

알루미나의 레이저 절단 가공 시 균열 발생의 확률모델링

최인석*, 이성환**, 안선응***

A Probabilistic Model for Crack Formation in Laser Cutting of Ceramics

In-Seok Choi*, Seoung-Hwan Lee**, Sun-Eung Ahn***

ABSTRACT

Ceramics are being increasingly used in industry due to their outstanding physical and chemical properties. But these materials are difficult to machine by traditional machining processes, because they are hard and brittle. Recently, as one of various alternative processes, laser-beam machining is widely used in the cutting of ceramics. Although the use of lasers presents a number of advantages over other methods, one of the problems associated with this process is the uncertain formation of cracks that result from the thermal stresses. This paper presents a Bayesian probabilistic modeling of crack formation over thin alumina plates during laser cutting.

Key Words : Laser cutting (레이저 절단), Crack formation (균열 발생), Bayesian probabilistic model (베이시안 확률모델), Alumina (알루미나)

1. 서론

세라믹 재료는 높은 온도에서도 고경도, 고강도 화학적인 안정성, 낮은 마찰계수와 높은 마멸저항 등을 유지하는 뛰어난 재질특성을 가지고 있으나 가공이 어려워 산업현장에서 제한적으로 사용되어왔다. 따라서 기존의 고비용 가공방법인 다이아몬드 공구를 이용한 *cutt-off grinding* 이외에 여러가지 대체 가공방법이 시도되어 왔고^[1,9], 그 중의 하나가 레이저 빔을 이용한 절단이다. 레이저 빔을 이용한 가공은 비접촉식이므로 공구마멸, 공구의 휨, 진동과 가공형상의 제한이 없다는 장점이 있으나^[18] 열적 프로세스이므로 세라믹과 같은 취성재료 가공 시 균열의 발생과 같은 문제점이

대두되어왔고 이에 대하여 많은 연구가 이루어지고 있다. Smith 등^[2]은 주사속도와 레이저 출력, 알루미나의 두께를 고려하여 알루미나의 파괴특성을 실험적으로 연구하였고 Glass 등^[3]은 *metallic glass*의 레이저 절단 시 발생하는 열응력장과 온도를 3차원 유한차분법을 이용하여 수치적으로 유도하였다. 또한 Li 등^[4]은 레이저 절단 시 발생하는 온도와 열응력장의 분포를 고려하여 절단 프로세스를 해석하였고 Lu 등^[5]은 차원해석법을 이용하여 레이저의 출력과 재료의 두께, 레이저의 주사속도 (*scanning speed*)에 따른 절단 실험식을 유도하였으며 Hector^[6], Yilbas^[7], Lu^[8]등은 레이저 가공 시 온도분포와 열응력을 연구하였다.

지금까지의 연구결과를 살펴보면 레이저의 절

2002년 2월 5일 접수
* 한양대학교 대학원 정밀기계공학과
** 한양대학교 기계공학과
*** 한양대학교 산업공학과

단조건에 따라 균열발생 여부가 결정되며, 그 임계값을 출력이나 주사속도 등의 함수로 표현하는 것이 가능하지만, 결정된 균열발생 임계값 근처에서 (동일한 가공조건 하에서) 여전히 균열발생이 불규칙하여, 그 발생여부를 예측할 수 없는 문제점을 가진다.

이 논문에서는 균열발생 임계선상에서 발생하는 균열의 불규칙성이 레이저 흡수율의 변화에서 기인하며 흡수율의 변화가 절단전면각 (cutting front angle) 에 의해 결정된다고 가정하여, 결정된 임계절단조건 -출력 및 주사속도- 하에서 균열발생 임계절단전면각을 표현하는 확률모델을 제시하고자 하였다.

2. 균열 발생의 원리

레이저 가공은 열적 프로세스이므로 가공 시 높은 온도구배가 발생하고 이 온도구배는 높은 열응력을 발생시킨다. 먼저 이 절에서는 레이저 가공 시 알루미늄과 같은 취성재료의 열응력에 의한 균열발생 원리를 설명하고자 한다.

2.1 열 장(Thermal field)

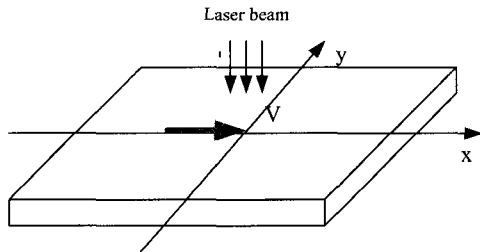


Fig. 1 Laser Cutting Coordinate System

Fig. 1 과 같이 레이저 가공 시 발생하는 절단전의 무한대 길이를 가지는 탄성판(uncut infinite elastic plate)의 열응력장의 경우 열원의 속도를 일정하게 하면 이 프로세스는 정상상태로 볼 수 있고 $y = 0$ 에서 열응력장은 다음의 수식으로 표현된다^[8].

$$T(x) = T(x,0) = \frac{q}{2\pi hk} \exp(\lambda x) K_0(\lambda |x|) \quad (1)$$

여기서, $T(x)$ 는 $y=0$ 에서의 온도분포, V 는 주사속도, D 는 열확산계수, $\lambda = V/2D$, q 는 열원의 강도, k 는 열전도계수, h 는 판재의 두께, $K_0()$ 는 0 차 2 종베셀함수를 나타낸다.

2.2 열응력(Thermal stress)

강도 q ($q = 1$)인 정적 단위점 (static unit point) 열원이 무한대 길이 탄성판에 발생시키는 응력장의 경우 $y = 0$ 에서 다음의 quasi-static 응력장의 분포가 얻어진다^[8].

$$\sigma_y(x) = \frac{q\mu m}{2\pi hk} \left[\text{sign}(x) K_1(\lambda |x|) - K_0(\lambda |x|) - \frac{1}{\lambda x} \right] \quad (2)$$

여기서, $\sigma_y(x)$ 는 $y=0$ 에서 응력장의 분포, μ 는 전단계수, $m = (1+\nu)\alpha$, α 는 열팽창계수, ν 는 포와송비, $K_1()$ 은 1 차 2 종베셀함수(modified)를 나타낸다.

Fig. 2 는 식(2)를 열원근처에서 구현한 그림이다. 이 경우에서 열원의 앞부분에는 인장응력이 발생하고, 그 뒷부분에서는 압축응력이 발생하며 균열은 최고인장응력이 재료의 인장응력보다 클 때 발생하게 된다^[4].

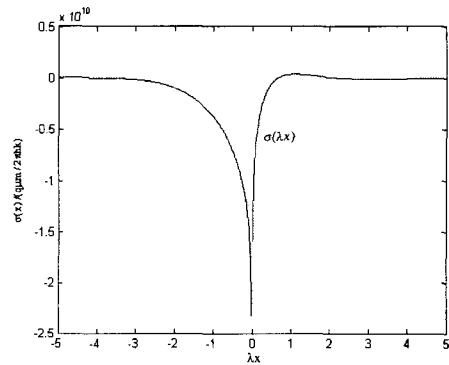


Fig. 2 Stress Distribution

Lu 등은 이와 같은 균열의 발생을 재료의 두께, 레이저출력, 주사속도 등의 프로세스 파라미터의 변화와 관련하여 연구하였다^[5]. 지금까지의 실험과 수치계산 등을 포함한 연구결과 출력이 높고 스피드가 낮을수록 균열이 발생하지 않는다고 알려져 있다^[4].

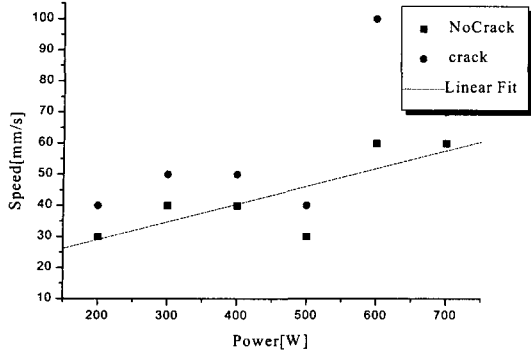


Fig. 3 Plot of Raw Experimental Data of Feed Rate versus Laser Power^[4]

Fig. 3 은 레이저출력 및 속도를 변화시키면서 균열의 발생을 관찰, 실험한 결과이며 대체적으로 피팅된 선을 기준으로 균열 발생 여부가 결정되는 것을 알 수 있다. 그러나 피팅선상에 있는 동일 실험조건(출력 및 속도)에서도 균열의 발생은 불규칙한 경향을 나타낸다. 이러한 경향을 나타내는 원인으로는 초점위치의 변동, 재료 물성치 불균일, 절단전면에 유입되는 보조가스의 불균일 등을 들 수 있고 이러한 원인들은 레이저 절단 시 생성되는 절단전면각에 변동을 주게 되어 임계선상에서 균열의 발생/비발생을 결정하게 된다. 따라서 본 연구에서는 먼저, 레이저 출력과 주사속도를 변화시키면서 균열이 발생하는 임계점을 실험적으로 결정하였고 결정된 실험조건에서 절단전면의 변화를 추정하여 임계선상에서 균열발생 확률을 추정하는 확률모델링을 제안하였다.

확률모델링을 위하여는 가공 시 가공변수 및 기하학적 형상 등의 변수를 사용하여 절단전면을 수식화하는 것이 필요하며, 이에 관한 내용을 다음 절에 정리하였다.

3. 절단전면의 형성

레이저 절단시 Fig. 4 와 같이 절단전면(cutting front)이 형성되고 절단전면의 변화에 의해 레이저 흡수율의 변화가 생긴다. Powell 등은 흡수되는 빔의 출력, 재료의 가열에 사용되는 출력, 재료의 용화에 사용되는 출력, 전도에 의한 열전도 손실 등의 균형에 근거하여 절단전면에 관한 수식을 유도하였다^[9].

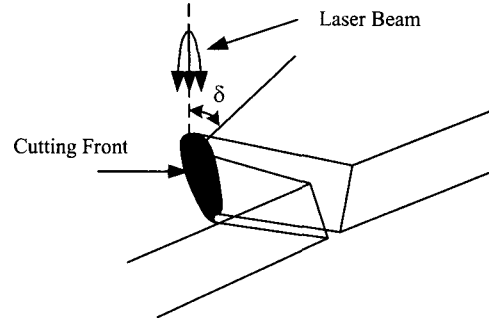


Fig. 4 Schematic of Cutting Front

$$A(z, \beta)P_{Laser} = \cos \delta A(n^*, \delta)I(z, \beta) \quad (3)$$

여기서, A 는 빔이 조사되는 면적, AP_{Laser} 는 흡수되는 빔의 강도, β 는 원호각 (circular angle), z 는 표면으로부터의 깊이, δ 는 절단전면각, I 는 입사빔의 강도이다. 재료의 제거가 용화에 의해서만 일어난다고 가정하면 흡수되는 빔의 강도는 재료의 가열에 사용되는 출력(P_T), 재료의 용화에 사용되는 출력(P_m) 전도에 의한 열손실의 항(P_l)으로 표현될 수 있다.

$$A(z, \beta)P_{Laser} = P_T + P_m + P_l \quad (4)$$

$$P_T = b_s s V \rho c (T_p - T_0) \quad (5)$$

$$P_m = b_s s V \rho c \epsilon_m \quad (6)$$

$$P_l = \frac{\pi k (T_m - T_0) \sqrt{b_s s}}{\arctan\left(\frac{16D}{Vs}\right)^{1/2}} \exp\left(-\frac{Vb_s}{2D}\right) \quad (7)$$

여기서, P_{Laser} 는 전체 레이저 출력, b_s 는 절단 폭, s 는 절단깊이, ρ 는 밀도, c 는 비열, T_m 은 용융점, T_0 는 주위의 온도, ϵ_m 는 용융열, D 는 열확산계수를 나타낸다.

가공재료와 레이저빔 사이의 상대적인 움직임이 일정하다면 절단과정은 레이저 빔에 고정된 기준면에 대하여 정상상태라고 볼 수 있고 절단전면은 미소면적 dA 와 n 의 방향을 가진 선형의 표면요소들의 집합으로 볼 수 있다^[13]. Cai^[12]는 레이저저용가공을 위하여 유도된 기하학적인 정의^[14,15]를 이용하여 각각의 표면요소들을 Fig. 5 와 같이 표현하였다.

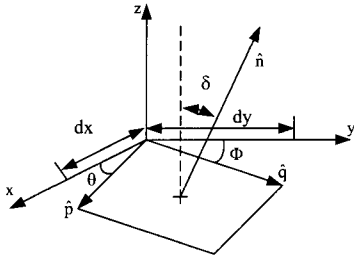


Fig. 5 Orientation and Size of Surface Element

미소면적 dA 는 벡터 p 와 q 에 의하여 정의되고 벡터 p 와 q 는 θ 와 Φ 에 의해 식(8)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{p} &= dx(\hat{i} - \tan\theta \cdot \hat{k}) \\ \hat{q} &= dy(\hat{j} - \tan\Phi \cdot \hat{k}) \end{aligned} \quad (8)$$

또한 수직벡터, \hat{n} 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\hat{n} = \frac{\hat{p} \times \hat{q}}{|\hat{p} \times \hat{q}|} \quad (9)$$

식(8), 식(9)를 이용 \hat{n} 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\hat{n} = \frac{\tan\theta \hat{i} + \tan\Phi \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{(1 + \tan^2\theta + \tan^2\Phi)}} \quad (10)$$

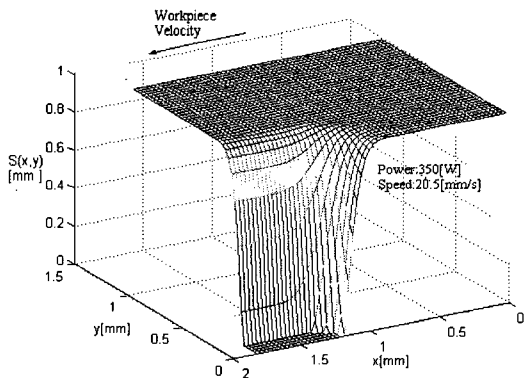


Fig. 6 A simulation result of cutting fronts for alumina at Power: 350[W], Speed: 20.5[mm/s]

본 연구에서는 식(10)을 이용하여 에너지 균형에 근거한 절단전면 형상을 구현하였다. Fig. 6 은 시뮬레이션 결과를 예시한 것이다.

Powell 과 Cai 등은 절단전면의 기울기가 일정하다고 가정하였으나, 실제로는 보조가스 등 여러 가지 영향에 의해 주사속도, 레이저 출력 등이 일정한 경우에도 절단전면은 변화한다^[10]. 동일 조건하 절단전면, δ 가 선형적으로 변화한다고 가정하면 δ 의 값이 작으면 더 많은 에너지를 흡수하므로 균열이 발생하지 않고 δ 의 값이 크다면 작은 에너지를 흡수하여 균열이 발생하는 것으로 생각할 수 있다(Fig. 7). 즉, 다음과 같이 표현할 수 있다.

If $\delta > \delta^*$, 균열발생, 다른경우 균열 발생 없음

여기서, δ^* 는 균열이 발생하는 절단전면각, δ 의 하한선(lower bound)이다.

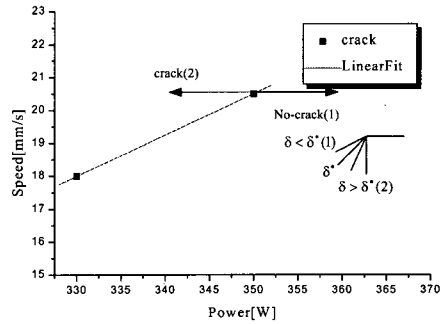


Fig. 7 Fracture Line during Laser Cutting

4. 확률 모델링 과정

레이저 절단 가공 시 균열발생 임계가공 조건하에서 절단전면각을 실시간으로 관측하는 데는 많은 어려움이 따르므로, 본 논문에서는 실험 시 균열이 발생한 결과를 근거로 절단전면각을 확률적으로 추정하려한다.

특히, 이 논문에서는 베이지안 매개변수(Bayesian parametric) 모델링이 사용되었는데 베이지안 매개변수 모델링은 어떤 시스템의 확률적인 특성을 표현할 수 있는 방법으로 초기의 한정적인 데이터로 특성치를 확률적으로 예측하고 추가적인 실험데이터를 이용, 예측값을 갱신할 수 있는 기법이며, 적절한 매개변수의 값을 바꿈으로써 불확

실한 특성을 예측하는데 유연성을 가지고 있는 기법이다^[19].

다음은 확률모델링과정에 사용된 기호이다.

- δ : 레이저빔과 절단전면사이의 각
(δ_0, δ_1)
- δ^* : 균열이 발생하는 절단전면각의 하한선
- L : 시편의 sampling length
- UCP : 단위절단경로(Unit Cutting Path)
- l : UCP의 길이
- n : 시편내의 UCP의 수
- X_i : i 번째 CUP에서 균열의 발생여부를 나타내는 확률변수(random variable)
(균열발생 : $X_i = 1$, otherwise $X_i = 0$)
- s : 시편내에 발생한 균열의 수, $\sum_{i=1}^N X_i$

균열이 발생하는 확률을 유도하기 위하여 먼저 UCP를 설정한다. UCP의 길이는 한개의 UCP내에 한개의 균열이 발생하는 최소크기인 0.5mm로 하였다. 그리고 동일한 실험조건하에서 실험하여 균열의 발생을 관측하고 이 관측된 데이터는 균열발생확률을 갱신(update)하기 위하여 사용된다. 유한개의 샘플이나 관측된 데이터가 있을 경우에는 균열발생의 확률을 관측된 데이터를 사용하여 갱신할 수 있다.

4.1 절단전면각의 확률분포

균열의 발생 시 재료의 물성치 불균일, 보조가스의 유동의 불확실성 등의 여러가지 요인들에 의해 절단전면각의 불확실성이 존재하게 된다. 그러므로 이러한 불확실성을 표현하기 위하여 절단전면각의 확률분포가 필요하다.

임계점에서 균열의 발생시 여러가지 불확실한 요인들이 절단전면형성에 반영되어 불확실성을 동반하고 절단전면각은 선형 기울기를 갖고 연속적으로 변화한다고 가정하면 UCP에서 균열의 발생 확률은 다음과 같이 정의된다.

UCP에서 균열의 발생 확률

$$p = \Pr\{\text{균열발생}\} = \Pr\{\delta > \delta^*\},$$

$$1-p = \Pr\{\text{No 균열}\} = \Pr\{\delta < \delta^*\} \quad (11)$$

절단전면각의 확률밀도함수를 $p(\delta)$ 라고 하면 확률, p는 다음과 같이 계산된다.

$$p = \Pr\{\delta > \delta^*\} = \int_{\delta^*}^{\infty} p(\delta) d\delta \quad (12)$$

미리 정해진 범위, (δ_0, δ_1)에서 우세한 절단전면각이 없다고 가정하였을 때 절단전면각에 대한 불확실성을 표현하는 방법 중 하나는 정해진 범위, (δ_0, δ_1)에서 절단전면각에 일양확률밀도함수(uniform probability density)를 적용하는 것이다. 즉, 절단전면각의 확률밀도함수, $p(\delta)$ 를 다음과 같이 표현하면

$$p(\delta) = \frac{1}{\delta_1 - \delta_0} \quad \delta \in (\delta_0, \delta_1) \quad (13)$$

식(12)에 의해 균열 발생 확률, p는 식(14)와 같이 계산된다.

$$p(\delta) = \frac{\delta_1 - \delta^*}{\delta_1 - \delta_0} \quad (14)$$

임계점에서 균열이 발생하는 δ^* 의 하한선의 정확한 값이 정해져 있지 않으므로 이 경우에는 δ^* 에 확률적인 표현이 사용되어야 한다. 실험이 수행될 때까지는 δ^* 에 대한 어떠한 정보도 확보되어 있지 않으므로 위에서와 마찬가지로 절단전면각의 하한선에 일양확률밀도함수를 적용하면 δ^* 의 확률밀도함수, $\pi(\delta^*)$ 는 다음과 같다.

$$\pi(\delta^*) = \frac{1}{\delta_1 - \delta_0} \quad (15)$$

식(15)는 beta probability의 특별한 경우이며 균열 발생확률, p,은 (0,1)의 값을 가지므로 파라미터 a, b를 가지는 베타확률밀도함수(beta probability density)는 다음의 형태를 가진다

$$\pi(p|a,b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} p^{a-1}(1-p)^{b-1} \quad (16)$$

여기서, a, b > 0고 $\Gamma(\cdot)$ 는 Gamma function이다. 파라미터 a = b = 1 때, 베타확률밀도함수는 일양확률밀도함수가 된다.

4.2 갱신과정(Updating Procedure)

4.2.1 절단전면각의 갱신과정

균열 발생 확률, 식(14)에 대하여 확률변수 X_i 가 교환 조건을 가진다고 생각할 수 있기 때문에 n 개의 UCP 에서 s 개의 균열이 발견되었을 경우 식(14)를 다음과 같이 변화시킬 수 있다.

$$p\left(s \mid n, \frac{\delta_1 - \delta^*}{\delta_1 - \delta_0}\right) \propto \left(\frac{\delta_1 - \delta^*}{\delta_1 - \delta_0}\right)^s \left(\frac{\delta^* - \delta_0}{\delta_1 - \delta_0}\right)^{n-s} \quad (17)$$

여기서, α 는 비례한다는 것을 나타낸다.

식(15), (17)과 베이스의 식을 이용하여 균열발생 확률은 다음과 같이 갱신될 수 있다.

$$p\left(\frac{\delta_1 - \delta^*}{\delta_1 - \delta_0} \mid s, n\right) \propto \left(\frac{\delta_1 - \delta^*}{\delta_1 - \delta_0}\right)^s \left(\frac{\delta^* - \delta_0}{\delta_1 - \delta_0}\right)^{n-s} \left(\frac{1}{\delta_1 - \delta_0}\right) \\ \propto \left(\frac{\delta_1 - \delta^*}{\delta_1 - \delta_0}\right)^s \left(\frac{\delta^* - \delta_0}{\delta_1 - \delta_0}\right)^{n-s} \quad (18)$$

식(18)은 n 개의 UCP 로부터 s 개의 균열이 관측될 경우의 확률밀도를 나타내고 부가적으로 m 개의 UCP 로부터 t 개의 균열이 관측될 경우 계속해서 식(19)와 같이 갱신된다. 이때 식(18)는 위의 식(14)와 동일한 역할을 한다.

$$p\left(\frac{\delta_1 - \delta^*}{\delta_1 - \delta_0} \mid s, n, t, m\right) \propto \left(\frac{\delta_1 - \delta^*}{\delta_1 - \delta_0}\right)^{s+t} \left(\frac{\delta^* - \delta_0}{\delta_1 - \delta_0}\right)^{n+m-s-t} \quad (19)$$

5. 실험

이 실험을 위하여 초점지름 0.3mm, 렌즈의 초점길이 100mm, 최대출력 350W 인 Nd:YAG 레이저를 사용하였고 보조가스는 질소 8bar 를 사용하였다.

두께 1mm 인 시편의 물성치는 Table 1 과 같고 시편의 모양은 Fig. 8 과 같다. 정상상태 시 균열의 발생을 관측하기 위하여 시편의 3cm 이후부터 8cm 까지 5cm 구간을 측정하였고 측정 기구는 분해능이 0.005mm 인 공기현미경을 사용하였다.

Table 1 Properties of Alumina

	Properties	value
Mechanical Properties	Alumina Content	96 %
	Bulk Density	3.8
	Water Absorption	0 %
	Bending Strength	3,000 kg/cm ²
	Compressive Strength	20,000 kg/cm ²
	Young's Modulus	3.05 × 10 ⁴ kg/cm ²
Thermal Properties	Linear Expansion Coeff. at 25-400 °C	7.1 × 10 ⁻⁴ °C
	at 25-800 °C	8.2 × 10 ⁻⁴ °C
	Heat Conductivity(25 °C)	0.55 cal/cm sec °C
	Specific Heat (25 °C)	0.185 cal/g °C

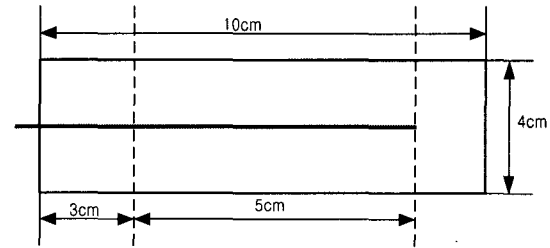


Fig. 8 Schematic of Specimen

먼저 Table 2 와 같이 레이저출력 350W 에서 주사속도를 변화시키면서 균열이 발생하는 지점을 찾는다.

Table 2 Machining conditions

레이저출력[W]	350
주사속도[mm/s]	18,18.5,19,19.5,20,20.5,21,21.5,22

위의 조건으로 실험을 수행한 결과 350W, 20.5mm/s 에서 절단이 되었고 균열이 발생하였으므로 결정된 균열발생 임계조건은 출력 350 W, 주사속도 20.5mm/s 이다.

절단전면각 하한선의 분포를 갱신하기 위하여 임계점에서 세번의 실험을 수행하였고 확률모델의 타당성 검증을 위하여 출력을 고정하고, 속도를 변화시켜(21mm/s) 실험을 실시하였다.

6. 실험결과

각 실험(5cm, 100UCP)시 주사속도 20.5 mm/s 에서 균열이 각각 14UCP, 18UCP, 13UCP 씩 발생하였고, 21mm/s 에서 21UCP, 25UCP, 36UCP 씩 발생하였다. 이와 같은 결과를 식(18)와 식(19)을 이용하여 갱신(update) 하였다.

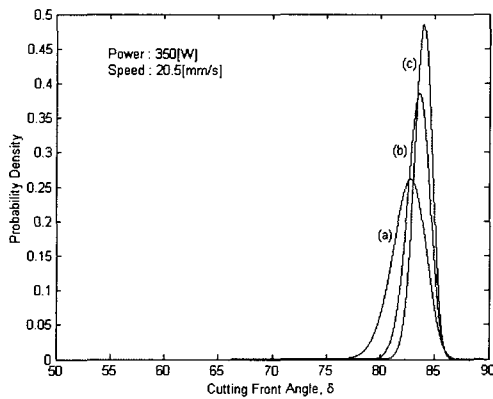


Fig. 9 Probability densities of lower bound of cutting front angles : (a) the updated results from the first experiment, (b) from the second experiment, (c) from the third experiment

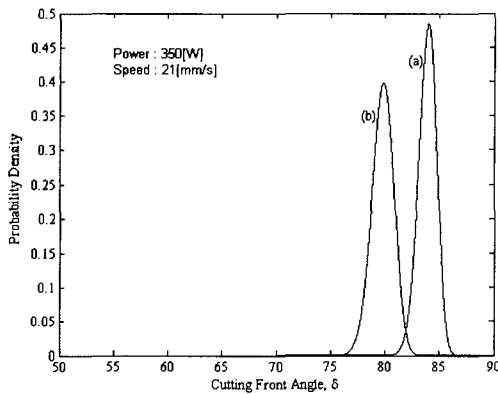


Fig. 10 Probability densities of the lower bound of cutting front angles : (a) cutting speed, 20.5mm/s, (b) 21mm/s

Fig. 9 는 임계점에서 절단전면각의 하한선 이 갱신되는 과정을 나타낸 그림이다. 실험이 반복됨 에 따라 절단전면각이 각각 82°, 83°, 84° 로 갱 신되어 추정 되는 것을 볼 수 있고, 따라서 본 확

률모델링 결과에 의하면 레이저 절단시 이미 언급 한 불확실한 요인에 의하여 절단전면이 84° 이상 으로 형성되면 균열이 발생하게 됨을 알 수 있다. 이때 갱신시 확률 밀도의 증가는 절단전면각과 균 열발생의 관계를 입증하는 것이다.

Fig. 10 은 레이저 출력 350w, 주사속도 20.5 mm/s 와 21mm/s 시 각각의 모델을 3 회 갱신한 결 과를 비교한 그림이다. 주사속도의 증가 시(21 mm/s) 절단전면각의 하한선이 79° 로 감소하였다. 속도변화에 따른 절단전면각의 변화를 Cai^[12] 의 에너지 균형에 의한 시뮬레이션과 비교한 결과 시뮬레이션시 동일 출력(350W)에서 20.5mm/s 시 79.9°, 21mm/s 시 79.3° 의 절단면이 형성되어, 시뮬레이션과 확률모델링의 결과가 동일한 경향을 나타내었다.

7. 결론

알루미늄의 레이저 가공 시 균열 발생 임계점 은 레이저 출력과 주사속도에 의해 결정되지만 결 정된 임계점 근처에서는 재료의 물성치 변화 및 재료의 비등방성, 보조가스 등의 영향이 절단전면 에 변화를 주게 되어, 균열이 불규칙하게 발생계 된다.

본 연구에서는 균열발생 시의 불확실한 물리 적인 현상을 설명하기 위하여 임계선상에서 베이 지안 매개변수 모델링을 이용하였고 균열과 비균 열을 지시하는 0-1 타입의 확률변수를 사용하였다.

확률모델링결과 실험데이터를 추가하여 모델 이 갱신될 때마다 균열이 발생하기 시작하는 임계 절단전면각의 값의 확률분포범위가 축소되었고 확 률밀도 값이 증가하여 제시된 모델의 유용성을 보 였다.

또 주사속도의 증가에 따라 균열의 발생 횟수 가 증가하였고 확률모델에 의한 절단전면각은 감 소하였다. 특히, 속도증가 시 확률모델링에 의해 추론된 절단전면각이 감소하여 에너지균형을 이용 한 레이저절단 시뮬레이션 결과와 동일한 경향을 나타내었으므로, 본 모델이 물리적으로도 타당함 이 입증되었다.

참고문헌

1. G.. Spur, I. Sabotka, T. H. Tio and U. E. Wunsch,

- “Überblick über trennende fertigungsverfahren zur hartbearbeitung von keramiken, Fachblatt für Metallbearbeitung,” 64(4), p311, 1987.
2. R. N. Smith, R. P. Suprenant and D. A. Kaminski, “Fracture characteristics of an aluminum oxide ceramic during continuous wave carbon dioxide laser cutting,” ICALEO, pp. 337-347, 1991.
 3. J. Glass, H. P. Groger, R. J. Churdhill, J. W. Lindau and T. E. Diller, “Heat transfer in metallic glasses during laser cutting,” HTD-Vol.113, Heat Transfer in Mfg and Materials Processing, 1989 Natl Heat Transfer Conf., pp. 31-38, 1989.
 4. K. Li and P. Sheng, “Plane Stress Model for Fracture of Ceramics during Laser Cutting,” Int. J. Mach. Tools Manufact. Vol.35, No. 11, pp.1493 -1506, 1995.
 5. G. Lu, E. Siores, and B. Wang, “An empirical equation for crack formation in the laser cutting of ceramic plates,” Journal of Materials Processing Technology, pp. 154-158, 1999.
 6. L. Hector, Jr. and R.B. Hetnarski, “Thermal Stresses in Materials due to Laser Heating,” Mechanics and Mathematical Methods Vol.4 Thermal Stresses IV, Elsevier, pp. 453-526, 1996.
 7. B. S. Yilbas, et al., “Laser-induced thermal stresses on steel surface,” Optics and lasers in engineering 30, pp. 25-37, 1998.
 8. G. Lu, A. Kotousov and E. Siores, “Elementary mathematical theory of thermal stresses and fracture during welding and cutting,” Journal of Materials Processing Technology, pp. 298-302, 1999.
 9. G. Chryssolouris, “Laser Machining Theory and Practice,” Springer-Verlag, 1991.
 10. P. Pietro and Y.L.Yao, “A Numerical Investigation into Cutting Front Mobility in CO₂ Laser Cutting,” Int. J. Mach. Tools Manufact. Vol. 35, pp. 673-688, 1995.
 11. R. E. Barlow and M. B. Medel “de Finetti-type Representation for Life Distributions,” JASA, Vol. 87, No. 420, 1992.
 12. L. Cai, “Model-Based Process Planning for Laser Cutting,” Ph.D. dissertation California at Berkeley, 1996.
 13. I. Belic, “A Method to Determine the Parameters of Laser Cutting,” Optics and Laser Technology, V21, pp. 277-278, 1989.
 14. G. Chryssolouris and W. Choi, “Theoretical Aspects of Laser Grooving,” Proc. 14th Conf. on Production Research and Technology, pp. 323-331, 1987.
 15. P. Sheng and G.. Chryssolouris, “Theoretical Model of Laser Grooving for Composite Materials,” Journal of Composite Materials, Vol. 29, pp. 96-112, 1995.
 16. S. Biyikli, and M. Modest, “Beam Expansion and Focusing Effects on Evaporative Laser Cutting,” ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 110, No. 2, pp. 529-532, 1988.
 17. H. Abakians. and M.F. Modest, “Evaporative Cutting of a Semitransparent Body with a Moving CW laser,” Journal of Heat Transfer-Transactions of the ASME, V110, N4A: pp.924-930, 1988.
 18. 이성환, “정밀 레이저 디버링을 위한 AE 피드백,” 한국정밀공학회지, pp. 186-193, 1999.
 19. I. Park, “Modeling of Burr Formation Processes in Metal Cutting,” Ph. D. dissertation, Univ. of California, Berkeley, 1996.