

유한요소법을 이용한 디스크 브레이크의 과도기 열탄성 해석

Transient Thermoelastic Analysis of Disk Brakes Using Finite Element Method

최지훈*, 김도형*, 이인**, 차희범***, 강민구***
Ji-Hoon Choi, Do-Hyung Kim, In Lee, Heebum Cha, Mingu Kang

ABSTRACT

The transient thermoelastic analysis of automotive disk brakes with frictional contact is performed by using the finite element method. To analyze the thermoelastic behaviors occurring in disk brakes, the coupled heat conduction and elastic equations are solved. The fully implicit transient scheme is used to improve the computation accuracy at every time step. The numerical results of the thermoelastic behaviors are obtained during the repeated braking condition. The computational results show that the thermoelastic instability (TEI) phenomenon (the growth of non-uniformities in contact pressure) occurs in disk brakes. Also, the effect of material properties on the thermoelastic behaviors is investigated to facilitate the conceptual design of the brake system.

주요기술용어 : Disk brake(디스크 브레이크), Frictional contact(마찰 접촉), Finite element method(유한요소법), Thermoelastic instability(열탄성 불안정성)

1. 서론

자동차 엔진의 고출력화, 경량화, 고속화 추세에 따라 브레이크 시스템 또한 가혹한 열적 상태에 직면하게 되어 설계 및 개발 단계에서 중요한 문제로 부각되고 있다. 고속 주행 시 제동으로 인한 과도한 마찰열은 브레이크 디스크의 열적 균열 및 영구적인 열변형을 유발할 수 있다. 브레이크 시스템에서의 마찰열, 열적 변형 그리고 탄성 접촉의 상호작용은 마찰면에서의 압력 및 온도에 크게 영향을 미치게 되고, 특히 미끄럼 속도가

가 과도하게 커지면 이러한 열기계적(thermo-mechanical) 상호작용이 불안정한 상태가 되어 적열점(hot spots)과 같은 국부적인 고온부를 형성하여 열적 저더(thermal judder 또는 hot judder)라 불리는 심각한 진동을 유발시키게 된다. 이와 같은 현상은 마찰에 의한 열탄성 불안정성(thermoelastic instability, TEI)으로 알려져 있으며, 브레이크 및 클러치(clutches) 시스템에 주로 나타나고 있다.¹⁻⁴⁾ 따라서, 마찰에 의한 열탄성 불안정성 현상은 관련된 두 물체의 기계적, 열적 성질, 기하학적 형상, 접촉 및 미끄럼 속도 등이 관련된 매우 복잡한 문제이다.

열탄성적으로 불안정한 계에 대하여 열전달

* 회원, 한국과학기술원 기계공학과 대학원

** 회원, 한국과학기술원 기계공학과

*** 회원, 현대모비스 기술연구소

해석만으로 구해진 온도 분포는 아무런 의미가 없는 해이므로 실제의 온도 분포를 구하기 위해서는 열전달 문제와 탄성 문제 및 접촉 문제를 완전 연계 시켜야 한다. 이는 접촉 압력은 열변형에 영향을 받고 열 플럭스(heat flux)는 그 압력에 영향을 받기 때문이다. 그러나 연계 해석의 어려움으로 인하여 상당수 제동 실험 결과에 의존해 왔으며, 열전달 해석만 수행하거나⁵⁾ 열전달 해석으로부터 구한 온도를 이용하여 열응력 해석⁶⁾을 하는 등 비연계된 해석이 대부분이었다. 연계된 해석도 수행되었지만 최근에 와서야 활발한 연구가 진행중이며, 아직까지 열탄성 불안정성에 대한 연구는 미흡한 실정이다.

브레이크 시스템의 연계된 열탄성 해석에 관한 연구는 Kennedy와 Ling⁷⁾이 처음으로 항공기용 다판 디스크 브레이크의 열탄성 해석을 수행하였다. 마모(wear)와 열변형이 마찰면의 수직 압력에 미치는 영향을 고려하였으나 열기계적 현상이 디스크 중립면에 대하여 대칭이라고 가정하여 각 디스크를 서로 독립적으로 다루었다. Zagrodzki⁸⁾는 이와 같은 문제점을 보완한 다판 디스크 브레이크의 열탄성 해석을 수행하여 마찰면의 수직 압력 분포는 온도와 열변형에 상당히 의존함을 보였으며, 각 디스크가 서로 독립적이지 않고 이웃한 디스크의 열탄성 거동에 영향을 미친다고 하였다. Sonn 등⁹⁾은 항공기용 복합재 디스크 브레이크의 열탄성 해석을 수행하여 등방성 디스크 브레이크보다 복합재 디스크 브레이크의 열탄성 거동이 안정적이며 성능면에서 우수함을 보였다. 또한, 구병춘 등¹⁰⁾은 인터페이스 요소(interface element)를 도입하여 드럼 브레이크의 열탄성 접촉해석을 효과적으로 수행하는 방법을 제시하였다. 그리고 Thuresson¹¹⁾과 Johansson¹²⁾은 열기계적 마모 모델을 적용한 해석을 수행하였는데 2차원 무한 평판의 미끄럼 접촉 문제와 같이 단순한 기하학적 형상에 국한되어 있다.

본 연구에서는 제동과 주행을 반복하는 반복 제동 시 자동차용 디스크 브레이크의 과도기 열

탄성 해석을 수행하여 열탄성 불안정성 현상을 고찰하였다. 디스크 브레이크를 축대칭 형상으로 모델링 하였으며, 접촉 모델을 고려한 열 방정식과 탄성 방정식을 완전 연계하였다. 연계된 열탄성 해석 시 수치 계산의 정확성을 향상시키기 위하여 매 시간 단계에서 내재적 기법(implicit scheme)을 적용하였다.⁹⁾ 또한, 마찰재 패드 물성치 변화가 마찰면에서의 접촉 상태에 미치는 영향을 살펴보았다.

2. 지배방정식

2.1 열 유한요소 방정식

원통 좌표계(cylindrical coordinate system)에서 기술된 축대칭 형상에 대한 비정상 열전도 방정식(unsteady heat conduction equation)은 다음과 같다.

$$\rho c = \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1)$$

여기서, ρ , c , k 는 각각 밀도(density), 비열(specific heat), 열전도 계수(thermal conduction coefficient)를 나타낸다.

식 (1)은 경계 및 초기 조건이 주어지지 않더라도 풀려질 수 있으며, 갤러킨 방법(Galerkin's method)을 이용하여 최종적인 열 유한요소식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$[C_T] \{ \dot{T} \} + [KH_T] \{ T \} = \{ R \} \quad (2)$$

여기서, $[C_T]$ 는 열용량 행렬, $[KH_T]$ 는 열전도 행렬, $\{ R \}$ 는 열흐름 벡터를 나타낸다.

위 식 (2)를 직접 적분(direct integration scheme)을 통해 계산하기 위하여 다음과 같은 온도 관계를 가정한다.

$$\{ T \}_{t+\Delta t} = \{ T \}_t + [(1-\beta)\{ \dot{T} \}_t + \beta \{ \dot{T} \}_{t+\Delta t}] \Delta t \quad (3)$$

식 (3)을 식 (2)에 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & [[C_T] + b_1 [KH_T]] \{ T \}_{t+\Delta t} \\ & = [[C_T] - b_2 [KH_T]] \{ T \}_t + b_2 \{ R \}_t + b_1 \{ r \}_{t+\Delta t} \end{aligned} \quad (4)$$

$$b_1 = \beta \Delta t, \quad b_2 = (1-\beta) \Delta t$$

여기서, β 는 수치 해석 상 선택되는 인자이며 0.5보다 큰 경우 무조건 안정하게 된다. 식 (4)는 초기 온도가 주어지면, 수치 적분을 통해 온도에 대한 시간 이력을 구할 수 있다.

2.2 탄성 유한요소 방정식

열팽창 효과를 고려한 구성방정식(constitutive equation)은 다음과 같다.

$$\{\sigma\} = [D](\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) \quad (5)$$

여기서, $\{\epsilon_0\} = \{\alpha\} \Delta T$ 이고, $[D]$ 와 $[\alpha]$ 는 각각 탄성 행렬, 열팽창 계수 벡터를 나타낸다.

열탄성 평형 방정식을 유도하기 위하여 변분 원리(variational principle)을 적용하고, 열 유한요소 정식화와 유사하게 유한요소를 도입하면 다음과 같은 대수 방정식을 얻을 수 있다.

$$[K]\{U\} = \{P\} \quad (6)$$

여기서, $\{U\}$ 는 절점 변위 벡터, $[K]$ 는 강성 행렬, $\{P\}$ 는 온도장이 고려된 하중 벡터이다.

3. 디스크 브레이크의 모델링

실제 디스크 브레이크의 정확한 열탄성 해석을 수행하기 위해서는 Fig. 1과 같이 3차원 모델을 사용해야 하지만 앞에서 진술한 바와 같이 마찰 접촉 및 미끄럼 속도가 연관된 열탄성 문제는 해석하기 매우 복잡하고 어렵다. 따라서, 본 연구에서는 실제 적용을 위해 디스크와 패드만으로 구성된 축대칭 모델을 통한 해석을 수행하고자 한다.

3.1 접촉 모델

본 연구에서와 같이 접촉 문제의 수치적 모델링 시 특별한 주의가 필요하다. 접촉 문제에서 접촉면의 절점은 일반적인 경계처럼 변위나 하중 조건이 주어지는 대신 다음과 같은 두개의 조건을 만족해야 한다. 접촉하고 있는 면의 수직 방향 변위의 연속성(continuity)과 평형 조건(equilibrium condition)이 만족되어야 한다. 즉 접촉면이 서로 겹침(overlap)이 없어야 하고, 수직 응력 성분이 크기는 같고 방향은 반대이어야 한다.(equal and opposite normal tractions) 또한, 접촉하고 있는 물체가 선형 거동을 하더라도 작용하는 하중에 따라 접촉면이 선형적으로 변하지 않기 때문에 비선형 문제가 된다. 따라서, 접촉 문제의 정확한 해를 얻기 위해서는 위의 조건이 만족되도록 반복 계산과정이 필요하게 된다.¹³⁾

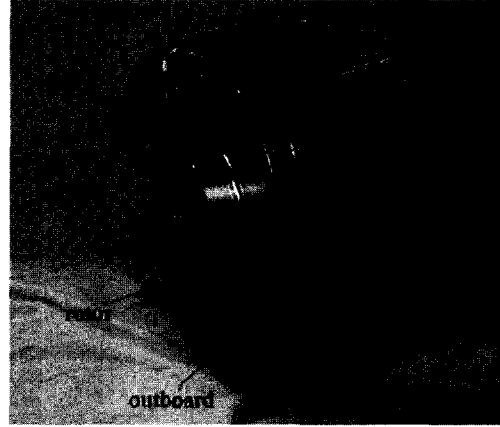


Fig. 1 A typical automotive disk brake system

접촉면에서 반경 방향의 변위 성분이 생기지만, 물체의 변형에 의해 생기는 반경 방향의 미끄럼 속도가 원주 방향의 미끄럼 속도와 비교했을 때 대단히 작다. 이와 같은 관계가 마찰력에도 성립되므로 반경 방향의 마찰력은 무시할 수 있다.^{8,9)} 탄성 문제에서의 접촉 모델과 유사하게 열 전달 문제에서 접촉 모델은 다음과 같다. 접촉면에서 온도의 연속성이 만족되어야 하고, 접촉 압력으로 인하여 발생하는 마찰열이 다음과 같이 정의되어야 한다.

접촉면에서 반경 방향의 변위 성분이 생기지만, 물체의 변형에 의해 생기는 반경 방향의 미끄럼 속도가 원주 방향의 미끄럼 속도와 비교했을 때 대단히 작다. 이와 같은 관계가 마찰력에도 성립되므로 반경 방향의 마찰력은 무시할 수 있다.^{8,9)} 탄성 문제에서의 접촉 모델과 유사하게 열 전달 문제에서 접촉 모델은 다음과 같다. 접촉면에서 온도의 연속성이 만족되어야 하고, 접촉 압력으로 인하여 발생하는 마찰열이 다음과 같이 정의되어야 한다.

$$q^* = \mu r \omega P \quad (7)$$

여기서, μ 는 마찰 계수, ω 는 디스크의 각속도, P 는 접촉 압력을 나타낸다. 또한, 접촉이 되지 않는 곳에서는 단열 조건(adiabatic condition)을 갖는다.

3.2 유한요소 모델

본 연구에 사용된 탄성 유한요소 모델은 Fig. 2에 나타내었다. 먼저 디스크와 패드의 형상은 내부, 외부 반경이 0.080m, 0.131m 이고, 두께가 각각 0.024m, 0.010m이다. 마찰재 패드 경계에 그림과 같이 일정한 유압(hydraulic pressure)과 축방향 변위의 구속 조건을 부여하였으며, 접촉면에서는 위에서 언급한 접촉 조건을 적용하였다.

열 유한요소 모델에 대한 그림 및 경계 조건은 Fig. 3에 나타내었다. 경계 조건은 모든 경계에서 대류 열전달이 발생하도록 적용하였으며, 접촉면에서는 앞에서 언급한 접촉 조건을 부과하였다. 또한, 초기 조건으로는 디스크와 패드 모두 $T_0=20^{\circ}\text{C}$ 이다.

디스크 브레이크의 열탄성 해석 시 중요한 변수는 마찰면의 온도 및 압력이다. 효율적이고 정

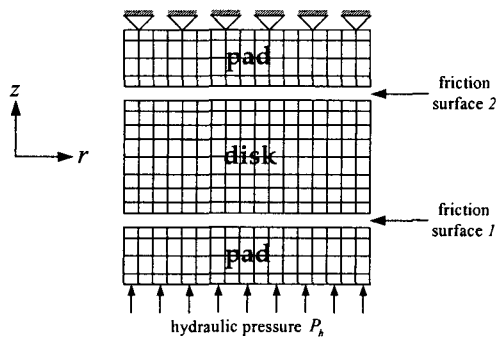


Fig. 2 Elastic finite element model for the thermo-elastic analysis

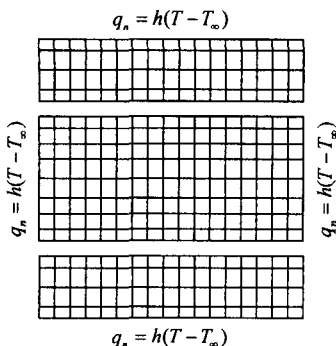


Fig. 3 Heat finite element model for the thermo-elastic analysis

확한 결과를 얻기 위해서는 적당한 유한요소 분할이 필수적이다. 본 연구에서는 이를 위하여 축대칭 8절점 등매개 요소(axisymmetric eight-node isoparametric element)를 사용하였으며, 접촉면과 경계에서의 변수들의 구배(gradient)를 고려하기 위하여 요소를 세분화(refinement)하였다.

3.3 과도기 열탄성 수치해석 방법

본 연구는 마찰열에 의한 열 방정식(4)과 열변형에 의한 탄성 방정식(6)을 동시에 연계하여 풀어야 할 문제이다. 주어진 경계 및 초기 조건으로부터 임의의 시간에서의 온도 분포가 주어지면, 열하중 벡터를 얻을 수 있다. 다음, 접촉 문제를 풀기 위해 접촉 조건이 만족될 때까지 식 (6)을 반복하여 계산하면 새로운 접촉 조건과 접촉 압력 분포를 얻을 수 있게 된다. 구해진 새로운 접촉 압력으로부터 접촉면에서 발생하는 마찰열을 식 (7)로 구하고, 식 (4)의 우변항의 열 흐름 벡터를 구성할 수 있게 된다. 새롭게 설정된 접촉 상태와 열 흐름 벡터로부터 다음 시간 $t + \Delta t$ 에서의 열 방정식 및 탄성 방정식을 내재적 기법(implicit scheme)을 사용하여 반복 계산한다. 이와 같은 방법으로 모든 시간에서의 디스크 브레이크의 열탄성학적 거동을 구하게 된다.

Table 1 Material properties and operation conditions

	Material properties	
	Pad	Disk
k (W/mk)	5	57
ρ (kg/m ³)	1400	7100
c (J/kgK)	1000	452
ν	0.25	0.25
α (10 ⁻⁶ /K)	10	11
E (GPa)	1	106
μ	0.0667	

4. 해석 결과 및 검토

본 연구에서는 실제 브레이크 테스트에서 사용하는 반복 제동 조건을 이용하여 디스크 브레이크의 과도기 열탄성 해석을 수행하였다. Fig. 4처럼 20초를 한 주기(4.5초 동안 제동 + 10.5초 동

안 가속 +5.0초 동안 정속 주행)로 갖는 제동 조건을 설정하여 10번의 반복 제동을 적용하였다. 계산에 사용된 물성치는 Table 1과 같으며 제동 초기의 각속도를 $\omega=150\text{ rad/s}$ 로 설정하여 제동하는 동안 선형적으로 속도가 감소한다고 가정하였다. 작용하는 유압은 제동 시작부터 1.5초 동안 선형적으로 증가하여 그 이후에는 $P_h=1\text{MPa}$ 로 일정하게 유지한다고 가정하였다. 또한, 대류 열전달 경계 조건을 적용하기 위하여 열전달 계수를 $h=100\text{ W/m}^2\text{C}$ 으로 일정하다고 가정하였다.

열탄성 해석 결과로 제동 스텝에 따라 마찰면 1, 2에서의 접촉 압력 분포를 Fig. 5에 나타내었다. 제동이 반복됨에 따라 마찰면에서의 압력이 상승하고 있으며, 특히 마찰면 2에서는 마찰면 1보다 과도하게 변하여 국부적인 압력 상승이 나타나고 있다. 일반적으로 열변형으로 인한 접촉 압력의 변화를 열탄성 천이(thermoelastic transition)라 하고, 이러한 압력의 변화가 불안정해지는 현상을 열탄성 불안정성(thermoelastic instability, TEI) 현상이라 부른다. 본 연구 결과도 열탄성 불안정성 현상이 나타남을 알 수 있다.

제동 스텝에 따라 마찰면의 온도 분포를 Fig. 6에 나타냈으며, 전체적으로 반복 제동으로 인해 온도가 상승하고 있고 특히, 마찰면 2의 온도 분포는 국부적인 압력 상승으로 인한 온도 상승을 나타내고 있다.

다음은 디스크 브레이크의 열탄성 불안정성 현상을 자세히 살펴보기 위하여 두 가지 제동 조건에 대하여 각 제동 스텝에서 디스크와 패드 전체의 온도 분포를 Fig. 7에 도시하였다. 먼저 Fig. 7(a)-(d)는 위의 제동 조건의 결과이다.

제동 초기 단계에는 Fig. 7(a)처럼 온도 분포가 디스크 중립면에 대하여 대칭 형상을 이루고 있으나, 제동 횟수가 증가할수록 접촉 압력의 불안정으로 인하여 온도 분포 또한 비대칭 형상을 이루고 불안정하게 됨을 알 수 있다. 그러나 Fig. 7(e), (f)는 초기 각속도를 $\omega=50\text{ rad/s}$ 로 줄이고, 제동 유압을 $P_h=3\text{MPa}$ 로 증가시킨 경우로 반복 제

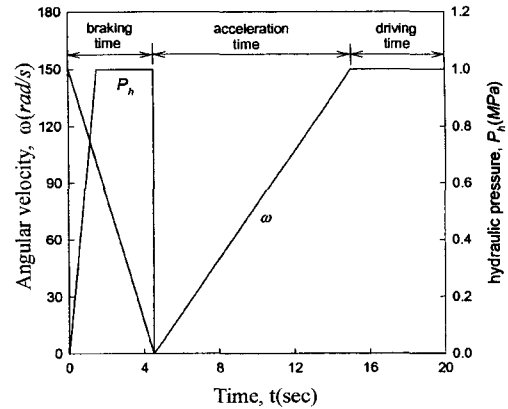
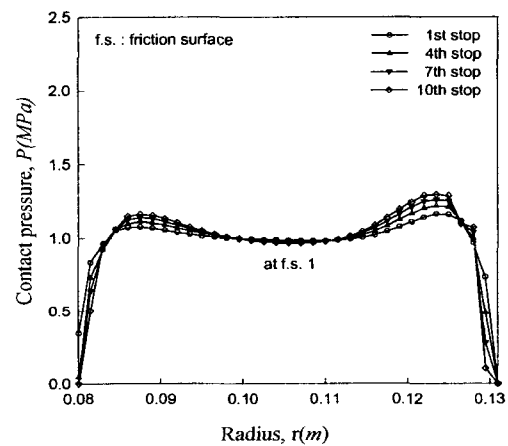
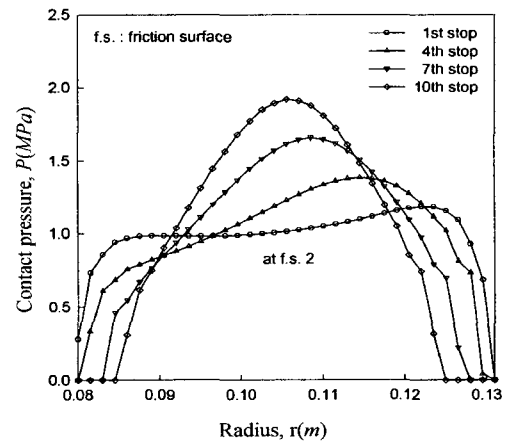


Fig. 4 Brake engagement process in thermo-elastic analysis



(a) Friction surface 1



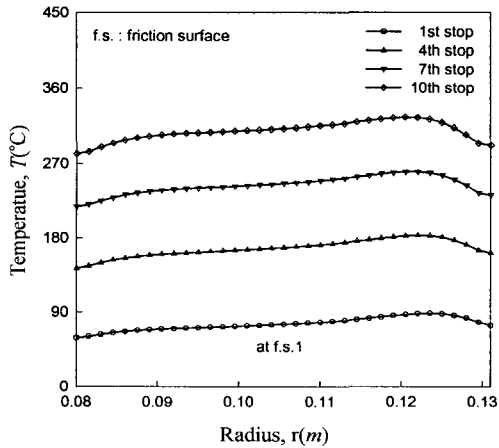
(b) Friction surface 2

Fig. 5 Pressure distributions on friction surfaces during repeated braking

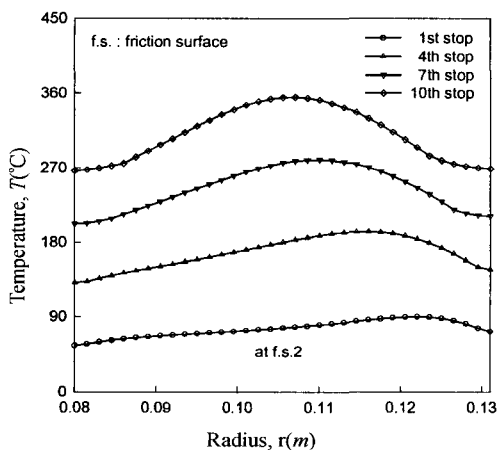
동이 진행됨에 따라 열탄성 불안정성 현상은 일어나지 않고 대칭 형상의 온도 분포를 나타낼 수 있다. 위 해석 결과는 미끄럼 속도가 과도하게 커지면 열탄성 불안정성 현상을 발생하는 기존의 제동 실험 연구⁴⁾와 동일한 결과이다.

다음은 앞의 두 제동 조건에 대하여 디스크 브레이크의 접촉 비를 고찰하였다. 접촉 비(contact ratio, CR)는 마찰면의 면적과 제동 시 마찰면의 접촉된 면적의 비로 정의하였다. 접촉 비가 클수록 마찰면을 따라 접촉 압력 및 온도가 균일하게 되고 발생한 열이 원활하게 흐른다는 것을 나타

낸다. 앞의 두 제동 조건에 대한 접촉 비를 Fig. 8에 나타내었다. 그림에서 초기 각속도가 $\omega=150 \text{ rad/s}$ 인 경우 반복 제동이 진행됨에 따라 열탄성 불안정성으로 인하여 접촉 비가 계속 감소함을 보이며, 각속도가 $\omega=50 \text{ rad/s}$ 인 경우 열탄성적으로 안정하여 초기의 접촉 상태를 그대로 유지하고 있다.



(a) Friction surface 1



(b) Friction surface 1

Fig. 6 Temperature distributions on friction surfaces during repeated braking

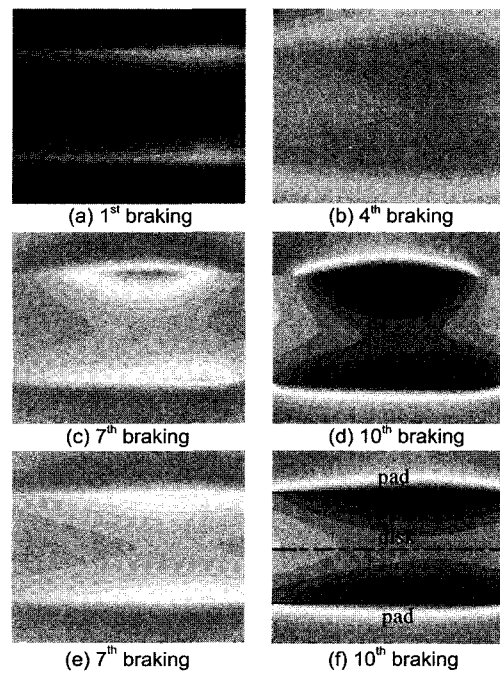


Fig. 7 Temperature contours of disk brake during 10 repeated braking

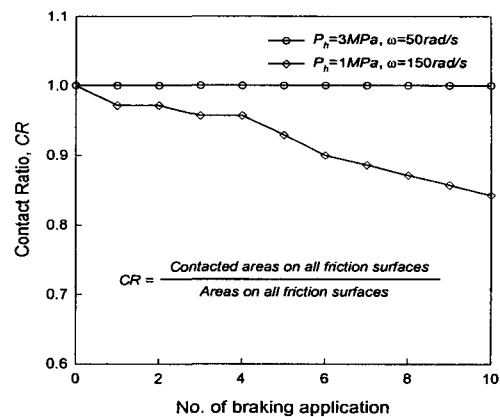


Fig. 8 Variation of contact ratio, CR during 10 repeated brake applications

본 연구에서는 디스크 브레이크 설계 시 설계 변수로서 생각할 수 있는 마찰재 패드의 물성치에 대한 열탄성 해석을 수행하여 각 물성 변수가 접촉 비에 미치는 영향을 고찰하였다. 일반적으로 패드 물성치의 영향은 기존의 비연계 해석을 통해 많이 연구되어 그 특성은 알려져 있으나, 본 연구에서 제시된 마찰면에서의 접촉 상태에 관한 결과는 연계된 열탄성 해석을 수행하여야만 얻을 수 있다.

마찰재 패드의 물성치 변화가 접촉 비에 미치는 영향을 고찰해보면 다음과 같다. Fig. 9는 패드의 열팽창 계수를 변화시켜가면서 접촉 비의

변화를 나타낸 것이다.(하첨자 : Table 1의 값) 열팽창 계수가 증가할수록 접촉면에서의 마찰열에 의한 열변형이 증가하여 디스크와 패드 사이의 국부적인 접촉을 만들어 접촉 비를 현저히 감소시킨다.

Fig. 10은 패드의 비열 값의 변화에 따른 접촉 비를 나타낸 것으로, 비열이 커질수록 물체의 열용량(thermal capacity)이 증대되는 효과를 가져오므로 열이 저장되는 양이 증가하여 브레이크의 전체 온도가 감소하게 되고 열변형이 적게 되어 접촉 비가 증가하게 된다.

Fig. 11은 마찰재 패드의 탄성 계수 변화에 대

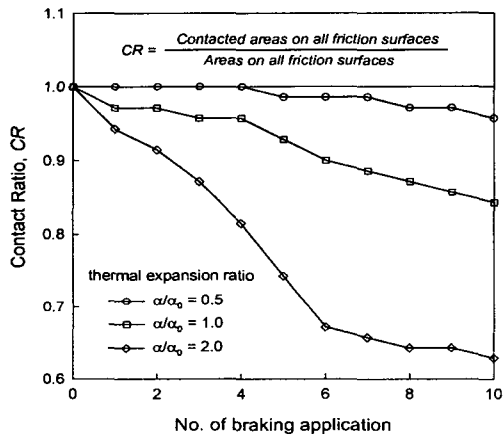


Fig. 9 Effect of thermal expansion coefficient of pad on contact ratio, CR

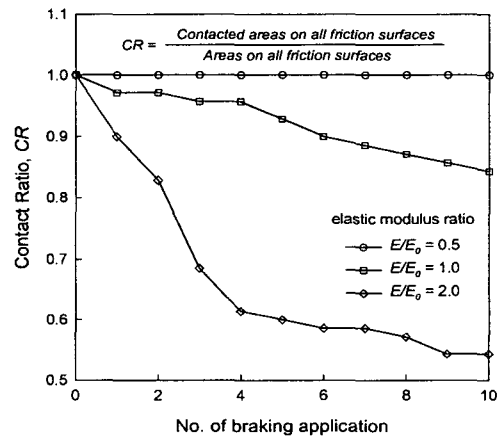


Fig. 11 Effect of elastic modulus of pad on contact ratio, CR

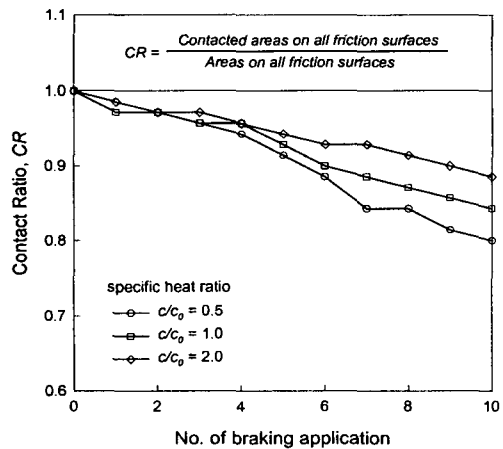


Fig. 10 Effect of specific heat of pad on contact ratio, CR

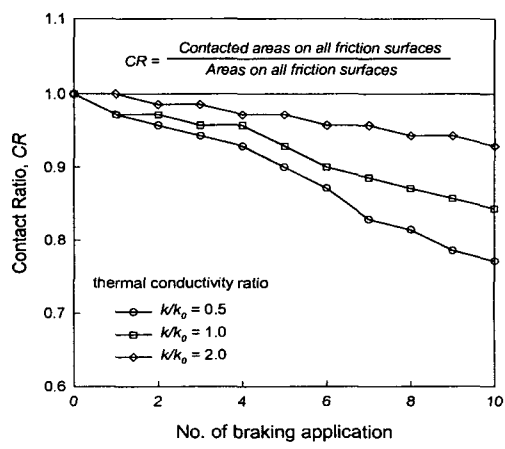


Fig. 12 Effect of heat conductivity of pad on contact ratio, CR

한 결과로 탄성 계수 값이 작을수록 열변형을 일으킨 디스크와 패드의 접촉 압력을 균일하게 발생시켜 접촉 비가 증가하게 된다.

또한, 패드의 탄성 계수 값을 기준 값(Table 1의 값)의 반으로 줄인 경우 모든 제동 스텝에서 마찰면이 모두 접촉 하고 있음을 알 수 있다.

마지막으로 Fig. 12은 마찰재 패드의 열전도 계수 변화에 대한 접촉 비를 나타낸 것으로 열전도 계수가 커질수록 마찰면에서 발생한 열을 빨리 주위로 확산시켜 열변형이 감소하여 접촉 비가 증가하게 된다.

이상의 결과로부터 패드의 열팽창 계수, 탄성 계수가 비열, 열전도 계수보다 마찰면의 접촉 비에 더 큰 영향을 미침을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 반복 제동 시 디스크 브레이크의 과도기 열탄성 해석을 수행하여 열탄성 불안정성 현상을 고찰하였다. 열전달 문제와 탄성 문제 및 접촉 문제를 함께 연계하였으며, 두 가지의 제동 조건에 대해 해석하여 브레이크에서 발생하는 온도 분포를 통해 열탄성 불안정성 현상을 파악하였다. 또한, 디스크 브레이크 설계 시 설계 변수로 고려될 수 있는 마찰재 패드 물성치에 대한 열탄성 해석을 수행하여 열팽창 계수, 탄성 계수가 비열, 열전도 계수보다 마찰면의 접촉 비에 더 큰 영향을 미침을 알 수 있었다.

본 연구는 제동 시 디스크 브레이크의 형상 및 재질에 따른 열탄성 불안정성을 고찰하는데 활용 가능하며, 디스크 브레이크 시스템의 제동 성능 개선에 유용한 설계 기술을 제공할 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 과학기술부 중점국가연구개발사업의 지원에 의해 수행되었으며 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 1) W. Kreitlow, F. Schrodter, H. Matthai, "Vibration and Hum of Disc Brakes under Load," SAE 850079, 1985.
- 2) H. Inoue, "Analysis of Brake Judder Caused by Thermal Deformation of Brake Disk Rotors," SAE 865131, 1986.
- 3) E. Anderson, R. A. Knapp, "Hot Spotting in Automotive Friction Systems," Wear, Vol.135, pp.319-337, 1990.
- 4) K. Lee, R. B. Dinwiddie, "Conditions of Friction Contact in Disk Brakes and Their Effects on Brake Judder," SAE 980598, 1998.
- 5) 이계섭, 국종영, 천인범, "드럼 브레이크 시스템의 비정상 열전달 해석," 한국자동차공학회논문집, 제7권 제9호, pp.172-181, 1999.
- 6) 박영철, 박동성, "유한요소법을 이용한 브레이크 드럼의 열응력 해석," 한국자동차공학회논문집, 제8권 제3호, pp.77-84, 2000.
- 7) F. E. Kennedy, F. W. Ling, "A Thermal, Thermoelastic and Wear Simulation of A High-Energy Sliding Contact Problem," ASME Journal of Lubrication Tribology, Vol.97, pp. 497-507, 1974.
- 8) P. Zagrodzki, "Analysis of Thermo mechanical Phenomena in Multidisc Clutches and Brakes," Wear, Vol.140, pp.291-308, 1990.
- 9) H. W. Sonn, C. G. Kim, C. S. Hong, "Transient Thermoelastic Analysis of Composite Brake Disks," Journal of Reinforced Plastic and Composites, Vol.14, pp.1337-1361, 1995.
- 10) 구병춘, 서정원, "유한요소법에 의한 드럼 브레이크의 열탄성 접촉해석," 한국자동차공학회논문집, 제9권 제3호, pp.173-180, 2001.
- 11) D. Thuresson, "Thermomechanical Analysis of Friction Brake," SAE 2000-01-2775, 2000.
- 12) L. Johansson, "Model and Numerical Algorithm for Sliding Contact Between Two Elastic Half-plane with Frictional Heat Generation and Wear," Wear, Vol.160, pp.77-93, 1993.
- 13) A. Becker, "The Boundary Element Method in Engineering," McGraw-Hill, New York, 1992.