

Rudder 액츄에이터 포화특성을 고려한 Anti-Windup 제어계의 설계

김영복* · 최명수*

*부경대학교 공과대학 기계공학부

Anti-Windup Controller Design for the Ship with the Rudder Saturation

YOUNG-BOK KIM* AND MYUNG-SOO CHOI*

*School of Mechanical Eng., Pukyong National University, Busan, Korea

KEY WORDS: Actuator 액츄에이터, Nonlinearity 비선형성, Saturation 포화, System Performance 시스템 성능, Anti-Windup 엔티 와인드업

ABSTRACT: In the actual control systems, there exist many kinds of restrictions or nonlinearities. However, due to the nonlinearities in actuators and sensors, the designed controller may not be applicable in some practical situations. One such nonlinearity is amplitude saturation in actuators. Although sometimes it may be ignored, in other cases failure to consider actuator saturation may severely degrade closed-loop system performance and even lead to instability. On the other hand, limiting the controller gain to avoid saturation sacrifices control effort and may lead to loss of performance. Consequently, in some cases, the actuator saturation must be explicitly taken into account to ensure desired performance. However, in this paper, an anti-windup control system design method is introduced to suppress the windup due to the amplitude saturation of the actuator. The proposed control system has very simple design process and guarantees the good control performance. The validity of the proposed control system will be shown by comparing with the results of a reported paper.

1. 서 론

실제 시스템에서는 액츄에이터(actuator)의 출력크기와 출력의 변화비에 제한이 주어지는 것이 일반적이다. 이때 시스템을 보호하고 시스템의 물리적 한계를 극복하면서 제어성능을 충분히 발휘하기 위해서는 액츄에이터에 주어진 제한조건들을 반드시 고려하여 제어계를 설계해야 한다. 그러나 이러한 제한조건을 고려하지 않고 제어계를 설계했을 경우 제어입력의 과도한 증가와 페루프게가 불안정해지는 등의 windup현상이라고 불리우는 심각한 성능악화가 일어나게 된다. 이와 같은 현상을 해결하기 위한 것이 anti-windup 제어계 설계법이다.

Anti-windup 설계법은 입력신호의 제한을 고려한 실용적인 제어계 설계법의 하나이며 통상 다음과 같은 두 단계를 거쳐 제어계를 설계한다.

- (1) 포화가 일어나지 않는 경우에는 주어진 제어계 설계사양을 만족하도록 하는 선형피드백제어계를 설계한다.
- (2) 그리고 포화가 일어날 경우에만 동작하는 anti-windup 제어계를 설계한다.

이러한 일반적인 과정을 거치는 anti-windup 설계법에 관한 연구는 오래 전부터 이루어져 많은 연구결과가 보고되어 있다.(Astrom and Rundquist, 1989; Hanus et al., 1987; Kothare et al., 1994)

예를 들어 최근에는 강인제어(robust control), 비선형제어 및 LMI(linear matrix inequality) 등의 설계기법을 이용하여 windup현상을 보다 효과적으로 억제하기 위한 시도도 적극적으로 이루어지고 있다(Bernstein and Michel, 1995; Stoorvogel and Saberi, 1999; Teel, 1998). 이와 같은 접근법에서는 포화특성을 하나의 불확실성(uncertainty)으로 간주하여 강인제어설계법으로 제어계를 설계하고 있다. 즉, 포화특성 때문에 발생하는 시스템응답의 불안정성을 불확실한 파라미터 변동 혹은 외란에 의한 영향으로 평가하여 이러한 영향을 억제하도록 제어계를 설계하는 것이다.

그러나 이러한 설계기법은 우선 제어계 설계절차가 복잡할 뿐 만 아니라, 다양한 입력신호(목표신호)의 크기에 대해 제어계의 안정성이 보장되지 않거나 추종특성의 악화 등 제어성능면에서도 상당한 문제가 발생한다(Tan et al., 1999). 즉, 입력신호의 크기에 따라 과도응답특성이 달라지기 때문에 auto-pilot 시스템설계 등에 응용할 경우 바람직한 제어성능을 기대하기 힘들다.

따라서 본 논문에서는 이러한 문제점들을 해결할 수 있는 제어계 설계법을 소개한다. 즉, 포화특성을 포함하더라도 제어계의 안정성이 보장될 뿐 만 아니라 다양한 크기의 입력신호에 대해서도 양호한 추종성능을 발휘할 수 있도록 한다. 특히 본 논문에서 소개하는 제어계는 불확실한 파라미터 변동 및 외란입력이 존재함에도 불구하고 응답특성을 개선할 수 있도록 하는 조정게인(tuning-gain)을 갖고 있다. 그래서 제어계의 안정성 조건을 만족하는 범위의 불확실성이 존재하더라도 자

제1저자 김영복 연락처 : 부산광역시 남구 용당동 산100
051-620-1584 kpjiwoo@pknu.ac.kr

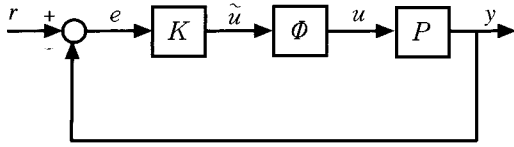


Fig. 1 A control system with saturation

유로운 제인조정이 가능하여 결국 제어계의 과도응답 및 정상상태응답을 개선시키는 효과가 보장된다. 이러한 특성은 참고 문헌(Tan et al., 1999)의 결과와 비교검토를 통해 그 유효성을 검증하도록 한다.

2. 입력포화의 영향

먼저 제어계의 포화요소가 제어계에 어떠한 영향을 주게 되는지에 대해 소개한다(Wada and Saeki, 2002). Fig. 1의 제어계로부터 제어대상을 P라 두고 이것을 다음과 같이 상태방정식으로 나타낸다.

$$P: \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

단, x , u , y 는 각각 적당한 크기의 상태, 제어입력 및 출력벡터이다. 그리고 Φ 는 포화요소, K 는 제어를 나타내며 다음과 같이 표현된다.

$$K: \begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c (r - y) \\ \tilde{u} = C_c x_c + D_c (r - y) \end{cases} \quad (2)$$

단, x_c 는 제어기의 상태벡터, \tilde{u} 는 제어기로부터 출력된 제어입력을 나타내며 u 는 제어기로부터 발생된 제어신호가 포화요소 Φ 를 거쳐 실제 제어대상에 입력되는 제어신호이다. 그리고 r 은 목표신호(reference signal)를 나타낸다.

여기서 포화요소 $\Phi(\cdot)$ 는 다음과 같이 정의되는 다변수 포화요소라고 가정한다.

$$\Phi(\tilde{u}) = (\phi_1(\tilde{u}_1), \dots, \phi_n(\tilde{u}_n))^T \quad (3)$$

단,

$$\phi_i(\tilde{u}_i) = \begin{cases} U_i \operatorname{sgn}(\tilde{u}_i), & |\tilde{u}_i| > U_i \\ \tilde{u}_i, & |\tilde{u}_i| \leq U_i \end{cases} \quad (4)$$

이다. 위의 관계는 도식적으로는 Fig. 2와 같이 표현할 수 있다. 이상으로부터 windup현상에 대해 설명한다. 포화요소 Φ 를 포함하는 제어계 Fig. 1에 있어서, 제어기 K 가 적분기나 뒤늦음 모드(slow-mode)를 갖는 경우, 스텝상 입력에 대해 과도응답에 과도한 오버슈트가 생기거나 진동적인 응답특성이 발생할 수 있는데 이러한 현상은 다음과 같이 설명할 수 있다.

Fig. 1의 제어계에서 포화현상이 발생하게 되면 제어계는 더 이상 폐루프계(closed-loop system)의 특성을 잃어버리게 되고 개루프계(open-loop system)에 가까운 상태에 이르게 된다. 이렇게 되면 피드백(feedback)에 의한 수정효과가 동작하지 않기

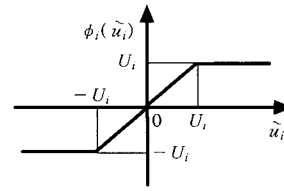


Fig. 2 Saturation indicator parameters

때문에 제어오차는 증가하게 된다. 이러한 제어오차의 증가는 수정동작을 발생시키는 기구인 제어기로부터의 출력(제어입력)의 연속적 증대를 가져오게 되고 이것은 오랜 시간동안 포화상태를 지속시켜 결국은 제어출력의 과도한 오버슈트현상을 발생시키고 제어계를 불안정한 상태로 유도한다. 이와 같은 제어성능 악화현상을 windup현상이라고 한다. 따라서 본 논문에서는 이러한 windup현상을 억제하기 위한 제어계 설계법에 대해 고찰한다.

3. Anti-Windup 제어기의 설계

3.1 Anti-Windup 제어기 설계

우선 본 논문에서 제안하는 제어계 설계법과 비교 검토하기 위하여 강인제어 설계기법에 따라 제어계를 설계한 예를 소개한다(Tan et al., 1999).

참고문헌(Tan et al., 1999)에서는 선박의 rudder 엑츄에이터 포화요소를 Fig. 3과 같이 입력신호의 크기에 따라 포화요소로부터의 출력의 크기가 변동하는 것으로 모델링하고 있다. 즉, 입력신호와 출력신호간의 게인값이 변하는 것으로 생각하여 제어계를 설계하였다.

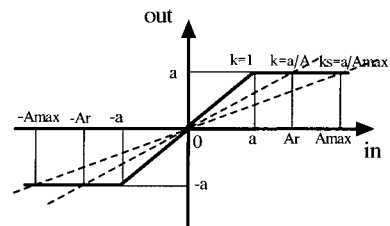


Fig. 3 Saturation in terms of gain variation

Fig. 3은 입력신호(제어기 출력신호)가 $-A_{max}$ 에서 A_{max} 까지 변환한다면 이것은 게인값이 1에서 k_s 까지 변하는 것과 같으며 다음 식과 같이 나타낼 수 있음을 의미한다.

$$k = \begin{cases} 1.0 & A_r \leq a \\ \frac{a}{A_r} & A_r > a \end{cases} \quad (5)$$

만약 게인 k 가 $1.0 \sim k_s$ ($k_s < 1$, $k_s = a/A_{max}$) 사이의 값을 갖는다면 이것은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k = k_0 + \alpha \delta_s \quad (6)$$

단,

$$k_0 = \frac{1.0 + k_s}{2}$$

$$\alpha = \frac{1.0 - k_s}{2}$$

$$\delta_s \in [-1, 1]$$

여기서 k_0 는 공칭값(nominal value)이고 α 는 게인값의 변동범위를 나타내며 δ_s 는 변동하는 파라미터이다. 포화요소에 대한 이와 같은 모델은 Fig. 4와 같이 나타낼 수 있으며 강인 제어 설계법(H_∞ 제어기법)에서 고찰하면 포화요소의 변동파라미터 δ_s 는 가법적 불확실성(additive uncertainty)으로 생각할 수 있다. 이러한 설정아래 문헌(Tan et al., 1999)에서는 Fig. 5와 같이 제어계를 구성하고, 외란 w_i 에서 출력 z_i ($i = 1, 2, 3$)까지의 전달함수 T_{zw} 가 다음의 norm 조건

$$\|T_{zw}\|_\infty < 1 \tag{7}$$

을 만족하는 제어기 $C(s)$ 를 구하였다. 이것은 포화요소를 Fig. 3과 같이 모델링하여 H_∞ 표준문제로 접근하는 방법으로, 설계기법이 상당히 복잡하며 특히 폐루프계의 응답특성을 조절할 수 있는 자유도가 없다. 예를 들어 입력신호의 크기변화에 따라 과도한 오버슈트가 발생할 경우 이러한 현상을 억제하기 위해 적절한 게인조정이 필요하게 되는데 일반적으로 시스템의 안정성 문제 때문에 그러한 게인조정은 쉽지 않다.

따라서 본 연구에서는 이와 같은 문제를 해결할 수 있는 제어계 설계법을 소개한다.

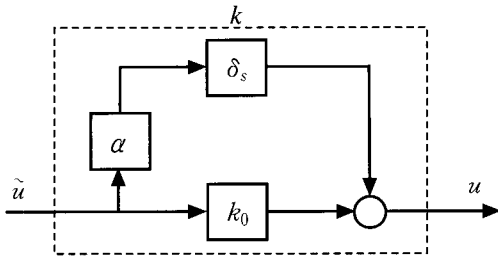


Fig. 4 Saturation model(Tan et al., 1999)

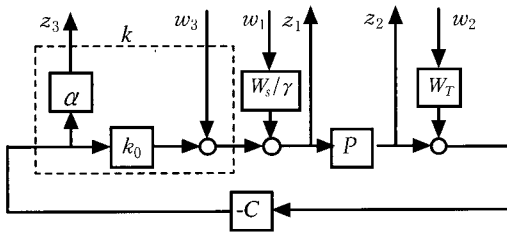


Fig. 5 H_∞ control system (Tan et al., 1999)

3.2 2자유도 서보계 설계법에 기초한 Anti-Windup 제어계

3.2.1 2자유도 서보계(2DOF Servosystem)

제어계 설계에 있어서 가장 기본적인 문제중의 하나는 제어 대상의 모델링 오차나 외란이 존재함에도 불구하고 목표신호

에 오차없이 추종하도록 제어계를 설계하는 것이다. 이것을 강인서보문제(robust servo problem)라고 한다. 그런데 일반적으로 강인한 서보계(robust servosystem)라고 할 때 강인성(robustness)은 정상상태(steady-state)에서의 강인성을 의미하며 강인 안정성이나 과도응답성능에 대한 강인성을 의미하는 것은 아니다. 이와 같은 불명확한 설계지침은 서보계 설계에 있어서의 본래의 목적에 부합되지도 않으며 바람직한 제어성능을 발휘하기 어렵게 하는 요인이 된다. 따라서 본 절에서는 정상상태에서 뿐만 아니라 과도상태에 있어서도 강인성이 확보되는 서보계 설계법을 소개한다.

먼저 식 (1)과 같이 표현된 제어대상에 대해 스텝상의 목표신호로서

$$r(t) = \begin{cases} r_+ & (t \geq 0) \\ r_- & (t < 0) \end{cases} \tag{8}$$

를 생각한다. 목표치 r_+ 는 시각 $t=0$ 에서 주어진다. 그리고, 목표신호 r_+ 에 제어출력이 추종하도록 하는 제어계를 구성하기 위해 (A, B)는 가안정, (C, A)는 가검출 및

$$\det \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \neq 0 \tag{9}$$

라고 한다. 이러한 가정하에서 Fig. 6과 같은 2자유도계로서의 적분형 서보계가 제안되어져 있다(Fujisaki and Ikeda, 1991, 1992). 그리고 이와 관련된 연구결과도 보고된 바 있다.

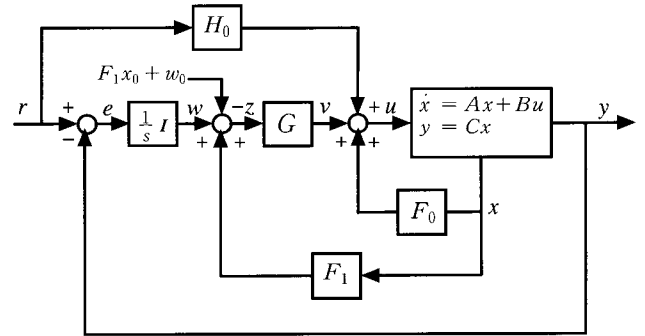


Fig. 6 2 DOF(two-degree-of-freedom) servosystem

Fig. 6에서 F_0 는 $A + BF_0$ 를 안정하게 하는 행렬이고 F_1, H_0 는 다음과 같은 행렬이다.

$$F_1 = C(A + BF_0)^{-1} \tag{10}$$

$$H_0 = [-C(A + BF_0)^{-1}B]^{-1} \tag{11}$$

게인 G 는 시스템 응답특성에 따라 적분보상효과를 조절하기 위해 도입된 게인이다. 이것은 폐루프계가 안정하도록 결정해야 하며, 예를 들어 LQ제어이론에 따라 제어기를 설계한다면

$$G = -R^{-1}(F_1 B)^T W \tag{12}$$

와 같이 계산된다. 여기서 $F_1 B$ 는 정칙(nonsingular)이고 R, W 는 정정행렬(positive definite matrix)이다.

서론에서 기술하였듯이 본 연구의 목적은 선박의 rudder 액츄에이터 등이 갖는 포화특성 때문에 발생하는 제어계의 성능 악화문제를 개선하는데 있다. 이러한 문제를 해결할 수 있도록 Fig. 6의 제어계에 자유로운 게인(적분보상게인)조정이 가능하게 하는 강인안정조건을 제시한다. 이러한 특성은 정상상태에서 뿐만 아니라 과도상태에서의 강인성도 보장한다. 그리고 시스템의 과도특성에 대해서도 고찰하고 Fig. 6의 제어계가 갖는 우수한 특성이 포화특성에 의한 악영향을 체계적으로 개선할 수 있음을 보인다.

3.2.2 적분보상게인에 독립적인 강인안정성

식 (12)의 게인은 적분보상효과를 조절하기 위해 도입된 것이다. 그래서 제어대상에 모델링 오차와 같은 불확실성이 존재하지 않을 경우에는 식 (12)와 같이 게인을 결정하면 그 크기에 관계없이 제어계의 안정성은 보장된다. 그러나 모델링오차나 외란이 존재할 경우에는 게인값의 크기에 따라 제어계가 불안정해질 가능성이 크며 따라서 모델링 오차나 외란의 영향을 줄이기 위한 게인값의 조정은 상당한 위험을 초래할 수 있다. 그래서 본 절에서는 모델링오차나 외란이 존재하더라도 적분보상효과를 자유롭게 조절할 수 있도록 하는 강인안정조건을 간단히 설명한다. 이를 위해 먼저 Fig. 6의 제어계에 불확실성이 존재할 경우 서보계는 다음의 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_0 + \Delta A + (B_0 + \Delta B)(F_0 + GF_1) & \\ & -(C_0 + \Delta C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (B_0 + \Delta B)G \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} (B_0 + \Delta B)H_0 \\ I \end{bmatrix} r(t) + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} d(t) \\ y(t) &= [C_0 + \Delta C \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, A_0, B_0, C_0 는 A, B, C 의 공칭값(nominal value), $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ 는 불확실성을 나타낸다. 그리고 $d(t)$ 는 외란 입력을 나타내며 게인 F_0, F_1, G, H_0 는 공칭값으로부터 계산된다. 특히 식 (12)의 G 에 포함된 W 를 가조정게인이라 하며 W 를 조정함으로써 적분보상효과를 조절할 수 있게 된다. 만일 W 에 대해 독립적인 강인안정조건이 주어지면 그러한 조건 하에서는 자유로운 게인조정이 가능하여 시스템의 과도응답 및 정상상태응답을 개선시킬 수 있게 된다. 따라서 이러한 유용성을 만족시키는 제어계의 강인안정조건을 소개한다.

먼저 식 (13)의 시스템행렬의 공칭값을 $\bar{A}_0(W)$, 불확실성을 $\Delta \bar{A}_0(W)$ 로 정의하고 이것을 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \bar{A}_0(W) &= \begin{bmatrix} A_0 + B_0 F_0 + B_0 F_0 W F_1 & B_0 G_0 W \\ -C_0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Delta \bar{A}(W) &= \begin{bmatrix} \Delta A + \Delta B F_0 + \Delta B G_0 W F_1 & \Delta B G_0 W \\ -\Delta C & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

그리고 제어계의 안정성을 조사하기 위해 2차형식의 Lyapunov 함수를 정의에 필요한 다음과 같은 정정행렬을 도입한다.

$$\dot{P}(W) = \begin{bmatrix} I & F_1^T \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ F_1 & I \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서 P 는 아래 식 (16)의 Lyapunov 부등식의 정정해(positive definite solution)이다.

$$P(A_0 + B_0 F_0) + (A_0 + B_0 F_0)^T P < 0 \quad (16)$$

따라서 식 (14)~식 (16)으로부터 다음의 정리가 주어진다.

[정리] (Kim et al., 1996) 부등식

$$\dot{P}(I) \bar{A}_0(I) + \bar{A}_0^T(I) \dot{P}(I) < 0 \quad (17)$$

이 성립한다고 한다. 이때 다음의 부등식

$$\dot{P}(I) [\bar{A}_0(I) + \Delta \bar{A}(I)] + [\bar{A}_0(I) + \Delta \bar{A}(I)]^T \dot{P}(I) < 0 \quad (18)$$

을 만족하는 불확실성에 대해 식 (13)의 서보계는 임의의 조정게인 W 에 대해 안정하다.

[증명] 식 (14)와 식 (15)로부터 다음과 같이 조정게인 W 를 포함하는 항과 포함하지 않는 항으로 분리시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{A}_0(W) + \Delta \bar{A}(W) &= [\bar{A}_0(I) + \Delta \bar{A}(I)] \begin{bmatrix} I & 0 \\ -F_1 + W F_1 & W \end{bmatrix} \\ \dot{P}(W) &= \begin{bmatrix} I & -F_1^T + F_1^T W \\ 0 & W \end{bmatrix} \dot{P}(I) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 W 를 포함하는 항과 포함하지 않는 항을 각각 $* (W), * (I)$ 로 나타낸다. 이러한 관계로부터 임의의 $W > 0$ 에 대해서 다음의 부등식(강인안정조건)이 성립한다.

$$\begin{aligned} \dot{P}(W) [\bar{A}_0(W) + \Delta \bar{A}(W)] + [\bar{A}_0(W) + \Delta \bar{A}(W)]^T \dot{P}(W) \\ = \begin{bmatrix} I & -F_1^T + F_1^T W \\ 0 & W \end{bmatrix} \\ \times \{ \dot{P}(I) [\bar{A}_0(I) + \Delta \bar{A}(I)] + [\bar{A}_0(I) + \Delta \bar{A}(I)]^T \dot{P}(I) \} \\ \times \begin{bmatrix} I & -F_1^T + F_1^T W \\ 0 & W \end{bmatrix}^T < 0 \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)의 좌변은, 식 (13)의 제어계에 대한 안정성을 판별하기 위해 도입된 일반적인 Lyapunov 부등식이며 각각의 행렬에 조정게인 W 를 포함하고 있다. 그러나 좌변의 Lyapunov 부등식을 우변과 같이 W 를 포함한 항과 포함하고 있지 않은 항으로 분리할 수 있다. 따라서 식 (20)의 부등식이 성립하는지의 판단은 식 (20)의 우변 두 번째 항을 만족하는 정정행렬 $\dot{P}(I)$ 의 존재여부를 조사하면 되고 이것은 정리의 식 (18)과 같다.

즉 정리의 강인안정조건은 게인 W 와는 독립적이다. 따라서 적분보상효과를 자유로운 조정이 가능하여 과도응답 및 정상상태응답특성을 개선할 수 있게 된다.

[Remark 1] 식 (18)의 강인안정조건은 LMI(선형행렬부등식) 형식으로 주어져 있다. 따라서 시스템의 불확실성이 다음과 같이 행렬 폴리토프(polytopic)

$$\Delta A = \sum_{i=1}^p \lambda_i \Delta A_i, \quad \Delta B = \sum_{i=1}^p \lambda_i \Delta B_i, \quad (21)$$

$$\Delta C = \sum_{i=1}^p \lambda_i \Delta C_i, \quad \sum_{i=1}^p \lambda_i = 1$$

$$\lambda_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

로 표현된다면 유한개의 단점 $(\Delta A_i, \Delta B_i, \Delta C_i)$, $i = 1, 2, 3, \dots, p$ 에서 식 (18)을 동시에 만족시키는 공통의 $\hat{P}(I)$ 가 존재하는지를 확인하는 것으로 시스템의 강인안정성을 쉽게 판단할 수 있게 된다.

3.2.3 제어기의 과도응답특성

3.2.1에서는 적분보상제인과 제어기의 안정성에 대해 고찰하였으나 본 절에서는 W 의 조정과 과도응답특성 및 제어입력과의 관계에 대해 고찰한다.

먼저 정정행렬 \tilde{W} 와 양의 실수 μ 를 도입하여 적분보상제인 W 를 다음과 같이 표현한다.

$$W = (1/\mu) \tilde{W} \quad (22)$$

이것은 W 를 크게 할때의 제어기의 거동(behavior)을 특이섭동법(singular perturbation approach)을 이용하여 확인하기 위해서이다(Kokotovic et al., 1976).

그리고 정리의 조건이 성립한다는 가정아래 약간의 계산과정을 거치면 조정제인 W 를 크게 했을 때 식 (13)의 서보계의 거동은 다음과 같이 정리된다(Kim et al., 1996).

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A_0 + B_0 F_0)x(t) + B_0 H_0 r(t) \\ &\quad + \{I - (B_0 + \Delta B)[F_1(B_0 + \Delta B)]^{-1} F_1\} \\ &\quad \times [(\Delta A + \Delta B F_0)x(t) + \Delta B H_0 r(t) + Dd(t)] \quad (23) \\ y(t) &= (C_0 + \Delta C)x(t) \end{aligned}$$

그런데 제어대상에 포함된 불확실성을 나타내는 행렬 ΔA , ΔB 와 외란의 입력형태를 나타내는 행렬 D 가 다음의 매칭조건(matching condition)

$$\begin{aligned} \text{Range } \Delta A &\subset \text{Range } B_0, \quad \text{Range } \Delta B \subset \text{Range } B_0 \\ \text{Range } D &\subset \text{Range } B_0 \end{aligned} \quad (24)$$

을 만족하고 $\Delta C = 0$ 이면 식 (23)은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A_0 + B_0 F_0)x(t) + B_0 H_0 r(t) \\ y(t) &= C_0 x(t) \end{aligned} \quad (25)$$

[Remark 2] 식 (25)의 계산결과는 적분보상제인을 크게 함으로써 불확실성을 포함한 식 (13)의 제어기가 적분보상을 포함하지 않는 추종계(tracking system)의 거동에 일치시킬 수 있음을 의미한다. 그리고 식 (25)는 제어대상의 불확실성과는 완전히 독립적이기 때문에 이 경우에는 과도응답에서도 불확실성의 영향을 억제할 수 있다는 것을 의미한다. 즉 과도응답특성도 강인성이 보장됨을 의미한다.

식 (24)와 같이 정의한 매칭조건을 만족하는 경우의 물리적 의미는 액츄에이터의 게인값이 변하는 경우가 이에 해당한다. 그런데 3.1절에 소개하였듯이 참고문헌(Tan et al., 1999)에서는 선박 rudder 액츄에이터의 포화요소를 Fig. 3과 같이 입력신호의 크기에 따라 포화요소로부터의 출력의 크기가 변동하는 것으로 모델링하고 있다. 즉, 포화요소를 액츄에이터 게인값의 변동으로 생각하고 이러한 게인값의 변동에 강인한 제어기를 설계하였다. 만일 이러한 가정을 고려한다면 이것은 식 (24)의

매칭조건을 만족하는 경우 ($\text{Range } \Delta B \subset \text{Range } B_0$)에 해당한다. 따라서 본 연구에서 소개하는 제어기 설계법으로 제어기를 설계하면 게인 W 의 적절한 조정으로 식 (25)의 계산결과와 같이 불확실성의 영향을 얼마든지 억제할 수 있다는 결론을 얻을 수 있게 된다.

[Remark 3] 그런데 일반적으로 적분보상제인을 크게 하면 제어입력이 과도하게 증가할 가능성이 있다. 이러한 위험성 때문에 1자유도계의 경우 게인의 자유로운 조정은 사실상 어렵다. 그렇다면 본 논문에서 제안하는 2자유도 제어기 설계법으로 제어기를 설계한 경우, 게인의 증가와 제어입력간에는 어떠한 상관관계가 있는지를 알아본다. 자세한 계산과정은 생략하며 W 를 크게 할 때 제어입력은 다음과 같이 계산된다(Kim et al., 1996).

$$\begin{aligned} u(t) &= \{F_0 - [F_1(B_0 + \Delta B)]^{-1} \\ &\quad \times F_1(\Delta A + \Delta B F_0) - \Delta C\}x(t) \\ &\quad + \{H_0 - [F_1(B_0 + \Delta B)]^{-1} F_1 \Delta B H_0\}r(t) \\ &\quad - [F_1(B_0 + \Delta B)]^{-1} F_1 D d(t) \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)에서 이식의 어느 항에도 게인 W 가 포함되어 있지 않다. 즉, 이 계산결과는 적분보상제인을 크게 함으로써 제어입력이 과도하게 증가할 위험성은 없으며 그 크기는 단지 불확실성의 크기에만 의존함을 의미한다.

4. Rudder 액츄에이터의 포화특성에 강인한 제어기의 설계 및 시뮬레이션 비교 검토

이상으로부터 2자유도 서보계 설계기법을 이용하여 제어기를 설계할 경우, 제어대상의 모델링오차가 제어기의 안정조건을 만족시키는 범위내에서는 적분보상제인을 자유롭게 조정할 수 있다는 것을 알았다. 이와 같은 게인의 자유로운 조정은 정상상태응답 뿐 만 아니라 과도응답특성도 개선할 수 있게 한다. 특히 액츄에이터 게인값의 변화와 같이 매칭조건을 만족시키는 불확실성에 대해서는 그 영향을 얼마든지 억제할 수 있음도 알았다. 따라서 본 장에서는 rudder 액츄에이터의 포화특성을 게인값의 변동으로 가정하고 문헌(Tan et al., 1999)에서 제안한 제어기 설계법과 비교 검토한다. 이때 시뮬레이션 조건은 문헌(Tan et al., 1999)의 조건과 같게 설정하여 두고 시뮬레이션을 실행한다.

4.1 제어대상 모델(Koyama et al., 1977)

본 논문에서는 rudder dynamics $R(s)$ 를 포함한 선박모델 $P(s)$ 가 다음과 같이 표현되는 시스템을 제어대상으로 한다.

$$\begin{aligned} R(s) &= \frac{1}{(3.0s + 1)} \\ P(s) &= \frac{-0.22(8.0s + 1)}{s(-51.9s + 1)(3.2s + 1)} \end{aligned} \quad (27)$$

그리고 rudder 액츄에이터의 포화특성을 포함하는 auto-pilot 제어기의 블록선도를 Fig. 7에 나타낸다. 여기서 ψ 는 선수각 목표신호, ψ_r 는 제어출력을 나타내며 $K(s)$ 는 제어기이다.

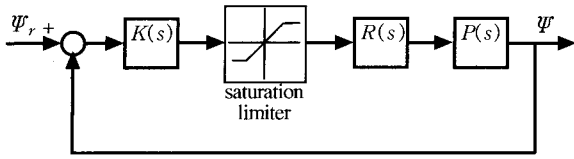


Fig. 7 Control system with rudder saturation

그리고 rudder의 최대회전각도(saturation limit)는 10[deg]로 가정한다.

4.2 강인제어설계기법을 이용한 Anti-Windup 제어기 (Tan et al., 1999)

문헌(Tan et al., 1999)에서는 3.1절에서 소개한 것과 같이, rudder 액추에이터의 포화특성을 Fig. 3의 형태로 모델링하여 강인제어설계기법으로 아래 식과 같이 제어기를 설계하였다.

$$K(s) = \frac{4.08(50.0s+1)(0.01s+1)(9.62s^2+6.21s+1)}{(8.0s+1)(0.068s+1)(0.012s+1)(0.00602s^2+0.065s+1)} \quad (28)$$

4.3 2자유도 제어기 설계법을 이용한 Anti-Windup 제어기

선행연구(Tan et al., 1999)의 결과와 비교검토하기 위해 식 (27)과 같이 주어진 제어대상에 대한 anti-windup제어기를 2자유도 제어기 설계기법을 이용하여 설계한다.

본 연구에서는 포화특성을 시스템 불확실성으로 간주하여 제어기를 설계하는 문제이기 때문에 시스템행렬 A, B, C 중 B 에만 불확실성이 존재한다고 생각한다. 이러한 가정은 포화특성을 액추에이터의 게인값이 변하는 경우를 반영하는 것으로 이때 시스템행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} -0.6266 & -0.0917 & 0.0020 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0.01 + b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C = [0 \ 0 \ 0.0035 \ 0.0004] \quad (29)$$

여기서 b 는 불확실성을 나타내며 다음과 같이 정의한다.

$$b = 1.0\lambda, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (30)$$

그리고 Fig. 6에 정의된 각각의 게인값들은 3.2절에서 설명한 과정을 거쳐 다음과 같이 계산되었다.

$$F_0 = [-0.8603 \ -0.9091 \ -0.3399 \ -0.0071] \\ F_1 = [-0.0624 \ -0.0929 \ -0.0625 \ -0.0176] \\ G = 0.0624 \\ H_0 = 0.1602 \quad (31)$$

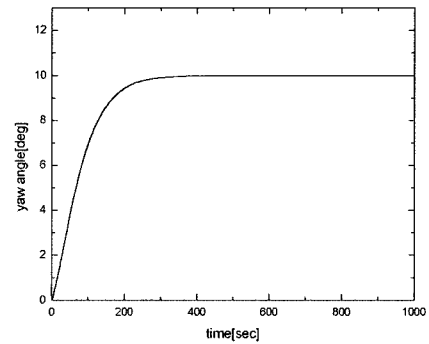
식 (30)의 불확실성은 식 (25)에서 정의한 폴리토프형이기 때문에 $\lambda = 0, 1$ 의 두 개의 단점에 대해 식 (18)을 연립시켜 Matlab LMI Tool을 이용하여 부등식의 해를 구하면

$$P = \begin{bmatrix} 0.1887 \times 10^{-5} & 0.0226 \times 10^{-5} & 0.0057 \times 10^{-5} & 0.0001 \times 10^{-5} \\ 0.0226 \times 10^{-5} & 0.0335 \times 10^{-5} & 0.0005 \times 10^{-5} & 0.0003 \times 10^{-5} \\ 0.0057 \times 10^{-5} & 0.0005 \times 10^{-5} & 0.0006 \times 10^{-5} & -0.0001 \times 10^{-5} \\ 0.0001 \times 10^{-5} & 0.0003 \times 10^{-5} & -0.0001 \times 10^{-5} & 0.0001 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \quad (32)$$

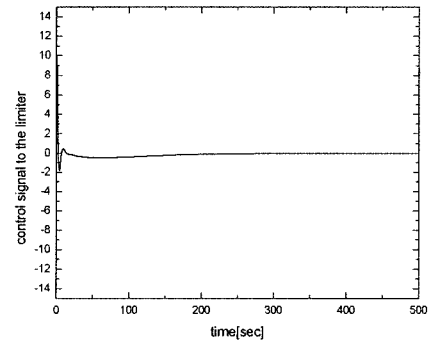
와 같이 식 (16)의 정정해가 구해지며 결국 정리의 강인안정조건이 성립함을 알 수 있다. 그리고 제어계의 응답특성을 개선하기 위해 도입된 조정계인은 시뮬레이션을 통해 시스템의 응답특성을 관찰해 가면서 $W = 0.0055 \times 10^3$ 와 같이 결정하였다.

4.4 시뮬레이션

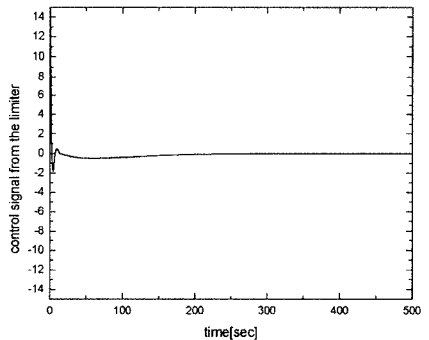
위의 두 가지 제어계에 대한 비교평가를 시뮬레이션을 통해 실행하였다. 여기서 불확실성의 크기가 가장 큰 경우를 고려하여 $\lambda = 1$ 로 두고 시뮬레이션을 실행하였다.



(a) Controlled output(yaw angle)

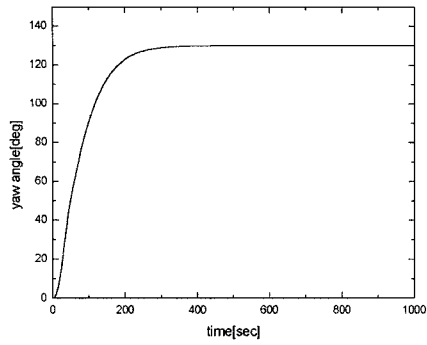


(b) Control input to the limiter

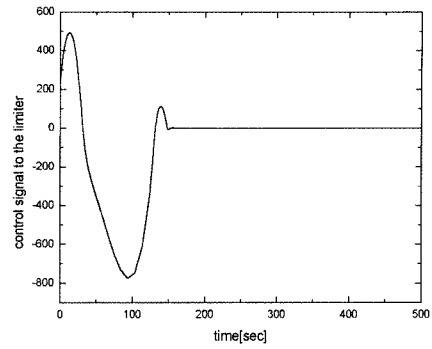


(c) Control signal from the limiter

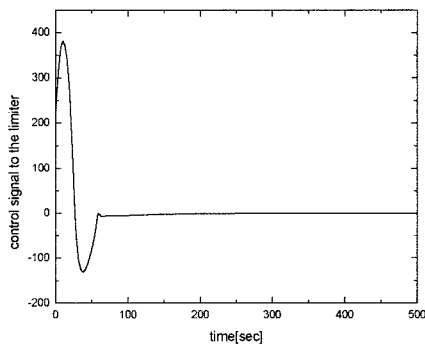
Fig. 8 Step responses to the 10[deg] of reference signal (2DOF servosystem)



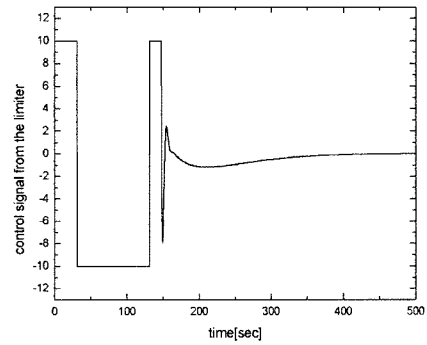
(a) Controlled output(yaw angle)



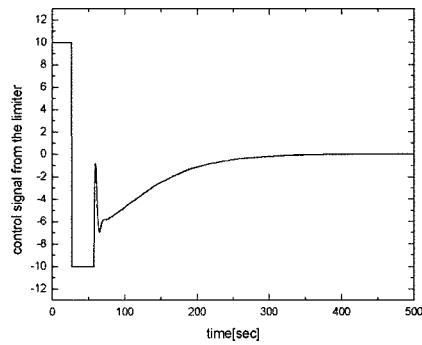
(b) Control input to the limiter



(b) Control input to the limiter

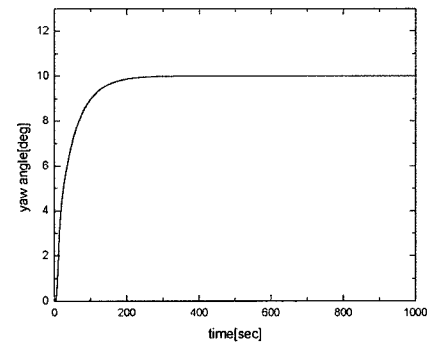


(c) Control signal from the limiter



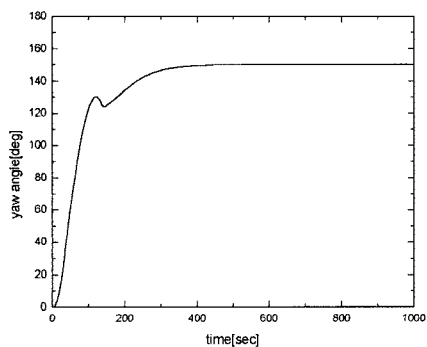
(c) Control signal from the limiter

Fig. 10 Step responses to the 150[deg] of reference signal (2DOF servosystem)

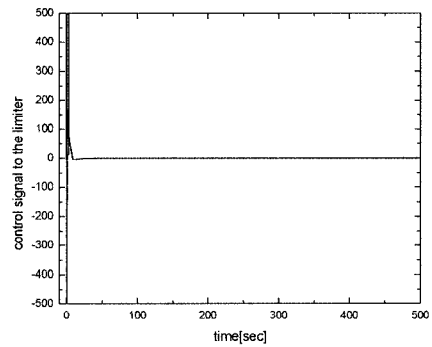


(a) Controlled output(yaw angle)

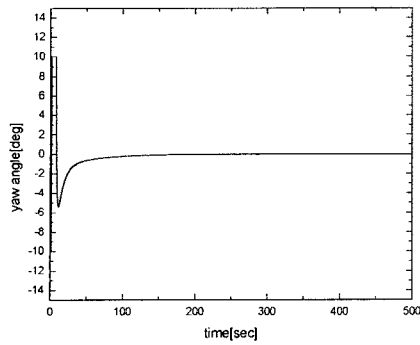
Fig. 9 Step responses to the 130[deg] of reference signal (2DOF servosystem)



(a) Controlled output(yaw angle)

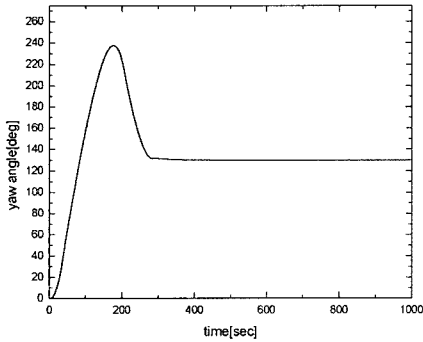


(b) Control input to the limiter

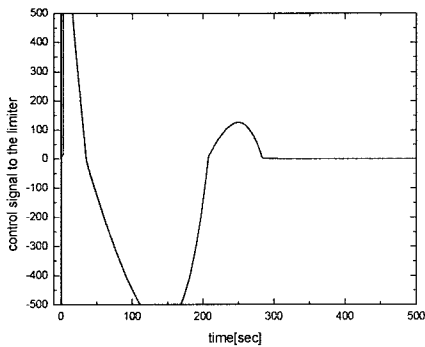


(c) Control signal from the limiter

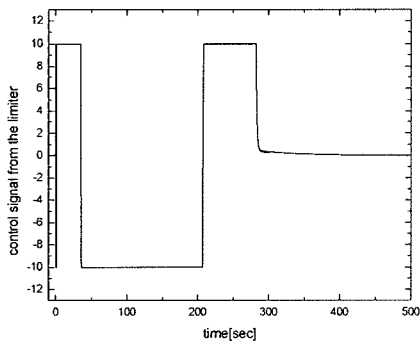
Fig. 11 Step responses to the 10[deg] of reference signal (H_∞ control, Tan et al., 1999)



(a) Controlled output(yaw angle)

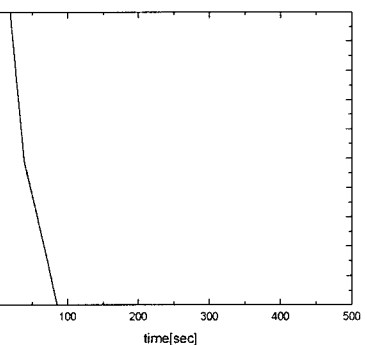
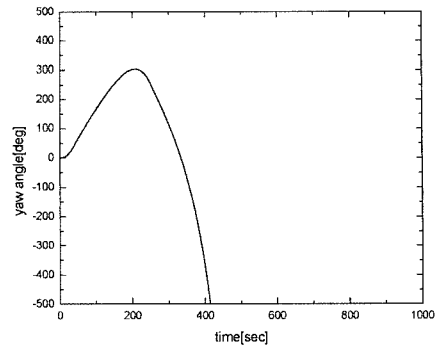


(b) Control input to the limiter

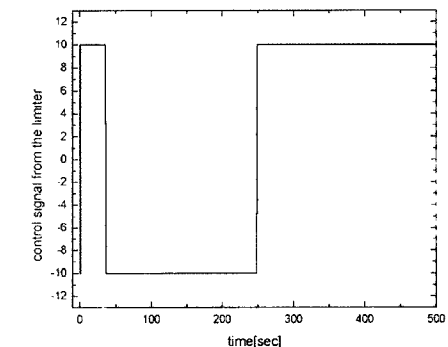


(c) Control signal from the limiter

Fig. 12 Step responses to the 130[deg] of reference signal (H_∞ control, Tan et al., 1999)



(b) Control input to the limiter



(c) Control signal from the limiter

Fig. 13 Step responses to the 150[deg] of reference signal (H_∞ control, Tan et al., 1999)

Fig. 8~Fig. 13은 목표선수각(yaw angle)을 10[deg]~150 [deg]까지 적당한 간격으로 변화시켜갈 때의 응답특성이다. 각각의 그림에는 제어기로부터 생성된 제어신호와, 이 신호가 포화요소(saturation limiter)를 거친 다음의 제어신호 및 제어출력(제어대상으로부터의 출력)을 나타낸다.

즉, 스텝상의 목표선수각이 10[deg], 130[deg], 150[deg]로 주어졌을 때의 제어출력(각 그림의 (a)), 제어기로부터 생성된 제어신호(각 그림의 (b)), 그리고 이 신호가 포화요소(saturation limiter)를 거친 후의 제어신호(각 그림의 (c), rudder 입력신호)를 각각 나타내고 있다.

Fig. 8~Fig. 10은 본 논문에서 제안하는 2자유도 제어계 설계 방법으로 제어기를 설계한 경우이고, Fig. 11~Fig. 13은 참고문헌(Tan et al., 1999)에서 제안한 제어계 설계방법으로 제어기를 설

계한 경우의 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다.

그림의 시뮬레이션 결과에서

- (1) 선형연구(Tan et al., 1999)에서 제안한 방법으로 제어계를 설계한 경우, 제어기로부터 생성된 제어입력신호의 크기가 본 논문에서 제안하는 방법으로 설계한 경우의 제어신호에 비해 목표신호에 따라 작게는 수십배에서 크게는 수천배에 달했다.
- (2) 즉, 이러한 과도한 제어입력신호가 결국 시스템의 과도응답 특성을 악화시키는 직접적인 요인이 된다.
- (3) 그러나 본 논문에서 제안하는 방법의 경우에는 목표신호의 크기에 관계없이 오버슈트가 발생하지 않았다.
- (4) 그리고 시뮬레이션 결과로부터 알 수 있듯이 본 논문에서 제안하는 방법으로 제어계를 설계한 경우가 보다 넓은 영역에서 강인성이 보장됨을 확인할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 rudder 액츄에이터의 포화특성을 고려하여 시스템을 보호하고 시스템의 물리적 한계를 극복하기 위한 제어계설계법에 대해 고찰하였다. 즉, 포화특성을 포함하더라도 제어계의 안정성이 보장될 뿐 만 아니라 다양한 크기의 입력신호에 대해서도 양호한 추종성능을 발휘할 수 있도록 제어계를 설계하였다. 특히 본 논문에서 소개하는 제어계는 rudder 액츄에이터의 게인특성변화 등에 해당하는 불확실한 파라미터 변동이 시스템에 미치는 영향을 억제하여 응답특성을 개선할 수 있도록 하는 조정게인(tuning-gain)을 갖고 있다. 그것은 제어계의 안정성 조건을 만족하는 범위의 불확실성이 존재하더라도 자유로운 게인조정이 가능하며 결국 제어계의 과도응답 및 정상상태응답을 개선시키는 효과가 보장된다. 이와 같은 특성은 기존의 설계법과의 비교검토를 통해 그 유효성이 입증되었다. 즉, 과도한 제어입력에 의한 windup현상을 억제시켜 시스템응답특성을 적절히 개선할 수 있음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 2002년도 BK21사업에 의해 지원되었습니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 김영복 (1999). "비선형 불확실성에 대한 서보계의 강인성에 관한 고찰 (I) : 직달항을 고려한 2자유도 서보계의 구성", 한국해양공학회지, 제13권 제3호, pp 91-98.
- 김영복 (1999). "비선형 불확실성에 대한 서보계의 강인성에 관한 고찰 (II) : 강인안정성조건", 한국해양공학회지, 제13권 제3호, pp 99-105.

- Astrom, K.J. and Rundqwist, L. (1989). "Integrator Windup and How to Avoid It", Proc. ACC, pp 1693-1698.
- Bernstein, D.S. and Michel, A.N. (1995). "A Chronological Bibliography on Saturating Actuators", Int. J. of Robust & Nonlinear Control, Vol 5, pp 375-380.
- Fujisaki, Y. and Ikeda, M. (1991). "Synthesis of Two-Degree-of-Freedom Servosystems", Trans. SICE, Vol 27, No 8, pp 907-914.
- Fujisaki, Y. and Ikeda, M. (1992). "A Two-Degree-of-Freedom Design of Optimal Servosystem", Proc. 31st IEEE CDC, pp 3588-3589.
- Hanus, R., Kinnaert, M. and Henrotte, J. L. (1987). "Conditioning Technique, a General Anti-Windup and Bumpless Transfer Method", Automatica, Vol 23, No 6, pp 729-765.
- Kim, Y., Ikeda, M. and Fujisaki, Y. (1996). "Robust Stability and High-Gain Integral Compensation of Two-Degree-of-Freedom Servosystem", Trans. of SICE of Japan, Vol 32, No 2, pp 180-187.
- Kokotovic, P.V., O'Malley, Jr, R.E. and Sannuti, P. (1976). "Singular Perturbations and Order Reduction in Control Theory: An overview", Automatica, Vol 12, No 2, pp 123-132.
- Kothare, M.V., Campo, P.J., Morari, M. and Nett, C.N. (1994). "A Unified Framework for the Study of Anti-Windup Designs", Automatica, Vol 30, No 12, pp 1869-1883.
- Koyama, T., Kose, K. and Hasegawa, K. (1977). "A Study on the Instability Criterion of the Manual Steering of Ships", J. of Naval Architecture of Japan, Vol 142, pp 119-126.
- Stoorvogel, A. A. and Saber, A. (1999). "Control Problems with Constraints", Int. J. of Robust & Nonlinear Control, Vol 9.
- Tan, F., Yamato, H. and Koyama, T. (1999). " H_∞ Control Design to Include Nonlinearities: Saturation of the Rudder", J. Marine Science & Technology, No 4, pp 173-179.
- Teel, A.R. (1998). "A Nonlinear Control Viewpoint on Anti-Windup and Related Problems", Proc. IFAC NOLCOS.
- Wada, N. and Saeki, M. (2002). "Anti-Windup Control of the Input Saturation System", Systems, Control and Information, Vol 46, No 2, pp 84-90.

2002년 5월 22일 원고 접수

2002년 7월 8일 최종 수정본 채택