

## 분말사출성형 충전공정에 대한 수치모사 모델

권태헌 · 강태곤  
포항공과대학교 기계공학과

### Modeling of Numerical Simulation in Powder Injection Molding Filling Process

Tae Gon Kang and Tai Hun Kwon

Department of mechanical engineering, Pohang university of science of technology, Pohang 790-784, Korea  
(Received July 30, 2002 ; Accepted form August 14, 2002)

**Abstract** In this paper we presented numerical method for the simulation of powder injection molding filling process, which is one of the key processes in powder injection molding. Rheological properties of powder binder mixture such as slip phenomena and yield stress were introduced into the numerical analysis model of powder injection molding filling simulation. Numerical model can be classified into two types. One is 2.5D model which can be introduced to a arbitrary thin geometry and the other is full 3D model which can be applied to a general 3D shape. For 2.5D model we showed the validity of our CAE system with several verification examples. Finally we suggested flow analysis model for 3D powder injection molding filling simulation.

**Keywords:** Powder injection molding, Slip phenomena, Finite element method, Filling analysis

#### 1. 서 론

금속이나 세라믹 분말을 적절한 고분자 결합제와 혼합하여 분말혼합체를 제조한 후, 이를 사출성형공정을 거쳐 원하는 형상으로 만들어 성형품 내부에 포함된 결합제를 제거하고, 최종적으로 소결과정을 거쳐 완제품을 제조하는 공법이 분말사출성형이다. 분말사출성형 공정은 사출성형공정의 가장 큰 장점인 복잡한 3차원 형상의 대량 생산성을 금속이나 세라믹 제품에 적용할 수 있으므로 상업적인 면에서도 매력적인 기술이라고 할 수 있다.<sup>1)</sup>

사출성형공정은 금형을 이용하여 짧은 시간에 대량의 제품 제조가 가능하다. 하지만 설계단계에서 발견하지 못한 문제는 후 공정에서 문제를 일으킬 뿐만 아니라 금형 수정을 위해서는 많은 비용과 시간의 손실을 가져오게 된다. 이러한 점들을 효과적으로 해결하기 위해서 플라스틱 사출성형에 대해서는 지난 20년 동안 상용화된 사출성형 CAE 시스템이 산업체에 도입되어 제품설계, 금형설계, 그리고 생산단

계에서 적용이 되고 있는 실정이며 그 효과가 어느 정도 인정되고 있다. 분말사출성형 분야에서도 CAE 시스템을 도입하여 사용하는 사례가 있으나 플라스틱을 위해 개발된 제품을 사용함으로써 인한 문제가 발생하고 있다. 열가소성 수지와 분말사출성형을 위한 분말 혼합체는 열적, 유변학적 특성이 현저하게 다르다. 따라서 이러한 특성이 해석 시스템에 제대로 반영되어야 실제 현상에 가까운 수치모사를 가능하게 할 것이다.

사출성형 중 발생하는 내부 결함이 결합제 제거나 소결 공정에 결정적인 영향을 미치므로 분말사출성형의 여러 공정 중에서도 사출성형의 중요도는 상대적으로 크다고 할 수 있다. 일반적으로 사출성형은 충전, 보압, 냉각, 취출 공정으로 이루어져 있다. 이러한 사출성형의 세부 공정 중에서 충전단계가 전체 성형공정에서 가장 중요한 역할을 한다고 알려져 있다. 충전 단계에서 발생한 유동의 불균형이나 월드라인 등은 분말사출성형의 최종 공정인 소결에 까지 영향을 미쳐 내부 균열이나 변형을 유발 할 수 있다.

따라서 성공적인 사출성형을 위한 금형 설계와 성형 공정 결정을 위해서는 공정 중에 발생하는 열전달 및 유동현상과 같은 물리현상에 대한 올바른 이해는 필수적이다. 물론 실험을 통해 성형 공정 중 발생하는 수지의 압력이나 금형 온도 등을 측정할 수 있으나 얻을 수 있는 정보가 제한적이다. 반면에 신뢰성 있는 사출성형 CAE 시스템이 있다면 설계단계부터 설계자가 원하는 정보를 제공하며 또한 이를 이용하면 최적설계가 가능하여 시행착오에 따른 시간과 비용을 감소시켜 제조 원가 낮추며 제품의 품질을 높일 수 있다.

분말사출성형에 사용되는 재료는 일반적인 열가소성 수지와는 다르게 항복 응력이나 미끄럼 현상과 같은 독특한 유변학적 특성을 보인다고 알려져 있다.<sup>2)</sup> 따라서 유한요소법을 이용한 CAE 시스템에도 이와 같은 재료의 특성이 반영되어야만 실제 현상에 가까운 수치모사가 가능하다.<sup>3-5)</sup> 본 연구에서는 이러한 유변학적 특성들을 반영한 해석시스템의 개발과 적용사례에 대해서 소개하고자 한다. 우선 Hele-Shaw 유동가정이 적용되는 얇은 3차원 형상의 제품에 대한 수치해석 기법과 적용사례에 대해 먼저 소개한 후 일반적인 3차원 형상에 대해서 현재 개발 중인 수치해석 기법에 대하여 기술하고자 한다.

## 2. 2.5차원 충전공정 해석

### 2.1. 분말혼합체의 미끄럼 모델

분말사출성형에 사용되는 재료는 금속이나 세라믹 분말에 사출성형을 위한 유동성을 주는 고분자 결합체의 혼합체이다. 이러한 분말혼합체는 사출성형이 가능한 온도 영역에서 고충전 현탄액의 전형적인 특성인 미끄럼현상이나 항복 응력과 같은 특이한 유변학적 현상을 보인다. 이에 대해서는 여러 분야에서 많은 연구 결과들이 진행되어 왔다. 미끄럼 현상에 대해서는 Mooney<sup>6)</sup>가 제안한 방법에 기초하여 미끄럼 현상을 정량화하고 있다. 분말사출성형 충전공정

해석을 위한 미끄럼 모델은 미끄럼 속도 모델과 미끄럼 층 모델이 제안되어 사용되고 있다. 본 연구에 사용된 재료에 대해서 모세관 점도계를 이용하여 미끄럼 현상을 고려한 점도 측정결과를 Table 1에 나타내었다.

### 2.2. 2.5D 분말사출성형 충전공정 해석 모델

우선 두께에 대한 길이의 비가 큰 얇은 3차원 형상에 대해서는 Hele-Shaw 유동 가정을 도입한 2.5D 해석 모델이 효과적으로 적용될 수 있다. 미끄럼 현상을 분말사출성형 충전공정 해석에 도입하기 위해서 미끄럼 층 모델과 미끄럼속도 모델을 제안하였다.<sup>2)</sup> 두 모델 모두 전단응력과 온도의 함수로 미끄럼 속도와 미끄럼 층의 두께가 표현되는 모델을 사용하였다. 여기에 대해서 좀 더 자세히 살펴보면 다음과 같다.

#### 2.2.1. 지배 방정식

사출성형 충전공정은 질량 보존식, 운동량 보존식, 그리고 에너지 보존식의 3개의 보존식과 점도 모델에 대한 식으로 나타낼 수 있다. 식 (1)-(4)는 평판 요소에 대한 3가지 보존식이며 식 (5)-(8)은 런너 시스템에 대한 3가지 보존식이다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \quad (2)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 0 \quad (3)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (4)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \eta r \frac{\partial u}{\partial r} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (R^2 \dot{u}) = 0 \quad (6)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{k}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (7)$$

그리고 유체의 점도 모델은 식 (8)과 같이 Cross 모델에 항복응력 항이 추가된 Herschel-Bulkley 모델을 도입하여 사용하였다.

$$\eta = \frac{\tau_0}{1 + C(\eta_0 \cdot \dot{\gamma})^{1-n}} + \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}} (1 - e^{-\alpha \dot{\gamma}})$$

Table 1. Coefficients of viscosity model

Coefficients	D=0.03"	D=0.05"	D=0.06"	Slip-corrected
n	0.58	0.49	0.58	0.18
B[kg/m·s]	1.95×10 <sup>-2</sup>	9.60×10 <sup>-3</sup>	3.87×10 <sup>-2</sup>	5.19×10 <sup>-3</sup>
C[kg/m <sup>2</sup> ·s) <sup>n+1</sup> ]	4.23×10 <sup>-2</sup>	1.10×10 <sup>-2</sup>	6.82×10 <sup>-2</sup>	1.15×10 <sup>-4</sup>
T <sub>b</sub> [K]	4.44×10 <sup>3</sup>	4.80×10 <sup>3</sup>	4.70×10 <sup>3</sup>	5.37×10 <sup>3</sup>

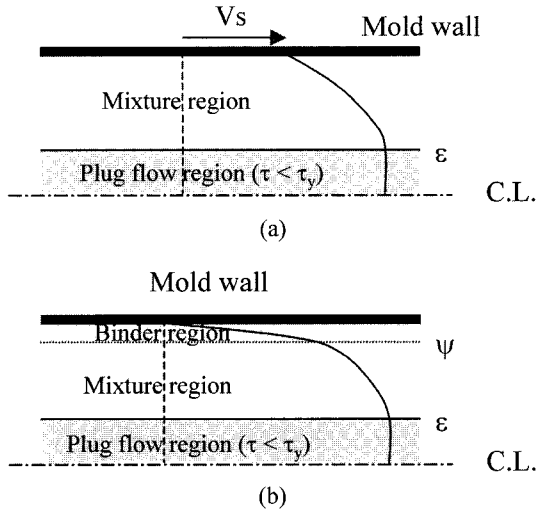


Fig. 1. Schematic diagram of slip model (a) Slip velocity model, (b) Slip layer model.

$$\eta_0 = B \exp\left(\frac{T_b}{T}\right) \quad (8)$$

2.2.2. 미끄럼 속도 모델

미끄럼 속도 모델은 Fig. 1(a)와 같이 벽면에서 일반적으로 적용되는 no-slip 경계조건 대신 미끄럼 속도를 경계조건으로 도입하는 것이다. 미끄럼 속도는 벽면에서의 전단응력과 온도의 함수로 표현되며 식 (6)과 같이 표현된다. 미끄럼 모델의 계수는 모세관 점도계를 이용한 실험을 통해 결정된다.

$$v_s(\tau_w, T) = \alpha_1 \exp(\beta_1 T) \tau_w^{m_1} \quad (9)$$

미끄럼 속도 모델에 대한 압력 식은 질량 보존식과 운동량 보존식으로부터 식 (10)과 같이 유도될 수 있다. 이때 유동상수 S는 식 (11)과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( S \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( S \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (10)$$

$$S = \int_{\epsilon}^{\psi} \frac{z^2}{\eta_1} dz + \frac{b|V_s|}{|\nabla p|} \quad (11)$$

2.2.3. 미끄럼 층 모델

미끄럼 층 모델은 Fig. 1(b)와 같이 벽면 근처에 얇은 고분자 결합제만이 존재하는 층이 있어서 이 층이 윤활작용을 하여 벽면에서 급격한 속도 구배가 존

재한다고 가정하여 미끄럼 현상을 설명하는 모델이다. 이 경우 미끄럼 층의 두께는 벽면에서의 전단응력과 온도의 함수로 식 (9)과 같이 표현이 되며 모델의 계수들은 미끄럼 속도 모델에서와 같이 모세관 점도계를 사용한 실험으로 구하게 된다.

$$\delta(\tau_w, T) = \alpha_2 \exp(\beta_2 T) \tau_w^{m_2} \quad (12)$$

미끄럼 속도 모델에 대한 압력 식은 질량 보존식과 운동량 보존식으로부터 식 (10)과 같이 유도될 수 있다. 이때 유동상수 S는 식 (8)과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( S \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( S \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0 \quad (13)$$

$$S \equiv \int_{\epsilon}^{\psi} \frac{z^2}{\eta_1} dz + \int_{\psi}^b \frac{z^2}{\eta_2} dz \quad (14)$$

위에서 언급한 모델들을 사용하여 압력식에 대해서는 검사체적법/유한요소법을 사용하고 온도식에 대해서는 유한요소법과 유한차분법을 사용하여 행렬식을 유도하였다.

2.3. 적용 사례

개발된 해석 시스템을 사용하여 아래에 언급된 2 가지 모델에 대해 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 재료의 조성과 물성은 Table 2와 3에 나타나 있다.

2.3.1. 모세관 유동에 대한 적용

개발된 수치해석 시스템의 신뢰성과 미끄럼 모델의 타당성을 살펴보기 위해서 모세관 유동에 대해서 동일한 조건의 실험결과와 해석 결과를 비교하였다. Fig. 2에 나타나있는 것처럼 간단한 관 유동을 예측하는데 있어서도 미끄럼 현상을 고려하는 경우와 그렇지 않은 경우 예측된 값이 차이를 보였다. 이를 바

Table 2. Binder formulation

Binder Code	Weight %				Binder Density
	EVA	CW	PW	SA	
RB5B131	30.0	0.0	69.0	1.0	0.9088

Table 3. Material properties of feedstock

	Mixture	Binder
$\rho$ (kg/m)	4590	908.8
$C_p$ (J/kg·K)	701.0	934.0
$k$ (W/m·K)	0.5094	0.1500

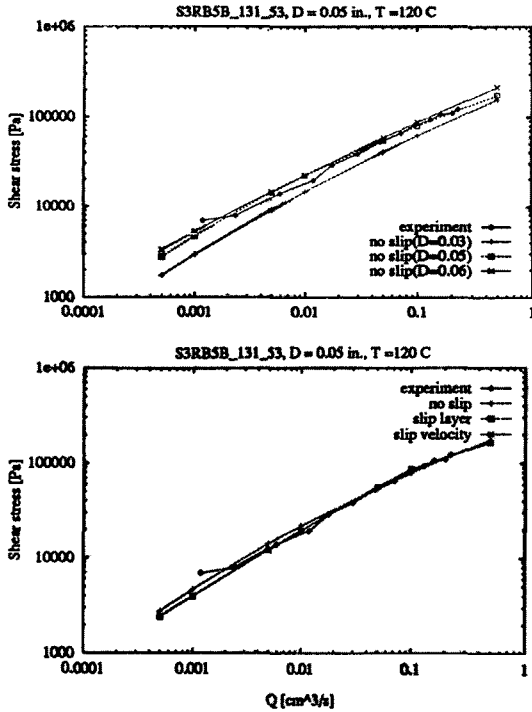


Fig. 2. Flow rate vs. shear stress curves for the capillary flow of diameter 0.05 in. (a) using slip-corrected viscosity model (b) using viscosity model without slip-correction.

탕으로 개발된 수치해석 시스템이 실제 유동현상을 잘 표현하고 있으며 분말사출성형 충전해석을 위해서 미끄럼 현상을 반드시 고려해야 함을 알 수 있다.

2.3.2. 평판에 대한 적용

사출성형 해석을 통해 얻을 수 있는 중요한 결과 중에 하나인 형체력(clamping force)를 미끄럼 현상을 고려한 모델과 고려하지 않은 모델을 사용하여 예측해 보았다. 해석에 사용된 유한요소 격자는 Fig. 3 과 같다. 해석의 결과로 Fig. 4에서와 같이 미끄럼 현상을 고려하지 않은 모델을 사용하여 수치해석을

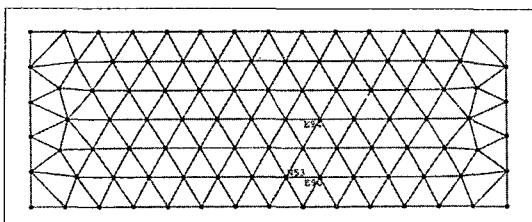


Fig. 3. Finite element mesh of flat plate with 160 elements and 100 nodes.

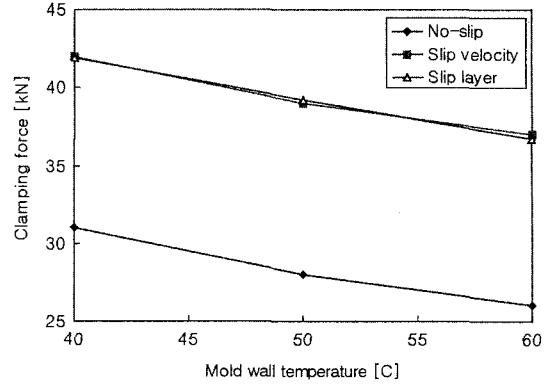


Fig. 4. Plot of clamping force vs. mold wall temperature (Flow rate: 8 cm<sup>3</sup>/sec, Injection temperature: 120°C).

할 경우 형체력이 미끄럼 현상을 고려한 경우보다 더 작게 예측됨을 알 수 있다. 따라서 미끄럼 현상을 고려한 해석을 모델에 사용하여야만 정확한 형체력 예측이 가능함을 알 수 있었다. 이러한 정보를 이용하면 실제 금형설계 단계에서 사출성형기의 사양 결정이 가능하고 주어진 사출성형기를 사용하여 원하는 금형으로 성형 가능 여부를 결정할 수 있다.

4. 3차원 충전공정 해석

4.1. 3D 분말사출성형 충전공정 해석 모델

4.1.1. 지배방정식에 대한 유한요소 수식화

두꺼운 3차원 형상의 제품은 앞에서 언급한 Hele-Shaw 유동 가정이 적용되지 않으므로 3D 유동해석을 수행하여야만 한다. 현재 사출성형 충전 및 보압 공정에 대한 3차원 유동해석에 대해서는 많은 연구들이 진행 중에 있다.<sup>7-9)</sup> 분말사출성형 충전공정에서의 완전 3차원 유동현상을 지배하는 질량 보존식과 운동량 보존식은 식 (15), (16)과 같이 표현되며 충전공정에서 발생하는 온도 변화를 나타내는 에너지 보존식은 식 (17)과 같다. 그리고 구성 방정식과 상태 방정식은 식 (18), (19)와 같다.

$$k \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p \right) + \nabla \cdot \mathbf{u} = \beta \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) \quad (15)$$

$$-\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = 0 \quad (16)$$

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \beta T \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p \right)$$

$$+\mu\dot{\gamma}^2 + \nabla \cdot k\nabla T \quad (17)$$

$$\tau = 2\mu\mathbf{D} - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} \quad (18)$$

$$v(T, p) = v_o(T) \left\{ 1 - C \ln \left( 1 + \frac{p}{B(T)} \right) \right\} \quad (19)$$

본 연구에서는 충전단계부터 유체의 압축성을 고려한 압축성 유체 모델을 사용하였다. 이러한 모델을 사용하면 충전 중 발생하는 유체의 압축현상을 고려할 수 있고 또한 보압과정에 대한 해석은 입구에 대한 경계조건의 변화만으로 고려할 수 있어 충전과 보압공정을 동시에 해석이 가능한 장점을 가지고 있다.

유동장에 대한 경계조건으로 벽면에서는 No-slip 경계조건, 입구에서는 사출속도가 주어지고, 온도장에 대해서는 벽면에서는 금형 온도, 입구에서는 사출 온도가 온도에 대한 경계조건으로 주어지게 된다. 이러한 지배 방정식과 경계조건들을 이용하여 유한요소 수식화 작업을 수행하게 된다. 특히 유한요소 수식화 과정에서 GLS(Galerkin/Least Squares)와 SUPG(Streamline Upwind Petrov-Galerkin)와 같은 방법을 사용하여 해의 안정성을 향상시키는 효과를 가져오고 또한 유동장에 대해서는 압력과 속도장에 동일한 형상함수(shape function)를 사용하여 프로그램 개발이 쉽게 되도록 하였다.<sup>10)</sup> 이렇게 얻어진 유동장과 온도장에 대한 weak formulation은 식 (20)-(21)과 같다.

$$\int_{\Omega} \left( 2\mu\mathbf{D}(\mathbf{u}) - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} \right) : \mathbf{D}(\mathbf{w}) d\Omega - \int_{\Omega} p(\nabla \cdot \mathbf{w}) d\Omega + \int_{\Omega} \left( \nabla \cdot \mathbf{u} + k \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p \right) - \beta \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) \right) q d\Omega + \sum_k \int_{\Omega_k} \left( \nabla p - \nabla \cdot \left( 2\mu\mathbf{D}(\mathbf{u}) - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} \right) \right) \cdot \tau \nabla q d\Omega_k = \int_{\Gamma_h} \mathbf{t} \cdot \mathbf{w} d\Gamma \quad (20)$$

$$\int_{\Omega} \left[ \rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) w + k \nabla T \cdot \nabla w - \beta T \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p \right) w - \mu \dot{\gamma}^2 w \right] d\Omega + \sum_k \int_{\Omega_k} \left( \rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) - \nabla \cdot (k \nabla T) - \beta T \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p \right) - \mu \dot{\gamma}^2 \right) \tau (\mathbf{u} \cdot \nabla w) d\Omega = 0 \quad (21)$$

#### 4.1.2. 유동선단(Melt Front)에 대한 처리

유동 선단에 대한 처리는 VOF(Volume of Fluid)법의 변형인 가상농도법(pseudo-concentration method)을 사용하였다. 이러한 방법을 사용할 경우 고정 격자 시스템을 사용하여 유동선단의 위치를 비교적 적은 계산 시간을 사용하여 예측할 수 있는 장점이 있다. 가상농도의 대류에 대한 식은 식 (22)와 같으며, 이 경우 미분방정식이 순수한 대류식이므로 SUPG 방법을 사용하여 해의 불안정성을 제거하였다. 식 (23)은 유한요소 수식화를 위한 최종적인 weak formulation이다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F = 0 \quad (22)$$

$$\int_{\Omega} \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F \right) w d\Omega + \sum_k \int_{\Omega_k} \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla F \right) \frac{h_k}{2\|\mathbf{u}\|} (\mathbf{u} \cdot \nabla w) d\Omega = 0 \quad (23)$$

#### 4.2. 해석 사례

현재까지 개발된 프로그램을 사용하여 Fig. 5와 같은 형상에 대해서 충전 해석을 수행하였다. Fig. 5는 특정한 시간에서 유동 선단의 위치와 모양을 나타내고 있다. 특히 0.45초에서의 결과를 보면 두 개의 유동선단이 만나는 부분이 잘 표현되고 있다. 따라서 현재까지 개발된 프로그램으로 일반적인 3차원 형상에 대해서 충전과정에 대한 해석은 가능함을 알 수

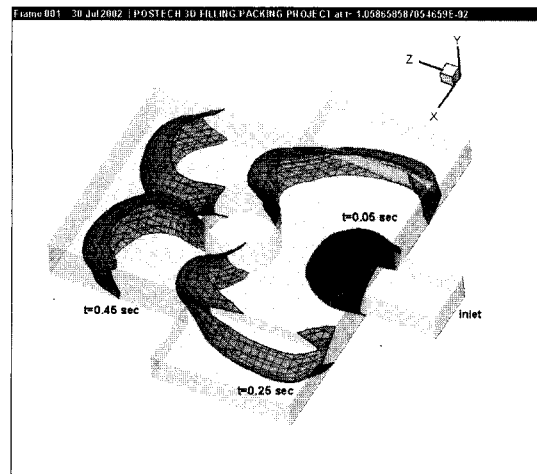


Fig. 5. Melt front shape in filling simulation at t=0.05, 0.25 and 0.45 sec.

있다. 그리고 압력이나 온도에 대한 정량적인 결과를 실험 결과와 비교하는 연구는 향후 계속 진행되어야 할 과제이다.

## 5. 결 론

분말혼합체의 유변학적 특성을 반영한 2.5D 사출 성형 충전공정 해석 시스템이 성공적으로 개발되었다. 개발된 프로그램을 이용한 적용사례에서 분말혼합체의 미끄럼 현상이 해석 시스템에 반드시 고려되어야 함을 확인하였다. 그리고 일반적인 3차원 형상에 대한 충전 및 보압해석을 위한 해석 모델이 수립되어 현재 프로그램 개발이 진행 중이며 일부 결과를 소개하였다. 3차원 유동해석의 경우 분말사출성형을 통해 제조되는 제품의 특성을 볼 때 반드시 필요한 부분이라고 판단되면 여기에 대한 연구는 계속 진행되어 머지않아 실제 제품에 대한 적용 사례를 소개 할 수 있으리라 생각된다.

## 감사의 글

본 연구는 G7 과제와 국가지정연구실 사업(2000-

N-NL-01-C-148)의 지원으로 진행되었으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

1. R. M. German: Int. J. Powder Metall., **23** (1987) 237.
2. T. H. Kwon and S. Y. Ahn: Powder Technology, **85** (1995) 45.
3. T. H. Kwon and J. B. Park: Polymer Engineering and Science, **35** (1995) 741.
4. T. H. Kwon and S. Ahn: Powder Metall., **40** (1997) 174.
5. T. H. Kwon and T. G. Kang: Proceedings of the 2nd Pacific Rim International Conference on Advanced materials and Processing, K. S. Shin, J. K. Yoon and S. J. Kim (Ed.) (1995) 849.
6. M. Mooney: J. Rheol., **2** (1931) 210.
7. Haagh, G.A.A.V. and F.N. Van De Vosse: Int. J. Num. Meth. Fluids, **28** (1998) 1355.
8. F. Ilinca and J.-F. Hetu: Intern. Polymer Processing XVI **3** (2001) 291.
9. C. J. Hwang and T. H. Kwon: Polymer Engineering and Science, **42** (2002) 33.
10. T. J. R. Hughes, L. P. Franca, and G. M. Hulbert: Compu. Methods Appl. Mech. Eng., **72** (1989) 173.