

중합제 첨가에 의한 항력 감소 효과에 관한 실험적 연구

성형진* · 위장우** · 권순홍*** · 전호환***

*한국과학기술원 · **한국선급 · ***부산대학교 기계기술연구소

Experimental Investigation of Drag Reduction by Polymer Additives

HYOUNG-JIN SUNG*, JANG-WOO WHI**, SUN-HONG KWON*** AND HO-HWAN CHUN***

*Korea Advanced Institute of Science and Technology, Daejeon, Korea

**Korea Register of Shipping, Daejeon, Korea

***Pusan National University, Research Institute of Mechanical Technology, Busan, Korea,

KEY WORDS: Polymer Additives 중합제 첨가, Drag Reduction 항력 감소, Turbulent Intensity 난류강도, Surface Roughness 표면 조도

ABSTRACT: Experimental investigation of drag reduction by adding a polymer additive(polyacrylamid, N-401P) into water is carried out in a Circular Water Channel. The effect of viscosity, surface roughness and degradation as a function of running time is also measured with varying the concentration of polymer additives(20ppm,100ppm) and Reynolds numbers. Near and far wakes past a circular cylinder are observed by LDV. Drag forces are measured with a strain-gaged device. The experimental results show that around 5%~30% of drag reduction with the polymer solution are observed. The larger effects of drag reduction can be found at low range of Reynolds number, more roughened surface cylinder. The effect of polymer solution for near wakes is larger than for far wakes.

1. 서 론

관 유동에서 미세한 모래를 물에 띄울 때 용매만의 흐름에서보다 입력강도가 더 일어나며, 화염방사기에 소량의 napalm을 섞으면 석유의 흐름을 더욱 빨리 할 수 있다. 또한 1948년 Toms가 monochlobenzene에 polymethylmethacrylate를 섞을 때 항력이 순수한 용매 때보다 크게 줄어드는 사실을 발견했다(Hoerner, 1965). 이러한 Toms 효과가 조선공학에 응용된 예를 들면 1965년 Emerson이 7ft의 길이를 가지는 plank와 pontoon에서 50%의 마찰저항 감소가 일어나는 사실을 보고하였으며 영국해군은 1966년에 frigate model을 시험하였으며, 1969년에는 해안소해정에서 중합제 분사방식을 이용하여 22%의 마찰저항감소, 특히 9 knots에서는 36%까지 감소됨을 보였다.

이러한 마찰저항 감소로 인한 선박의 속력증가로 잠수체나 표면선갈은 경우 활발한 연구가 되어지고 있다(Dunlop, 1973). 그 뒤 여러 가지의 용매와 중합체에서 Toms 현상이 일어나는 사실을 발견하였으며 연구분야는 유동학, 조선공학, 화학공학, 고분자공학, 미생물학 등에서 응용이 가능하며 특히 마찰저항감소로 인한 선박의 속력증가, 송유관의 용적증가, 펌프장에서의 비용감소, 어뢰공학 등을 들 수 있다(Virk, 1975). 중합체용액에서 항력감소의 메카니즘과 유체역학적 해석은 여러 가지로 설명되고 있다. 예를 들면 James는 항력감소가 중합체용액의 점탄성 성질에 관련이 있다고 주장하였으며(James, 1973),

Kolmogorov나 Virk 등은 중합체 용액에서 상호 복잡한 구조로(long-chain, randomly coiled)된 중합체가 벽면 가까이나 유동장에서 난류와동과 상호작용을 일으켜 난류특성을 변화시킨다고 하였다(virk, 1975). 이에 대한 설명으로는 중합체를 첨가함으로써 점성 저층의 두께가 증가하는 사실로 설명했다. 그리고 Bryson등은 관내 흐름에서 점성 저층의 두께가 증가하는 동시에 탄성분자 상호작용에 의해 와동흐름에서 감쇄현상(damping)이 일어난다고 주장했다(Bryson, Arunachalam and Fulford, 1971). 그러므로 중합체를 첨가하면 점성 저층이 두꺼워지며 이로인해 열 및 물질 전달이 감소하게 되어 마찰저항이 감소하게 된다.

그리고 지금까지의 실험들이 주로 평판이나 관에서의 흐름으로 표면 마찰계수와 레이놀드수 사이의 관계로 규명하였다. 그러나 본 실험에서는 Sarpkaya (1973), Kim and Telionis (1989)과 같이 원봉에서 직접적으로 항력과 후류에서의 유동장을 측정하였다. 본 실험은 레이놀드수가 $10^4 \sim 5 \times 10^4$ 인 영역에서 행하여 졌는데 이 영역은 얇은 경계층을 형성하면서 층류영역과 난류영역의 유체역학적 특성을 잘 연결시키는 영역이므로 본 실험에서 택하였다.

2. 실험장치 및 방법

본 실험을 수행하기 위하여 실험실 내에 소형 회류수조를 설치하였다. 이 회류수조의 특성에 대하여서는 이미 발표된 논문(Choi et al., 1989)을 참조하기 바란다. 시험부에서의 균일한 유동장을 얻기 위하여 수축부 바로 다음에 표면 유동가속기가

제1저자 성형진 연락처 : 대전광역시 유성구 구성동 373-1
042)869-3027 hjsung@kaist.ac.kr

설치되어 있으며 회류수조의 용적은 1.1m³이다. 유속측정장치로서는 레이저유속계를 사용하였다. TSI제품으로, 레이저는 Spectra Physics사의 20mW Ne-Ne 레이저이다. 이중 빔 후향산란(dual beam backscatter) 방식으로 측정되었으며(1성분) 카운터형 신호처리기(TSI 1990 C)를 컴퓨터에 연결하여 자료처리하였다. 레이저 출력이 약하고 후향산란방식을 쓰기 때문에 별도 입자의 주입이 필요하다. Fig. 1은 데이터취득계의 개략도를 나타낸 것이다. 광검출기(photo-detector)에서 나온 신호는 광증폭기(photo-multiplier)에서 증폭되어 신호조정기(signal conditioner)에 들어간다. 이곳에서 밴드패스필터(bandpass filter)에 의해 도플러(Doppler)신호가 얻어지고 타이머(timer)에서 주파수를 측정한다. 이때 도플러 신호가 오실로스코프에서 관찰된다. 타이머는 PC와 인터페이스(interface)되고, 상용소프트웨어에 의해 데이터가 처리된다. 그리고 실험에 사용된 중합체는 polyacrylamid(N-401P)로서 분자량은 7×10⁶이며 비이온이다. 비중은 0.6~0.7이며 0.1% 용해시 용해시간은 60~90분 정도이다. 중합체를 물에 녹이기 위해 10kg들이 용기에 중합체를 섞어 잘 저은 다음 10시간 정도 지나면 완전히 용해가 된다. 그런 다음 용액을 회류수조에 넣은 다음 회류수조를 최저속도로 가동시켜 회류수조 전체에 잘 섞이게 한다. 본 실험에 사용된 원봉의 직경은 5cm이며 재질은 아크릴이며 균일한 유동장을 유지하기 위해 시험부의 중앙에 위치하고 있다. 원봉을 택한 것은 이론과 실험에서 간단한 기하학적 형상을 가지며 과거의 많은 실험과 비교하기에 충분한 자료가 있기 때문이다.

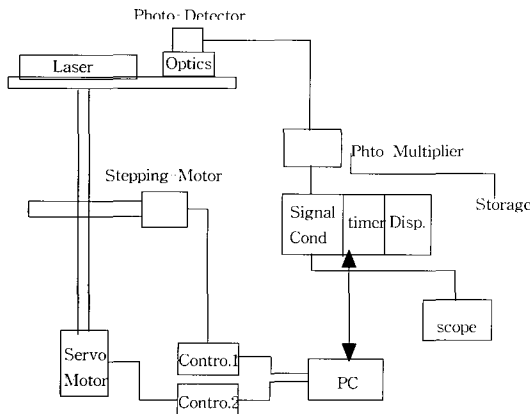


Fig. 1 Schematic diagram of the data acquisition system

3. 실험결과 및 고찰

3.1. 항력계수 측정

본 실험은 레이놀즈수와 항력계수의 관계를 중합체를 첨가할 때와 순수한 용액일 때를 비교하였으며 조도에 의한 영향도 알아보았다. 항력을 측정하기 위해 특별히 제작된 스트레인 게이지를 이용하였다. 항력계수는 그 정의대로 다음과 같이 나타낸다.

$$C_d = \frac{\text{Drag Force}}{1/2 \rho d U^2 L} \quad (1)$$

여기서 C_d 는 항력계수, ρ 는 밀도, d 는 원봉의 직경, U 는 유속 그리고 L 은 원봉의 길이이다. 스트레인 게이지에서 나온 전압값은 bridge box를 거쳐 증폭기(New DSA-100)에 연결되어 전압계(digital voltmeter:DH 501A)에서 digital 값으로 나타난다. 증폭기의 사양으로는 ATT : 1, CAL(μ -strain) : 1000, filter : 10에 놓고 실험하였다. 그리고 전압계의 출력단자를 컴퓨터(PC)에 연결된 A/D변환기를 통해 PC에 저장된 데이터값을 평균하여 항력값을 구하였다.

Fig. 2는 중합체의 영향, 그리고 조도의 영향에 대해 항력계수를 레이놀즈수의 함수로 표시하였다. 항력계수는 레이놀즈수가 낮을수록 저항감소 효과가 크며 레이놀즈수가 증가할수록 저항감소 효과가 줄어들었다. 이는 유속이 작은 경우, 유속이 큰 경우보다 마찰 저항 감소가 더 크게 작용하는 것으로 생각된다. 마찰저항 감소의 메카니즘과 유체역학적인 해석은 Lumley에 의해 제안되었다. 그는 실험에서 중합체를 첨가함으로써 벽면에서 점성 저층의 두께가 증가하며 난류와동의 진동이 줄어들게 되어 열 및 물질 전달이 줄어들어 마찰저항이 감소하게 된다고 주장했다(Lumley, 1973; Lumley, 1969). 한편 Dunlop는 tank내에 직경 9in disk를 구동시키는 회전 모우먼트를 측정하였다. 그의 실험에서 17ppm의 polyethylene oxide (PEO) 용액의 경우 순수 용매보다 회전 모우먼트가 40% 이상 감소하는 것으로 나타났다. 또한 농도, 중합체의 입자 크기, 분자량, 온도 등에 대해 실험하였는데 농도는 높을수록 항력감소 상태가 오래 지속되며 입자의 크기가 클수록 항력 감소치가 크나 시간이 지나면 별차이를 나타내지 못했다. 그리고 분자량이 클수록 온도가 낮을수록 항력 감소치가 크며 정상상태에 도달하는데 오랜 시간이 걸렸다.

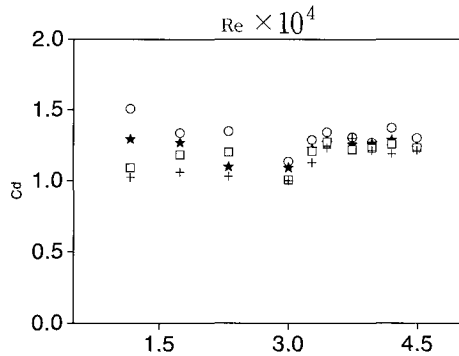


Fig. 2 Drag Coefficient(Cd) vs. Reynolds No.

- smooth surface in pure water
- ★ roughened surface in pure water
- smooth surface in polymer solution
- + roughened surface in polymer water

또한 본 실험에서는 조도가 항력감소에 어떤 영향을 미치는가를 실험하였다. 원봉 표면에 균일한 조도($\kappa/d=4/1000$ 로서 κ 는 sand-grain의 크기, d 는 원봉의 지름)을 가지는 사포(sand paper)를 붙여서 실험하였다.

Fig. 2에서 보듯이, 표면조도가 있는 경우가 원봉 표면이 매끄러운 경우보다 저항계수가 작게 나타난다. 이것은 레이놀즈수

가 104 근처에서, 조도가 있는 경우가 난류영역에 먼저 도달하게 된다. 그러므로 난류 경계층내에서 유체가 갖는 운동에너지가 층류 경계층내에서 갖는 운동에너지보다 크기 때문에 박리점이 뒤쪽으로 이동하게되어 후류의 폭이 줄어들게 된다 (Tennekes, 1972).

3.2 점도 측정

중합체 용액에서 항력감소 효과가 회류수조의 가동시간에 따라 줄어드는 비정상 감쇄현상(degradation)이 일어난다 (Sarpkaya, 1973). 그러나 한편으로는 Kim(Kim and Telionis, 1989)과 Amfilokhief (Amfilokhief, 1968)는 실험에서 비정상 감쇄현상에 대한 영향을 무시하였다. 그러므로 본 실험에서는 이 효과를 정확히 측정하기 위하여 우선 중합체의 점도가 가동시간에 따라 어떻게 변하는지를 고찰하였다. 점도는 소형 회류수조의 원봉에서 상류방향으로 10cm 떨어진 곳에서 매시간 50ml의 용액을 채집하여 점도계에서 측정하였다. 점도계는 MGW(LAUDA사) 제품으로 원리는 액체가 모세관에서 가열된 두 금속사이를 지나는 시간으로 점성을 결정하며 가열장치는 R2U Electronic을 사용하였다. 본 실험에서의 중합체의 농도는 100ppm과 20ppm으로 회류수조에서 매시간 측정된 온도로서 순수한 용액의 경우 Bingham의 약산식에 대입한 결과를 비교했다.

Bingham's formula : $1/\mu =$

$$0.021482[z + (z^2 + 8078.4)^{1/2}] - 1.20 \quad (2)$$

여기서 z는 $T-8.435$, μ 는 점성계수 그리고 T는 온도(°C)를 나타낸다.

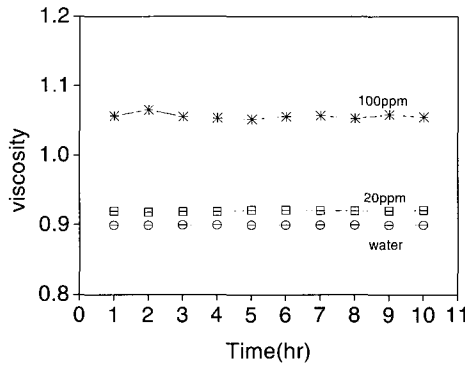


Fig. 3 Viscosity vs. Time

Fig. 3에서 알 수 있는 것은 순수한 용매와 비교할 때 중합체의 농도가 클수록 점성계수는 커진다. 그리고 시간이 지나더라도 회류수조에서의 점성의 변화는 2%이내이다. 그러므로 본 실험에서는 감소 효과의 영향은 거의 없는 것으로 생각할 수 있다. 중합체의 농도가 클수록 점성이 커지는 이유에 대하여서는 일반적으로 층류에서 전단력은 속도구배에 비례하는 뉴우톤 유체이지만 중합체 용액인 경우 전단력은 비 뉴우톤 유체로서 다음과 같이 표시된다(Hoerner, 1965).

$$\tau_w = \mu \left(\frac{du}{dy} \right)^{n-1} \frac{du}{dy} = \eta \frac{du}{dy} \quad (3)$$

여기에서 η 는 apparant 점성계수이다. 윗 식에서 n이 1보다 크게 되면 shear-thinning 또는 dilatant이며 n이 1보다 작으면 shear-thinning 또는 pseudoplastic이다. 순수한 용매인 경우 분자는 연속적으로 임의의 방향으로 운동하여 평형상태를 유지하기 위해 에너지가 필요하게 된다. 그러므로 온도가 증가하는 경우 분자들은 활동에너지를 많이 함유하게 됨으로 에너지를 덜 필요로 한다. 한편 유체에 중합체입자를 첨가하게 될 때 순수한 용액과 같은 변형, 유량을 유지하기 위해서는 추가적인 전단응력이 필요하다. 이것은 전단응력과 속도구배 사이의 점성계수(μ)가 증가해야함을 의미한다. 그러므로 중합체의 농도가 높을수록 순수한 용매에서의 점성계수 (μ_0)보다는 상대적으로 높은 점성계수(μ)를 가져야 하며 상대 점성계수는 체적비의 함수로 다음과 같은 방정식(Hoerner, 1965)으로 나타난다.

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + 2.5\phi \quad (4)$$

여기서 ϕ 는 체적비이다.

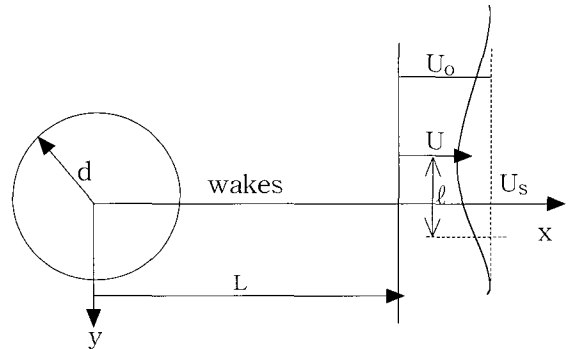


Fig. 4 The plane turbulent wakes

3.3 후류(wake)에서의 유동장 측정

Fig. 5-Fig. 12는 중합체가 섞이지 않은 순수한 용매와 중합체 용액(100ppm)에서 평균 유속과 난류강도 분포를 비교하였다. 레이놀즈수는 3.5×10^4 과 4.0×10^4 에서 측정하였으며 원봉의 중심에서 유동 방향으로 $x=1.2d$, $x=3.6d$ 에서 측정하였다. 10KHz의 주파수 변위를 주어 LDV로써 측정하였으며 적당한 입자의 주입으로 양호한 신호를 얻을 수 있었으며, 5번 이상 측정하여 평균하여 데이터 값을 얻었다. 난류 유동장에서 후류 측정은 그 측정 위치에 따라 가까운 후류(near wake)와 먼 후류(far wake)로 구분 할 수 있는데 Fig. 5에 나타난 기호를 이용하여 크기 비교(order of magnitude)를 수행하면 가까운 후류의 경우 다음과 같은 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{uv})}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

여기에서 \overline{uv} 는 레이놀즈 응력을 나타내며 U,V는 x방향, y방향의 평균속도이다. U_s 는 x방향의 평균 속도분포인 U의 변이(cross-stream variation)를 나타내는 항으로 $U_s = |U_0 - U|$ 로 정의된다. 이 경우 크기 비교에서 $U_s^2/u^2 \cdot 1/L$ 이 O(1)이

되어야 하므로 $u/U_s \sim 1/L$ 이 된다. 여기에서 u 는 난류유동(turbulent fluctuation)을 나타내는 속도 척도이다. 2차원의 가까운 후류 유동에서 원봉이 받는 항력은 모멘텀 두께(θ)로 표시되는데

$$D = \sigma U_0^2 b \theta \tag{6}$$

여기서 b 는 원봉의 단위 두께를 표시하며

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U}{U_0} \left(1 - \frac{U}{U_0}\right) dy$$

이므로 일정한 값을 갖는다.

먼 후류가 되면 후류 분포의 상사성(self-preserving)이 존재하는데 이 경우 $O(U_s/U_0) = O(1/L)$ 이 되어 $u \sim U_s$ 의 크기가 된다. 즉 U_s (U_0 의 경우를 말하는 것으로 지배방정식은 다음과 같다.

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{uw})}{\partial y} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{U_0 - U(x, y)}{U_{s(x)}} = f(\xi), \quad \xi = \frac{y}{l} \tag{8}$$

$$-\overline{uw} = U_0^2 g(\xi) \tag{9}$$

의 관계식이 존재하며, 평균속도 분포는 다음과 같은 식에서 얻을 수 있다.

$$(\alpha(y/e)f' + f) + f'' = 0 \tag{10}$$

여기서 α 는 계수로서 레이놀즈수의 함수이다. 본 실험에서 $x=1.3d$ 인 경우는 가까운 후류에 속하고 $x=3.6d$ 는 먼 후류에 근접한 유동이다.

Fig. 5는 레이놀즈수가 3.5×10^4 , $x=1.2d$ 에서 평균 유속분포를 비교하였다. $0.4y/d(20mm)$ 까지는 중합체 용액의 평균유속이 대체적으로 30%이상 크다. 이러한 차이는 줄어들게 되어 $1.0y/d(50mm)$ 지점에서는 그 차이가 5% 이하이다. 그리고 $1.4y/d(70mm)$ 에서부터는 유동에서의 평균유속과 같은 값을 가진다. 그러므로 Fig. 5를 통하여 중합체 첨가로 인해 순수한 용매에서 보다 반류의 폭이 감소하는 것을 간접적으로 비교할 수 있었다. Fig. 6은 난류강도의 관점에서 실험하여 비교한 경우로서 중합체 용액의 경우 순수한 용매에서 보다 비교적 작은 값을 유지하다가 Fig. 5에서와 마찬가지로 $1.4y/d(70mm)$ 이후 거의 같은 값을 가진다. Fig. 7과 8는 레이놀즈수가 4.0×10^4 , $x=1.2d$ 에서의 평균유속과 난류강도를 비교 하였다. 대체적으로 레이놀즈수가 3.5×10^4 인 경우와 큰 차이를 보이지 않고 있으나 반류 폭의 감소치는 앞의 경우보다 적음을 알 수 있다. 한편 난류강도의 경우 유동에서의 난류강도치에 중합체 용액의 경우가 일찍 도달하여 $1.6 y/d(80mm)$ 정도가 되어야 중합체 용액과 순수한 용매가 유동에서의 평균 난류강도치와 같아짐을 알 수 있다. Fig. 9, 10은 레이놀즈수가 3.5×10^4 , $x=3.6d$ 인 먼 후류(far wake)영역에서 측정하였다. Fig. 9, 10은 이론적인 평균유속(실선으로 표시)과 실험에 의한 값을 비교하였다. 중합체 용액의 평균유속 분포는 순수한 용매에서의 평균 유속보다 약간 큰 값을 가지나 그 차이는 적었다. 그리고 이론적인 값과도 잘 맞았다. 그리고 난류강도 분포의 경우 $1.0 y/d(50mm)$ 이하에서는 중합체 용액의 경우가 순수한 용매의 경우보다 작은 값을 가지나 그 이후로는 같은 값을 가진다.

같은 조건에서 유속을 증가시키는 경우가 Fig. 11, 12에 나타나 있다. 평균유속 분포의 경우 $0.5y/d(25mm)$ 까지는 이론적인 값과 실험가 차이를 보이고 있지만 그 이후로는 잘 일치한다. 그리고 중합체 용액과 순수한 용매의 실험치도 서로 차이를 보이지 않음을 알 수 있다. 그리고 난류강도 분포의 경우에

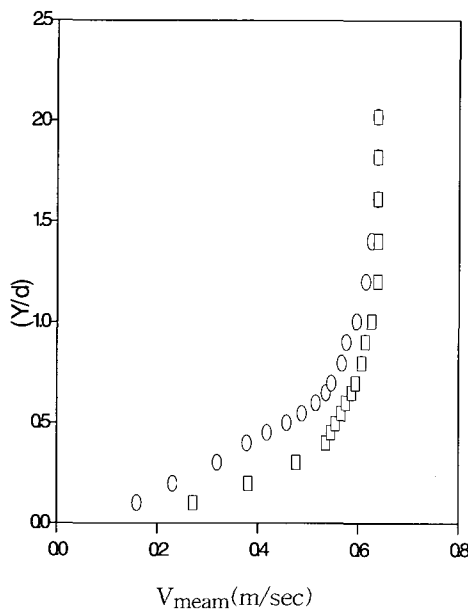


Fig. 5 Mean velocity profiles at $x=1.2d$ and $Re=3.5 \times 10^4$

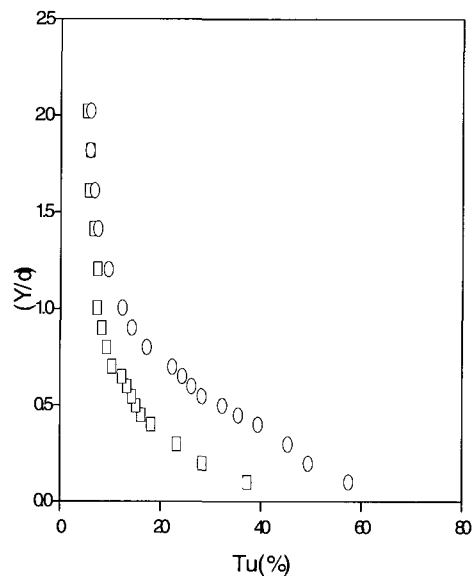


Fig. 6 Turbulent intensity profiles at $x=1.2d$ and $Re=3.5 \times 10^4$

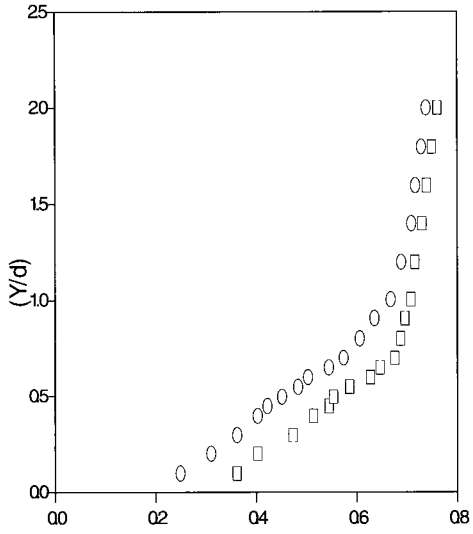


Fig. 7 Mean velocity profiles at $x=1.2d$ and $Re=4.0 \times 10^4$

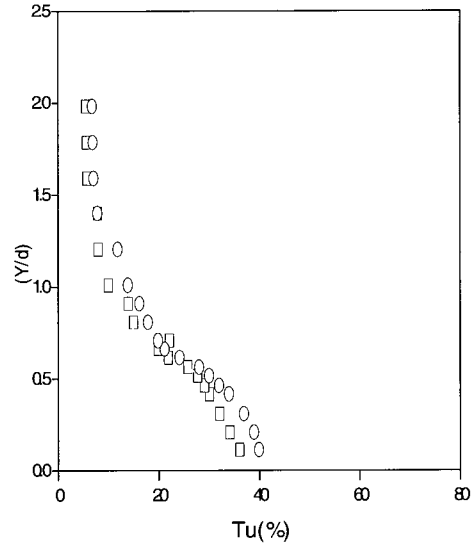


Fig. 10 Turbulent intensity profiles at $x=3.6d$ and $Re=3.5 \times 10^4$

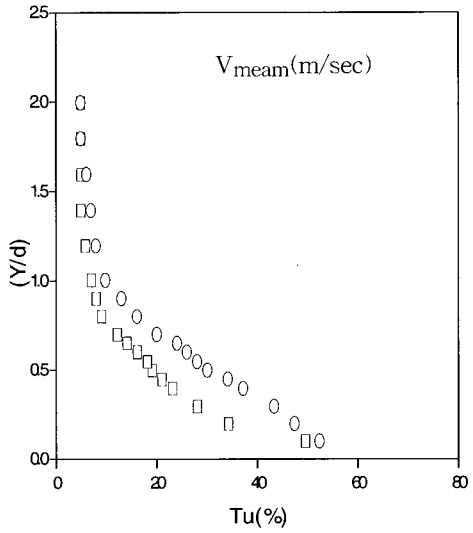


Fig. 8 Turbulent intensity profiles at $x=1.2d$ and $Re=4.0 \times 10^4$,

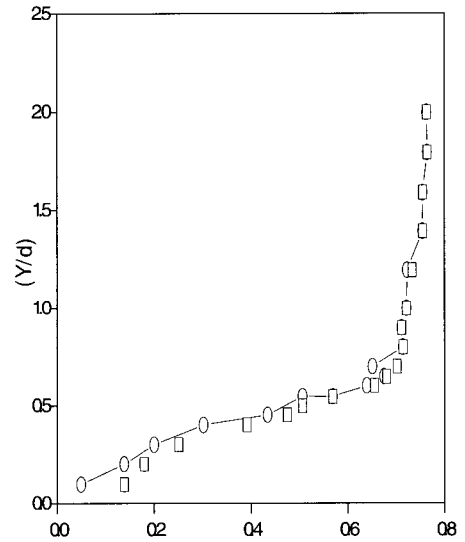


Fig. 11 Mean velocity profiles at $x=3.6d$ and $Re=4.0 \times 10^4$,

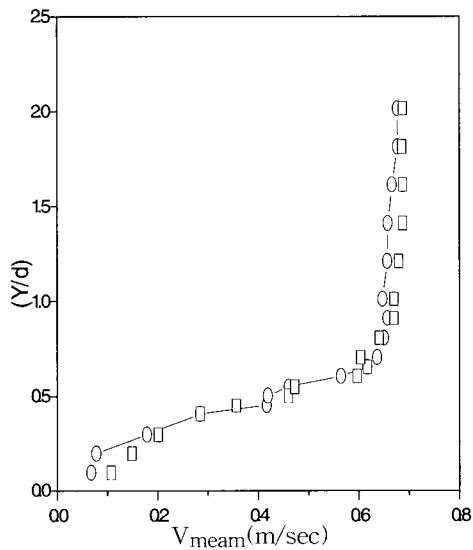


Fig. 9 Mean velocity profiles at $x=3.6d$ and $Re=3.5 \times 10^4$

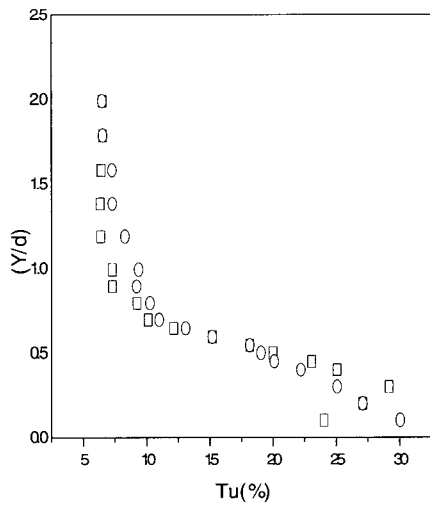


Fig. 12 Turbulent intensity profiles at $x=3.6d$ and $Re=4.0 \times 10^4$

도 Fig. 12에 나타나듯이 $0.4 y/d(20\text{mm})$ 이후부터는 거의 같은 값을 가진다. 이상의 결과에서 볼 때 가까운 후류(near wake)의 경우 중합체 첨가로 인한 반류폭의 감소 효과가 큰 데 반해 먼 후류의 경우 그리 영향을 끼치지 못함을 알 수 있다.

본 실험은 실린더 중심에서 양의 x방향(흐름의 방향)으로 그리고 유체의 속도를 변화시켜서 순수한 용매와 중합체 용액의 반류폭을 간접적으로 비교하였다.

4. 결 론

중합체 첨가로 인한 항력 감소 효과에 대해 직접 항력을 측정된 결과와 LDV를 이용하여 반류폭을 측정된 결과를 정리하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 중합체 첨가로 인한 항력 감소 효과는 레이놀즈수가 낮을수록 항력감소치가 크며 레이놀즈수가 증가함에 따라 항력 감소치는 줄어든다.
- (2) 실린더 표면에 조도가 있는 경우는 표면이 매끄러운 경우보다 저항계수값이 작으며 저항계수값이 급격히 감소하는 임계영역에 먼저 도달한다.
- (3) 중합체 첨가로 인해 점성계수는 순수용매의 경우보다 증가하나 비정상 감쇄현상은 거의 일어나지 않는다.
- (4) 후류에서 측정영역이 실린더에 가까울수록 ($x=1.2d$) 중합체 첨가로 인한 후류의 감소효과가 크다.
- (5) 후류에서 측정영역이 실린더에서 멀수록($x=3.6d$) 중합체 첨가로 인한 반류폭의 감소치는 거의 없다.
- (6) 레이놀즈수가 큰 영역에서 중합체 첨가가 항력에 미치는 영향에 대한 보다 체계적인 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- Amfilokhiev, W.B. and Ferguson, A.M. (1968). Univ. of Glasgow, Dept. of Naval Architecture Experiment Tank Report No 8.
- Bryson, A.W., Arunachalam, V.R. and Fulford, G.D. (1971), "A Tracer Dispersion Study of the Drag - Reduction Effect in a Turbulent Pipe Flow" J. Fluid Mech. Vol 47, pp 209-230.
- Choi, E.S., Sung H.J. and Kwon, J.H. (1989). "Turbulent Flow Measurements by Laser Velocimeter in Circulation Water Channel" J. of SNAK, Vol 26, No 3, pp 1-8.
- Dunlop, E.H. (1973). "Study in Friction Reduction with Dilute Polymer Solutions", Ph. D. Dissertation, University of Strathclyde, U.K.
- Hoerner, S.F. (1965). "Fluid-Dynamic Drag, Practical Information on Aerodynamic Drag and Hydrodynamic Resistance", published by the author, Box 342, Brick Town, New Jersey, 08723.
- James, D.F. and Acosta, A.J. (1973). "The Laminar Flow of Dilute Ploymer Solution" J. Fluid Mech. Vol 57. pp 177-198.
- Kim, B.K. and Telionis, D.P. (1989) "The Effect of Polymer Additives on Laminar Seperation" Phys. Fluids Vol 1. pp 267-273.
- Lumley, J.L. (1973). "Drag Reduction in Turbulent Flow by Polymer Additives" J. Polym. Sci. Macromol. Rev. Vol 7, pp 263-274.
- Lumley, J.L. (1969). "Drag Reduction by Additives" Ann. Rev. Fluid Mech. Vol 1, pp 367-384.
- Sarpkaya, T., Rainey, P.G. and Kell, R.E. (1973). "Flow of Dilute Polymer Solution about Circular Cylinder", J. Fluid Mech. Vol 57, pp 177-208.
- Streeter, V.L. and Wylie, E.B. (1978). Fluid Mechanics, McGraw-Hill.
- Tennekes, H. and Lumely, J.L. (1972). A First Course in Tubulence, The MIT Press.
- Virk, P.S. (1975). "Drag Reduction Fundamentals" A.I.Ch.E.J. Vol 21, pp 625-656.

2002년 3월 11일 원고 접수

2002년 7월 24일 최종 수정본 채택