韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2002, 8. 제 41권, 제 2호, 173-187.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
Aug. 2002, Vol. 41, No. 2, 173-187.

"이해만 됐다면 수학은..."

-어느 초등 교사의 이해 중심의 수학지도-

조 정 수 (영남대학교)

I. 서 론

과거로부터 지금까지 수학에 대한 이해 증진이라는 목적은 항상 중심적 논의의 대상이었다. Brownell은 행동주의가 주장하던 반복-연습에 의한 수학 학습의 폐단을 지적하면서 이미 반세기 전에 유의미한 수학 학습을 주장하였다. 그는 수학적인 개념과 절차에 대한 적절한 이해는 새로운 상황에 직면한 학습자에게 그들의 지식을 보다 잘 적용하도록 해준다고 하면서 수학에서의 이해를 강조하였다(Resnick & Ford, 1981).

지식을 각 개인의 인지적 구조라는 인지 심리학적 관점에서 볼 때, 수학을 알고 이해한다는 것은 적절한 지식 구조를 형성하는 것을 말한다(Putnam, Lampert, & Peterson, 1990). 이 관점에 의하면, 이해라는 현상은 5가지의 인지적 측면으로 분류 가능하다: (1) 이해를 표상 활동으로 간주하는 것으로, 수학을 이해한다는 것은 수학적 아이디어를 표상하는 내면화된 강력한 기호 체계를 통해서 이들을 자유자재로 사용하는 것을 말한다; (2) 이해란 지식의 구조라는 관점으로, 수학을 이해한다는 뜻은 개인이 적절한 지식 구조를 구성하였는가를 말하는 것이다; (3) 이해를 지식 유형들 사이의 관계로써 보는 관점으로, 수학을 이해한다는 것은 개념적 지식과 절차적 지식, 그리고 학교에서 가르치는 형식적, 상징적 수학 지식과 학교 밖에서 학습하게 되는 수학 지식 사이의 관계를 형성하는 것이다; (4) 학습을 지식의 능동적 구성으로 보는 관점으로, 수학에서의 이해는 새로운 정보를 기존의 인지 구조로 통합하여 자신의 인지 구조를 적극적으로 재조직하는 것이다; 그리고 (5) 이해를 상황화된 인지라고 보는 관점으로, 인지는 물리적, 사회적 맥락 내에서 상호작용적으로 자리 매김을 하는 것이다.

Hiebert 등(1996)도 학교 수학지도의 목적을 수학의 이해에 두고 있다. 이들은 수학적 이해를 두 가지 다른 관점인 기능적 관점과 구조적 관점으로 구분하고 있다. 기능적 관점에서는 이해는 수학을 실천하는 사람들의 집단 활동에 참여하는 것을 말한다. 즉, 이해란 수학적 지식을 사용하여 사람들과의 활동에 아무런 문제없이 참여하는 것이다. 이 기능적 관점은 특히 교실에서의 활동에 초점을 두고 있다. 그래서 이해라는 것을 교실에서의 여러 사람에 의한 공동 활동에 기여하고 참여하는 방식으로 정의한다. 반면 구조적 관점에 따르면, 이해는 정보들 사이의 관계를 구성하면서 지식을 내적으로 표상하고 조직하는 것이다. 기능적 관점이 교실에서의 활동에 초점을 두고 있다면, 이 구조적 관점은 이러한 교실 활동으로부터 학생들이 어떤 인지적 결과물을 얻게 되는지에 초점을 두고 있다.

지금까지 살펴본 여러 학자들의 견해는 학교 수학에서 이해에 바탕을 둔 수학 지도를 강조하고 있음을 알 수 있다. Hiebert 등(1996)의 주장처럼 수학 교실에서의 활동이 이해를 위해서 중요하다고 하면, 어떤 교실 활동이 수학에서의 이해를 증진시키는 것일까? 본 연구는 문화기술 연구법을 적용하여 초등학교 수학교실에서의 교수, 학습 활동과 그 교사의 수학적 이해에 대한 신념과의 관계 파악을 통하여 이 질문에 대한 부분적 해답을 제시하고자 한다.

II. 수학교사의 신념과 문화기술 연구법

수학교실에서의 교수, 학습의 차이는 교사의 수학 및

* 2002년 1월 투고, 2002년 6월 심사 완료.
* ZDM분류 : B59
* MSC2000분류 : 97C70
* 주제어 : 숙련된 지식, 교사의 신념, 이해 중심의 수학지도.

수학의 교수와 학습에 대한 신념에서 비롯된다고 한다(Ernest, 1989; Thompson, 1992). Nickson(1992)도 수학 교실에서 일어나는 교사와 학생간의 상호작용의 질은 수학에 대한 교사의 믿음에 좌우된다고 했고, Ernest(1989)도 같은 견해를 제시하였는데 그는 수학의 본질에 대한 교사의 신념이 수학의 교수와 학습 모델 설정의 기초가 된다고 하였다. 그러면 신념은 무엇이라서 이처럼 교실에서 일어나는 교수-학습의 행동을 좌우하는 것일까?

신념은 개인이 세상을 이해하는 독특한 방식이다(Green, 1971). 신념은 보편적이기보다는 아주 개인적이어서 설득이나 과학적 증거에 의해서 좀처럼 영향을 받지 않는다고 한다(Rokeach, 1968). Nespor(1987)는 신념은 이전의 경험에 대한 인상적 기억에 의해서 형성된다고 주장하고 있다. 또한 개인의 신념은 적합성과 타당성에 대한 사람들의 동의나 인정이 필요 없는 것이라고 한다. 그리고 개인의 신념은 내적 일관성이 부족해서 각 개인은 상황에 따라 서로 다른 신념을 가질 수도 있다. 이러한 신념사이의 불일치는 그 개인 자신조차도 인식하지 못하는 경우가 많다. 따라서, 수학의 교수 및 교수-학습에 대한 신념도 지극히 개인적이며 상당한 교직 경력에 의해 형성되어지기 때문에 변화하기 어렵고 또한 상황에 따른 일관성이 부족한 경우도 생기게 된다. 이렇게 형성된 교사의 신념은 그 교사가 교수-학습 활동을 이해하는 독특한 방식을 제공하며 교실에서의 지도 활동을 관장하게 된다고 본다.

문화기술 연구법은 문화를 기술하는 작업이다(Spradley, 1979). 이 문화를 기술하는 활동의 핵심은 연구 참여자의 관점으로부터 세상을 봄으로써 삶의 다른 방식을 이해하는 것이다. 이 연구 관점의 핵심은 연구자가 이해하려고 하는 사람들과 관련해서 발생하는 사건과 그 사건들 속에서의 그들의 행위에 부여되는 의미를 파악하는 것이다.

문화기술 연구가 전통적으로는 어떤 공동체나 사회 전체의 문화를 서술하는 것으로 생각되어져 왔지만, 관습에 의해서 사회적 관계가 조절되는 어떤 작은 집단의 사람들에 의한 대화와 행동에 대한 서술에도 적용 가능하다. 예를 들면, Erickson(1973)은 연구 범위와 장소에 대해서 약간의 조정만 한다면, 문화기술 연구법은 교실과 학교에 대해서도 아주 적합한 연구법이라고 주장하였다. LeCompte, Preissle & Tesch(1993)에 따르면, 교육을 연구 주제로 하는 문화기술 연구자들은 교수와 학습의 과정에 대해서, 관찰된 상호작용 패턴의 의도된 또는 비의도된 영향에 대해서, 교육적 활동의 주체인 학부모, 교사, 학생들 사이의 관계에 대해서, 그리고 교수와 학습이 일어나는 사회-문화적 상황에 대해서 연구의 초점을 두고 있다고 한다. 따라서, 본 연구에서는 한 초등학교 수학 교실에서 일어나는 교사와 학생들에 의한 교수와 학습 활동의 본질을 교사의 "이해 중심의 수학지도"라는 신념을 통해서 파악하고자 하였다. 이를 위하여 의식적 신념이든 무의식적 신념이든 그 사람의 신념은 행동과 말에 대한 관찰자의 추론에 의해서만 알 수 있으므로(Rokeach, 1968) 연구 현장에서의 참여관찰과 인터뷰에 의해 수집된 교사와 학생의 말과 행동을 분석하고 이를 바탕으로 연구자 입장에서의 교실활동에 대한 생생하고 깊이 있는 서술을 가능하게 하는 문화기술 연구법을 사용하였다.

III. 교사 선정과 자료 수집 및 분석 방법

본 연구에서는 한 명의 초등학교 교사를 연구 참여자로 선정하였다. 이러한 선정을 하게 된 배경은 Wolcott(1992)의 권고에 의해서 였다. 그는 여러 연구 참여자를 동시에 연구하는 것은, 특히 초보연구자의 경우, 연구 문제에 대한 탐구의 초점을 흐리게 할 뿐만 아니라 깊이 있는 연구를 못한다고 하였다. 더군다나 문화기술 연구에서는 그 교실 문화의 일원으로 받아들여지기 위해서는 교사와 그 학생들과의 솔직하고 믿음 있는 인간 관계의 형성이 본 연구 성패의 제일 중요한 요건이라고 판단하여 한 명의 교사를 선정하게 되었다.

본 연구의 참여자인 이선생은 그 당시 초등학교 3학년 담임이었고 교대에서 수학을 심화과정(교양수학을 비롯하여 집합론, 선형대수학, 해석학 I, II, 기하학, 확률·통계학, 위상수학을 이수)으로 공부한 33세의 남자 교사였으며, 10년의 교사 경력을 가지고 있었다. 인천 지역 초등수학교사 연구회에서 7년째 활동하고 있었고 그 지역 교육청에서 주관하는 수학 관련 행사(예: 여름 수학캠프 진행 교사, 연구 수업 심사위원 등)에 관여하고 있었다. 이러한 활동으로 인하여 그 학교의 동료 교사들과

교장, 교감에 의해 수학을 잘 가르치는 교사로 인정을 받고 있었으며 수학교과에 관련된 대부분의 연수에 학교 대표 교사로 참석하여 전달 연수를 담당하고 있었다.

이선생의 반에는 남자 24명과 여자 21명, 총 45명의 학생들이 있었는데 학교가 인천의 공단 지역에 위치한 관계로 대부분 근처 공단의 근로자 가정 출신이었다. 이러한 가정 환경으로 인하여 많은 학부모들은 자녀 교육에 무관심하였고 많은 학생들이 집 열쇠를 가지고 학교를 다니고 있었다.

본 연구에서는 세 가지의 주된 자료가 수집되었다. 첫 번째 자료는 수학 교실의 교수-학습활동에 대한 비디오 녹화를 겸한 참여관찰이었고, 두 번째 자료는 수업 중간의 노는 시간이나 방과 후 또는 교사 모임 등에 있었던 비형식적이며 대화식의 인터뷰와 방학중에 있었던 녹음된 형식적 인터뷰 자료, 그리고 세 번째 자료는 학생들의 과제물, 시험지, 생활기록부, 교육과정 운영지침 등 이선생과 학생들 및 학교에 대한 다양한 공식 문서들이었다. 이러한 자료들은 1999년 5월 중순부터 8월 말까지의 기간에 걸쳐 수집되어졌다.

이렇게 수집된 자료는 연구 수행 도중에 있었던 분석과 연구 종료 후에 있었던 분석 두 가지 단계를 걸쳐서 분석되어졌다(Bogdan & Biklen, 1992). 연구 수행 과정 중에 이루어졌던 자료 분석은 기존에 수집된 자료를 바탕으로 보다 나은 새로운 어떤 자료를 어떻게 수집해야 하는지를 연구자가 결정하도록 하는 진행적 과정으로 이루어졌다(Miles & Huberman, 1994). 비디오 녹화를 겸한 참여관찰, 인터뷰 자료, 그리고 문서를 컴퓨터를 이용하여 워드 작업을 한 다음 페이지 번호와 우측 여백이 넓은 양식으로 프린트하였다. 프린트된 모든 자료를 읽으면서 문단이나 줄별로 코드를 붙였다. 이 코드는 주로 문단이나 줄에 있는 단어나 문구를 그대로 사용하여 생생함을 전달하고자 하였다. 이 코딩 작업을 마친 다음에는 자료의 전체적인 개요를 파악하기 위하여 수집된 자료에 대하여 매주 한 페이지 정도의 요약서와 코드표, 그리고 코드 사이의 관계를 알아보기 위하여 다이어그램을 그렸다. 이 과정으로부터 약 10개 이상의 수학의 교수-학습 활동에 대한 이선생의 신념과 교실 규범, 상호작용 패턴에 대한 주제를 찾을 수 있었다. 이 주제들을 다시 여러 다양한 자료들(예: 참여관찰록, 인터뷰 녹취록, 수업 비디오 녹취록, 문서 등)에 의해서 동시에 입증되는지를 삼각 검증하였다. 이 검증 과정을 통하여 최종적으로 '행동은 질서 있게 생각은 자유롭게', '이해 중심의 수학지도', '조작활동과 게임', '담화 중심의 수업지도', '수학적 과제,' 그리고 '교사로서의 전문성 계발'이라는 6개의 주제를 결정하였으며, 본 연구에서 제시하고 있는 결과는 이 주제들 중의 하나인 '이해 중심의 수학지도'에 관한 것이다.

IV. 이해 중심의 수학지도

'이해 중심의 수학지도'는 수학의 교수와 학습에 대한 이선생의 핵심적 신념이었다. 일단 학급 운영을 위한 교실 규율이 어느 정도 잡히자, 이선생은 수학의 개념, 알고리즘, 절차, 그리고 규칙에 대한 학생들의 이해를 크게 강조하였다. 결국 이러한 것에 대한 이해의 계발은 바로 그의 수학 지도의 목적이 되었다.

이선생은 수학이란 위계적으로 구성되어 있으며 여러 학문들이 서로 얽혀서 하나의 통합된 지식체를 이루는 학문이라고 말했다. 수학에 대한 이러한 신념과 교실에서의 그의 수학 지도 관행사이의 관계에 대해 좀 더 심도 있게 질문하자 이선생은 "사실... 수학이 무엇인지 잘 모르겠어. 그 문제에 대해서 심각하게 생각해보지 않았거든..."라고 대답했다. 이 진술은 수학이라는 학문에 대한 관념과 이해 중심의 수학지도에 대한 그의 신념과는 별 상관없는 것이리라고 결론을 내렸다. 사실 수학의 지도에 대한 그의 신념은 어린 시절 학교에서의 경험에 큰 영향을 받은 것이었다.

다음의 인용문은 어느 날 오후 이선생의 교실에서 세 명의 신임교사와 나눈 대화에서 나온 것이다. 출신 교대는 다르지만 세 명의 교사 모두 교대에서 수학을 심화과정으로 공부했다고 한다. 이들은 이선생과 초임교사로서의 좌절과 난관, 그리고 지도 방법에 대해 자주 대화를 나눈다고 했다. 이들과의 대화에서 이선생은 학교 다닐 때 수학을 이해하려고 얼마나 노력을 했는지, 그리고 수학을 "이해한다"는 것이 얼마나 중요한지를 말했다.

> 고등학교 다닐 때 수학 문제를 이해하려고 정말 노력을 많이 했지만, 무슨 일인지 풀 수가 없었

어. 심지어 답안지를 옆에 놓고서도 이해를 할 수가 없었지. 그런데 이제 와서 생각해 보니까 그때는 이해를 한 것이 아니라 내가 암기한 공식이나 알고리즘을 사용해서 문제를 푼 것이었어. 그러니 이런 공식이 직접적으로 적용되지 않는 문제는 풀 수가 없었던 게 당연하지... (대화녹취, 6/22)

수학에서 이해의 중요성을 깨닫게 된 것은 대학에 와서라고 했다. 대부분의 대학생들이 지금도 과외를 하듯이 이선생도 4년 이상 초등학생부터 고등학생까지 수학을 지도하면서 자신의 고등학교 시절의 수학 학습에 대해 생각해 볼 많은 기회를 가지게 되었다. 이 과외 경험을 통해서 그는 왜 그가 수학을 이해하지 못했었는지를 알게 되었다.

내가 가르치는 입장이 되니까 공식을 암기하고 이것을 적용해서 문제를 푸는 것은 아무 소용이 없었어. 오히려 그러한 공식이나 정리, 알고리즘에 대한 이해가 먼저 필요했어. 일단 이해가 되고 나니까 고등학교 때 그렇게 어렵게 느껴졌던 것들이 너무나 깨끗하게 이해됐어. (대화녹취, 6/22)

끝없는 반복 연습을 통한 기계적 문제 풀이 능력을 키우는 것은 적절한 수학 학습이라고 할 수 없다고 이선생은 믿고 있었다. 그는 학생들의 정답 개수에는 관심이 없었고 얼마나 그 문제를 이해하고 풀었는지에 중요성을 두고 있었다.

수학에서 필요한 기본적인 공식, 규칙, 알고리즘, 또는 절차 등에 익숙하기 위해 암기가 필요하다는 점은 나도 인정해. 그러나 이러한 것들을 내 수학 수업에서는 강조하진 않아. 내 경험에 의하면, 학생들은 문제는 이해하지 못하면서도 답은 구하더라고. 이런 식의 수학 공부는 백 날 해 봐야 허사란 걸 경험으로 알았지. 결국 수학 공부의 필수는 이해라고 생각해. (대화녹취, 7/26)

이러한 인용문에서 알 수 있듯이 '이해 중심의 수학지도'라는 이선생의 신념은 수학 학습자로서의 자신의 경험과 과외 경험에 의한 것이라고 짐작된다.

이선생의 수학의 지도와 학습에 있어서 이해 중심이란 신념은 '학생 각자의 방법에 의한 이해', '학생들의 일상적 경험을 활용', '학생들에 의한 수업 목표의 진술', '개념과 절차의 이해 계발', '과정 중심의 수학지도'라는 측면에서 실천되고 있었다. 이 다섯 가지의 주제들 중에서 학생 중심의 수업 활동에서 이선생의 수학 및 수학의 교수-학습에 대한 신념이 잘 예시되었다고 판단되는 세 가지 주제인 '학생 각자의 방법에 의한 이해', '학생들의 일상적 경험을 활용', 그리고 '학생들에 의한 수업 목표의 진술'에 대한 교실 수업활동을 기술하려고 한다.

A. 학생 각자의 방법에 의한 이해

이선생은 학생들 나름대로의 독특한 방법에 의한 수학 이해를 강조하였는데, 심지어 기이한 방법에 의한 이해일지라도 그의 수학 교실에서는 가치 있는 것으로 인정했다. 따라서 그는 학생들에게 각자 나름대로의 수학에 대한 이해를 계속해서 주지시켰다.

내 생각에는 우리나라의 교육이 개인의 특성을 무시한 통일성을 지나치게 강조하고 있다고 생각해. 예를 들면, 학생들한테 집을 그려보라고 하면 창문이나 지붕 모양까지도 똑같아. 아마 우리 교사들이 "집이란 이렇게 생긴 것이다."라고 가르치고 있다고 본다. 비록 학생들은 마음속에 수많은 집 모양을 상상하지만 교사는 그러한 집 모양을 통일시켜 버리지. 난 이러한 사고의 통일성을 깨고 내 학생들이 자유롭게 생각하도록 가르치고 있어. 수학 수업을 할 때, 시간만 나면 수학에서는 이해와 해답이 많다는 점을 강조해. 내 교실에서 가장 중요한 가치는 그들 자신의 사고와 이해의 방법임을 인식시키고 있어. (인터뷰녹취, 8/1)

이선생의 '학생 각자의 방법에 의한 이해'는 단지 수학 수업에서만 학생들에게 전달되고 있지 않음을 수업 관찰을 통해 쉽게 알 수 있었다. 그가 가르치는 모든 과목에서 자신의 이러한 신념을 항상 표현했다. 이런 이유에서 이선생은 학생들이 교과에 대한 학습과 관련해서

무엇인가를 하려고 하면서 자신의 허락을 구하는 것을 좋아하지 않았다.

> 자기 스스로 생각한 것이 최고니까 다른 사람이 해 놓은 것을 그대로 옮겨 놓지 말라고 항상 학생들에게 말하지. 그런데도 얘들은 계속 "이렇게 써도 돼요?" 또는 "이렇게 그려도 돼요?"라고 물어. 이런 허락을 구할 때가 참 괴로워... (인터뷰녹취, 8/1)

다른 교과에서도 그렇지만 '학생 각자의 방법에 의한 이해'라는 이선생의 교수-학습에 대한 신념은 수학 수업에서 가장 잘 나타났다. 그의 교실에서는 학생 스스로의 이해 방법을 수학적 지식에 대한 타당한 입증으로 받아들여졌다. 이선생은 이러한 그의 신념에 따라 수학에서는 여러 가지 방법에 의해서 정답을 구할 수 있다는 점을 학생들에게 인식시키려고 했다. 하지만 수학의 교수와 학습에 대한 이선생의 이 신념은 수학이라는 학문이 하나의 정답을 가진 통합된 학문이라는 그의 수학 자체에 대한 신념과는 상반되는 것이었다. 신념들 사이의 이러한 불일치가 발생한 이유는 아마도 학생들 각자의 이해 방법을 중시하는 신념이 수학 자체에 대한 신념보다 더 중심적이기 때문이라고 보아진다. 중심적이며 핵심적 신념과 그 주변 신념들과의 불일치는 신념의 구조를 논의한 글에서 잘 지적되어 있다(Green, 1971).

수학 수업에서 학생들 각자의 이해 방법에 대한 그의 신념을 실천하기 위해서, 이선생은 학생들에게 이해를 위한 개인적 노력을 강조하였다. 아래의 녹취는 이해를 위한 적극적인 개인적 노력을 강조하는 이선생의 신념을 잘 반영해 주고 있다. 수학 수업시간이었고 학생들에게 교과서와 익힘책의 연습 문제를 풀도록 했다. 학생들이 문제를 풀기 전에, 이선생은 다음과 같이 말했다.

> 너희들이 분명하게 이해할 때까지 문제를 물고 늘어지란 말이야! 잘 모르면 옆에 사람한테 묻고. 잘 이해 안 된다고 그냥 넘어가지 말고. 여기 있는 문제들 중에서 이해해서 푼다면 한 문제만 풀어도 괜찮아... 자기가 이해될 때까지 반드시 풀어야 해. (수업관찰 녹취, 7/14)

학생 각자의 방식에 의한 이해를 가치 있게 여기는 이선생은 학생들이 아이디어나 생각을 표현할 때, 수학적으로 엄밀한 형식성을 요구하지는 않았다. 몇 해 전 6학년 수학 경시반 학생들을 지도할 때의 경험은 이선생에게 이러한 수학적 형식성의 요구가 불필요함을 깨닫도록 했다. 이 경시반에서는 비정형의 많은 연습문제를 다루고 있었다. 그런데 가끔 이선생도 이런 문제를 풀지 못했는데 학생들은 푸는 경우가 있었다고 한다.

> 그 학생들이 그런 문제를 푸는 것을 보고 너무 놀랬지. 그래서 물어 봤어 어떻게 이해했는지. 놀라운 것은 공식 같은 것은 하나도 사용하지 않고 시행착오식으로 풀더라구. 나와 그 학생들의 차이점은 나는 어떤 표준화된 수학적 방법을 생각해 내려고 하다보니 문제를 풀 수가 없었던 거야. 이들과 함께 하면서 내가 경험한 것은 학생들이 수학문제를 풀 때, 어떤 공식이나 정리를 사용하지 않은 채 그들 나름대로의 방식으로 풀고 이해한다는 사실이었어. 그래서 지금도 학생들에게 풀이 방법을 물어보고서 내가 그것을 이해한다면 언제든지 타당한 입증으로 인정을 해주고 있어. (대화녹취, 7/14)

아래의 에피소드는 한 학생이 이선생에게 질문한 상황을 이용하여 학급에게 자신의 신념인 '학생 각자의 방법에 의한 이해'의 중요성을 인식시키고 있었다. 이선생과 학급은 두 길이 사이의 차를 구하는 방법에 대해 논의를 하고 있었고, 문제는 다음과 같다(아래의 모든 인용문에 제시된 학생들의 이름은 가명임):

> 가) 4 cm 6 mm = 46 mm
> 나) 4 cm 8 mm = 48 mm
> 이선생: 자, 이 두 길이의 차를 구하려고 해. [8명 정도의 학생들이 칠판에 문제를 풀려고 손을 들었고 이선생은 그 중 2명을 호명했다.] 우종이하고 민지하고 칠판에 나와서 풀어봐. 그리고 나머지 사람들은 공책에 풀어보고.

두 학생은 칠판에서 문제 풀이를 시작했고 이선생

은 교실을 순회하면서 학생들의 풀이를 관찰하고 있었다. 준호가 이선생에게 질문을 했다.

준호: 선생님, 세로로 풀어도 돼요?

이선생: 가로로 풀든 세로로 풀든 상관이 없어. [전체 학생들을 둘러보면서] 내가 항상 말했지 "이런 식으로 해야돼요 아니면 저런 식으로 해야돼요?"라고 묻는 것은 좋은 것이 아니라고. 너희들 각자가 이해하는 방식으로 문제를 푸는 것이 가장 중요한 거야. (수업관찰녹취, 6/22)

다음 에피소드를 보면, 수동이가 경과 시간을 구하는 문제를 칠판에 풀었고, 칠판에서 자신의 풀이를 설명하고 있었다.

$$\begin{array}{rrr} & 3\text{ 시간} & 20\text{ 분} \\ - & & 50\text{ 분} \\ \hline & 2\text{ 시간} & 30\text{ 분} \end{array}$$

수동: 3시간 20분에서 50분을 빼면 2시간 30분입니다.

이선생: 질문 있는 사람? [민정이가 손을 들었고 이선생은 민정을 호명했다.] 민정이?

민정: [자리에서 일어나서] 3시간 20분의 20에서 어떻게 50을 뺄 수 있습니까? 뺄 수가 없는데...

수동: 3시간에서 1시간을 빌려와서 60을 더했습니다. 그런 다음 빼기를 했습니다.

민정이는 다시 이선생의 허락을 받고서 일어나서 질문했다.

민정: 제 생각에는 1시간을 빌려왔다면, 20분 위에다 60을 적어두는 게 더 좋다고 생각합니다. 그러면 실수를 안 할 수 있어서요.

이선생은 민정의 질문을 요약하고 강조하면서 학급을 향해서 질문을 던졌다.

이선생: 60분을 여기 위에 적는 것과 적지 않고 바로 뺄셈을 하는 것에 대해 어떻게 생각해? 어느 것이 더 좋을까?

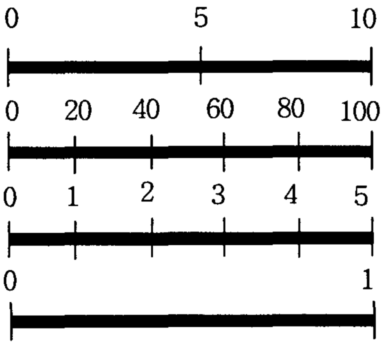
학생들: [서로 다른 반응을 보이면서] 위에 적는거요. 또는 안 적어도 괜찮아요.

이선생: [웃으면서] 60분을 20위에 적지 않고서 계산이 가능한 사람은 그렇게 해도 괜찮아. 그런데 실수를 안 하려고 위에 적어 놓고서 계산을 해도 역시 괜찮아. 그래서 규칙이란 게 없어. 중요한 것은 너희들이 이해할 수 있는 방법으로 해야 하는 거야. (수업관찰녹취, 6/24)

민정이의 질문과 제언은 두 방법을 비교할 수 있는 좋은 기회가 되었다. 이선생은 어느 방법이 좋다는 식으로 자신의 지식을 전달하지 않았다. 그 이유는 학생 각자 이해하는 방법이 다르며 그들 스스로 어느 방법이 더 유용한지 알아야 한다는 자신의 신념 때문이라고 판단되었다.

학생 각자 나름대로의 이해 방법을 중시하는 자신의 신념에 기초하여 이선생은 이 신념을 위한 교실 규범을 설정하고 있는 것으로 보였다. 이 규범은 "이미 발표한 내용과 같거나 비슷한 것을 발표하는 것은 가치 있는 것으로 인정받지 못함"이라는 이선생 교실에서의 눈의 띄는 특징이었다. 그는 그의 학생들 각자가 자기 나름대로 생각하고 발표하기를 원했기에, 그의 이러한 생각을 수업 시간에 계속 인식시키고 있었다. 따라서 학생들도 앞의 사람이 발표한 것과 비슷하거나 같은 답이나 입증을 하면 이선생이 좋은 생각으로 인정하지 않는다는 점을 잘 인식하고 있었다.

다음의 에피소드는 수학 수업시간에 이선생이 이 규범을 설정하려고 노력하고 있음을 잘 보여주고 있다. 이선생과 학급은 칠판에 막 수직선을 그렸다. 오늘의 수업은 수직선 위에 분수를 적는 것에 관한 것이었다. 그는 학생들의 수직선에 관한 이전 학년에서의 선행 지식과 수직선에 분수를 적는 새로운 지식을 연결시키려고 노력하고 있었다. 그는 시작점과 끝점이 있는 다음과 같은 수직선을 그렸다.



이선생: 이 수직선에서 차이나는 점은 뭘까? [여러 학생들이 손을 들었다.] 신영이?

신영: [자리에서 일어나서] 시작점과 끝점의 숫자가 다릅니다.

이선생: [신영의 발표를 학급에게 되풀이 해준다. 여전히 손을 들고 있는 8명중에서 하선이를 지적하면서] 하선이?

하선: [자리에서 일어나서] 끝점의 숫자가 다릅니다.

이선생: [하선의 발표를 학급에게 되풀이 해준다. 여전히 손을 들고 있는 학생들 중에서 지은이를 지적하면서] 지은이?

지은: 첫 번째 수직선은 5칸씩 건너뛰고, 두 번째 것은 20칸씩, 그리고 세 번째 것은 한 칸씩 건너뛰고 있습니다.

이선생: [역시 지은의 발표를 학급에게 되풀이 해준다. 그리고 여전히 손을 들고 있는 학생들 중에서 상민이를 지적하면서] 상민이?

상민: 수직선의 끝점의 숫자가 다릅니다.

이선생: [상민의 발표를 학급에게 되풀이 해준다.] 그것은 하선이의 발표 내용과 같고... 또 다른 생각? (수업관찰녹취, 7/1)

이선생은 학생들의 서로 다른 이해 방법에 관심이 있었고 또 이러한 이해를 이끌어내기 위해서 한 가지 질문을 하면 항상 5명 내지 6명의 학생들에게 발표의 기회를 주었다. 이것은 학생들이 자신의 생각을 구체적으로 표현할 수 있는 기회를 주는 것이었다.

하지만 상민이처럼 자신의 생각이 아니라 다른 사람의 발표 내용을 단순히 반복했을 때, 이선생은 그 발표에 대해 관심을 별로 보이지 않은 채 다른 학생을 지명하였다. 이런 경우 이선생은 이 규범 형성을 위해서 "그것은 같은 것이고..."란 말투를 항상 사용하였다.

다음의 에피소드는 학생들이 자신들의 이해나 생각을 발표할 기회를 얻기 위해서 이 규범을 어떻게 인식하고 있는지를 잘 보여주고 있다. 이선생과 학급은 묶음을 이용한 나눗셈 놀이를 하고 있었다. 이선생은 학생들에게 각자 자리에서 일어서서 이선생이 제시하는 두 명, 여섯 명, 또는 여덟 명씩 숫자만큼 짝을 빨리 만들어야 했다. 이 놀이가 끝나고 나서 이선생은 다음과 같은 문제를 학생들에게 던졌다.

이선생: 우리 반의 학생 수를 나타내는 수가 45이고 여기 또 다른 수 8이 있다고 해보자. 이 두 수를 사용해서 문장제 문제를 만들어 보자. 어떤 문제라도 좋아. 지민이?

지민: [자리에서 일어나서] 풍선이 45개가 있는데 8개가 터졌습니다. 몇 개가 남았습니까?

이선생: [지민의 발표 내용을 학급에세 되풀이 해준다.] 지민이는 뺄셈 문제를 만들었네. 누가 또 해 볼 사람?

한진: [손을 높이 들어 올리면서] 저는 다르게 만들었습니다.

이선생: 좋아. 한진이는 어떤 문제를 만들었어?

한진: [자리에서 일어나서] 영수의 필통에는 연필이 45개가 있습니다. 이 연필을 8명의 친구들에게 나누어주려고 합니다. 한 사람에게 몇 개의 연필을 나누어주어야 합니까? (수업관찰녹취, 6/8)

이 에피소드에서 한진이는 그의 발표 내용이 앞의 내용과 다르지 않다면 이선생이 그에게 발표할 기회를 주지 않는다는 것을 잘 알고 있었다. 즉, 한진이는 "각자 나름대로의 이해 방법이 중요하다."라는 이선생의 수학 교실에서의 규범을 잘 알고 그것에 따라 행동하고 있는 걸 볼 수 있었다.

지금까지 살펴본 바에 따르면, 수학의 교수와 학습에

대한 이선생의 핵심 믿음은 수학적 이해를 촉진시키는 것이었다. 이러한 신념을 실천하기 위해서 이선생은 '학생 각자의 방법에 의한 이해 '을 중시하였고, 이러한 신념은 다른 생각이나 이해 방법만이 그의 수학 교실에서 가치 있는 규범으로 나타나고 있었다.

B. 학생들의 일상적 경험을 활용

비록 구체적으로 밝히지는 않았지만 앞에서 언급한 바와 같이 이선생은 수학이란 상호 연결에 의한 하나의 통합된 학문으로 생각하고 있었으며, 또한 수학이란 시간과 공간을 초월한 불변의 진리로 생각하고 있는 듯 했다. 이러한 신념은 그의 수학 지도에도 영향을 미치고 있는 것으로 보였다.

> 수학이 어떻게 변하겠어? 내 생각에는 안 변한다고 봐. 예를 들면, 나눗셈을 하는 방법이 과거에나 지금이나 전혀 변화가 없잖아. 수학에 있는 규칙들은 이렇게 변화가 없기 때문에, 학생들의 수학에 대한 이해를 높이기 위해서 다양한 방법을 사용하고 있어. 학생들의 일상 경험이라든지, 구체적 조작물이라든지, 게임 등등을 사용하는 것은 그러한 이유 때문이야. (대화녹취, 6/7)

'수학은 불변한다.'라는 신념에 따라 이선생은 학생들의 일상적 경험, 구체적 조작물, 또는 게임 등의 사용을 통해서 수학에 대한 이해를 촉진시키려고 했다. 즉, 이러한 것들은 바로 수학적 이해를 향상시키기 위한 일종의 수학 지도를 위한 수단이자 방법이었다. 그에 따르면, 수학 수업의 궁극적 목적은 교과서에 제시되어 있는 가장 표준화된 수학(예: 개념, 절차, 알고리즘, 규칙이나 사실)을 학생들이 이해하도록 하는 것이며, 교사는 그러한 교육과정의 내용을 변화시킬 수는 없다고 했다.' 하지만 그러한 교과서식의 표준화된 수학에 도달하는 방법은 여러 다른 길이 있기 때문에, 학생들의 이해를 향상시킬 수 있는 길이라고 생각된다면 교사로서 언제든지 그 길을 바꾸어서 학생들을 인도하고 있다고 했다.

수학 수업에서 이선생은 이해를 위한 이러한 다른 길로써 학생들의 일상적인 경험을 활용하고 있었다. 수학 교실로 학생들의 경험을 끌어들이는 것은 수업에 대한 홍미를 불러 일으켰고, 수학적 언어와 표상 양식을 그들의 일상적인 경험과 연결짓도록 도와주고 있었다. 또한 이러한 일상적인 경험의 활용은 수학이란 것이 학생들 자신의 일상적인 경험과 무관하지 않다는 사실을 인식시켜 줄 수 있다고 이선생은 믿고 있었다.

> 초등 수학일수록 엄격하고 형식화된 수학을 떠나서 우리들의 생활과 밀접히 연관되어 있는 점을 가르쳐야 된다고 생각해. 초등 학생들에게 수학이란 것이 우리 사회에서 살아가는데 필요한 일상적 지식의 일부분임을 인식하도록 하는 것이 중요하거든. (인터뷰녹취, 8/12)

이선생은 학생들에게 보다 의미 있는 수학 학습 상황을 제공해 주기 위해서 항상 주변의 일상적 경험을 의식적으로 찾으려고 노력한다고 말했다. 의미 있는 학습 상황의 제공과 함께 이선생은 학생들의 흥미를 중요시했고, 이러한 요소들이 결합되어 학생의 이해를 촉진시키고자 하는 그의 독특한 수학 지도법을 만들어낸 듯 하다.

> 수학 수업에 흥미를 가지도록 하려고 학생들의 일상적인 경험을 활용하려고 노력하고 있어. 만약 세 자리수에 대한 덧셈이나 뺄셈을 가르칠 때, 어떤 학생들은 빌려와서 다시 더하거나 빼는 것을 잘 이해 못하는 경우가 많아. 그런데 금액이 다른 가짜 돈을 사용하면 이 개념을 쉽게 이해하더라고. 또 이렇게 하면 돈 계산에 대해서는 모두 잘 알고 있기 때문에 관심도 보이고... (인터뷰녹취, 8/12)

수업 관찰에서도 이선생은 수학적 개념에 대한 학생들의 관심과 이해를 촉진시키려고 그들의 일상적 경험을 일관되게 활용하고 있었다. 다음 에피소드에서 이선생은 학생들의 일상적인 경험을 '거리' 단원에 나오는 킬로미터의 개념과 어떻게 연관지어 지도하는가를 예시하고 있다. 이선생과 학급은 긴 거리를 나타내는 데 킬로미터가 얼마나 편리한지에 대해 막 논의를 끝냈고, 칠판에는 $1000\,m = 1\,km$라고 적혀 있다. 이선생은 3학년 학생들

이 1킬로미터가 얼마의 거리를 나타내는지 모르고 있음을 잘 알고 있었다.

이선생: 우리 학교 운동장을 한 바퀴 돌면 거리가 얼마가 될까?
학생들: [함께 큰 소리로] 이백 미터요!
이선생: 그래. 이백 미터야. 그렇다면 1 킬로미터를 달리려면 운동장을 몇 바퀴 뛰어야 할까?
학생들: 다섯 바퀴! [여러 학생들이 소리쳤고 인아와 정해는 손가락을 펴서 다섯 바퀴를 나타내고 있었다.]
이선생: 맞아. 다섯 바퀴를 돌면 그 거리는 1 킬로미터가 되는 거야. [학생들은 답이 맞은 것을 기뻐하는 듯 "와!"라고 했다.] 다섯 바퀴를 뛰어 본 사람 있어?
은호: [과시하는 듯한 자세로] 전 어떤 날 아홉 바퀴 돌았어요.
이선생: 그래? 아홉 바퀴를 돌았어. 와.... 힘들었겠다.
은호: 뭐 별로요.
이선생: 은호가 운동장을 아홉 바퀴를 돌았다고 하네. 그러면 은호는 얼마의 거리를 달린 걸까? (수업관찰녹취, 6/21)

이 에피소드에서 이선생은 교과서의 순서를 따르지 않고 학생들에게 친숙한 운동장 한 바퀴 뛰는 거리를 사용해서 1킬로미터라는 개념을 도입했다. 게다가 은호의 경험을 활용하여 1킬로미터에 대한 학생들의 거리 감각을 확장시켰다. 이렇게 이선생이 자신들의 일상 경험과 관련된 수학 질문을 던질 때마다 학생들은 반짝이는 호기심으로 수업 참여 의지를 보이는 것을 관찰할 수 있었다.

다음의 수업 에피소드 역시 이선생이 수학을 가르치면서 학생들의 일상 경험을 어떻게 활용하는지를 잘 보여주고 있다. 이 날의 수업 내용은 시간과 분의 덧셈과 뺄셈에 관한 것이었다. 학급은 조금 전 수업 목표에 대해서 막 논의를 마쳤다.

이선생: 자, 오늘은 시간과 분의 덧셈과 뺄셈 계산에 대해서 공부할 거야. 오늘 아침에 몇 시에 일어났는지 아는 사람? [약 30명 정도의 학생들이 너무 쉬운 질문이라는 듯 웃으면서 손을 높이 쳐들었다. 이선생은 이들 중 윤하를 불렀다.]
윤하: [자리에서 일어나서] 7시 20분요.
이선생: 윤하가 언제 일어났다고?
학생들: [다 같이 큰 소리로] 7시 20분!
이선생: 그래, 윤하는 아침에 7시 20분에 일어났어. [여전히 여러 학생들이 손을 들고 있었다.] 자, 손 내리고. 윤하, 그러면 집을 나설 때는 몇 시였는지 기억나?
윤하: 어... 8시 10분요.
이선생: [윤하가 말한 것을 칠판에 적는다.]

일어난 시각:	7시 20분
집을 나선 시각:	8시 10분

이선생: 그러면 윤하는 이 사이에 뭘 했을까?
학생들: [큰 소리로] 아침 먹었어요. 얼굴 씻었어요. 이빨도 닦고...
이선생: 자, 너희들이 말한 것처럼 윤하는 집을 나서기 전까지 많은 일을 했어. 그러면 이런 것들을 하는데 얼마나 걸렸을까? [여러 명의 학생들이 손을 재빨리 들었다.] 정해?
정해: [자리에서 일어나서] 50분요.
이선생: 어떻게 50분이 걸렸다고 생각해? [정해의 설명은 알아들을 수 없을 정도로 소리가 작았다.] 또 다른 사람? 우정이? (수업관찰녹취, 6/24)

전통적 방법처럼 소단원의 시작을 어떤 수학적 개념이나 절차를 전달하기보다는 이선생은 윤하의 일상적인 경험에 대한 질문으로부터 수업을 시작했다. 많은 학생들이 그들의 경험을 발표하고 싶어했다. 윤하가 일어난 시각과 집을 떠난 시각을 말하자 이선생은 아주 단순한 이 상황을 수학적 상황으로 바꾸었다. 일단 일상적 경험에 의한 상황이 수학적 탐구의 상황으로 설정되고 난 후 이선생은 시간의 덧셈과 뺄셈 계산 절차를 찾기 위한 교실 담화(discourse)를 지휘하고 조절하는 역할을 하였다.

C. 학생들이 진술하는 수업 목표

이선생의 수학 교실에서 볼 수 있는 한 가지 특징은 학생들에게 수업 시작 전에 그 날의 수업 목표를 학생들에게 진술하도록 하는 것이었다. 약 3분 정도 학생들에게 그 날 배울 내용에 대해서 읽어보도록 한 후 그 날 배울 내용을 한 문장으로 표현하도록 했다. 그의 의도는 그 날 수업에 대한 전체적인 개요를 제공해서 학생들이 보다 쉽게 개념과 절차들을 이해하도록 하는 것이었다.

이 지역 교육청에서는 칠판에 반드시 수업 목표를 적도록 하였고, 칠판의 왼쪽 위쪽에는 하얀 색 페인트로 '수업 목표'와 '날짜'를 적도록 되어 있었다. 하지만 이선생은 수업 목표를 칠판에 적지는 않았다.

> 교육청과 교장은 수업 전에 꼭 수업 목표를 적으라고 하지. 그렇지만 그것이 학생들의 학습에 도움이 된다고 생각은 안 해. 적어 놓기만 하면 뭐해. 그것에 대해서 아무 것도 하지 않는다면 무용지물이지. (인터뷰녹취, 7/26)

그러한 수업 목표 진술의 대안으로서 이선생은 교과서에 있는 수업 목표를 읽게 하고 그 날 배울 내용이 무엇인지에 대한 학생들 각자의 생각을 발표하도록 했다. 이렇게 하는 데는 그 나름대로의 생각이 있었다.

> 내가 이렇게 하는 데는 여러 가지 이유가 있지만 그렇다고 해서 애들이 수업 목표를 읽는다고 해서 그것을 이해할 수 있는 학생이 많을 거라고는 기대 안 해. 그렇지만 적어도 오늘 배울 내용이 뭐구나 하는 정도는 알게 될 것이라고 생각해. 공부 잘 하는 학생들은 수업 목표를 통해서 오늘 배울 내용이 무엇인지를 알 것이고, 공부 못하는 학생들에게는 수업 목표를 읽는 것은 일종의 수업 시작을 의미하는 것이 될 수도 있지. (인터뷰녹취, 8/1)

이선생은 한 시간 수업동안 주로 중요한 개념이나 문제, 과제의 한 가지만 다루었다. 다음 에피소드는 이선생이 학생들에게 수업 목표를 어떻게 읽도록 해서 발표하도록 하는지를 보여주고 있다. 이번 수업은 7단원의 3차시 수업으로 길이와 시간에 관한 것이었다. 이선생은 학생들에게 오늘 배울 내용이 무엇인지 한번 읽어보라고 했다.

> 이선생: 자, 다 읽었어? 누가 오늘 배울 내용이 뭔지 말해 볼까? [약 7명 정도가 손을 들었고 인아를 지명했다.] 인아?
> 인아: [자리에서 일어나서] 제 생각에는 킬로미터에 대한 것일 듯 합니다.
> 이선생: [인아의 발표를 되풀이했다.] 킬로미터. 또 누가 해볼까? 수종이?
> 수종: [자리에서 일어나서] 길이에 대해서 공부하려고 합니다.
> 이선생: [수종의 발표를 되풀이했다.] 길이에 관해서이다. 또? 성동이?
> 성동: [자리에서 일어나서] 센티미터를 킬로미터로 고치는 거요... [주저하듯이 말했다.]
> 이선생: 또? 민정이?
> 민정: [자리에서 일어나서] 미터를 킬로미터로 고치기요.
> 이선생: [민정의 발표를 되풀이했다.] 미터를 킬로미터로 고치는 것이다. 자, 너희들 모두 좋은 생각들을 발표했고 전부 공부하고 싶겠지. 하지만 수종이가 말한 것인 센티미터를 킬로미터로 바꾸는 것은 3학년에서는 너무 어려워서 안 나와. 자, 그래서 선생님이 보기에는 발표한 것 중에서 공통적으로 나오는 단어가 있는 듯 한데, 누가 아는 사람?
> 학생들: [모두 큰 소리로] 킬로미터!
> 이선생: 맞어. 킬로미터라는 단어가 몇 번 나왔어. 그래서 오늘은 길이를 측정하는 단위 중의 하나인 킬로미터에 대해서 공부하려고 하는 거야. 자, 그러면 너희들이 이미 알고 있는 측정 단위에 대해서 잠깐 발표해 보자. (수업관찰녹취, 6/21)

이 에피소드에서 보면 오늘 배울 내용에 대한 학생들의 발표 내용을 듣고서 이선생은 이들 발표에서 공통적으로 사용된 단어를 찾도록 학생들에게 요구했다. 수종

이처럼 어떤 경우 학생들은 3학년에서 다루지 않는 내용을 발표하기도 했다. 이럴 때면 이선생은 학생들에게 언제 그 내용을 배울 것인지 그리고 왜 3학년에서는 다루지 않는지를 설명함으로써 내용의 연계성을 학생들에게 알도록 하고 있었다.

다음 에피소드 또한 이선생이 그 날의 수업할 내용을 학생들에게 발표하도록 함으로써 학생들의 수업에 대한 이해를 촉진시키려고 하는 점을 보여주고 있다. 이번 수업은 9장 문제해결에 관한 것이었다. 이선생은 학생들에게 오늘 배울 내용을 읽어보게 했고 질문을 던지면서 수업을 시작했다.

이선생: 책에 보면 '규칙'이라는 말이 있는데 이게 무슨 뜻일까? 한진이?

한진: [자리에서 일어나서] 순서가 정해진 것이라고 생각합니다.

이선생: [한진의 발표 내용을 학급에게 되풀이해서 전달했다.] 뭔가 순서가 정해진 것이라... 좋아. 또? 지은이?

지은: [자신이 없는 듯한 목소리로] 수학에서 1, 2, 3, 4...의 숫자처럼 어떤 순서가 있는 거요.

이선생: [지은이의 발표 내용을 되풀이했다.] 그래? 숫자와 같이 뭔가 순서가 있는 거다. 또? 하선이?

이선생은 "규칙"이란 단어의 의미를 4명의 다른 학생들에게 계속해서 질문했고 그들은 나름대로의 정의를 발표했다. 이선생의 학생들의 이러한 발표 내용을 정리하면서 수업을 시작했다.

이선생: 오늘 우리가 배우려고 하는 것은 숫자에 있는 규칙을 알아보는 거야. 지은이가 말한 것처럼 규칙은 숫자들 사이에 있는 어떤 따라야 할 것이라고 할 수 있어. 지은이가 좋은 것을 발표했어. (수업관찰녹취, 7/9)

이 에피소드에서도 보면, 이선생은 수열에서 규칙을 알아보는 수업에 관한 학생들의 생각을 발표하도록 했다. 수업 시작에 이렇게 수업에 관한 학생들의 생각을 발표하도록 하는 것은 수업에서 다루고자 하는 개념이나 절차에 대한 학생들의 이해를 촉진시키려고 하는 이선생의 노력의 증거이기도 했다. 위의 수업 목표의 '규칙'처럼 3학년 학생들에게 설명이 필요한 용어가 있는 경우 학생들에게 먼저 그들의 생각을 발표하도록 해서 그 수업 목표나 용어와 학생들이 이미 알고 있는 지식이나 경험을 서로 연결시켜 이해를 쉽게 하도록 하고 있었다.

V. 논의

지금까지 초등학교 교사가 수학교실에서 '이해 중심의 수학지도'라는 자신의 수학에 대한 교수와 학습에 대한 신념을 어떻게 실천하고 있는지를 문화기술 연구법을 통하여 기술하였다. 이 교실의 핵심적 활동인 '이해 중심의 수학지도'는 학생 각자의 방법에 의한 이해, 학생들의 일상적 경험의 활용을 통한 이해, 학생들이 진술하는 수업목표에 의한 이해라는 세 가지 측면에서 이루어지고 있었다.

이 교사의 수학교실에서 일어나는 이해를 위한 이러한 활동은 Carpenter & Lehrer(1999)가 제시하고 있는 수학에서의 이해에 대한 견해와 사뭇 비슷해 보인다. 이들은 수학에 대한 이해가 계발되기 위해서는 수학교실에서 다음과 같은 5가지 학습 기회가 주어져야 된다고 하였다: (1) 적절한 관계성을 계발하기; (2) 자신의 수학적 지식을 확장하고 적용하기; (3) 자신의 수학적 경험에 대해 반성하기; (4) 자신이 알고 있는 것을 구체화하기; 그리고 (5) 수학적 지식을 자신의 것으로 만들기. 특히 이러한 학습 기회가 교실에서 주어지기 위해서 필요한 것으로 수학 교실에서의 규범 확립을 주장하고 있다. 학생들이 규칙적으로 교사와 다른 학생들과 함께 학급 전체의 토론에 참여하여 주어진 문제의 대안적 해답과 접근방법에 대해서 토론할 것을 권고하고 있다. 답만 발표하게 하는 것이 아니라 문제를 해결하는데 사용된 전략을 구체적으로 밝히도록 하고, 그 전략이 적용 가능한 이유를 설명하게 해야 한다. 이러한 토론을 통해서 학생들은 주어진 문제와 답이 어떻게 관련되어 있는지, 해결 절차가 기본이 되는 수학적 개념과 어떻게 연관되고 의미를 제공하는 외적 표상과 어떻게 연관되는지를 이해하게 된다. 수학교실에서의 규범 형성의 중요성은 여러 연구에

서도 잘 입증되고 있다(김남균, 2001; 방정숙, 2001a; 전평국, Kirshner, 1999; Cobb, Yackel, & Wood, 1995; Lo, Wheatley, & Smith, 1994; Yackel & Cobb, 1996; Yackel, Cobb, & Wood, 1991). 본 연구에 기초하여 주장하고자 하는 것은 수학에 대한 이해를 증진시킬 수 있는 수학적 규범에는 어떤 것들이 있는지에 대한 보다 구체적인 현장에서의 연구가 필요할 때라고 생각한다. 이와 더불어 이해 증진을 위한 다양한 수학적 규범들이 학생들의 수학에 대한 이해에 어떤 영향을 미치는지, 또 이들 규범을 통해서 학생들이 가지는 이해에 대한 의미는 어떤지에 대한 보완적 연구가 이루어져야 한다고 본다.

본 연구에서 확인된 이해 증진을 위한 수학의 교수와 학습 활동이 우리나라에서 이루어지고 있는 전형적인 수학지도 유형인지 아니면 보다 모범적인 유형인지에 대해서는 판단을 내릴 수 없지만, NCTM의 스탠다드 시리즈(1989, 1991, 2000)에서 주장하는 수학교실 개혁의 움직임과는 많은 유사점을 가지고 있다고 생각된다. 따라서 많은 수학교사들의 교수와 학습 활동에 대한 분석은 수학교실 개혁의 실천을 위한 구체적인 자료와 사례를 제공할 수 있으며, 이러한 자료들은 예비 수학교사들을 위한 교육 프로그램에 활용되어 바람직한 수학교육 개혁의 실천을 유도할 수 있을 것이라고 생각된다. 그리고 수학교육 개혁의 모범적인 교수-학습 활동이라고 판단할 수 있는 스탠다드 시리즈와 같은 우리 나름대로의 기준 확립이 필요하다고 본다.

본 연구에서 기술한 주제는 초등학교 교사의 개인적이며 실제 현장의 지도 경험에서 나온 실제적인 지식이다(Feinman-Nemser & Floden, 1986). Leinhardt(1990)는 이러한 유형의 교사 지식을 "숙련된 지식"(craft knowledge)이라고 했는데, 이 지식은 경험 있는 유능한 교사의 교수 실제에 의해서 얻어지는 지식을 말하는 것이다. 이 "숙련된 지식"은 교사로 하여금 교실 활동을 할 때 교수 전략의 선정, 교수-학습 활동의 유형이나 일상적 교실 규칙을 정하는데 작용한다(Calderhead, 1996). 수학교사 개인의 독특한 특성과 신념, 과거 학교와 교사에 대한 경험, 사대와 교대에서 익힌 수학 및 수학교과의 지도에 대한 지식, 교사로서의 경력과 전문성 계발 과정, 또는 동료 교사에 의한 영향 등(방정숙, 2001b) 한 명의 유능한 수학교사의 "숙련된 지식"의 발전에는 여러 요인들이 작용한다. 이러한 요인들에 대한 다각적인 연구 결과를 예비 수학교사 교육 프로그램에 활용한다면 이들에게서 흔히 나타나는 수학 내용적 지식(subject matter knowledge)과 교수학적 지식(pedagogical content knowledge)사이의 연계성 부족 현상(서관석, 전경순, 2000)을 막을 수 있는 한 가지 방법이라고 생각된다.

본 연구는 수학의 교수-학습 활동에 대한 교사의 신념과 그에 따른 교실 활동에 대한 서술에 보다 목적을 두었기 때문에, 그 신념과 교실 활동사이의 일치 또는 불일치에 대한 논의는 다루고 있지 않았다. 기존의 연구에 따르면 어떤 연구들은(예: Peterson, Fennema, Carpenter, & Loef, 1989; Thompson, 1984) 이들 사이의 일치됨을 주장했지만 다른 연구들은(예: Cooney, 1985; Raymond, 1997) 일치되지 않았다고 주장했다. 수학교사의 신념과 교실 활동의 일치 또는 불일치에 대한 연구는 교사가 교실에서 수학을 자기 나름대로의 어떤 특정한 방식으로 가르치는 이유에 대한 이해를 넓히는데 필요함으로 이에 대한 연구도 요구된다고 본다.

수학교실이 새로운 모습으로 바뀌려면 교육 개혁의 주체가 현장 교사가 되어야 한다고 흔히 말한다. 따라서, 개혁 지향적인 새로운 수학교실 방향을 탐구하기 위해서는 수학 지도에 유능한 교사들의 실제적인 "숙련된 지식"을 찾아내어 수학교육의 이론적인 측면과 통합시키는 연구가 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

김남균 (2001). 수학 교실 문화에 관한 소고, 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육> 5(2), pp.163-172.

방정숙 (2001a). 사회수학적 규범과 수학교실문화, 대한수학교육학회지 수학교육학연구 11(2), pp.273-289.

방정숙 (2001b). 수학교사의 교수 방법에 영향을 미치는 요소 분석, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 12, pp.331-347.

서관석 · 전경순 (2000). 예비 초등교사들의 분수 연산에 관한 내용적 지식과 교수학적 지식 수준에 대한 연구: 교사교육적 관점. 대한수학교육학회지 수학교육학연구 10(1), pp.103-113.

전평국, Kirshner, D. (1999). 초등학교 수학교실의 사회

수학적 규범: 수학 지도에서의 개혁상의 문제에 대한 한국과 미국의 관점 비교. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육> 3(1), pp.1-36.

Bogdan, R.C. & Biklen, S.K. (1992). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods.* Boston, MA: Allyn and Bacon.

Calderhead, J. (1996). Teachers: Beliefs and knowledge. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* pp.709-725, New York: Macmillan.

Carpenter, T. & Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. In E. Fennema, & T.A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* pp.19-32, Mahwah, NJ: Erlbaum.

Cobb, P.; Yackel, E. & Wood, T. (1995). The teaching experiment classroom. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* pp.17-24, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Cooney, T.J. (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education* 16(5), pp.324-336.

Erickson, F. (1973). What makes school ethnography ethnographic? *Council on Anthropology and Education Newsletter* 2, pp.10-19.

Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching* 15(1), pp.13-33.

Feinman-Nemser, S. & Floden, R.E. (1986). The culture of teaching. In M. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* 3, pp.505-526, New York: Macmillan.

Green, T. (1971). *The activities of teaching.* New York: McGraw-Hill.

Hiebert, J.; Carpenter, T.P.; Fennema, E.; Fuson, K.; Human P.; Murray, H.; Olivier, A. & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational Researcher 25*(4), pp.12-21.

LeCompte, M.D.; Preissle, J. & Tesch, R. (1993). *Ethnography and qualitative design in educational research* 2, San Diego, CA: Academic Press.

Leinhardt, G. (1990). Capturing craft knowledge in teaching. *Educational Researcher* 19(2), pp.18-25.

Lo, J.; Wheatley, G.H., & Smith, A.C. (1994). The participation, beliefs, and development of arithmetic meaning of a third-grade student in mathematics class discussion, *Journal for Research in Mathematics Education* 25(1), pp.30-49.

Miles, M.B. & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis* 2, Thousand Oaks, CA: Sage.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum Studies* 19, pp.317-328.

Nickson, M. (1992). The culture of the mathematics classroom: An unknown quantity? In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pp.101-114, New York: Macmillan.

Peterson, P.L.; Fennema, E.; Carpenter, T.P. & Loef, M. (1989). Teachers' pedagogical content beliefs in mathematics. *Cognition and Instruction* 6, pp.1-40.

Putnam, R.T.; Lampert, M. & Peterson, P.L. (1990). Alternative perspectives on knowing mathematics in elementary school. In C. B. Cazden (Ed.), *Review of Research in Education* pp.59-147, New York:

American Educational Research Association.

Raymond, A.M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice, *Journal for Research in Mathematics Education* 28(5), pp.550-576.

Resnick, L.B. & Ford, W.W. (1981). *The psychology of mathematics for instruction*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Rokeach, M. (1968). *Beliefs, attitudes and values: A theory of organization and change*. San Francisco: Jossey-Bass.

Spradley, J. (1979). *The ethnographic interview*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Thompson, A. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics* 15, pp.105-127.

Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pp.127-146, New York: Macmillan.

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education* 27(4), pp.458-477.

Yackel, E.; Cobb, P. & Wood, T. (1991). Small-group interactions as a source of learning opportunities in second-grade mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education* 22(5), pp.390-408.

Wolcott, H.F. (1992). Posturing in qualitative inquiry. In M.D. LeCompte, W.L. Millroy, & J. Preissle (Eds.), *Handbook of qualitative research in education* pp.3-52, San Diego: Academic Press.

"Once Mathematics is Understood, Then..."
-An Elementary Teacher's Teaching of Mathematics with Understanding-

Cho, Cheong-Soo
Department of Mathematics, College of Education, Yeungnam University
241-1, Daedong, Gyongsan, Korea
E-mail: chocs@yu.ac.kr

The purpose of this study through ethnographic inquiry is to describe how an elementary teacher teaches mathematics with understanding. The ways that teachers' beliefs affect instructional activities, what means understanding from the view of cognitive psychology, and ethnographic research tradition were reviewed to anchor theoretical background of this study.

A third-grade teacher and his 45 students were selected in order to capture vivid and thick descriptions of the teaching and learning activities of mathematics. Three major sources of data, that is, participant-observation with video taping, formal and informal interviews with the teacher and his students, and a variety of official documents were collected. These data were analyzed through two phases: data analysis in the field and after the fieldwork.

According to data analysis, 'teaching mathematics with understanding' was identified as the teacher's central belief of teaching mathematics. In order to implement his belief in teaching practices, the teacher made use of three strategies: (1) valuing individual student's own way of understanding, (2) bring students' everyday experiences into mathematics classroom, and (3) lesson objectivies stated by students.

It is suggested for future research that concrete and specific norms of mathematics classroom for the improvement of mathematics understanding are needed to be identified and that experienced and skillful teachers' practical knowledge should be incorporated with theories of teaching mathematics and necessarily paid more attention by mathematics educators.

* ZDM classification : B59
* MSC2000 classification : 97C70
* *key word : craft knowledge,* teacher's beliefs, understanding-oriented teaching mathematics.