 power semi-norm이다.

$$\|y\|_p = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y^T(t) y(t) dt} \quad (8)$$

위의 power semi-norm은 바운드된 power 입력을 가진 시스템에서의 입출력 관계를 나타내는데 유용하다 [4][5]. 그리고, power 신호 입력에 대한 power 신호 출력의 induced norm은 ∞ -norm이다. 페루프 시스템 (7)이 정현파 외란의 불확실한 주파수 (3)의 동역학 모델을 포함하고 있지 않기 때문에 정현파 외란은 효율적으로 제거될 수 없고 정현파 외란의 주파수가 공칭 주파수에서 멀어질 때에 시스템의 성능은 많이 나빠지게 된다. 그래서, 불확실한 주파수의 영향을 최대한 줄이도록 페루프 시스템은 설계되어야 한다. 본 논문에서는

플랜트 불확실성과 주파수 불확실성을 가진 정현파 외란에 대해서 페루프 시스템의 강인 안정성을 보장하고 주파수 불확실성에 대해 $\|y\|_p$ 를 최소화하는 부분 제어기 $C_{\infty}(s)$ 를 설계하는 제어 문제를 고려한다.

III. 주파수 불확실성의 영향을 최소화하는 제어기 설계 방법

정현파 외란의 주파수 불확실성의 영향을 줄이기 위한 하나의 방법으로 정현파 외란의 모든 주파수 범위내에서 정현파 외란 $v(t)$ 입력에 대한 시스템 출력 $y(t)$ 의 induced norm을 최소화하는 설계 방법을 생각할 수 있다. 그러나, 이러한 방법은 주파수 불확실성을 제어기 설계에서 직접 고려하지 않기 때문에 적절한 설계 방법은 아니다. 불확실한 주파수의 영향으로 인한 시스템 성능 저하를 보상하기 위해서는 제어기 설계시에 주파수 불확실성 $\delta\omega_k(t)$ 을 직접 다루는 설계 방법이 고려되어야 한다. 이러한 목적을 위해 본 논문에서는 불확실한 주파수의 동역학 모델을 포함하는 이상 제어기 (ideal controller)가 적용된 가상 시스템 (virtual system)을 도입한다. 이상 제어기가 불확실한 주파수에 대한 동역학 모델을 포함하고 있기 때문에 가상 시스템은 불확실한 주파수의 영향을 최소화한다. 이상 제어기는 내부 모델 원리를 확대 적용하여 다음의 제어기 행렬로 구성될 수 있다.

$$\tilde{A}_c = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{cm} & 0 \\ \tilde{B}_{c\infty} \tilde{C}_{cm} & \tilde{A}_{c\infty} \end{bmatrix}, \tilde{B}_c = \begin{bmatrix} \tilde{B}_{cm} \\ \tilde{B}_{c\infty} \tilde{D}_{cm} \end{bmatrix}, \tilde{C}_c = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{C}_{c\infty} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서, 부분 제어기 행렬 (\tilde{A}_{cm} , \tilde{D}_{cm})는 불확실한 주파수에 대한 동역학 모델을 포함하도록 결정된다. 불확실한 주파수에 대하여 (5)와 (6)의 과정을 적용하면 이상 제어기는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{cm} &= A_{cm} + H_3 F_2(t) E_3, \tilde{B}_{cm} = B_{cm} \\ \tilde{C}_{cm} &= C_{cm} + H_4 F_2(t) E_3, \tilde{D}_{cm} = D_{cm}, \|F_2(t)\| \leq 1 \end{aligned} \quad (10)$$

제어기 행렬에서 주파수 불확실성 $\delta\omega_k(t)$ 에 대한 항은 행렬의 불확실한 부분에 포함될 수 있으므로 주파수 불확실성은 norm bounded 불확실성으로 간주될 수 있다. 그래서, 이상 제어기를 대상 시스템 (1)에 적용한 가상 시스템은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= \tilde{A}_m x_m(t) + \tilde{H}_{1m} p_{1m}(t) + \tilde{H}_{3m} p_2(t) + \tilde{B}_{1m} v(t) \\ y_m(t) &= \tilde{C}_{2m} x_m(t) + H_2 p_{1m}(t) + v(t) \\ y_{\infty m}(t) &= \tilde{C}_{\infty m} x_m(t) + D_{cm} H_2 p_{1m}(t) + H_4 p_2(t) + D_{cm} v(t) \\ q_{1m}(t) &= \tilde{E}_{1m} x_m(t), \quad p_{1m}(t) = F_1 q_{1m}(t), \quad \|F_1\| \leq 1 \\ q_2(t) &= \tilde{E}_{3m} x_m(t), \quad p_2(t) = F_2(t) q_2(t), \quad \|F_2(t)\| \leq 1 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $y_m(t)$ 는 가상 시스템의 출력이고 $y_{\infty m}(t)$ 는 부분 제어기 (\tilde{A}_{cm} , \tilde{B}_{cm} , \tilde{C}_{cm} , \tilde{D}_{cm})의 출력이다. 행렬 \tilde{A}_m 는 다음과 같이 표현된다.

$$\tilde{A}_m = \left[\begin{array}{c|c} A_{aug} & B_{2aug} \tilde{C}_{c\infty} \\ \hline \tilde{B}_{c\infty} C_{aug} & \tilde{A}_{c\infty} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|c} A & 0 & B_2 \tilde{C}_{c\infty} \\ \hline B_{cm} C_2 & A_{cm} & 0 \\ \hline \tilde{B}_{c\infty} D_{cm} C_2 & \tilde{B}_{c\infty} C_{cm} & \tilde{A}_{c\infty} \end{array} \right] \quad (12)$$

플랜트 불확실성과 주파수 불확실성의 norm bounded 제한 조건에 의해 다음의 식이 만족된다는 것을 쉽게 증명할 수 있다.

$$\begin{aligned} & p_{1m}^T(t) p_{1m}(t) + p_2^T(t) p_2(t) \\ & - x_m^T(t) (\tilde{E}_{1m}^T \tilde{E}_{1m} + \tilde{E}_{3m}^T \tilde{E}_{3m}) x_m(t) \leq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

내부 모델 원리에 의해 가상 시스템 (11)은 플랜트 불확실성이 존재하여도 시간에 따라 변하지 않는 불확실한 주파수 ($F_2(t) = F_2$)의 정현파 외란의 영향은 완전히 제거할 수 있다. 시간에 따라 변하는 주파수 불확실성의 경우는 주파수 불확실성에 의한 내부 모델이 제어기에 포함되더라도 가상 시스템은 불확실한 주파수의 정현파 외란을 효율적으로 제거할 수 없다. 그래서, 플랜트 불확실성과 주파수 불확실성에 대한 시스템 영향을 최대한 줄이기 위해서 시스템 출력의 $\|y_m\|_p$ 를 최소화하는 것이 필요하다. 이를 위해 정현파 외란 입력 $v(t)$ 에 대한 출력 $y_{\infty m}(t)$ 의 시스템 게인을 최소화하는 제어기 행렬 $\tilde{A}_{c\infty}$, $\tilde{B}_{c\infty}$, $\tilde{C}_{c\infty}$ 를 설계한다. $y_{\infty m}(t)$ 이 불확실한 주파수의 동역학 모델을 포함하는 부분 제어기의 출력이기 때문에 $y_{\infty m}(t)$ 은 입력 $y_m(t)$ 인 가중 함수의 제어 출력으로 간주될 수 있다. 그래서, 가상 시스템은 다음을 만족하는 이상 제어기를 구함으로써 설계될 수 있다.

$$\min \gamma_1 \quad \text{subject to} \quad \|y_{\infty m}(t)\|_p < \gamma_1 \|v(t)\|_p \quad (14)$$

이제 (11)을 만족하는 모든 $x_m(t)$, $p_{1m}(t)$, $p_2(t)$, $v(t)$ 에 대하여 다음의 식을 만족하는 하나의 Lyapunov 함수 $V(x_m) = x_m^T P_m x_m$, $P_m = X_m^{-1} > 0$ 와 하나의 상수 $\mu_1 > 0$ 이 존재한다고 가정하자.

$$\frac{d}{dt} V(x_m) + y_{\infty m}^T(t) y_{\infty m}(t) - \mu_1 v^T(t) v(t) < 0, \quad \mu_1 = \gamma_1^2 \quad (15)$$

그러면, 가상 시스템 (11)은 모든 정현파 외란 $v(t)$ 에 대하여 $\|y_{\infty m}(t)\|_p < \gamma_1 \|v(t)\|_p$ 이면서 강인 안정하게 된다. 이것을 증명하기 위하여 $x_m(0) = 0$ 인 초기 조건하에서 (15)를 0에서 T시간 동안 적분하고 양변을 T로 나눈 뒤에 T를 ∞ 로 접근하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{V(x_m(T))}{T} + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y_{\infty m}^T(t) y_{\infty m}(t) dt - \mu_1 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v^T(t) v(t) dt < 0 \quad (16)$$

정현과 외란이 있는 시스템에서 내부 상태 (x_m) 도 정현과 외란의 영향을 받기 때문에 Lyapunov 함수 $V(x_m)$ 도 정현과 함수와 같이 주기적인 함수가 된다. 그래서, (8)의 특성과 같이 $V(x_m(T))/T$ 는 양의 유한한 값에 접근하게 된다. 즉, $\lim_{T \rightarrow \infty} V(x_m(T))/T \geq 0$ 이다. $\lim_{T \rightarrow \infty} V(x_m(T))/T \geq 0$ 이기 때문에 (16)이 만족되면 당연히 $\|y_{\infty m}(t)\|_P < \gamma_1 \|v(t)\|_P$ 는 만족된다. 다음의 정리는 S-절차와 Schur complement를 이용하여 (15)는 하나의 부등 행렬식으로 변환될 수 있다는 것을 나타낸다.

정리 1: 상수 $\mu_1 > 0$ 이 주어진다 할 때, 다음의 식을 만족하는 상수 $\lambda_1 > 0$ 이 존재하면 (11)의 모든 $x_m(t), p_{1m}(t), p_2(t), v(t)$ 에 대하여 (15)를 만족하는 하나의 positive definite 행렬 X_m 이 존재하고 그 역도 성립한다.

$$\begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} \\ \tau_{12}^T & \tau_{22} \end{bmatrix} < 0$$

$$\tau_{11} = \begin{bmatrix} \bar{A}_m X_m + X_m \bar{A}_m^T & \bar{B}_{1m} & \bar{H}_{1m} & \bar{H}_{3m} \\ \bar{B}_{1m}^T & -\mu_1 I & 0 & 0 \\ \bar{H}_{1m}^T & 0 & -\lambda_1 I & 0 \\ \bar{H}_{3m}^T & 0 & 0 & -\lambda_1 I \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\tau_{12} = \begin{bmatrix} X_m \bar{C}_{\infty m}^T & \lambda_1 X_m \bar{E}_{1m}^T & \lambda_1 X_m \bar{E}_{3m}^T \\ D_{cm}^T & 0 & 0 \\ H_2^T D_{cm}^T & 0 & 0 \\ H_4^T & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tau_{22} = \begin{bmatrix} -I & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_1 I & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_1 I \end{bmatrix}$$

증명 : Appendix를 참조

정리 1로부터 (17)을 만족하는 상수 $\lambda_1 > 0$ 와 positive definite 행렬 $X_m > 0$ 이 존재하면 가상 시스템 (11)은 강인 안정하고 $\|y_{\infty m}(t)\|_P < \gamma_1 \|v(t)\|_P$ 를 만족한다. (17)은 비선형 항을 가지고 있기 때문에 제어기 설계 문제를 LMI 최적화 문제로 바꾸기 위해서는 비선형 항을 제거하여야 한다. 이를 위해 먼저, 행렬 X_m 과 그 역행렬 X_m^{-1} 를 다음과 같이 부분화하고 새로운 이상 제어기 행렬을 다음과 같이 정의한다.

$$X_m = \begin{pmatrix} P_m & M_m \\ M_m^T & U_m \end{pmatrix}, X_m^{-1} = \begin{pmatrix} S_m & N_m \\ N_m^T & V_m \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \tilde{B}_{\infty} := N_m \tilde{B}_{\infty m}, \tilde{C}_{\infty} := \tilde{C}_{\infty m} M_m^T \\ \tilde{A}_{\infty} := S_m A_{aug} R_m + S_m B_{2aug} \tilde{C}_{\infty m} M_m^T + N_m \tilde{B}_{\infty m} C_{aug} R_m \\ \quad + N_m \tilde{A}_{\infty m} M_m^T \end{cases} \quad (19)$$

여기서, 행렬 M_m 와 N_m 는 square invertible이므로 행렬 A_{aug} 와 \tilde{A}_{∞} 는 같은 차원을 가진다. 그리고, $X_m X_m^{-1} = I$ 에서 $M_m N_m^T = I - R_m S_m$ 을 유도할 수 있다. 만약, 행렬 $\tilde{A}_{\infty}, \tilde{B}_{\infty}, \tilde{C}_{\infty}, R_m, S_m, M_m, N_m$ 이 주어진다면 (19)를 만족하는

이상 부분 제어기 행렬 $\tilde{A}_{\infty}, \tilde{B}_{\infty}, \tilde{C}_{\infty}$ 를 항상 구할 수 있다. [3]의 정리 4.3과 같이 (18)과 새로운 제어기 변수 (19)를 사용하여 부등 행렬식 (17)의 비선형 항은 제거될 수 있고 하나의 초기값 $\lambda_{10} > 0$ 가 주어지면 (17)를 만족하는 positive definite 행렬 X_m 과 이상 부분 제어기를 구하는 제어기 설계 문제는 행렬 $R_m, S_m, \tilde{A}_{\infty}, \tilde{B}_{\infty}, \tilde{C}_{\infty}$ 과 관련된 LMI 문제가 된다. 하나의 초기값 $\lambda_{10} > 0$ 에 대하여 μ_1 를 최소화하는 LMI 최적화 문제를 다루고 λ_1 을 $\lambda_{10}/2$ 로 대체하여 반복하여 μ_1 를 최소화하는 LMI 최적화 문제를 다음으로써 λ_1 에 따라 μ_1 이 최소가 되는 가상 시스템을 설계할 수 있다. 이상 부분 제어기 행렬이 square invertible인 행렬 M_m 와 N_m 에 의해 결정되기 때문에 LMI 최적화 문제에서 행렬

$\tilde{A}_{\infty}, \tilde{B}_{\infty}, \tilde{C}_{\infty}, R_m, S_m, M_m, N_m$ 을 구하면 (19)를 만족하는 이상 부분 제어기 행렬 $\tilde{A}_{\infty}, \tilde{B}_{\infty}, \tilde{C}_{\infty}$ 를 구할 수 있다.

설계된 가상 시스템이 불확실한 주파수의 영향을 상당히 줄여줄지라도 이상 제어기는 구현될 수 없는 불확실한 주파수의 동력학 모델을 포함하기 때문에 구현될 수 없다. 그래서, 본 논문에서는 가상 시스템과 페루프 시스템의 시스템 게인의 차이를 최소화하는 부분 제어기 $C_{\infty}(s)$ 를 설계한다. 즉, 부분 제어기는 페루프 시스템 (7)이 가상 시스템을 근사화하도록 설계된다. 출력 $y_{\infty}(t) - y_{\infty m}(t)$ 은 입력 ($y(t) - y_m(t)$)인 가중 함수의 제어 출력으로 간주될 수 있다. 그래서, 본 논문에서는 두 시스템의 차이를 나타내는 difference 시스템을 입력 $v(t)$ 과 출력 ($y_{\infty}(t) - y_{\infty m}(t)$)를 가지는 시스템으로 정의한다. 그림 1은 difference 시스템의 블록도를 나타낸다.

$\tilde{x} = [x_{cl}^T \ x_m^T]^T$ 과 $\tilde{p}_1 = [p_1^T \ p_{1m}^T]^T$ 에 의해 difference 시스템은 다음의 상태 변수 방정식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A} \tilde{x}(t) + \tilde{H}_1 \tilde{p}_1(t) + \tilde{H}_2 p_2(t) + \tilde{B} v(t) \\ y_{\infty}(t) - y_{\infty m}(t) &= \tilde{C}_{\infty} \tilde{x}(t) + D_{cm} \tilde{H}_2 \tilde{p}_1(t) - H_4 p_2(t) \\ \tilde{q}_1(t) &= \tilde{E}_1 \tilde{x}(t), \tilde{p}_1(t) = \tilde{F}_1 \tilde{q}_1(t), \|\tilde{F}_1\| \leq 1 \\ q_2(t) &= \tilde{E}_2 \tilde{x}(t), p_2(t) = F_2(t) q_2(t), \|F_2(t)\| \leq 1 \end{aligned} \quad (20)$$

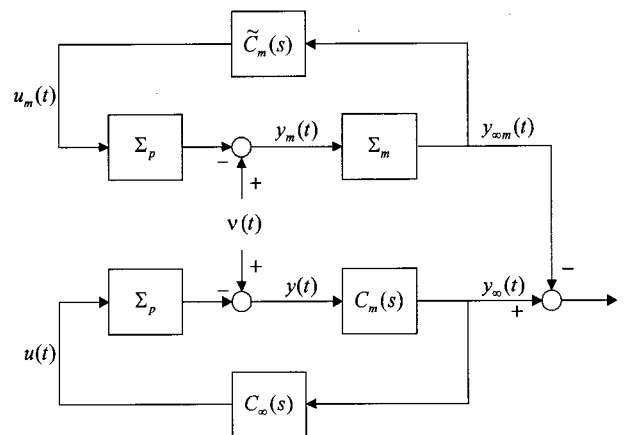


그림 1. Difference 시스템의 블록도.
Fig. 1. Block diagram of the difference system.

여기서, (20)을 만족하는 모든 $\hat{p}_1(t)$, $p_2(t)$, $v(t)$ 에 대하여 다음과 같이 입력 $v(t)$ 에 대한 출력 $(y_{\infty}(t) - y_{\infty m}(t))$ 의 시스템 게인을 최소화하는 부분 제어기 $C_{\infty}(s)$ 를 설계하자.

$$\min \gamma_2 \text{ subject to } \|y_{\infty}(t) - y_{\infty m}(t)\|_p < \gamma_2 \|v(t)\|_p \quad (21)$$

그러면, 설계된 페루프 시스템은 정현파 외란의 주파수 불확실성으로 인한 시스템 성능 저하를 어느 정도 보상해줄 수 있다. 가상 시스템 설계에서와 같이 (21)은 불확실한 주파수에 대한 가중 함수를 포함한 하나의 H_{∞} 최적 제한 조건으로 변환될 수 있다. 그래서, 다음의 식을 만족하는 상수 $\lambda_2 > 0$ 와 행렬 $X > 0$ 이 존재하면 모든 $\hat{p}_1(t)$, $p_2(t)$, $v(t)$ 에 대하여 difference 시스템 (20)은 $\|y_{\infty}(t) - y_{\infty m}(t)\|_p < \gamma_2 \|v(t)\|_p$ 를 만족한다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{12} \\ \zeta_{12}^T & \zeta_{22} \end{bmatrix} < 0 \\ \zeta_{11} &= \begin{bmatrix} \tilde{A}X + X\tilde{A}^T & \tilde{B}_1 & \tilde{H}_1 & \tilde{H}_3 \\ \tilde{B}_1^T & -\mu_2 I & 0 & 0 \\ \tilde{H}_1^T & 0 & -\lambda_2 I & 0 \\ \tilde{H}_3^T & 0 & 0 & -\lambda_2 I \end{bmatrix} \\ \zeta_{12} &= \begin{bmatrix} X\tilde{C}_{\infty}^T & \lambda_2 X\tilde{E}_1^T & \lambda_2 X\tilde{E}_3^T \\ 0 & 0 & 0 \\ \tilde{H}_2^T D_{cm}^T & 0 & 0 \\ -\tilde{H}_4^T & 0 & 0 \end{bmatrix}, \zeta_{22} = \begin{bmatrix} -I & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 I & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_2 I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

비선형 항을 제거하여 하나의 LMI 문제로 나타내기 위해 Lyapunov 행렬 X 를 다음과 같이 대각화하고 행렬 X_1 을 부분화하고 새로운 제어기 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$X = \text{diag}[X_1, X_2], \quad X_1 = \begin{pmatrix} R_1 & M_1 \\ M_1^T & U_1 \end{pmatrix}, \quad X_1^{-1} = \begin{pmatrix} S_1 & N_1 \\ N_1^T & V_1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{cases} B_{\infty} := N_1 B_{\infty}, \quad C_{\infty} := C_{\infty} M_1^T \\ A_{\infty} := S_1 A_{aug} R_1 + S_1 B_{2aug} C_{\infty} M_1^T + N_1 B_{\infty} C_{aug} R_1 \\ \quad + N_1 A_{\infty} M_1^T \end{cases} \quad (24)$$

여기서, 행렬 M_1 과 N_1 는 square invertible이다. 그러면, 하나의 초기 상수 $\lambda_{20} > 0$ 에 대하여 (21)은 $R_1, S_1, X_2, A_{\infty}, B_{\infty}, C_{\infty} N M A$ 과 관련된 LMI 최적화 문제가 된다. 그래서, 페루프 시스템은 μ_2 의 최소값이 구해질 때까지 새로운 λ_2 를 $\lambda_{20}/2$ 으로 대체하여 반복하여 LMI 최적화 문제를 다음으로 써 구해질 수 있다.

IV. 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에의 적용

제안된 제어기 설계 방법의 타당성을 보이기 위해 본 논문에서는 레이저 빔이 532nm이고 트랙 피치가 1.6um인 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 제안한 제어기 설계

방법을 적용한다. 광 디스크 드라이브는 광을 이용하여 디스크에 기록된 데이터를 읽어내거나 기록하기 때문에 먼저 포커스 제어를 통해 디스크에 초점을 맞추어야 한다. 디스크에 초점이 맞으면 광 픽업이 트랙을 추종하는 트랙킹 제어를 하여 트랙에 기록된 데이터를 정확하게 읽어내거나 트랙을 따라 데이터를 기록하게 된다. 그림 2는 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템의 블록도를 나타낸다.

트랙 추종 시스템은 광 위치 센서, 고 대역폭의 트랙킹 액츄에이터, 트랙킹 제어기, 필터, 증폭 회로로 구성된다. 트랙킹 에러는 트랙 위치와 빔 스팟 위치의 차이를 나타내며 디스크에서 반사된 빔을 포토 다이오우드에서 검출하여 만들어진다. 포토 다이오우드에서 검출된 트랙킹 에러는 K_p 배 증폭되어 트랙킹 제어기 $C(s)$ 에 입력된다. 트랙킹 에러는 고 유적으로 디스크의 편심적인 회전에 의해 발생하는 정현파 외란을 포함한다. 정현파 외란은 디스크를 회전하는 방법에 따라 일정한 주파수를 가지거나 트랙이 이동함에 따라 서서히 변하는 주파수를 가지게 된다. 48배속과 같은 고배속에서는 각속도를 일정하게 하여 디스크에 기록된 데이터를 재생하게 되는데 이런 경우 정현파 외란의 주파수는 일정하게 된다. 그러나, 디스크가 결함이 있어 데이터를 정상적으로 읽을 수 없거나 디스크에 데이터를 기록할 때에는 선속도를 일정하게 하여 모든 트랙에서의 기록 재생 속도를 일정하게 한다. 그러면, 광 디스크 드라이브는 더 안정적이 되고 기록 재생의 성능이 좋아진다. 디스크가 일정한 선속도로 회전하면 트랙 안쪽에서 트랙 바깥쪽으로 이동함에 따라 각속도가 서서히 감소하게 되어 발생하는 정현파의 주파수도 어느 범위 내에서 천천히 변하게 된다. 본 논문에서는 트랙 안쪽에서 트랙 바깥쪽으로 각속도가 3600 rpm에서 1800 rpm으로 서서히 감소함으로 인해 발생하는 정현파 외란의 주파수 불확실성에 대한 영향을 고려한다. 정현파 외란의 주파수가 3600 rpm에서 1800rpm으로 서서히 감소하면 발생하는 정현파 외란은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$v(t) = a_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \quad (25)$$

여기서, $\omega_1 = 282.7 + \delta\omega_1(t)$, $|\delta\omega_1(t)| \leq 94.25$ 이고 a_1 은 광 디스크의 표준에 의해 200um보다 작다. 정현파 외란의 진폭 a_1 은 1.6um의 트랙 피치보다 수백 배 더 크기 때문에 광 픽업이 트랙을 정밀하게 추종하기 위해서는 정현파 외란을 효율적으로 제거하여야 한다. 디스크의 반경 방향으로 광픽업을

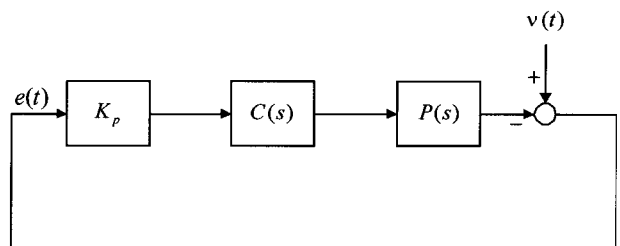


그림 2. 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템의 블록도.
Fig. 2. Block diagram of the track-following system of optical disk drives.

이동시키는 트랙킹 액츄에이터 $P(s)$ 는 진류 증폭기에 의해 구동되는 voice coil 모터로 광 픽업이 트랙을 추종하기 위한 구동력을 제공한다. 트랙킹 액츄에이터의 특성은 보통 2차 선형시스템으로 근사화될 수 있다. 본 논문에서 고려하는 광 디스크 드라이브의 트랙킹 액츄에이터는 액츄에이터의 공진 주파수와 감쇄 상수가 각각 40Hz, 0.1이고 정상적인 값에서 $\pm 10\%$ 범위내에서 변하게 된다. 이러한 트랙킹 액츄에이터의 특성 편차를 플랜트 불확실성으로 고려하면 트랙킹 제어기를 제외한 트랙 추종 시스템은 다음과 같은 2차의 불확실한 선형시스템으로 모델링될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + H_1 p_1(t) + B_2 u(t) \\ e(t) &= C_2 x(t) + H_2 p_1(t) + v(t) \\ q_1(t) &= E_1 x(t), \quad p_1(t) = F_1 q_1(t), \quad \|F_1\| \leq 1 \end{aligned} \quad (26)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3200 \\ -17.8125 & -23.5 \end{bmatrix}, \quad H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -4.0625 & -1.5 \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = [0 \quad 1]^T, \quad C_2 = [-0.025 \quad 0], \quad H_2 = [-7.8125 \times 10^{-4} \quad 0]$$

트랙킹 제어기는 정현파 외란의 영향을 제거하기 위해 본 논문에서와 같이 $C_\infty(s)C_m(s)$ 의 형태로 구성한다. 증폭된 트랙킹 에러 $K_p e(t)$ 만이 실험 환경에서 측정할 수 있기 때문에 트랙킹 제어기는 다음과 같은 에러 피드백 형태가 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c (K_p e(t)) \\ u(t) &= C_c x_c(t) \end{aligned} \quad (27)$$

실험에서 트랙킹 에러는 $\pm 0.4\mu m$ 에 대해 $\pm 2V$ 로 검출되기 때문에 K_p 는 $5 \times 10^6 [V/m]$ 이다. 공칭 주파수 ($\omega_{10}=282.7$)와 시스템 출력이 하나이기($q=1$) 때문에 공칭 주파수에 대한 동역학 모델을 포함하는 부분 트랙킹 제어기 행렬 $A_{cm}, B_{cm}, C_{cm}, D_{cm}$ 은 다음과 같이 설정될 수 있다.

$$\begin{aligned} A_{cm} &= \begin{bmatrix} 0 & 282.7 \\ -282.7 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{cm} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ C_{cm} &= [2827 \quad 1500], \quad D_{cm} = 1 \end{aligned} \quad (28)$$

먼저, 불확실한 주파수 $\delta\omega_1(t)$ 의 영향을 최대한 줄이는 가상 시스템을 설계한다. 이상적인 트랙킹 제어기는 불확실한 주파수 ($\omega_1 = 282.7 + \delta\omega_1(t)$)에 대한 동역학 모델을 포함하여야 한다. 따라서, 불확실한 주파수 항목을 포함하는 행렬 $\tilde{A}_{cm}, \tilde{C}_{cm}$ 는 (28)과 다음의 행렬에 의해 (10)과 같이 주어진다.

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0 & 94.25 \\ -94.25 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H_4 = [942.5 \quad 0] \quad (29)$$

가상 시스템은 변수 정의 (19)를 사용하여 행렬 $R_m, S_m, \tilde{A}_{cm}, \tilde{B}_{cm}, \tilde{C}_{cm}$ 과 관련된 LMI 최적화 문제를 다룸으로써 구할 수 있다. LMI 최적화 문제에서 구한 이상적인 트랙킹 제어기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{cm} &= \begin{bmatrix} 1.09 \times 10^8 & 1.24 \times 10^6 & -6.67 \times 10^7 & -1.13 \times 10^9 \\ -9.63 \times 10^9 & -1.1 \times 10^8 & 5.89 \times 10^9 & 1.0 \times 10^{11} \\ 2.2 \times 10^6 & 2.52 \times 10^4 & -1.35 \times 10^6 & -2.29 \times 10^7 \\ 1.05 \times 10^5 & 1.2 \times 10^3 & -6.45 \times 10^4 & -1.09 \times 10^6 \end{bmatrix}, \quad (30) \\ \tilde{B}_{cm} &= [0.0239 \quad 0.0597 \quad -0.102 \quad -0.208]^T, \\ \tilde{C}_{cm} &= [1.6 \times 10^7 \quad 1.83 \times 10^5 \quad -9.83 \times 10^6 \quad -1.67 \times 10^8] \end{aligned}$$

설계된 가상 시스템은 실제 시스템으로 구현될 수 없기 때문에 (21)을 사용하여 설계된 가상 시스템과 트랙킹 시스템의 차이를 최소화하는 부분 트랙킹 제어기 $C_\infty(s)$ 를 설계한다. 설계된 부분 트랙킹 제어기 $C_\infty(s)$ 는 다음과 같다.

$$C_\infty(s) = \frac{3.15 \times 10^5 s^3 + 1.65 \times 10^8 s^2 + 4.68 \times 10^{10} s + 6.72 \times 10^{12}}{s^4 + 1.43 \times 10^5 s^3 + 4.72 \times 10^9 s^2 + 6.89 \times 10^{12} s + 3.96 \times 10^{15}} \quad (31)$$

V. 성능 비교 및 실험 결과

설계된 트랙킹 제어기가 정현파 외란의 주파수 불확실성을 효율적으로 제거하는지를 알아보기 위해 본 논문에서는 설계된 트랙킹 시스템과 시스템 G 을 비교한다. 시스템 G 는 정현파 외란 입력 $v(t)$ 에 대한 부분 트랙킹 제어기 $C_m(s)$ 의 출력 $e_\infty(t)$ 사이의 전달 함수의 H_∞ norm을 최소화하는 부분 제어기 $C_{\infty g}(s)$ 가 포함된 시스템이다. 시스템 G 는 불확실한 주파수의 영향을 직접적으로 고려하지 않기 때문에 강인 최적 H_∞ 문제를 다룸으로써 구할 수 있다. 설계된 부분 제어기 $C_{\infty g}(s)$ 는 다음과 같다.

$$C_{\infty g}(s) = \frac{1.32 \times 10^4 s^3 + 6.44 \times 10^6 s^2 + 2.2 \times 10^9 s + 2.33 \times 10^{11}}{s^4 + 3.82 \times 10^4 s^3 + 3.65 \times 10^8 s^2 + 4.96 \times 10^{11} s + 2.72 \times 10^{14}} \quad (32)$$

L 과 L_G 를 설계된 트랙킹 시스템과 시스템 G 의 루프 전달 함수라고 하자. 그림 3은 플랜트 불확실성이 없는 경우 루프 전달 함수 L (실선)과 L_G (점선)의 Bode 진폭 특성을 나타낸다. 불확실한 주파수 범위 (188.4~376.8 또는 30~60Hz)에 대하여 설계된 트랙킹 시스템의 루프 게인이 시스템 G 의 루

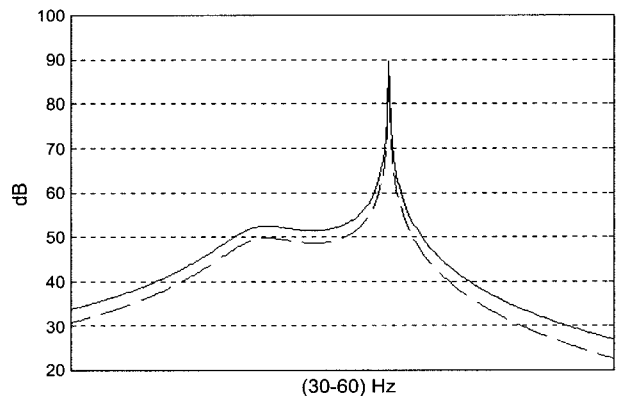


그림 3. 루프 전달 함수 L (실선)과 L_G (점선)의 Bode 진폭 특성.
Fig. 3. Bode plots of the loop transfer functions L and L_G .

프 게인보다 크다는 것을 알 수 있다. 이것은 본 논문에 의해 설계된 트래킹 시스템의 $e(t)$ 와 $\|e(t)\|_p$ 의 크기가 시스템 G 의 $e(t)$ 와 $\|e(t)\|_p$ 의 크기보다 작다는 것을 의미한다. 즉, 제안된 제어기 설계 방법이 주파수 불확실성을 직접적으로 고려하지 않는 시스템 G 설계 방법보다 주파수 불확실성의 영향을 더 줄여준다고 할 수 있다. 설계된 트래킹 제어기 (27)은 33 MHz 클럭으로 동작하는 DSP96002에 의해 디지털로 구현된다. 그림 4는 실험을 위해 개발된 디지털 광 디스크 서보 시스템의 구성도이다.

디지털 광 디스크 서보 시스템은 DSP, RAM, ROM, A/D 변환기, D/A 변환기로 구성되며 모든 제어 알고리즘과 제어기는 DSP96002에서 어셈블리어로 구현된다. 설계된 트래킹 제어기는 matched-pole mapping 방법에 의해 디지털화된 후 DSP96002에서 50KHz의 샘플링 주파수로 실행된다. 불확실한 주파수의 정현파 외란의 영향은 정현파 외란의 주파수가 공칭 주파수 282.7rad/s(2827rpm), 최소 허용 주파수 188.4 rad/s(1884 rpm), 최대 허용 주파수 376.8rad/s 일 때 트래킹 에러의 크기를 각각 비교함으로써 알 수 있다.

그림 5, 6, 7는 정현파 외란의 주파수가 각각 282.7, 188.4, 376.8rad/s 일 때의 트래킹 에러를 나타낸다. 광 디스크 드라이브는 디스크에 초점이 맞은 후에 트랙을 추종하는 트래킹 제어를 시작하기 때문에 그림 5, 6, 7에서 트래킹 시작 지점을 "o"로 표시한다. 트래킹 시작 후 트래킹 에러는 트랙 편심의 1/16인 $\pm 0.1 \mu\text{m}$ 이내에 존재한다는 것을 볼 수 있다. 그리고, 정현파 외란의 주파수가 최대 허용 주파수인 188.4, 376.8rad/s 일 때에도 공칭 주파수일 때와 비교해서 트

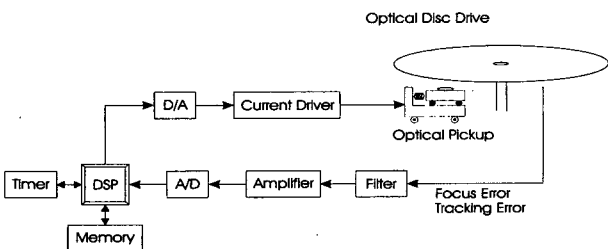


그림 4. 디지털 광 디스크 서보 시스템의 구성도.
Fig. 4. Schematic diagram of the experimental digital servo system.

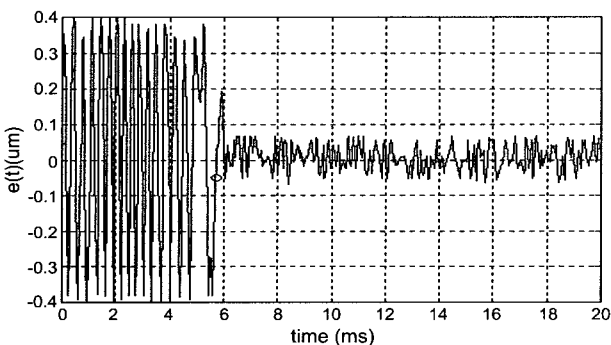


그림 5. 정현파 외란 주파수가 282.7rad/s 일 때의 트래킹 에러 (실험결과).
Fig. 5. The tracking error when the frequency of sinusoidal disturbance is 282.7rad/s.

래킹 에러의 크기가 크게 증가하지 않고 $\pm 0.1 \mu\text{m}$ 이내에 존재한다는 것을 볼 수 있다.

VI. 결론

본 논문에서는 정현파 외란의 불확실한 주파수의 영향으로 인한 시스템의 성능 저하를 보상해주는 제어 문제를 다루고 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 적용하여 제안된 제어기 설계 방법의 타당성을 실험으로 검증하였다. 주파수 불확실성을 가진 정현파 외란의 영향을 최대한 줄이기 위해 불확실한 주파수의 동역학 모델을 포함하는 가상 시스템이 도입되었고 가상 시스템과 페루프 시스템의 시스템 게인의 차이를 최소화하는 제어기가 설계되었다. 제안된 제어기 설계 방법은 하나의 LMI 최적화 문제로 바뀔 수 있고 광 디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 적용되어 좀 더 conservative한 결과라는 것을 보였다.

Appendix

정리 1의 증명: (Necessity) (11)의 모든 $x_m(t)$, $p_{1m}(t)$, $p_2(t)$, $v(t)$ 에 대하여 (15)를 만족하는 positive definite 행렬 P_m 이 존재한다고 가정하자. 그러면, 하나의 상수 $\lambda > 0$ 에 대하여 (13)과 S-절차를 ([2]의 page 23이나 [9]의 Lemma 1 참조) 이용하여 다음의 식을 구할 수 있다.

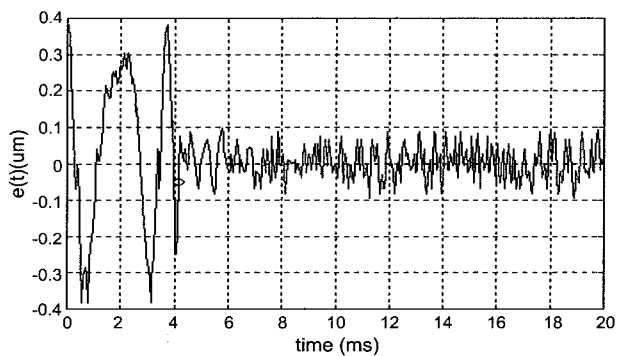


그림 6. 정현파 외란 주파수가 188.4rad/s 일 때의 트래킹 에러 (실험결과).
Fig. 6. The tracking error when the frequency of sinusoidal disturbance is 188.4rad/s.

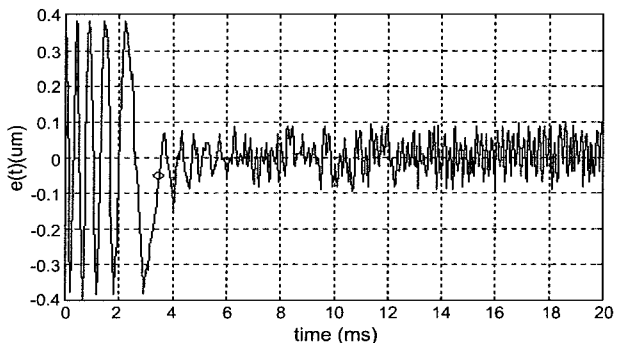


그림 7. 정현파 외란 주파수가 376.4rad/s 일 때 트래킹 에러 (실험결과).
Fig. 7. The tracking error when the frequency of sinusoidal disturbance is 376.4rad/s.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt}V(x_m) + y_{\infty m}^T y_{\infty m} - \mu_1 v^T v \\ & - \lambda_1 (p_1^T p_{1m} + p_2^T p_2 - x_m^T (\bar{E}_{1m}^T \bar{E}_{1m} + \bar{E}_{3m}^T \bar{E}_{3m}) x_m) < 0 \end{aligned} \quad (33)$$

그리고, (33)을 가상 시스템의 상태 방정식의 해를 따라 직접 적분함으로써 (33)은 다음의 식과 같다는 것을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \bar{A}_m^T P_m + P_m \bar{A}_m + \Phi_{m1} & \Phi_{m2} \\ \Phi_{m2}^T & \Phi_{m3} \end{bmatrix} < 0 \\ & \Phi_{m1} = \bar{C}_{\infty m}^T \bar{C}_{\infty m} + \lambda_1 (\bar{E}_{1m}^T \bar{E}_{1m} + \bar{E}_{3m}^T \bar{E}_{3m}), \\ & \Phi_{m2} = [P_m \bar{B}_{1m} + \bar{C}_{\infty m}^T D_{cm} \quad P_m \bar{H}_{1m} + \bar{C}_{\infty m}^T D_{cm} H_2 \quad P_m \bar{H}_{3m} + \bar{C}_{\infty m}^T H_4] \\ & \Phi_{m3} = \begin{bmatrix} D_{cm}^T D_{cm} - \mu_1 I & D_{cm}^T D_{cm} H_2 & D_{cm}^T H_4 \\ H_2^T D_{cm}^T D_{cm} & H_2^T D_{cm}^T D_{cm} H_2 - \lambda_1 I & H_2^T D_{cm}^T H_4 \\ H_4^T D_{cm} & H_4^T D_{cm} H_2 & H_4^T H_4 - \lambda_1 I \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (34)$$

Nonsingular 행렬 $\text{diag}(X_m, I, I, I)$ 와 $\text{diag}(X_m, I, I, I)^T$ 를 (34)의 왼편과 오른편에 곱한 후에 행렬 Φ_{m1} 의 비선형 항을 제거하기 위해 다음과 같이 분리한다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \bar{A}_m X_m + X_m \bar{A}_m^T & \bar{B}_{1m} & \bar{H}_{1m} & \bar{H}_{3m} \\ \bar{B}_{1m}^T & -\mu_1 I & 0 & 0 \\ \bar{H}_{1m}^T & 0 & -\lambda_1 I & 0 \\ \bar{H}_{3m}^T & 0 & 0 & -\lambda_1 I \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} X_m \bar{C}_{\infty m}^T & \lambda_1 X_m \bar{E}_{1m}^T & \lambda_1 X_m \bar{E}_{3m}^T \\ D_{cm}^T & 0 & 0 \\ H_2^T D_{cm}^T & 0 & 0 \\ H_4^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \\ & \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 I & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{C}_{\infty m} X_m & D_{cm} & D_{cm} H_2 & H_4 \\ \lambda_1 \bar{E}_{1m} X_m & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 \bar{E}_{3m} X_m & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (35)$$

Schur complement로부터 (35)와 (17)은 등가라는 것을 알 수 있다. 그래서, (17)을 만족하는 하나의 상수 $\lambda_1 > 0$ 이 존재한다.

(Sufficiency) (17)을 만족하는 하나의 상수 $\lambda_1 > 0$ 이 존재한다고 하자. 그러면, necessity의 증명 부분과 S-절차로부터 (15)를 만족하는 positive definite 행렬 P_m 이 존재한다는 것을 알 수 있다. ■



이 문 노

1969년 3월 11일생. 1991년 경북대학교 전자공학과(공학사). 1993년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사). 1998년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사). 2001년 9월~현재 동의대학교 컴퓨터공학과 전임강사. 관심분야는 강인 제어, 광 디스크 서보 시스템, 컴퓨터 시스템 설계, 임베디드 시스템.



문 정 호

1969년 3월 8일생. 1991년 서울대학교 제어계측공학과(공학사). 1993년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사). 1998년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사). 2001년~현재 CrossDigital 위성방송

수신기 HW 팀장. 관심분야는 반복학습제어, 광 디스크 서보 시스템, 디지털 제어, 위성방송수신기.

참고문헌

- [1] J. Abedor, K. Nagpal, P. P. Khargonekar, and K. Poolla, "Robust regulation in the presence of norm-bounded uncertainty," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 40, no. 1, pp. 147-152, 1995.
- [2] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, SIAM, Philadelphia, 1994.
- [3] M. Chilali and P. Gahinet, "H_∞ design with pole placement constraints : An LMI Approach," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 41, no. 3, pp. 358-367, 1996.
- [4] J. Doyle, K. Zhou, K. Glover, and B. Bodenheimer, "Mixed H₂ and H_∞ performance objectives II : Optimal control," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, no. 8, pp. 1575-1587, 1994.
- [5] B. A. Francis and W. A. Wonham, "The internal model principle for linear multivariable regulators," *Appl. Math. & Optimiz.*, vol. 2, no. 2, pp. 170-194, 1975.
- [6] M.-N. Lee, J.-H. Moon, and M. J. Chung, "Robust H_∞ control with regional stability constraints for the track-following systems of optical disk drives," *IECON'96*, August 1996, Taipei, Taiwan, pp. 1388-1393.
- [7] T. H. Lee, T. S. Low, A. Al-mamum, and C. H. Tan, "Internal model control approach for designing disk drive servo-controller," *IEEE Trans. Indus. Electr.*, vol. 42, no. 3, pp. 248-256, 1995.
- [8] A. V. Savkin and I. R. Petersen, "Robust control with rejection of harmonic disturbances," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 40, no. 11, pp. 1968-1971, 1995.
- [9] A. V. Savkin and I. R. Petersen, "Robust control with a terminal state constraint," *Automatica*, vol. 32, no. 7, pp. 1001-1005, 1996.
- [10] M. Steinbuch, G. Schootstra, and O. H. Bosgra, "Robust control of a compact disk player," *CDC'92*, December 1992, Arizona, USA, pp. 2596-2600.
- [11] L. Xie, M. Fu, M., and C. E. De Souza, "H_∞ control and quadratic stabilization of systems with parameter uncertainty via output feedback," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 37, no 8, pp. 1253-1256, 1992.
- [12] K. Zhou, J. C. Doyle, K. and Glover, *Robust and optimal Control*, PRENTICE HALL, New Jersey, 1996.

**진 경 복**

1961년 5월 19일생. 1985년 한양대학교 전기공학과(공학사). 1987년 한양대학교 전기공학과(공학석사). 1999년 한국과학기술원 자동화 및 실계공학과(공학박사). 2001년~현재 한국기술교육대학교 제어시스템공학과 조교수. 관심분야는 광 메카

트로닉스 제어, 강인 제어, 광 신호처리, 진동 제어.