

R Type-S Block Designs for Control versus Test Inbred Lines Comparisons for Diallel Crosses

Young Nam Son¹⁾

Abstract

In this paper, block designs for control versus test comparisons among the lines for diallel crosses are proposed. These block designs are constructed by using balanced incomplete block designs. Also, the efficiencies of the diallel crosses block designs obtained through this method are tabulated for number of lines 23 or less.

Keywords : diallel crosses, general combining ability, control inbred line, test inbred line, balanced incomplete block designs.

1. 서론

이면교배(diallel cross)계획은 식물의 육종실험에서 근교계통(inbred line)의 유전적 특성을 연구하는데 이용되는 짝짓기 계획(mating design)이다. 서로 다른 유전적인 특징을 갖는 p 종의 근교계통에서 i 번째 근교계통과 j 번째 근교계통의 교배를 (i, j) 로 나타내고 n_c 를 실험에 이용되는 서로 다른 교배의 수라 하면 Griffing(1956)은 n_c 에 따라 4가지 형태의 완전이면교배(Complete Diallel Cross: CDC)계획을 정의하였다.

CDC 계획에서 p 개의 모든 근교계통의 일반조합능력(general combining ability: gca)을 비교하기 위한 연구로는 Gupta와 Kageyama(1994)가 지분된 균형 불완비 블록(nested balanced incomplete block)계획을 이용하여 최적 블록계획을 제시하였고 Dey와 Mihda(1996)는 삼각형 부분균형 불완비블록 계획을 이용한 블록계획 그리고 Das, Dey와 Dean(1998)은 Dey 등(1996)의 방법을 확장한 이면교배계획을 제시하였다. Choi와 Son(2001)은 균형 불완비 블록(Balanced Incomplete Block : BIB)계획과 지분된 균형 불완비 블록계획을 이용하여 블록 CDC 계획을 구성하는 방법을 제시하였다.

지금까지의 블록 CDC 계획에 관한 연구는 p 개의 모든 근교계통간의 gca 를 비교하기 위한 것으로 두 근교계통간의 gca 효과차이 분산이 서로 동일하였다. 그러나 이면교배 실험의 목적이 통제 근교계통(control inbred line) 또는 표준 근교계통(standard inbred line)과 비교 근교계통(test inbred line)간의 gca 를 비교하는데 있다면 지금까지 제시된 블록 CDC 계획으로는 비교 근교계

1) Researcher, The Research Institute of Statistics Chosun University, Gwangju 501-759, Korea.
E-mail : syn2000@netian.com.

통계의 *gca* 비교보다 통제와 비교 근교계통간의 *gca*효과를 정도(precision)가 높게 비교할 수 없다. 최근에 Choi와 Gupta 그리고 Kageyama(2002)는 통제 근교계통과 비교 근교계통의 *gca*효과를 비교하기 위해서 Pearce(1960)의 타입-*S*(type-*S*)계획을 이면교배계획으로 확장하여 불완비 블록계획을 구성하는 방법과 블록계획의 효율성을 제시하였다. 이들은 두 근교계통간의 *gca*효과 차이를 추정하는데 있어서 블록계획의 효율성을 통제와 비교 근교계통간의 효율성과 비교 근교계통끼리의 효율성으로 나누어 제시하였는데 이들의 블록계획 중에서 Series 2, Series 3 그리고 Series 4에서 전자의 효율성이 후자의 효율성보다 낮게 나타나는 경우가 있다.

통제 근교계통과 비교 근교계통간의 *gca*를 비교하기 위한 블록 CDC 계획에서 실험의 주목적이 모든 근교계통간의 *gca*효과의 비교에 있는 것이 아니라 통제와 비교 근교계통간의 *gca* 비교에 있으므로 비교 근교계통간의 효율성보다는 통제와 비교 근교계통간의 효율성이 높아야 한다. 따라서 본 연구에서는 비교 근교계통간의 *gca* 비교를 위한 효율성보다 통제와 비교 근교계통간의 *gca* 비교를 위한 블록계획의 효율성이 항상 높게 나타나는 사각 타입-*S* (rectangular Type-*S*; R Type-*S*) 블록 이면교배계획과 이들 계획의 효율성을 제시한다. 이를 위해서 2절에서는 R Type-*S* 블록계획을 정의하고 BIB 계획을 이용한 R Type-*S* 블록 이면교배계획의 구성방법과 두 근교계통의 *gca*효과간의 차이분산을 유도한다. 3절에서는 2절에서 설계되는 R Type-*S* 블록 계획의 효율성을 유도하고 $p \leq 23$ 일 때 Raghavarao(1971)의 BIB 계획을 이용한 블록계획의 효율성을 표로 제시한다.

2. R Type-S 블록계획의 구성방법

p 개의 근교계통을 갖는 이면교배에서 통제 근교계통을 0, 비교 근교계통을 $1, 2, \dots, p-1$ 로 나타내자. 이면교배 실험에 이용되는 교배의 총 수를 n 이라 할 때 모형(Singh와 Hinkelmann, 1995)은 아래와 같이 정의된다.

$$Y = \mu 1_n + \Delta_1 g + \Delta_2 \beta + \varepsilon \quad (2.1)$$

여기서 Y 는 $n \times 1$ 관찰 값 벡터이고 μ 는 전체평균, 1_n 은 모든 요소가 1인 $n \times 1$ 벡터를 나타낸다. 또한, $g = (g_0, g_1, g_2, \dots, g_{p-1})'$ 와 $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_b)'$ 는 각각 *gca* 효과벡터와 블록효과벡터를 나타내며 Δ_1, Δ_2 는 각각 p 개의 *gca*와 b 개의 블록에 대응하는 계획행렬이고 ε 는 평균이 0, 분산이 σ^2 인 $n \times 1$ 오차항 벡터이다.

모형 (2.1)에서 *gca* 효과벡터 g 를 추정하기 위한 정보행렬 C 는 다음과 같이 정의된다(Gupta와 Kageyama, 1994).

$$C = (c_{ij}) = G - \frac{1}{k} NN' \quad (2.2)$$

여기서 s_i 를 i ($i=0, 1, 2, \dots, p-1$)번째 근교계통의 반복 수, s_{ij} , $i < j=0, 1, \dots, p-1$ 를 교배 (i, j)

의 반복 수라 할 때 $G=(g_{ij})$ 는 대칭행렬로서 $g_{ii}=s_i, g_{ij}=s_{ij}$ 이고 $\Gamma=\Delta_1'\Delta_2$ 는 $p \times b$ 근교계통 - 블록 빈도행렬을 나타낸다.

통제 근교계통과 비교 근교계통의 *gca*효과를 비교하기 위한 R Type- S 블록 이면교배 계획을 설계하기 위해서 먼저 Pearce(1960)의 Type- S 블록계획에 대한 정의와 Hedayat, Jacroux 그리고 Majumdar(1988)의 R-type BTIB(balanced treatment incomplete block)정의에서 사용된 R-type 개념을 이용하여 R Type- S 블록계획을 아래와 같이 정의하자. 이를 위해서 처리 수가 p 이고 블록의 수가 b , 블록 크기가 k 인 블록계획을 d 라하고 처리 i 와 j ($i < j=0, 1, \dots, p-1$)가 같은 블록에 동시에 나타나는 횟수를 λ_{ij} , 통제처리 0이 l ($l=1, 2, \dots, b$)번째 블록에 나타나는 횟수를 n_{0l} 이라 하자.

정의 1. 계획 d 에서 λ_{ij} 와 n_{0l} 이 아래와 같으면 블록계획 d 는 R Type- S 블록계획이다.

- 1) $\lambda_{01} = \lambda_{02} = \dots = \lambda_{0,p-1} = \lambda^0$ 이고 $\lambda_{ij} = \lambda^1, i, j(i < j) = 1, 2, \dots, p-1$
- 2) $n_{01} = n_{02} = \dots = n_{0b} = n_0$

여기서 λ^0, λ^1 그리고 n_0 는 상수를 나타낸다.

통제 근교계통과 비교 근교계통의 *gca*를 비교하기 위한 이면교배계획에서 정의 1의 R Type- S 블록계획을 구성하는 방법을 살펴보면 아래와 같다. 먼저 아래와 같은 모수를 갖는 BIB 계획을 D_1 이라 하자.

$$v_1 = p-1, b_1, k_1, r_1, \lambda_1$$

계획 D_1 의 각 블록에 통제 근교계통 0을 포함시킨 다음, 각 블록에서 n -ary 계획을 적용하여 $k_1(k_1 + 1)/2$ 개의 교배를 형성하면 (2.3)과 같은 모수를 갖는 R Type- S 블록 이면교배계획 D 가 구성된다.

$$p, b = b_1, k = k_1(k_1 + 1)/2, r_c = r_1, r_t = \lambda_1, \lambda^0 = r_1 k_1^2, \lambda^1 = \lambda_1 k_1^2, n_0 = k_1 \quad (2.3)$$

여기서 r_c 와 r_t 는 각각 교배 $(0, j)$ ($j=1, 2, \dots, p-1$)와 (i, j) ($i < j=1, 2, \dots, p-1$)의 반복수이다.

R Type- S 블록 이면교배계획 D 에서 두 근교계통의 *gca*효과의 차이분산을 아래와 같이 정의하자.

$$\sigma_0^2 = Var_D(\hat{g}_0 - \hat{g}_j) = c_0 \sigma^2, j=1, 2, \dots, p-1,$$

$$\sigma_1^2 = Var_D(\hat{g}_i - \hat{g}_j) = c_1 \sigma^2, i < j=1, 2, \dots, p-1.$$

그러면 우리는 블록계획 D 의 구성방법으로부터 σ_0^2 과 σ_1^2 ($\sigma_0^2 < \sigma_1^2$)이 아래와 같음을 알 수 있다.

정리 1. BIB 계획을 이용한 R Type- S 블록 이면교배계획 D 에서 σ_0^2 과 σ_1^2 은 아래와 같다.

$$\sigma_0^2 = c_0 \sigma^2 = \frac{w_0 + w_1 (p-2)}{w_0^2 + w_0 w_1 (p-1)} \sigma^2, \quad \sigma_1^2 = c_1 \sigma^2 = \frac{2\{w_0 + w_1 (p-1)\}}{w_0^2 + w_0 w_1 (p-1)} \sigma^2 \quad (2.4)$$

여기서 $w_0 = \frac{\lambda_1 \{k_1 (p-1) + p-3\} + r_1 (1-k_1)}{k_1 + 1}$ 이고 $w_1 = \frac{\lambda_1 (1-k_1)}{k_1 + 1}$ 이다.

증명. 계획 D 의 (2.2)의 정보행렬 C 에서 G 와 NN' 행렬은 아래와 같다.

$$G = \begin{bmatrix} s_0 & r_1 1'_{p-1} \\ r_1 1_{p-1} & (s_1 - \lambda_1) I_{p-1} + \lambda_1 J_{p-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (p-1)r_1 & r_1 1'_{p-1} \\ r_1 1_{p-1} & \{(p-3)\lambda_1 + r_1\} I_{p-1} + \lambda_1 J_{p-1} \end{bmatrix},$$

$$NN' = \begin{bmatrix} n_0^2 b_1 & \lambda^0 1'_{p-1} \\ \lambda^0 1'_{p-1} & (\lambda^0 - \lambda^1) I_{p-1} + \lambda^1 J_{p-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1^2 b_1 & \lambda^0 1'_{p-1} \\ \lambda^0 1'_{p-1} & (\lambda^0 - \lambda^1) I_{p-1} + \lambda^1 J_{p-1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} k_1^2 b_1 & k_1^2 r_1 1'_{p-1} \\ k_1^2 r_1 1'_{p-1} & k_1^2 (r_1 - \lambda_1) I_{p-1} + k_1^2 \lambda_1 J_{p-1} \end{bmatrix}.$$

위의 G 와 NN' 행렬을 이용하여 (2.2)의 정보행렬을 나타내면

$$C = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 1'_{p-1} \\ u_1 1_{p-1} & W_{p-1} \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

$$W_{p-1} = w_0 I_{p-1} + w_1 J_{p-1}$$

이다. 여기서 $u_0 = \frac{(p-1)r_1 (k_1 + 1) - 2k_1 b_1}{k_1 + 1}$ 이고 $u_1 = \frac{r_1 (1-k_1)}{k_1 + 1}$ 이다.

(2.5)에서 $|W_{p-1}| \neq 0$ 이므로 C 의 일반화 역행렬 C^- 는 아래와 같음을 쉽게 알 수 있다.

$$C^- = (c_g^{ij}) = \begin{bmatrix} 0 & 0'_{p-1} \\ 0_{p-1} & W_{p-1}^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

위 식에서 $W_{p-1}^{-1} = \frac{1}{w_0} I_{p-1} - \frac{w_1}{w_0^2 + w_0 w_1 (p-1)} J_{p-1}$ 이므로 $\sigma_0^2 = c_0 \sigma^2 = (c_g^{00} + c_g^{jj} - 2c_g^{0j}) \sigma^2$ ($j=1, 2, \dots, p-1$)과 $\sigma_1^2 = c_1 \sigma^2 = (c_g^{ii} + c_g^{jj} - 2c_g^{ij}) \sigma^2$ ($i < j=1, 2, \dots, p-1$)은 (2.4)와 같다.

(2.4)에서 $w_0 + w_1 p = \frac{\lambda_1(v_1 - k_1)}{k_1 + 1} > 0$ 이므로 BIB 계획을 이용한 R Type-S 블록 이면교배계 획 D 에서 $\sigma_0^2 < \sigma_1^2$ 이 성립한다.

3. 블록계획의 효율성 및 예제

통제 근교계통과 비교 근교계통의 gca 를 비교하기 위한 완전확률화(completely randomized)계 획을 D_c 라 할 때 정보행렬 C_c 는 아래와 같다(Gupta, 1995).

$$C_c = G - \frac{1}{n} ss' \tag{3.1}$$

여기서 $s = (s_0, s_1, s_2, \dots, s_{p-1})' = [(p-1)r_1, (p-2)\lambda_1 + r_1, (p-2)\lambda_1 + r_1, \dots, (p-2)\lambda_1 + r_1]'$ 이고 $n = b_1 k_1 (k_1 + 1)/2$ 이다.

(3.1)에서 $\frac{1}{n} ss' = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 1_{p-1}' \\ a_1 1_{p-1} & a_2 J_{p-1} \end{bmatrix}$ 이므로 C_c 는 아래와 같이 표현된다.

$$C_c = \begin{bmatrix} s_0 - a_0 & (r_1 - a_1) 1_{p-1}' \\ (r_1 - a_1) 1_{p-1} & F_{p-1} \end{bmatrix}, \tag{3.2}$$

$$F_{p-1} = [(p-3)\lambda_1 + r_1] I_{p-1} + (\lambda_1 - a_2) J_{p-1}$$

여기서 $a_0 = \frac{2\{(p-1)r_1\}^2}{b_1 k_1 (k_1 + 1)}$, $a_1 = \frac{2(p-1)r_1\{(p-2)\lambda_1 + r_1\}}{b_1 k_1 (k_1 + 1)}$ 이고 $a_2 = \frac{2\{(p-2)\lambda_1 + r_1\}^2}{b_1 k_1 (k_1 + 1)}$

이다. 완전확률화 블록계획 D_c 에서 두 근교계통간의 gca 효과 차이분산을 계산하기 위해서 (3.2)의 일반화 역행렬을 구하면 아래와 같다.

$$C_c^{-1} = (c_c^{ij}) = \begin{bmatrix} 0 & 0_{p-1}' \\ 0_{p-1} & F_{p-1}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0_{p-1}' \\ 0_{p-1} & f_0 I_{p-1} - f_1 J_{p-1} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

여기서 $f_0 = \frac{1}{(p-3)\lambda_1 + r_1}$, $f_1 = \frac{(\lambda_1 - a_2)}{\{(p-3)\lambda_1 + r_1\}\{(p-3)\lambda_1 + r_1 + (\lambda_1 - a_2)(p-1)\}}$ 이다.

완전확률화 계획 D_c 에 대한 R Type-S 블록 이면교배계획 D 의 효율성을 e_0, e_1 이라 하면

(2.4)와 (3.3)으로부터 e_0, e_1 을 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$e_0 = \frac{\sigma_{a_0}^2}{\sigma_0^2} = \frac{w_0^2 + w_0 w_1 (p-1)}{(f_0 - f_1)(w_0 + w_1 (p-2))}, \quad e_1 = \frac{\sigma_{c_1}^2}{\sigma_1^2} = \frac{w_0^2 + w_0 w_1 (p-1)}{2f_0\{w_0 + w_1 (p-1)\}} \quad (3.4)$$

여기서 $\sigma_{a_0}^2$ 과 $\sigma_{c_1}^2$ 은 계획 D_c 에서 각각 통제와 비교근교계통간의 gca 효과차이 분산과 비교근교계통끼리의 gca 효과차이 분산을 나타낸다. (3.4)에서 $f_0(w_0 + w_1 p) + f_1\{w_0 + w_1 (p-2)\} < 0$ 이면 $e_0 > e_1$ 가 성립되는데 $\frac{-f_1}{f_0} = \frac{(k_1 + 1)\{v_1 + k_1^2(v_1 - 2)\}}{2(2k_1 + 1)} > \frac{v_1 - k_1}{v_1 + k_1 - 2}$ 이므로 통제와 비교근교계통간의 효율성 (e_0)은 비교 근교계통간의 효율성 (e_1)보다 항상 크게 된다.

예제. 모수가 $v_1 = 9, b_1 = 12, r_1 = 4, k_1 = 3, \lambda_1 = 1$ 인 BIB 계획 D_1 을 이용하여 R Type-S 블록 이면교배계획 D 를 구성하면 계획 D 는 모수가 $p = 10, b = 12, k = 6, r_c = 4, r_t = 1, \lambda^0 = 36, \lambda^1 = 9, n_0 = 3$ 이면서 아래와 같은 블록을 갖는다.

블록 번호	D_1	D_s
1	1,2,3	(0,1),(0,2),(0,3),(1,2),(1,3),(2,3)
2	4,5,6	(0,4),(0,5),(0,6),(4,5),(4,6),(5,6)
3	7,8,9	(0,7),(0,8),(0,9),(7,8),(7,9),(8,9)
4	1,4,7	(0,1),(0,4),(0,7),(1,4),(1,7),(4,7)
5	2,5,8	(0,2),(0,5),(0,8),(2,5),(2,8),(5,8)
6	3,6,9	(0,3),(0,6),(0,9),(3,6),(3,9),(6,9)
7	1,6,8	(0,1),(0,6),(0,8),(1,6),(1,8),(6,8)
8	2,4,9	(0,2),(0,4),(0,9),(2,4),(2,9),(4,9)
9	3,5,7	(0,3),(0,5),(0,7),(3,5),(3,7),(5,7)
10	1,5,9	(0,1),(0,5),(0,9),(1,5),(1,9),(5,9)
11	2,6,7	(0,2),(0,6),(0,7),(2,6),(2,7),(6,7)
12	3,4,8	(0,3),(0,4),(0,8),(3,4),(3,8),(4,8)

이 블록계획에서 두 근교계통의 gca 효과간의 차이분산을 구하면 $w_0 = 6.5, w_1 = -0.5$ 이므로 $\sigma_0^2 = 0.192 \sigma^2, \sigma_1^2 = 0.308 \sigma^2$ 이다. 계획의 효율성은 $f_0 = 0.091, f_1 = -0.045$ 이므로 $e_0 = 0.709$ 이고 $e_1 = 0.591$ 이다.

아래의 [표 3.1]은 Raghavarao(1971)의 BIB 계획을 이용하여 $p \leq 23$ 이고 $b \leq 44$ 인 경우에서 우리가 구성할 수 있는 블록계획 D 와 이들 계획의 효율성을 계산하여 제시한 표이다.

[표 3.1] R Type-S 블록계획 D 의 효율성

D_1					D									
v_1	b_1	r_1	k_1	λ_1	p	b	k	r_c	r_t	λ^0	λ^1	n_0	e_0	e_1
4	6	3	2	1	5	6	3	3	3	12	4	2	0.7	0.467
4	4	3	3	2	5	4	6	3	3	27	18	3	0.904	0.786
5	10	4	2	1	6	10	3	4	4	16	4	2	0.634	0.429
6	15	5	2	1	7	15	3	5	5	20	4	2	0.588	0.407
6	10	5	3	2	7	10	6	5	5	45	18	3	0.794	0.654
6	15	10	4	6	7	15	10	10	10	160	96	4	0.902	0.812
7	7	3	3	1	8	7	6	3	3	27	9	3	0.759	0.625
7	7	4	4	2	8	7	10	4	4	64	32	4	0.869	0.771
7	21	6	2	1	8	21	3	6	6	24	4	2	0.555	0.394
7	21	15	5	10	8	21	15	15	15	375	250	5	0.934	0.872
8	14	7	4	3	9	14	10	7	7	112	48	4	0.843	0.744
9	12	4	3	1	10	12	6	4	4	36	9	3	0.709	0.591
9	18	8	4	3	10	18	10	8	8	128	48	4	0.822	0.724
9	12	8	6	5	10	12	21	8	8	288	180	6	0.935	0.88
9	18	10	5	5	10	18	15	10	10	250	125	5	0.89	0.815
10	15	6	4	2	11	15	10	6	6	96	32	4	0.804	0.709
10	18	9	5	4	11	18	15	9	9	225	100	5	0.873	0.797
10	15	9	6	5	11	15	21	9	9	324	180	6	0.919	0.86
11	11	5	5	2	12	11	15	5	5	125	50	5	0.859	0.783
11	11	6	6	3	12	11	21	6	6	216	108	6	0.906	0.844
12	33	11	4	3	13	33	10	11	11	176	48	4	0.775	0.688
12	22	11	6	5	13	22	21	11	11	396	180	6	0.894	0.831
13	13	4	4	1	14	13	10	4	4	64	16	4	0.764	0.68
13	26	6	3	1	14	26	6	6	6	54	9	3	0.651	0.559
13	26	12	6	5	14	26	21	12	12	432	180	6	0.883	0.821
14	26	13	7	6	15	26	28	13	13	637	294	7	0.908	0.856
15	35	7	3	1	16	35	6	7	7	63	9	3	0.633	0.55
15	15	7	7	3	16	15	28	7	7	343	147	7	0.901	0.848
15	35	14	6	5	16	35	21	14	14	504	180	6	0.866	0.805
16	20	5	4	1	17	20	10	5	5	80	16	4	0.737	0.663
16	16	6	6	2	17	16	21	6	6	216	72	6	0.858	0.798
16	24	9	6	3	17	24	21	9	9	324	108	6	0.858	0.798
16	30	15	8	7	17	30	36	15	15	960	448	8	0.92	0.874
21	21	5	5	1	22	21	15	5	5	125	25	5	0.78	0.722
21	30	10	7	3	22	30	28	10	10	490	147	7	0.866	0.817
21	42	12	6	3	22	42	21	12	12	432	108	6	0.83	0.776
22	44	14	7	4	23	44	28	14	14	686	196	7	0.862	0.814

참고문헌

- [1] Choi, K. J. and Son, Y. N.(2001). Optimal Design for Complete Diallel Crosses. *The Korean Communications in Statistics* Vol. 8, 677-683.
- [2] Choi, K.C., Gupta, S. and Kageyama, S.(2002). Type S designs for diallel cross experiments. *Utilitas Mathematica*. In press.
- [3] Das, A. Dey, A. and Dean, A.M. (1998). optimal designs for diallel cross experiments. *Statistics & Probability Letters* 36, 427-436.
- [4] Dey, A. and Midha, C.K. (1996). Optimal block designs for diallel crosses. *Biometrika* 83, 484-489.
- [5] Griffing, B.(1956). Concepts of general and specific combining ability in relation to diallel crossing systems. *Australian Journal of Biological Sciences* 9, 463-493.
- [6] Gupta, S. and Kageyama, S. (1994). Optimal complete diallel crosses. *Biometrika* 81, 420-424.
- [7] Gupta, S. and Kageyama, S.(1995). Single replication orthogonal block designs for partial diallel crosses. *Communications Statistics -Theory and Methods* 24, 2601-2607.
- [8] Pearce, S.C.(1960). Supplemented balance, *Biometrika* 47 263-271.
- [9] Raghavarao, D.(1971). *Constructions and Combinatorial Problems in Design of Experiments*, Dover publications.
- [10] Hedayat, A.S., Jacroux, M. and Majumdar, D.(1988). Optimal Designs for Comparing Test Treatments with Controls. *Statistical Science* 3, 462-491.
- [11] Singh, M. and Hinkelmann, K. (1995). Partial Diallel Crosses in Incomplete Blocks. *Biometrics* 51, 1302-1314.

[2002년 5월 접수, 2002년 7월 채택]