

시전달 측정치 융합에 기반한 압축필터

Compression Filters Based on Time-Propagated Measurement Fusion

李 炯 瑾* · 李 章 揆**

(Hyung Keun Lee · Jang-Gyu Lee)

Abstract - To complement the conventional fusion methodologies of state fusion and measurement fusion, a time-propagated measurement fusion methodology is proposed. Various aspects of common process noise are investigated regarding information preservation. Based on time-propagated measurement fusion methodology, four compression filters are derived. The derived compression filters are efficient in asynchronous sensor fusion and fault detection since they maintain correct statistical information. A new batch Kalman recursion is proposed to show the optimality under the time-propagated measurement fusion methodology. A simple simulation result evaluates estimation efficiency and characteristic.

Key Words : Fusion, Process, Information Preservation, Compression, Optimality

1. 서 론

융합이론은 특성이 다른 다양한 센서들로 구성된 시스템의 정보를 효율적으로 관리하고 융합하기 위한 이론으로서 표적 추적(target tracking) 및 항법(navigation) 분야에서 활발히 연구되어 왔다. 융합기법에 있어서 융합의 대상은 순간 측정치와 필터의 두 종류로 크게 구분된다. 여기에서 순간 측정치는 현 시점에서 센서로부터 직접 출력된 정보에 해당되며 필터는 시작 시점부터 현 시점까지의 연속적인 측정치가 시스템의 모델에 기반하여 결합된 정보에 해당된다.

측정치와 필터가 결합된 순서와 개형에 의하여 기존의 융합기법은 크게 중앙집중형 융합(centralized fusion), 상태 융합(state fusion), 그리고 측정치 융합(measurement fusion)의 세 부류로 분류된다. 중앙집중형 융합은 특성이 다른 센서로부터 시스템의 상태를 추정하기 위한 가장 간략한 방법이며 주로 한 개의 칼만필터가 다중센서에서 제공되는 정보를 모두 융합하게 된다. 상태 융합에서는 시스템의 순간적인 상태에 대한 측정치를 제공하는 각 센서에 대하여 각각 지역필터(local filter)를 구성하고 각 지역필터의 시간전달에는 상태변수의 동적변화를 측정하는 센서를 공유하도록 하는 방법이다. 향상된 상태변수의 추정을 위하여 주필터는 각 지역필터의 정보를 일정한 간격으로 융합하게 된다. 상태융합은 궤적 융합(track fusion) 또는 병렬 필터링(parallel filtering)이라고 지칭되기도 한다. Singer와 Kanyuck[1]은 전달잡음(process noise)이 없다는 가정 하에서 상태융합을 연구하였다. Bar-

Shalom[2] 은 전달잡음을 공유하는 필터들 사이의 상호연관성을 고려한 융합방법이 처음으로 제시하였다. Speyer[3]는 일반적인 LQG 시스템의 병렬연산에 관한 연구를 하였다. Willsky[4]는 연속시간 시스템에 있어서 각 지역필터에 의한 추정치로 전역 추정치를 융합하는 방법을 다루었으며 또한 Bar-Shalom[2]에 의하여 제안된 방법이 전역최적이 아님을 밝혔다. Bar-Shalom은 Campo와 함께 표적추적 분야의 추적기의 경우 전달잡음이 공유되지 않은 필터들 사이의 융합이 50 % 정도의 오차감소가 있는 반면 전달잡음이 공유되는 실제의 경우에는 약 70 % 정도의 오차감소 효과를 얻을 수 있음을 보였다[5]. Kerr[6] 는 병렬 필터 구조에 관한 체계적인 개념 연구를 수행하였으며 비동기 융합, 고장 검출 및 분리, 그리고 필터 재구성 등에 대한 방안을 제시하였다. Hashemipour[7]는 지역필터들 사이의 빈번한 정보교환을 요구하지만 전최적의 해를 얻을 수 있는 새로운 개념의 병렬 칼만 필터 구조를 제안하였다. Carlson은 Bierman[8] 이 제안한 융합기법을 발전시켜 연합형 칼만필터[9-11]로 지칭되는 새로운 형태의 융합기법을 제안하였다. 연합형 칼만필터는 특정한 조건에서 전최적의 추정성능을 가짐을 밝혔으며 이외에도 몇가지의 유용한 준최적 개형을 함께 제안하였다.

측정치 융합은 상호연관성을 가지지 않은 측정치 사이의 관계를 이용하여 다수개의 측정치에 의한 융합을 먼저 수행한 다음 필터의 측정갱신에 사용하는 방법이다. 따라서 상태 융합의 방법을 이용할 경우 필터 사이의 상호연관성이 발생시키는 복잡성을 회피할 수 있는 구조이다. 측정치 융합의 방법은 Willner[12]에 의하여 그 개념이 소개되었으며, Roecker[13]는 측정치 융합의 추정 성능이 Barshalom과 Campo[5]에 의하여 발표된 상태융합의 추정성능에 비하여 우수함을 밝혔다. Gan[14]은 측정치 융합의 방법을 순간누적 측정치에 의한 방법과 Roecker[13]에 의해 제안된 방법으로 분류하여 성능을 비교하였으며 일반적으로 순간누적측정치에

* 正 會 員 : BK21 서울대-高麗大 情報技術事業團 · 工博

** 正 會 員 : 서울大學 電氣 · 컴퓨터工學部 正教授 · 工博
接受日字 : 2002年 3月 15日
最終完了 : 2002年 6月 7日

의한 방법이 더 우수함을 밝혔다.

앞서 설명된 기존의 상태 융합 및 측정치 융합 이론들과는 그 목적이 다른 병렬 필터링의 방법으로 데이터 압축 기법 (data compression technique)[15-17]이 연구되어 왔다. 주로 다수개의 센서들로부터 동 시점에서 얻어진 측정치들의 효율적인 사용에 중점을 둔 상태 융합 및 측정치 융합 이론들과는 달리 데이터 압축 기법은 한 개의 센서로부터 연속적으로 얻어지는 다수개의 측정치들의 효율적인 사용에 중점을 둔다.

앞선 연구들과는 달리 본 논문에서 집중하고자 하는 문제는 두 종류의 측정치 군(group)에 대한 효율적인 비동기 융합(asynchronous fusion)이다. 이러한 상황은 출력주기, 고장 특성, 또는 측정의 대상이 되는 상태변수가 서로 다른 두 개의 측정치 군을 융합하고자 할 경우 발생하게 된다. 기존의 상태 융합 기법은 고장에 강건한 구조적 특성을 가지나 비동기 융합 문제에 적용할 경우 두 종류의 측정치에 대하여 최소한 3개 이상의 전차수 필터를 구성하여야 하므로 계산량 면에서 부담을 발생시킨다. 기존의 측정치 융합 기법은 한 개의 필터만을 이용하여 최적의 해를 생성시키는 장점을 가지지만 서로 동기화된 센서 출력 주기를 가정하므로 비동기화된 센서 측정치의 융합에 적합하지 않다. 또한 기존의 데이터 압축기법은 한 종류의 센서 출력만을 고려하고 있으며 두 측정치의 비동기 융합 문제에 적용하기 위해서는 그 개념을 확장할 필요가 있다.

본 논문에서는 두 종류의 측정치 군에 대한 효율적인 비동기 융합을 위하여 기존의 데이터 압축 기법의 개념을 확장한 시전달 측정치 융합(time-propagated measurement fusion)을 제안하고자 한다. 제안된 시전달 측정치 융합의 원리는 두 종류 측정치 군의 비동기 융합을 위한 압축필터의 설계에 유용하게 사용될 수 있다. 이러한 특성에 의하여 네 종류의 압축필터가 새로이 제안되었다. 기존의 데이터 압축 기법에 비하여 제시된 시전달 측정치 융합의 목적은 통계적 정보를 정확하게 다룸으로써 효율적인 융합과 진보된 고장진단을 가능하게 하는 데 있다. 따라서, 기존의 데이터 압축 기법에서 근사화 되거나 무시된 전달잡음의 영향이 제안된 압축필터들에서는 다각도로 분석되고 활용된다. 이에 의하여 전달잡음의 영향을 정확히 고려한 새로운 형태의 블록 칼만 재귀식이 제안되었다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2 절에서는 시전달 측정치 융합의 개념이 소개되며 시스템 모델, 정보 보존의 원리, 융합을 위한 변수 및 표현, 융합의 기준(criteria), 그리고 기본적인 기능 등이 설명된다. 3 절에서는 시전달 측정치 융합에 기반한 압축필터(compression filter)들이 유도되며 최적성 증명을 위하여 새로운 형태의 블록 칼만 재귀식이 소개된다. 4 절에서는 시뮬레이션을 통하여 시전달 측정치 융합의 효율성 및 특성을 살펴본다. 마지막으로 결론을 맺도록 한다.

2. 시전달 측정치 융합

시전달 측정치 융합의 개형은 그림 1에 나타나 있다. 그림에 나타난 바와 같이 시전달 측정치 융합은 출력주기, 고장 특성, 또는 측정의 대상이 되는 상태변수가 서로 다른 두 센서를 각각 무한주기의 주역필터(host filter)와 비교적 단주기의

일정기간 동안 생성 및 소멸하는 압축필터에 의한 독특한 이중 필터 구조로 구성된다. 압축필터는 압축측정치 (compressed measurement), 측정계수행렬, 오차공분산행렬 (error covariance matrix), 그리고 상호연관행렬(cross-covariance matrix) 등을 재귀적으로 연산하여 정확한 통계적 정보를 관리하며 이를 통하여 효율적인 정보융합과 고장진단을 가능하게 한다. 주역필터의 관점에서는 장기적으로 두 센서의 측정치를 감소된 연산량으로 모두 활용할 수 있는 장점이 있다.

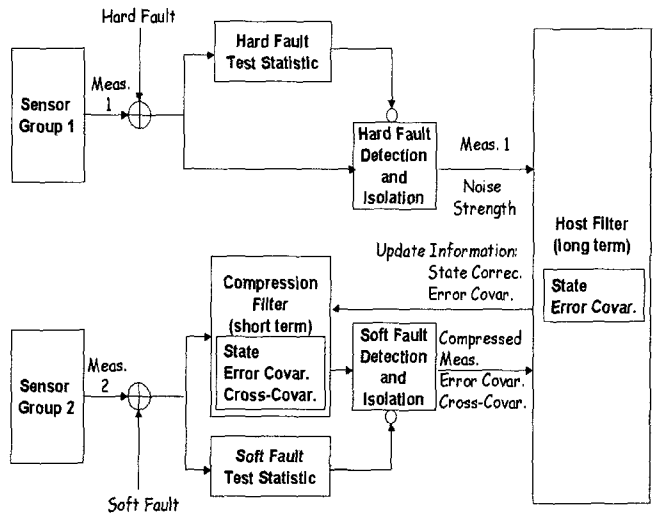


그림 1 시전달 측정치 융합에서 압축필터와 주역필터의 개형

Fig. 1 Configuration of compression filter and host filter in time-propagated measurement fusion

2.1 시스템 모델

본 연구는 다음의 시스템 모델에 기반한다.

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} &= F_{k+1/k} x_k - G_k w_k \\
 y_k &= h_k x_k - v_k \\
 y_k^h &= h_k^h x_k - v_k^h
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 h_k &:= [\phi_k \quad ; \quad 0_{m \times (n-m)}], \quad \phi_k > 0 \\
 \begin{bmatrix} w_i \\ v_j \\ v_k^h \end{bmatrix} &\sim \left(0, \begin{bmatrix} q_i & 0 & 0 \\ 0 & r_j & 0 \\ 0 & 0 & r_k^h \end{bmatrix} \right), \quad i, j, k \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

시스템 모델에서,

- $x_k \in R^n$ 는 k -번째 단위시간에서의 시스템 상태 변수를,
- $w_k \in R^m$ 는 k -번째 단위시간에서의 전달잡음을,
- $F_{k+1/k} \in R^{n \times n}$ 는 k -번째 단위시간에서 $(k+1)$ -번째 단

- 위시간으로의 상태변환행렬을,
- $y_k \in \mathbb{R}^m$ 는 k -번째 단위시간에서 압축필터에 의하여 활용되는 직접측정치를,
- $y_k^h \in \mathbb{R}^{m'}$ 는 k -번째 단위시간에서 주역필터에 의하여 활용되는 직접측정치를,
- $h_k \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 와 $h_k^h \in \mathbb{R}^{m' \times n}$ 는 k -번째 단위시간에서의 측정계수행렬을,
- $v_k \in \mathbb{R}^m$ 와 $v_k^h \in \mathbb{R}^{m'}$ 는 k -번째 단위시간에서의 측정잡음을,
- $\phi_k \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 는 k -번째 단위시간에서의 압축필터에 의하여 활용되는 측정치의 부분측정계수행렬을,
- $G_k \in \mathbb{R}^{n \times a}$ 는 k -번째 단위시간에서의 전달잡음 계수행렬을,
- $q_k \in \mathbb{R}^{a \times a}$ 는 k -번째 단위시간에서의 전달잡음의 오차공분산행렬을,
- $r_k \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 와 $r_k^h \in \mathbb{R}^{m' \times m'}$ 는 k -번째 단위시간에서의 측정잡음의 오차공분산행렬을,
- $O_{m \times n}$ 은 $m \times n$ 영행렬(zero matrix)을,
- O 는 적절한 차수(dimension)의 영행렬을 각각 나타낸다.

v_k, v_k^h , 그리고 w_k 는 상호독립적인 백색잡음의 특성을 가지며, 상태변수의 시전달식과 직접 측정식에서 잡음 성분들 앞의 음(minus)의 기호는 간접 측정식에서의 잡음성분 표시의 편의를 위한 것이다. k -번째 단위시간에서의 시스템 상태변수 x_k 와 시스템 모델이 식 (1)과 같이 주어지며 k -번째 단위시간에서 추가적인 측정치가 없는 경우, 시스템 상태변수에 대한 전추정치(a priori estimation) $\hat{x}_{k+1/j}$ 는 $\hat{x}_{k/j}$ 로부터 다음과 같이 시전달(time-propagation) 된다.

$$\hat{x}_{k+1/j} = F_{k+1/k} \hat{x}_{k/j} \tag{3}$$

여기서

$$\hat{x}_{k+1/j} = Est[x_k | y_1, y_2, \dots, y_j], \tag{4}$$

$Est[x|y]$: 측정치 y 에 기반한 x 의 추정치.

이 경우, $\hat{x}_{k/j}$ 에 대한 추정오차 $e_{k/j}$ 는 다음과 같은 시전달식과 간접측정식을 만족한다.

$$\begin{aligned} e_{k+1/j} &= F_{k+1/k} e_{k/j} + G_k w_k, \quad k > j \\ z_k &= h_k e_{k/j} + v_k \end{aligned} \tag{5}$$

여기서

$$e_{k/j} := \hat{x}_{k/j} - x_k, \quad z_k := h_k \hat{x}_{k/j} - y_k \tag{6}$$

큰 무리 없이 부분측정계수행렬 ϕ_k 는 각 단위시간에서 정칙행렬(non-singular matrix)로 가정할 수 있으며, 이러한 가정의 물리적인 의미는 각 단위시간에서의 측정치 y_k 는 시스템 상태변수들 중 일부 상태변수 즉 센서상태변수(sensor-oriented states)의 정보만을 얻어낸다는 것을 나타낸다. 이에

의하여 시스템 상태변수는 다음과 같이 분할된다.

$$x_k = \begin{bmatrix} x_k^1 \\ \vdots \\ x_k^2 \end{bmatrix} \tag{7}$$

여기서 $x_k^1 \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 는 각 단위시간에서 직접적으로 측정되는 센서상태변수를 나타내며 $x_k^2 \in \mathbb{R}^{(n-m) \times 1}$ 는 이외의 상태변수들을 나타낸다. 상태변수의 분할에 의하여 오차변수들은 다음과 같이 분할된다.

$$e_{k/j} = \begin{bmatrix} e_{k/j}^1 \\ \vdots \\ e_{k/j}^2 \end{bmatrix} \tag{8}$$

여기서 $e_{k/j}^1 \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 는 각 단위시간에서 직접적으로 측정되는 센서상태변수에 대한 추정오차를 나타내며, 그리고 $e_{k/j}^2 \in \mathbb{R}^{(n-m) \times 1}$ 는 나머지 상태변수에 대한 추정오차를 각각 나타낸다. 상태변환행렬 $F_{k/j}$ 또한 다음과 같이 분할된다.

$$F_{k/j} = \begin{bmatrix} f_{k/j}^{11} & : & f_{k/j}^{12} \\ \vdots & & \vdots \\ f_{k/j}^{21} & : & f_{k/j}^{22} \end{bmatrix} \tag{9}$$

제안된 방법은 시스템 모델이 완전히 알려져 있다는 가정에 근거한다. 물리적인 시스템을 제한된 차수의 상태변수로 완전하게 기술하는 것은 많은 경우 불가능할 수 있다. 이러한 경우, 별도의 공분산해석(covariance analysis)이나 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation) 등에 의하여 기술적으로 충분히 정확한 설계모델(design model)을 얻을 수 있을 것이다[18].

2.2 원리

제안된 시전달 측정치 융합에 있어서 고전적인 가우시안 추정이론(Gaussian estimation theory)을 정리한 다음의 Lemma들은 중요한 역할을 수행한다. 정리된 Lemma들은 가우시안 추정이론과 융합이론에 관련된 여러 참고문헌들 [1-18]에서 비록 명확한 형태로 명시되어 있지는 않지만 내재된 의미를 찾을 수 있다.

전추정치와 가우시안 오차를 가지는 측정치가 주어진 경우, Lemma 1은 원래의 측정치에 정칙 정방 행렬(non-singular square matrix)을 가하여도 후추정치(a posteriori estimation)를 얻음에 있어 원래 측정치에 포함된 정보는 유실되지 않음을 나타낸다.

Lemma 2는 전추정치와 상관된 어떠한 측정치도 전추정치와 상관되지 않은 등가측정치(equivalent measurement)로 표현할 수 있음을 나타낸다.

Lemma 3은 주어진 측정치에 의하여 시스템 상태변수가 가관측성(observability)의 조건을 만족하는 경우, 원래의 측정치에 가중의사역행렬(weighted pseudo-inverse matrix)을 가하게 되면 후추정치(a posteriori estimation)를 얻음에 있어 원래 측정치에 포함된 정보는 유실되지 않으며 측정계수행렬은 단위행렬이 됨을 나타낸다.

Lemma 4는 일정 시점에서 시스템 상태변수에 대한 측정치가 주어진 경우 시점이 변화하여 시스템 상태변수가 변화하여도 시전달 모델을 원래 측정식의 해석에 반영하여 주면 원래 측정치에 포함된 정보는 유실되지 않음을 나타낸다.

정리된 Lemma들에 대한 대부분의 증명은 자명하므로 생략되었다. 편의를 위하여, $Est[x]$ 는 최적성이 보장되지 않는 임의의 추정치의 표현에 $E[x]$ 는 일반적인 의미에서 변수 x 에 대한 확률적 기대치의 표현에 각각 사용된다.

Lemma 1: 등가추정치

상태변수 x 에 대한 정보가 전추정치 $\hat{x}^- \in R^{n \times 1}$, 가우시안 분포를 가지는 \hat{x}^- 의 전추정오차 $e^- \in R^{n \times 1}$ 의 공분산행렬 $M \in R^{n \times n}$, 측정치 $z \in R^{m \times 1}$, 측정계수행렬 $H \in R^{m \times n}$, 측정오차 공분산행렬 $R \in R^{m \times m}$, 그리고 전추정 오차 e^- 와 측정오차 v 사이의 상호연관행렬 $S \in R^{m \times n}$ 가 다음과 같이 주어졌다고 가정하자.

$$\begin{aligned} \hat{x}^- &= Est[x] \\ M &= E[(e^-)(e^-)^T] \end{aligned} \tag{10}$$

여기서

$$\begin{aligned} e^- &:= \hat{x}^- - x \\ z &= He^- + v, \quad v \sim (O_{m \times 1}, R) \\ S &= E[v(e^-)^T]. \end{aligned} \tag{11}$$

이때, 측정치 z 를 정칙행렬 $C \in R^{m \times m}$ 를 통하여 \bar{z} 로 변환하고 이와 관련된 측정계수행렬 H , 측정오차공분산행렬 R , 그리고 상호연관행렬 S 에 있어서 C 에 의한 변화를 다음과 같이 고려하면 전추정치 \hat{x}^- 와 변환추정치 \bar{z} 를 이용한 후추정치(a posteriori estimation)는 전추정치 \hat{x}^- 와 측정치 z 를 이용한 후추정치와 동일하다.

$$\begin{aligned} \bar{z} &:= Cz = \bar{H}e^- + \bar{v}, \quad \bar{v} \sim (O_{m \times 1}, \bar{R}) \\ \bar{H} &:= CH \\ \bar{R} &:= E[\bar{v} \bar{v}^T] = CRC^T \\ \bar{S} &:= E[\bar{v}(e^-)^T] = CS \end{aligned} \tag{12}$$

Lemma 2: 측정치의 비상관화

$\hat{x}^- \in R^{n \times 1}$, $e^- \in R^{n \times 1}$, $M \in R^{n \times n}$, $z \in R^{m \times 1}$, $H \in R^{m \times n}$, $R \in R^{m \times m}$, $S \in R^{m \times n}$ 가 식 (10), 식 (11), 그리고 다음의 조건을 만족한다고 가정하면

$$R - SM^{-1}S^T > O \tag{13}$$

측정치 z 는 다음의 측정치 \bar{z} 와 등가하다.

$$\begin{aligned} \bar{z} &:= \bar{H}e^- + \bar{v}, \quad \bar{v} \sim (O_{m \times 1}, \bar{R}) \\ \bar{H} &:= H + SM^{-1} \\ \bar{R} &= R - SM^{-1}S^T \end{aligned}$$

$$\bar{S} := E[\bar{v}(e^-)^T] = O. \tag{14}$$

Lemma 3: 측정치 차수감소에 있어서 정보의 보존

$\hat{x}^- \in R^{n \times 1}$, $e^- \in R^{n \times 1}$, $M \in R^{n \times n}$, $z \in R^{m \times 1}$, $H \in R^{m \times n}$, $R \in R^{m \times m}$, $S \in R^{m \times n}$ 가 식 (10), 식 (11), 그리고 다음의 조건을 만족한다고 가정하면

$$m > n, \quad H^T H > O, \quad S := E[v(e^-)^T] = O. \tag{15}$$

측정치 z 는 다음의 측정치 \bar{z} 와 등가하다.

$$\begin{aligned} \bar{z} &:= C^*z = \bar{H}e^- + \bar{v}, \quad \bar{v} \sim (O_{m \times 1}, \bar{R}) \\ C^* &:= (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \\ \bar{H} &:= I_{m \times m} \\ \bar{R} &:= E[\bar{v} \bar{v}^T] = (H^T R^{-1} H)^{-1}. \end{aligned} \tag{16}$$

Lemma 4: 시전달 측정치

상태변수 x_k 에 대한 정보가 전추정치 \hat{x}_k^- , 가우시안 분포를 가지는 \hat{x}_k^- 의 전추정오차 e_k^- 의 공분산행렬 M_k , 간접측정치 z_k , 측정계수행렬 H_k , 측정오차 공분산행렬 R_k , 그리고 전추정 오차와 측정오차 사이의 상호연관행렬 S_k 가 다음과 같이 주어졌다고 가정하자.

$$z_k = H_k e_k^- + v_k, \quad v_k \sim (O_{m \times 1}, R_k) \tag{17}$$

여기서

$$\begin{aligned} R_k - S_k M_k^{-1} S_k^T &> O \\ M_k &:= E[(e_k^-)(e_k^-)^T] \\ S_k &:= E[v_k (e_k^-)^T] \\ e_k^- &:= \hat{x}_k^- - x_k \\ \hat{x}_k^- &= Est[x_k] \end{aligned} \tag{18}$$

또한, 상태변수 x_k 와 전추정치 \hat{x}_k^- 가 다음의 시전달 식에 의하여 변화한다고 가정하자.

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= F_{k+1/k} x_k + G_k w_k \\ \hat{x}_{k+1}^- &= F_{k+1/k} \hat{x}_k^- \end{aligned} \tag{19}$$

여기서

$$E[w_k v_k^T] = O, \quad E[w_k e_k^-] = O \tag{20}$$

위의 조건 하에서, 측정치 z_k 는 다음의 측정치 \bar{z}_k 와 등가하다.

$$\bar{z}_{k+1} := z_k = \bar{H}_{k+1} e_{k+1}^- + \bar{v}_{k+1} \tag{21}$$

여기서

$$\begin{aligned} e_{k+1}^- &:= \hat{x}_{k+1}^- - x_{k+1} \\ \bar{H}_{k+1} &:= H_k (F_{k+1/k})^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_{k+1} &:= E[(\bar{v}_{k+1})(\bar{v}_{k+1})^T] = R_k + \bar{H}_{k+1}G_kQ_kG_k^T\bar{H}_{k+1}^T \\ \bar{S}_{k+1} &:= E[(\bar{v}_{k+1})(e_{k+1})^T] = S_kF_{k+1/k}^T - \bar{H}_{k+1}G_kQ_kG_k^T \end{aligned} \quad (22)$$

<Proof>

식 (18)과 식 (19)에 의하면 추정오차 e_k^- 는 시전달에 의하여 추정오차 e_{k+1}^- 로 다음과 같이 변환된다.

$$e_{k+1}^- = F_{k+1/k}e_k^- + G_k w_k \quad (23)$$

식 (17)과 식 (23)에 의하여 k -번째 단위시간에서의 측정치 z_k 는 $(k+1)$ -번째 단위시간에서의 전추정오차 e_{k+1}^- 와 다음의 관계를 만족한다.

$$z_k = \bar{H}_{k+1}e_{k+1}^- + v_k - \bar{H}_{k+1}G_k w_k \quad (24)$$

$(k+1)$ -번째 단위시간에서의 등가 측정오차를 다음과 같이 정의하면

$$\bar{v}_{k+1} := v_k - \bar{H}_{k+1}G_k w_k, \quad (25)$$

식 (21)과 식 (22)의 결과를 얻을 수 있다. Lemma 1, Lemma 2, 그리고 Lemma 3을 이용하면 식 (21)과 식 (22)에 의한 $(k+1)$ -번째 단위시간에서의 등가 측정치 \bar{z}_{k+1} 이외에도 다양하게 변화된 등가 측정치들을 얻을 수 있다.

2.3 정보융합을 위한 변수 및 표기

그림 1에 나타난 바와 같이 제안된 시전달 측정치 융합에서 압축필터는 중요한 역할을 수행한다. 압축필터는 압축 측정치, 측정계수행렬, 오차공분산행렬, 그리고 상호연관행렬 등의 변수들을 적절히 관리함으로써 정확한 통계적 정보를 유지한다.

압축측정치는 주역필터에 의하여 한 개의 순간 측정치 (instantaneous)처럼 사용될 수 있는 등가측정치이다. 압축측정치는 직접변수와 관련된 경우 Y 에 의하여 간접변수와 관련된 경우 Z 에 의하여 표기된다. 압축측정치와 상태변수 사이의 기하학적 관계를 나타내는 측정계수행렬은 H 로 표기된다. 대부분의 경우 압축측정치의 측정계수행렬은 가장 최근의 순간 측정치의 측정계수행렬과 동일하게 유지된다. 압축 측정치의 오차공분산은 R 로 표기되며, 압축측정치와 주역필터의 전추정오차 사이의 상호연관행렬은 S 로 표현된다.

시전달을 위하여 주역필터는 전체 상태변수에 대한 모델을 변형없이 사용하며 압축필터는 간략화된 모델을 이용할 수 있다. 이후 설명된 비상관화 기능에 사용에 의하여 상호연관행렬 S 의 사용은 생략될 수 있다. 비상관화 기능의 사용에 의하여 압축필터는 상관압축필터(correlated compression filter)와 비상관압축필터(de-correlated compression filter)로 분류된다.

지금부터 각 변수들이 관련된 시간을 나타내기 위하여 아래 첨자(subscript)들이 증점적으로 사용된다. 아래첨자 k 는 k -번째 단위시간을 나타내며, 아래 첨자 k/j 는 j -번째 단위시간과 k -번째 단위시간 사이의 시구간을 나타낸다. 다양

한 형태의 위 첨자(superscript)는 변수의 물리적 의미를 분류하기 위하여 사용된다. 오차공분산 행렬의 선별적 표현을 위하여, 대문자 R 은 압축측정치 Y 또는 Z 의 오차공분산을 소문자 r 은 순간 직접 측정치 y 또는 순간 간접 측정치 z 의 오차공분산을 각각 나타낸다.

2.4 정보융합의 기준

시전달 측정치 융합의 기준으로서 다음의 네가지 기준들이 사용될 수 있다.

- 1) 의사 전상태 최소화(Pseudo Full-State Minimization),
- 2) 의사 부분상태 최소화(Pseudo Partial-State Minimization),
- 3) 전상태 최소화(Full-State Minimization),
- 4) 부분상태 최소화(Partial-State Minimization),

앞선 1)과 2)의 두 기준들은 실제적인 구현에 있어서 계산 상 유리한 상관 압축필터들을 생성시키며 3)과 4)의 두 기준들은 추정의 정확도를 향상 시키며 해석적인 관점에서 유리한 비상관 압축필터들을 생성시킨다. 비상관 압축필터의 실제적인 구현을 위해서는 차수가 큰 주역필터 오차 공분산 행렬의 역행렬 계산이 요구된다. 그러나, 전상태 최소화는 최적 추정치를 생성 가능하게 하여 주는 주목할 만한 특성을 가진다. 지금부터는 각 융합 기준들의 차이점이 설명된다.

먼저, k -번째 단위시간에서의 전추정오차 $e_{k/k-N}$ 을 추정하기 위하여 $(k-N+1)$ -번째 단위시간으로부터 k -번째 단위시간 까지의 순간 측정치들에 의하여 누적 측정치 벡터 $Z_{k/k-N+1}^s$ 이 다음과 같이 구성되어 있다고 가정한다.

$$Z_{k/k-N+1}^s = H_{k/k-N+1}^s e_{k/k-N} + v_{k/k-N+1}^s \quad (25)$$

여기서

$$Z_{k/k-N+1}^s := \begin{bmatrix} z_k \\ z_{k-1} \\ z_{k-2} \\ \vdots \\ z_{k-N+1} \end{bmatrix}, \quad H_{k/k-N+1}^s := \begin{bmatrix} h_k \\ h_k F_{k-1/k} \\ h_k F_{k-2/k} \\ \vdots \\ h_k F_{k-N+1/k} \end{bmatrix}$$

$$v_{k/k-N+1}^s := \begin{bmatrix} v_k \\ v_{k-1} \\ v_{k-2} \\ \vdots \\ v_{k-N+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ h_{k-1} F_{k-1/k} G_{k-1} w_{k-1} \\ h_{k-2} \sum_{a=k-2}^{k-1} F_{k-2/a+1} G_a w_a \\ \vdots \\ h_{k-N+1} \sum_{a=k-N+1}^{k-1} F_{k-N+1/a+1} G_a w_a \end{bmatrix}$$

$$R_{k/k-N+1}^s := E[(v_{k/k-N+1}^s)(v_{k/k-N+1}^s)^T]$$

$$S_{k/k-N+1}^s := E[(v_{k/k-N+1}^s)(e_{k/k-N})^T] \neq 0. \quad (26)$$

위의 식에서 N 은 압축필터가 초기화되어 운용되는 시구간의 크기를 나타낸다. 식 (25)와 식 (26)이 주어진 경우 전추정오차 $e_{k/k-N}$ 을 효율적으로 추정하고 보상하기 위한 추정치 후보 $\hat{e}_{k/k-N}$ 으로서 다음과 같이 형태의 의사 전상태가 격함수 (pseudo full-state cost function)를 최소화하는

$\hat{e}_{k/k-N}^{cf}$ 을 먼저 생각할 수 있다.

$$J_{k/k-N}^{cf} = E \left[\begin{matrix} Z_{k/k-N+1}^s - H_{k/k-N+1}^s \hat{e}_{k/k-N} (R_{k/k-N+1}^s)^{-1} \\ \cdot (Z_{k/k-N+1}^s - H_{k/k-N+1}^s \hat{e}_{k/k-N})^T \end{matrix} \right] \quad (27)$$

이때, $J_{k/k-N}^{cf}$ 을 최소화하는 추정치 $\hat{e}_{k/k-N}^{cf}$ 은 다음의 식을 만족하게 된다.

$$\hat{e}_{k/k-N}^{cf} = [(H_{k/k-N+1}^s)^T (R_{k/k-N+1}^s)^{-1} (H_{k/k-N+1}^s)]^{-1} \cdot (H_{k/k-N+1}^s)^T (R_{k/k-N+1}^s)^{-1} Z_{k/k-N+1}^s \quad (28)$$

식 (28)로부터 추정치 $\hat{e}_{k/k-N}^{cf}$ 는 누적된 측정치의 조합이므로 일종의 등가측정치임을 알 수 있다. 가격함수 $J_{k/k-N}^{cf}$ 을 최소화하는 압축필터는 상관 전차수 압축필터(correlated full-state compression filter)로 지칭된다. 가격함수 $J_{k/k-N}^{cf}$ 의 외관으로부터 상관 전차수 압축필터는 최적의 추정치를 생성하리라 추측할 수 있다. 그러나, 앞선 Lemma 3에 의하면 주어진 측정치로부터 등가측정치의 형성에 정보의 손실을 가져오지 않으려면 전추정오차와 새로이 형성된 등가측정치의 측정오차는 비상관 되어야 함을 알 수 있다. 이에 의하여, $\hat{e}_{k/k-N}^{cf}$ 은 최적 추정치가 되지 못한다.

또한, 식 (1), (2), (7)-(9)에 의하면 식 (25)에 나타난 전상태변수 $e_{k/k-N}$ 에 대한 누적 측정치 $Z_{k/k-N+1}^s$ 를 다음과 같이 센서상태변수 $e_{k/k-N}^1$ 에 대한 누적측정치로 달리 해석할 수 있다.

$$Z_{k/k-N+1}^s = H_{k/k-N+1}^{11} e_{k/k-N}^1 + v_{k/k-N+1}^1 \quad (29)$$

여기서

$$H_{k/k-N+1}^s := \begin{bmatrix} \phi_k \\ \phi_k \gamma_{k-1/k} \\ \phi_k \gamma_{k-2/k} \\ \vdots \\ \phi_k \gamma_{k-N+1/k} \end{bmatrix}$$

$$R_{k/k-N+1}^1 := E[(v_{k/k-N+1}^1)(v_{k/k-N+1}^1)^T] \quad (30)$$

$$\gamma_{k/j} := f_{k/k-1}^1 f_{k-1/k-2}^1 \dots f_{j+1/j}^1$$

위의 식에서 $v_{k/k-N+1}^1$ 는 측정잡음 및 전달잡음과 시전달의 모델을 $F_{k/j}$ 로부터 $\gamma_{k/j}$ 로 축약함에 따라 발생하는 영향을 모두 포함한 등가측정오차를 나타낸다. 실제 $e_{k/k-N}^1$ 은 매 순간 센서가 직접적으로 측정하는 간접상태변수를 나타내므로 다음과 같은 의사 부분상태 가격함수 (pseudo partial-state cost function)를 최소화하는 추정치 $\hat{e}_{k/k-N}^{cp}$ 은 물리적으로 효율적인 의미를 가질 것이다.

$$J_{k/k-N}^{cp} = E \left[\begin{matrix} (Z_{k/k-N+1}^s - H_{k/k-N+1}^{11} \hat{e}_{k/k-N}^1)(R_{k/k-N+1}^1)^{-1} \\ \cdot (Z_{k/k-N+1}^s - H_{k/k-N+1}^{11} \hat{e}_{k/k-N}^1)^T \end{matrix} \right] \quad (31)$$

$e_{k/k-N}^1$ 에 대한 위의 가격함수를 최소화하는 $\hat{e}_{k/k-N}^{cp}$ 은 다음의 관계를 만족하게 된다.

$$\hat{e}_{k/k-N}^{cp} = [(H_{k/k-N+1}^{11})^T (R_{k/k-N+1}^1)^{-1} (H_{k/k-N+1}^{11})]^{-1} \cdot (H_{k/k-N+1}^{11})^T (R_{k/k-N+1}^1)^{-1} Z_{k/k-N+1}^s \quad (32)$$

가격함수 $J_{k/k-N}^{cp}$ 를 최소화하는 압축필터는 상관 감소차수 압축필터(correlated partial-state compression filter)로 지칭된다.

지금까지 의사 전상태 가격함수와 의사 부분상태 가격함수를 최소화 하여주는 상관 압축필터들에 대하여 언급하였다. 의사 가격함수와 관련된 압축필터에 의하여 생성되는 등가측정치의 측정오차는 추정의 대상이 되는 상태변수와 상호연관되는 특성을 가지며 Lemma 3에 의하여 준최적임을 밝혔다. 또한, 등가측정치와 상태변수 사이의 상호연관성은 공유된 전달잡음, 고려되지 않은 상태변수, 그리고 고려되지 않은 시전달 관계에 의하여 유발됨을 설명하였다. 따라서, 전달잡음, 전체적인 상태변수, 그리고 전체적인 시전달식을 고려하게 되면 주역필터를 보조하여 최적의 추정치를 생성할 수 있는 압축필터를 유도할 수 있게 된다.

최적 추정치의 생성을 위한 기준은 Lemma 2를 식 (25)와 식 (26)에 적용한 다음의 비상관 누적 측정치 $Z_{k/k-N+1}^1$ 를 활용함으로써 얻어질 수 있다.

$$Z_{k/k-N+1}^1 = Z_{k/k-N+1}^s = H_{k/k-N+1}^1 e_{k/k-N} + v_{k/k-N+1}^1 \quad (33)$$

여기서

$$H_{k/k-N+1}^1 := H_{k/k-N+1}^s + S_{k/k-N+1}^s (M_k)^{-1}$$

$$M_k := E[(e_{k/k-N})(e_{k/k-N})^T]$$

$$v_{k/k-N+1}^1 = v_{k/k-N+1}^s - S_{k/k-N+1}^s (M_k)^{-1} e_{k/k-N}$$

$$R_{k/k-N+1}^1 := E[(v_{k/k-N+1}^1)(v_{k/k-N+1}^1)^T]$$

$$= R_{k/k-N+1}^s - S_{k/k-N+1}^s (M_k)^{-1} (S_{k/k-N+1}^s)^T$$

$$S_{k/k-N+1}^1 := E[(v_{k/k-N+1}^1)(e_{k/k-N})^T] = 0 \quad (34)$$

식 (34)에서 추정의 대상이 되는 간접 전상태변수(indirect full-state) $e_{k/k-N}$ 과 등가 측정오차 $v_{k/k-N+1}^1$ 사이의 상관성은 제거되었음을 확인할 수 있다. $e_{k/k-N}$ 에 대한 최적 추정치는 다음과 같은 전상태 가격함수(full-state cost function)를 최소화 함으로써 얻어질 수 있다.

$$J_{k/k-N}^{df} = E \left[\begin{matrix} (Z_{k/k-N+1}^1 - H_{k/k-N+1}^1 \hat{e}_{k/k-N}^d)(R_{k/k-N+1}^1)^{-1} \\ \cdot (Z_{k/k-N+1}^1 - H_{k/k-N+1}^1 \hat{e}_{k/k-N}^d)^T \end{matrix} \right] \quad (35)$$

가격함수 $J_{k/k-N}^{df}$ 을 최소화하는 추정치 $\hat{e}_{k/k-N}^{df}$ 은 다음의 식을 만족하게 된다.

$$\hat{e}_{k/k-N}^{df} = [(H_{k/k-N+1}^1)^T (R_{k/k-N+1}^1)^{-1} (H_{k/k-N+1}^1)]^{-1} \cdot (H_{k/k-N+1}^1)^T (R_{k/k-N+1}^1)^{-1} Z_{k/k-N+1}^1 \quad (36)$$

가격함수 $J_{k/k-N}^{df}$ 를 최소화하는 압축필터는 비상관 전차수 압축필터(de-correlated full-state compression filter)로 지칭된다. 비상관 전차수 압축필터는 주역필터가 생성한 추정치와 결합될 경우 최적 추정치를 생성해 낼 수 있는 독특한 특성을 가지게 된다.

비상관 감소차수 압축필터(de-correlated partial-state compression filter)는 식 (25)의 누적추정치 $Z_{k/k-N+1}^s$ 로부터 식 (31)의 가격함수 $J_{k/k-N}^{dp}$ 를 추론하는 과정과 유사한 방법을 식 (33)의 비상관 누적추정치 $Z_{k/k-N+1}^l$ 에 적용함으로써 얻을 수 있다. 비상관 감소차수 압축필터가 최소화 하는 가격함수 $J_{k/k-N}^{dp}$ 의 형태는 $J_{k/k-N}^{dp}$ 를 참조함으로써 쉽게 유추될 수 있다.

3. 압축필터

시전달 추정치 융합의 개념은 과거 생성된 시점에서 그 사용이 유보된 여러 추정치들과 현 시점 상태변수 사이의 관계를 쉽게 밝혀준다. 이러한 장점을 이용하면 통계적 선형시변 시스템을 위한 새로운 형태의 병렬 필터링 방법을 유도할 수 있다. 이때, 앞 장에서 설명된 네 종류의 서로 다른 기준들을 적용하게 되면 네 종류의 압축필터들이 유도될 수 있다.

본 장에서 그 유도과정이 설명될 네 종류의 압축필터들 중 비상관 전차수 압축필터는 시전달 추정치 융합의 개념 하에서 최적성을 보여 주므로 주목할 가치가 있다. 전차수 비상관 압축필터는 시스템 상태변수에 대하여 주역필터가 생성한 추정치와 서로 독립적인 추정치를 생성하여 준다. 따라서, 비상관 전차수 압축필터가 초기화 된 이후 현 시점까지 비상관 전차수 압축필터와 주역필터의 두 필터에 의하여 별도로 운용된 모든 추정치 정보들을 최적 융합할 수 있게 하여 준다. 즉, 압축필터와 주역필터의 융합은 한 개의 칼만필터를 운용하여 모든 추정치를 융합한 결과와 동일하게 된다.

실시간 추정 문제에서 한 센서로부터 측정된 연속적인 추정치들을 비동기적인 출력 주기, 고장 진단, 그리고 시스템 운용 등의 이유로 인하여 그 활용을 생성된 시점에서 즉시 수행하지 못하고 상당기간 유보하여야 할 경우가 종종 발생하게 된다. 감소차수 압축필터의 가격함수는 이러한 경우에 있어서 전체 상태변수 중 센서가 직접적으로 연관 지워진 센서상태변수에 대한 추정오차를 최소화하기 위한 자연적인 시도를 나타낸다. 상관 감소차수 압축필터는 가장 작은 차수의 역행렬 계산을 필요로 하므로 연산량 관점에서 유리하다. 상관 감소차수필터의 유도에 있어서 식 (2)에 나타난 측정계수행렬의 형태는 Lemma 1에 의하여 다음의 형태로 대체될 수 있다.

$$h_k = h = [I_{m \times m} \quad ; \quad 0] \quad (37)$$

3.1 압축필터의 기능 및 유도

압축필터의 기본적인 기능들은 초기화(initialization), 시전달(time-propagation), 비상관화(de-correlation), 정보유지(maintenance), 누적(accumulation), 그리고 압축(compression)의 순으로 구성된다. 압축필터의 유도에 앞서 주역필터는 k_0

-번째 단위시간에 있어서 시스템 상태변수 x_{k_0} 에 대한 k_0 -번째 단위시간 까지의 모든 측정치 $\{z_i\}_{i=0,1,2,\dots,k_0}$ 와 $\{z_i^h\}_{i=0,a,2a,\dots,ja}$ 를 활용하여 후추정치 \hat{x}_{k_0/k_0} 와 이의 오차 공분산행렬 P_{k_0/k_0} 를 확보하였다고 가정한다. 압축필터에 의하여 활용되는 측정치 $\{z_i\}_{i=0,1,2,\dots,k_0}$ 는 주역필터에 의하여 활용되는 $\{z_i^h\}_{i=0,a,2a,\dots,ja}$ 와 동기화될 필요는 없다. 즉, 주역필터와 연관된 센서의 출력주기 는 1일 필요가 없으며 또한 두 센서의 가장 최근 출력 시점들 사이에는 $ja < k_0$ 의 관계가 성립한다. 주역필터가 관리하는 정보는 다음의 식들에 의하여 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k_0/k_0} &= Est[x_{k_0} | \{z_i\}_{i=0,1,2,\dots,k_0}, \{z_i^h\}_{i=0,a,2a,\dots,ja}] \\ e_{k_0/k_0} &= \hat{x}_{k_0/k_0} - x_{k_0} \\ P_{k_0/k_0} &= E[e_{k_0/k_0}(e_{k_0/k_0})^T] \end{aligned} \quad (38)$$

새로운 추정치가 주역필터에 도착할 때까지 주역필터는 다음의 식들에 의하여 추정치, 추정오차, 그리고 오차공분산행렬을 시전달 하게 된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1/k_0} &= F_{k+1/k} \hat{x}_{k/k_0} \\ e_{k+1/k_0} &= F_{k+1/k} e_{k/k_0} + G_k w_k, \quad w_k \sim (0, q_k) \\ P_{k+1/k_0} &= F_{k+1/k} P_{k/k_0} (F_{k+1/k})^T + G_k Q_k (G_k)^T \end{aligned} \quad (39)$$

압축필터의 초기화는 주역필터가 전단계 압축필터에 의하여 정보갱신(renovation)된 후 압축필터에 관련된 최초의 추정치가 도달함에 따라 수행된다. 이 경우, 압축필터는 새로이 도달한 한 개의 순간 측정치에 의해서만 구성되므로, 압축필터의 추정오차는 주역필터의 추정오차와 서로 비상관 되어 있다.

$$\begin{aligned} y_{k_0+1} &= h_{k_0+1} x_{k_0+1} - v_{k_0+1}, \quad v_k \sim (0, r_k) \\ Z_{k_0+1} &= h_{k_0+1} \hat{x}_{k_0+1} - y_{k_0+1} = h_{k_0+1} e_{k_0+1} + v_{k_0+1} \\ H_{k_0+1} &= h_{k_0+1} \\ R_{k_0+1} &= r_{k_0+1} \end{aligned} \quad (40)$$

압축필터의 k -번째 단위시간에서 $(k+1)$ -번째 단위시간으로의 시전달은 다음과 같이 유도된다. 재귀적인 형태의 유도를 위하여, 압축필터는 k -번째 단위시간에서 다음과 같이 간접 압축추정치 Z_k , 측정계수행렬 H_k , 오차공분산행렬 R_k , 그리고 상호연관행렬 S_k 를 가진다고 가정한다.

$$Z_k = H_k e_{k/k} + v_{k/k+1} \quad (41)$$

여기서

$v_{k/k+1}$: 측정치 $\{y_i\}_{i=k_0+1, k_0+2, \dots, k}$ 를 압축한 압축필터의 등가 추정오차

$$\begin{aligned} R_k &= E[v_{k/k+1}(v_{k/k+1})^T] \\ S_k &= E[v_{k/k+1}(e_{k/k})^T] \end{aligned} \quad (42)$$

시스템 상태변수가 x_k 에서 x_{k+1} 로 변화함에 따라 주역 필터는 식 (39)와 같이 시전달의 기능을 수행한다. 이에 의하여, 추정 대상이 $e_{k/ko}$ 로부터 $e_{k+1/ko}$ 로 변화하게 된다. 압축 필터와 새로 확립된 추정의 대상 $e_{k+1/ko}$ 사이의 관계를 고려하기 위하여 압축 필터는 Lemma 4에 의하여 다음의 기능을 수행한다.

$$\hat{z}_{k+1} = c_k z_k = \hat{H}_{k+1} e_{k+1/ko} + \hat{v}_{k/ko+1} \quad (43)$$

여기서

$$\begin{aligned} c_k &: \text{압축 필터의 시전달을 위한 계수 행렬} \\ \hat{H}_{k+1} &: \text{설계된 측정계수행렬} \\ \hat{v}_{k/ko+1} &:= c_k v_{k/ko+1} - \hat{H}_{k+1} G_k w_k + d_k e_{k/ko} \\ d_k &:= c_k H_k - \hat{H}_{k+1} F_{k+1/k} \\ \hat{R}_{k+1} &:= E[\hat{v}_{k/ko+1}(\hat{v}_{k/ko+1})^T] \\ &= R_k + \hat{H}_{k+1} G_k Q_k (G_k)^T (\hat{H}_k)^T \\ &\quad + c_k S_{k/ko} d_k^T + d_k S_{k/ko}^T c_k^T + d_k P_{k/ko} d_k^T \\ \hat{S}_{k+1} &:= E[\hat{v}_{k/ko+1}(e_{k+1/ko})^T] \\ &= [c_k S_k + d_k P_{k/ko}] F_{k+1/k}^T - \hat{H}_{k+1} G_k Q_k (G_k)^T. \end{aligned} \quad (44)$$

시전달에 있어서 전차수 압축 필터는 $c_k = I$, $\hat{H}_{k+1} = H_k F_{k/ko+1}$, 그리고 $d_k = O$ 의 관계를 만족시키며 감소차수 압축 필터는 $c_k = f_{k+1/k}^1$, $H_k = \hat{H}_k = h$, 그리고 $d_k = [O_{m \times m} \quad f_{k+1/k}^2]$ 의 관계를 만족시킨다.

비상관화의 기능은 공유된 공정잡음에 의하여 유기된 압축 필터와 주역 필터 사이의 상관성을 제거하기 위하여 압축 필터가 비상관 압축 필터의 부류에 속하는 경우에만 다음과 같이 수행된다.

$$\bar{z}_{k+1} = \hat{z}_{k+1} = \bar{H}_{k+1} e_{k+1/ko} - \bar{v}_{k/ko+1} \quad (45)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{H}_{k+1} &:= \hat{H}_{k+1} + \hat{S}_{k+1} (P_{k+1/ko})^{-1} \\ \bar{v}_{k/ko+1} &:= \hat{v}_{k/ko+1} - \hat{S}_{k+1} (P_{k+1/ko})^{-1} e_{k+1/ko} \\ \bar{R}_{k+1} &:= E[\bar{v}_{k/ko+1}(\bar{v}_{k/ko+1})^T] \\ &= R_k - \hat{S}_{k+1} (P_{k+1/ko})^{-1} (\hat{S}_{k+1})^T \\ \bar{S}_{k+1} &:= E[\bar{v}_{k/ko+1}(e_{k+1/ko})^T] = O. \end{aligned} \quad (46)$$

Lemma 2에 의하여 비상관화 기능은 정보를 보존한다.

압축 필터와 비동화된 측정치에 의하여 주역 필터가 갱신되는 경우 추정치와 추정오차는 다음과 같이 변화된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}'_{k+1/ko} &= \hat{x}_{k+1/ko} - K_{k+1}^h z_{k+1}^h \\ e'_{k+1/ko} &= e_{k+1/ko} - K_{k+1}^h z_{k+1}^h \\ &= (I - K_{k+1}^h h_{k+1}^h) e_{k+1/ko} - K_{k+1}^h v_{k+1}^h \end{aligned} \quad (47)$$

여기서

$$z_{k+1}^h = h_{k+1}^h e_{k+1/ko} + v_{k+1}^h, \quad v_{k+1}^h \sim (O, r_{k+1}^h). \quad (48)$$

이에 의하여, 주역 필터의 오차공분산행렬은 다음과 같이 변화된다.

$$\begin{aligned} P_{k+1/ko} &= (I - K_{k+1}^h h_{k+1}^h) P_{k+1/ko} (I - K_{k+1}^h h_{k+1}^h) \\ &\quad + K_{k+1}^h r_{k+1}^h (K_{k+1}^h)^T \end{aligned} \quad (49)$$

주역 필터가 유지하는 추정치에 대한 물리적인 의미를 유지하기 위하여 압축 필터는 다음과 같이 정보유지(maintenance)의 기능을 수행한다.

$$\bar{z}'_{k+1} = \bar{z}_{k+1} - \bar{H}_{k+1} K_{k+1}^h z_{k+1}^h, \quad (50)$$

변화된 압축 추정치 \bar{z}'_{k+1} 는 다음의 관계를 만족한다.

$$\begin{aligned} \bar{z}'_{k+1} &= \bar{H}_{k+1} [e_{k+1/ko} - K_{k+1}^h z_{k+1}^h] + \bar{v}_{k/ko+1} \\ &= \bar{H}_{k+1} e'_{k+1/ko} + \bar{v}_{k/ko+1} \end{aligned} \quad (51)$$

식 (45)와 식 (51)을 비교하면 압축 추정치의 측정계수행렬 \bar{H}_{k+1} , 등가 측정오차 $\bar{v}_{k/ko+1}$, 그리고 오차공분산행렬 $\bar{R}_{k/ko+1}$ 은 유지되었음을 확인할 수 있다. 그러나 식 (47)에 나타난 주역 필터의 추정오차 변화에 의하여 압축 필터의 등가 측정오차 $\bar{v}_{k/ko+1}$ 와 주역 필터의 후추정치 $e'_{k+1/ko}$ 사이의 상호연관행렬은 다음과 같이 변환된다.

$$\bar{S}'_{k+1} := E[\bar{v}_{k/ko+1}(e'_{k+1/ko})^T] = \bar{S}_{k+1} (I - K_{k+1}^h h_{k+1}^h)^T \quad (52)$$

연속적으로 제공되는 각 순간 측정치들의 통계적인 특성 변화를 정확하게 고려하며 누적의 기능을 수행하게 되면 시스템이 가관측한 경우 전 상태변수에 대한 충분한 정보를 얻을 수 있다. 따라서 누적의 기능은 가관측한 시스템에 대한 전차수 압축 필터의 경우에만 수행된다. 누적의 기능은 측정계수행렬 H_k 의 열계수(column rank)가 시스템 차수와 동일해 질 때까지 수행되며, 이후에는 다음에 설명될 압축의 기능으로 대체된다. 새로 얻어진 순간 측정치의 측정오차는 압축 추정치의 측정오차와 항상 비상관 되어 있으므로 누적의 기능은 다음과 같이 간략한 형태로 표현된다.

$$Z_k = \begin{bmatrix} z_k \\ \vdots \\ \bar{z}_k \end{bmatrix}, \quad H_k = \begin{bmatrix} h_k \\ \vdots \\ \bar{H}_k \end{bmatrix}, \quad R_k = \begin{bmatrix} r_k & \vdots & O \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ O & \vdots & \bar{R}_k \end{bmatrix}. \quad (53)$$

압축의 기능은 전 단계로부터 시전달된 압축 추정치와 현 단계에서 얻어진 순간 측정치를 융합하여 효율적인 현 단계 압축 추정치를 생성하기 위한 것이다. 이를 위하여 전차수 압축 필터는 앞 절에서 설명된 기준에 의하여 다음의 식들을 수행하게 된다.

$$\begin{aligned} R_k &= [(\bar{H}_k)^T (\bar{R}_k)^{-1} (\bar{H}_k) + (h_k)^T (r_k)^{-1} (h_k)]^{-1} \\ H_k &= I \\ Z_k &= R_k [(\bar{H}_k)^T (\bar{R}_k)^{-1} \bar{z}_k + (h_k)^T (r_k)^{-1} z_k] \\ S_k &= R_k (\bar{H}_k)^T (\bar{R}_k)^{-1} \bar{S}_k \end{aligned} \quad (54)$$

전차수 압축필터의 경우 압축의 기능이 한번 수행되게 되면, 측정계수행렬은 단위행렬로 변화하게 되며 이후 압축필터가 주역필터를 정보갱신할 때까지 계속 유지된다. 감소차수 압축필터의 경우에는 압축의 기능에 있어서 식 (54) 대신에 다음의 식이 사용된다.

$$\begin{aligned} R_k &= [(\bar{R}_k)^{-1} + (r_k)^{-1}]^{-1} \\ Z_k &= R_k [(\bar{R}_k)^{-1} \bar{Z}_k + (r_k)^{-1} z_k] \\ S_k &= R_k (\bar{R}_k)^{-1} \bar{S}_k \end{aligned} \quad (55)$$

감소차수 압축필터의 경우에는 식 (37)에 의하여 측정계수행렬이 고정되므로 압축필터가 별도로 측정계수행렬을 저장 및 관리할 필요가 없어진다. 전차수 압축필터에 대한 식 (54)와 감소차수 압축필터에 대한 식 (55)의 외관은 서로 유사해 보이지만 감소된 차수에 의하여 식 (55)는 식 (54)보다 연산량 관점에서 항상 유리하다.

지금까지 전차수/감소차수 상관/비상관 필터들의 기능 및 유도과정을 살펴보았다. 네 종류의 압축필터 들 중에서 가장 특징적인 전차수 비상관 압축필터와 감소차수 상관 압축필터는 표 1과 표 2에 각각 정리되어 있다. 앞서 설명된 바와 같이, 전차수 비상관 압축필터는 주역필터와 연계되어 최적의 추정치를 생성할 수 있으며 감소차수 상관 압축필터는 제안된 압축필터 들 중에서 연산량 관점에서 가장 유리한 특성을 가진다. 제안된 시전달 측정치 융합 구조 하에서 주역필터는 압축필터에 의한 정보갱신의 시점을 임의로 선택할 수 있으며 압축필터의 종류에 관계없이 다음과 같이 수행된다.

표 1 비상관 전차수 압축필터

Table 1 De-correlated full-state compression filter

<p>Initialization</p> $Z_{k0+1} = z_{k0+1}, \quad H_{k0+1} = h_{k0+1}, \quad R_{k0+1} = r_{k0+1}$ <p>Time-Propagation and De-correlation</p> $\bar{Z}_{k+1} = Z_k$ $\hat{H}_{k+1} := H_k F_{k/k+1}$ $\bar{H}_{k+1} = \hat{H}_{k+1} [I - G_k Q_k (G_k)^T (P_{k+1/k0})^{-1}]$ $\bar{R}_{k+1} = R_k + \hat{H}_{k+1} G_k Q_k [(q_k)^{-1} - (G_k)^T (P_{k+1/k0})^{-1} G_k] Q_k (G_k)^T (\hat{H}_k)^T$ <p>Maintenance</p> $\bar{Z}_k \leftarrow \bar{Z}_k - \bar{H}_k K_k^h z_k^h$ <p>Stacking until full column rank</p> $Z_k = \begin{bmatrix} z_k \\ \vdots \\ \bar{Z}_k \end{bmatrix}, \quad H_k = \begin{bmatrix} h_k \\ \vdots \\ \bar{H}_k \end{bmatrix}, \quad R_k = \begin{bmatrix} r_k & \vdots & O \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ O & \vdots & \bar{R}_k \end{bmatrix}$ <p>Compression after full column rank</p> $R_k = [(\bar{H}_k)^T (\bar{R}_k)^{-1} (\bar{H}_k) + (h_k)^T (r_k)^{-1} (h_k)]^{-1}$ $H_k = I$ $Z_k = R_k [(\bar{H}_k)^T (\bar{R}_k)^{-1} \bar{Z}_k + (h_k)^T (r_k)^{-1} z_k]$

표 2 상관 감소차수 압축필터

Table 2 Correlated partial-state compression filter

<p>Initialization</p> $Z_{k0+1} = z_{k0+1}, \quad R_{k0+1} = r_{k0+1}, \quad S_{k0} = O$ <p>Time-Propagation</p> $\bar{Z}_{k+1} = f_{k+1/k}^1 Z_k$ $d_k = [O_{m \times m} \quad \vdots \quad f_{k+1/k}^2]$ $\bar{R}_{k+1} = R_k + h G_k Q_k (G_k)^T h^T + f_{k+1/k}^2 P_{k/k0}^{22} (f_{k+1/k}^2)^T + f_{k+1/k}^1 S_k (d_k)^T + d_k (S_k)^T (f_{k+1/k}^1)^T$ $\bar{S}_{k+1} = (f_{k+1/k}^1 S_k + d_k P_{k/k0}) F_{k+1/k}^T - h G_k Q_k (G_k)^T$ <p>Maintenance</p> $\bar{Z}_k \leftarrow \bar{Z}_k - h K_k^h z_k^h \quad \bar{S}_k \leftarrow \bar{S}_k (I - K_k^h z_k^h)^T$ <p>Compression</p> $R_k = [(\bar{R}_k)^{-1} + (r_k)^{-1}]^{-1}$ $Z_k = R_k [(\bar{R}_k)^{-1} \bar{Z}_k + (r_k)^{-1} z_k]$ $S_k = R_k (\bar{R}_k)^{-1} \bar{S}_k$

* 상관 감소차수 압축필터에서 측정계수행렬은 $[I : O]$ 로 고정된다

$$\begin{aligned} K_k &= (P_{k/k0} H_k^T + S_k^T) (H_k P_{k/k0} H_k^T + R_k + H_k S_k^T + S_k H_k^T)^{-1}, \\ P_{h/k} &= (I - K_k H_k) P_{k/k0} (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \\ &\quad + K_k S_k (I - K_k H_k)^T + (I - K_k H_k) S_k^T K_k^T, \\ \hat{x}_{h/k} &= \hat{x}_{k/k0} - K_k z_k. \end{aligned} \quad (56)$$

비상관 압축필터의 경우에는 식 (56) 대신 정보공유원칙 (information sharing principle) [9,10] 이 사용될 수도 있다.

3.2 압축필터의 최적성

시전달 추정치 융합 하에서의 최적성과 밀접한 관련을 가지는 비상관 전차수 압축필터는 초기화 된 후 시전달, 비상관화, 정보유지, 그리고 누적 또는 압축의 기능을 연속적으로 수행한다. 이들 중 정보유지의 기능에 의한 최적성의 유지는 주역필터의 최적 측정갱신 이후 주역필터 후추정치와 압축추정치를 이용한 간접 측정치의 새로운 형성으로 설명될 수 있다. 압축의 기능은 상호 독립적인 두 측정치의 최적 조합을 나타내므로 이에 의한 최적성 유지는 Lemma 3에 의하여 설명될 수 있다. 따라서 시전달, 비상관화, 그리고 누적의 기능에 대한 정보의 유지를 보이면 비상관 전차수 압축필터 최적성을 증명할 수 있다. 최적성의 기준으로서 식 (1)과 식 (2)에 주어진 시스템 모델과 한 종류의 측정치 순열 $\{z_i\}_{i=0,1,2,\dots}$ 을 이용한 칼만필터 알고리즘을 정리하면 다음과 같다[18].

Stepwise Time Propagation

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1/k} &= F_k \hat{x}_k \\ e_{k+1/k} &= F_k e_k + G_k w_k \\ P_{k+1/k} &= F_k P_k F_k^T + G_k q_k G_k^T \end{aligned} \quad (57)$$

여기서

- $\hat{x}_{k+1/k}$: k -번째 단위시간까지의 측정치를 이용한 x_{k+1} 의 전추정치
- $\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k}$: k -번째 단위시간까지의 측정치를 이용한 x_k 의 후추정치
- $F_k := F_{k+1/k}$
- $e_{k+1/k} = \hat{x}_{k+1/k} - x_{k+1}$: 전추정 오차
- $e_k = \hat{x}_k - x_k$: 후추정 오차
- $P_{k+1/k}$: 전추정 오차 $e_{k+1/k}$ 의 오차공분산행렬
- $P_k = P_{k/k}$: 후추정 오차 e_k 의 오차공분산행렬.

Stepwise Measurement Update

$$\begin{aligned} K_k &= P_{k/k-1} h_k^T (h_k P_{k/k-1} h_k^T + r_k)^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_{k/k-1} - K_k (h_k \hat{x}_{k/k-1} - y_k) \\ e_k &= (I - K_k h_k) e_{k/k-1} - K_k v_k \\ P_k &= (I - K_k h_k) P_{k/k-1} (I - K_k h_k)^T - K_k r_k K_k^T \end{aligned} \quad (58)$$

다음의 Theorem은 새로운 형태의 블록 칼만식을 나타내며 또한 비상관 전차수 압축필터의 시전달, 비상관화, 그리고 누적 기능에 의하여 최적 추정치 생성을 위한 정보가 유지됨을 보여준다.

Theorem: New Block Kalman Recursion

다음의 식들은 식 (57)과 식 (58)에 의한 기존의 칼만필터식과 동일한 결과를 생성한다.

Time Propagation

$$\begin{aligned} M_{k+1} &= F_k M_k F_k^T + G_k q_k (G_k)^T \\ \hat{x}_{k+1/0} &= F_k \hat{x}_{k/0} \\ z_k &= h_k \hat{x}_{k/0} - y_k \end{aligned}$$

Blockwise Measurement Update

$$\begin{aligned} P_k^{-1} &= M_k^{-1} + (H_k^{\perp}) (R_k^{\perp})^{-1} H_k^{\perp T} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_{k/0} - K_{k/1} Z_{k/1} \end{aligned} \quad (59)$$

여기서

$$\begin{aligned} M_{k+1} &: x_{k+1} \text{에 대한 블록 전추정치 } \hat{x}_{k+1/0} \text{의 오차공분산 행렬} \\ H_{k+1}^{\perp} &= \begin{bmatrix} h_{k+1} \\ \dots\dots\dots \\ H_k^{\perp} F_k^{-1} (I - G_k q_k G_k^T M_{k+1}^{-1}) \end{bmatrix}, \\ R_{k+1}^{\perp} &= \begin{bmatrix} r_{k+1} & \vdots & \dots\dots\dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & \vdots & R_k^{\perp} + H_k^{\perp} F_k^{-1} G_k q_k \begin{bmatrix} q_k^{-1} - \\ G_k^T M_{k+1}^{-1} G_k \end{bmatrix} \cdot q_k G_k^T F_k^{-T} (H_k^{\perp})^T \end{bmatrix} \\ Z_{k+1/1} &= \begin{bmatrix} z_{k+1} \\ \dots\dots\dots \\ Z_{k/1} \end{bmatrix} \\ H_1^{\perp} &= h_1, \quad R_1^{\perp} = r_1, \quad Z_{1/1} = z_1 \end{aligned} \quad (60)$$

<Proof>

제안된 재귀식과 기존의 칼만필터 재귀식은 $k=1$ 인 경우 자명하게 동일하다. 두 종류의 재귀식 사이의 등가성은 추정치와 오차공분산행렬 각각에 대하여 증명될 수 있다. 지금부터의 증명은 두 종류의 재귀식 사이의 등가성이 k -번째 단위시간에서 성립하면 $(k+1)$ -번째 단위시간에서도 성립함을 보여준다.

i) 추정치 재귀식

k -번째 단위시간에서의 칼만필터 재귀식과 제안된 재귀식을 이용하면 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= \hat{x}_{k+1/k} - K_{k+1} (h_{k+1} \hat{x}_{k+1/k} - y_{k+1}) \\ &= F_k \hat{x}_k - K_{k+1/k} h_{k+1} \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1} y_{k+1} \\ &= F_k \hat{x}_k - K_{k+1/k} h_{k+1} F_k \hat{x}_k + K_{k+1} (h_{k+1} \hat{x}_{k+1/0} - z_{k+1}) \\ &= (I - K_{k+1/k} h_{k+1}) F_k (\hat{x}_{k/0} - K_{k/1}^{\perp} Z_{k/1}^{\perp}) \\ &\quad + K_{k+1} (h_{k+1} F_k \hat{x}_{k/0} - z_{k+1}) \\ &= F_k \hat{x}_{k/0} - [K_{k+1} \quad \vdots \quad \begin{pmatrix} I - \\ K_{k+1} h_{k+1} \end{pmatrix} F_{k+1} K_{k/1}^{\perp}] \begin{bmatrix} z_{k+1} \\ \dots\dots\dots \\ Z_{k/1}^{\perp} \end{bmatrix} \\ &= F_k \hat{x}_{k/0} \\ &\quad - P_{k+1} [h_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} \quad \vdots \quad \begin{pmatrix} P_{k+1}^{-1} - \\ h_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} h_{k+1} \end{pmatrix} F_{k+1} K_{k/1}^{\perp}] \begin{bmatrix} z_{k+1} \\ \dots\dots\dots \\ Z_{k/1}^{\perp} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (61)$$

증명을 위하여 일시적으로 다음의 행렬들을 정의한다.

$$\begin{aligned} B &:= [H_k^{\perp} M_k (H_k^{\perp})^T + R_k^{\perp}]^{-1} \\ C &:= H_k^{\perp} M_k F_k^T M_{k+1}^{-1} F_k M_k (H_k^{\perp})^T \\ D &:= F_k M_k (H_k^{\perp})^T \begin{bmatrix} B^{-1} - \\ H_k^{\perp} M_k F_k^T M_{k+1}^{-1} F_k M_k (H_k^{\perp})^T \end{bmatrix} H_k^{\perp} M_k F_k^T \end{aligned} \quad (62)$$

이에 의하면 다음의 관계식이 성립한다.

$$\begin{aligned}
 P_{k+1}^{-1} - h_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} h_{k+1} &= \{F_k [M_k - M_k (H_k^\perp)^T B H_k^\perp M_k] F_k^T + G_k Q_k G_k^T\}^{-1} \\
 &= [M_{k+1} - F_k M_k (H_k^\perp)^T B H_k^\perp M_k F_k^T]^{-1} \\
 &= M_{k+1}^{-1} + M_{k+1}^{-1} D M_{k+1}^{-1} \quad (63)
 \end{aligned}$$

식 (62)와 식 (63)을 이용하면 결과적으로 다음의 관계가 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 (P_{k+1}^{-1} - h_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} h_{k+1}) F_{k+1} K_{kl}^\perp &= M_{k+1}^{-1} F_k M_k (H_k^\perp)^T B + M_{k+1}^{-1} C M_{k+1}^{-1} F_k M_k H_k^\perp B \\
 &= M_{k+1}^{-1} F_k M_k (H_k^\perp)^T B \\
 &\quad + M_{k+1}^{-1} F_k M_k (H_k^\perp)^T (B^{-1} - C)^{-1} C B \\
 &= M_{k+1}^{-1} F_k M_k (H_k^\perp)^T [B + B(C^{-1} - B)^{-1} B] \\
 &= M_{k+1}^{-1} F_k M_k (H_k^\perp)^T (B^{-1} - C)^{-1} \quad (64)
 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 B^{-1} - C &= R_k^\perp + H_k^\perp M_k (M_k^{-1} - F_k^T M_{k+1}^{-1} F_k) M_k (H_k^\perp)^T \\
 &= R_k^\perp + H_k^\perp M_k F_k^{-1} G_k Q_k \left(G_k^T M_{k+1}^{-1} G_k \right) q_k G_k^T F_k^{-T} M_k (H_k^\perp)^T \\
 F_k^T M_{k+1}^{-1} &= M_k^{-1} F_k^{-1} (I - G_k Q_k G_k^T M_{k+1}^{-1}). \quad (65)
 \end{aligned}$$

식 (65)를 식 (64)에 대입하면 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned}
 (P_{k+1}^{-1} - h_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} h_{k+1}) F_{k+1} K_{kl}^\perp &= (I - G_k Q_k G_k^T M_{k+1}^{-1}) F_k^{-T} (H_k^\perp)^T \\
 &\quad \cdot \left[R_k^\perp + H_k^\perp F_k^{-1} G_k Q_k \left(G_k^T M_{k+1}^{-1} G_k \right) q_k G_k^T F_k^{-T} (H_k^\perp)^T \right] \quad (66)
 \end{aligned}$$

식 (66)을 식 (61)에 대입하고 정리하면 새로운 식 (63)에 의한 추정치의 재귀식이 기존의 칼만 재귀식과 동가함을 확인할 수 있다.

ii) 오차공분산행렬 재귀식

$$\begin{aligned}
 P_{k+1}^{-1} &= (F_k P_k F_k^T + G_k Q_k G_k^T)^{-1} + h_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} h_{k+1} \\
 &= [F_k M_k F_k^T + G_k Q_k G_k^T - F_k M_k (H_k^\perp)^T B H_k^\perp M_k F_k^T]^{-1} \\
 &\quad + h_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} h_{k+1} \\
 &= [M_{k+1} - F_k M_k (H_k^\perp)^T B H_k^\perp M_k F_k^T]^{-1} + h_{k+1}^T r_{k+1}^{-1} h_{k+1} \\
 &= M_{k+1}^{-1} + M_{k+1}^{-1} F_k M_k (H_k^\perp)^T [B^{-1} - C]^{-1} H_k^\perp M_k F_k^T M_{k+1}^{-1} \\
 &= M_{k+1}^{-1} + (H_{k+1}^\perp)^T (R_{k+1}^\perp)^{-1} H_{k+1}^\perp \quad (67)
 \end{aligned}$$

4. 시뮬레이션

제안된 시전달 추정치 융합의 특성을 기존의 융합기법들과 비교하기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션에는 다음과 같이 위치와 속도 오차만을 고려하는 간단한 $\alpha - \beta$ 추

정기 모델이 사용되었다.

$$\begin{aligned}
 F_{k+1/k} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G_k = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad h_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad h_k^h = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 q_k &= 0.0001 \text{ (m}^2/\text{sec}^2), \quad r_k = 1 \text{ (m}^2), \quad r_k^h = 1 \text{ (m}^2) \quad (68)
 \end{aligned}$$

시뮬레이션에서는 최적의 추정치를 생성하는 추정치 융합, 두 지역 필터들 사이의 상관성을 고려하지만 준최적인 상태융합, 비상관 전차수 압축필터, 그리고 상관 감소차수 압축필터가 각각 사용되었다. 비교의 기준으로 사용된 추정치 융합은 추정치들이 동기화된 경우에만 적용이 가능하므로 편의를 위하여 (h_k, r_k) 와 (h_k^h, r_k^h) 로 표현되는 두 종류의 센서들은 1초 간격으로 동기화된 추정치를 제공한다고 가정하였다. 비상관 전차수 압축필터 및 상관 감소차수 압축필터의 수행에 있어서 압축필터에 의한 주역필터의 정보갱신 주기는 3초로 설정되었다. 충분한 통계적 특성의 확보를 위하여 총 3600 시행횟수(ensemble)의 몬테카를로 시뮬레이션이 수행되었다. 각 시행횟수에 있어서 시뮬레이션은 300초간 수행되었다. 네 종류의 각기 다른 기법의 성능을 평가하기 위하여 모든 기법이 두 센서의 추정치를 모두 융합한 3초 간격의 각 정보갱신(renovation) 시점에서 추정오차를 비교하였다. 이는 앞서 설명된 바와 같이 압축필터에 의한 주역필터의 정보갱신은 임의의 시점에서 수행 가능한 장점에 근거한 것이다. 그림 2와 그림 3은 각 융합기법에 의한 속도 추정치에 대하여 30초와 300초 사이의 정상상태 구간의 각 정보갱신 시점에서의 평균과 표준편차를 각각 나타낸다. 두 센서에 의하여 직접적으로 측정되는 위치 정보에 비하여 속도 정보는 시스템 모델에 의한 가관측성과 사용된 융합기법의 효율성에 의하여 간접적으로 측정된다. 그림 2와 그림 3에 의하면 추정치 융합과 상태융합은 오차 특성이 구별됨을 알 수 있다. 이론적으로 최적의 성능을 가지는 추정치 융합은 준최적 상태 융합에 비하여 시뮬레이션 전반에 걸쳐서 우수한 성능을 나타냄을 확인할 수 있다. 또한 비상관 전차수 압축필터는 추정치 융합과 동일한 통계적 특성을 보이며, 상관 감소차수 압축필터도 추정치 융합에 매우 유사한 통계적 특성을 나타냄을 확인할 수 있다. 정상상태에서 얻어진 각 시행횟수 및 각 정보갱신 시점에서의 추정오차의 총 평균 및 표준편차는 표 3에 정리되어 있다. 표 3에 나타난 각 평균과 분산은 3600개의 시행횟수와 91개의 정상상태 정보갱신 시점에서 발생한 모든 추정오차의 평균과 분산을 나타낸다. 표 3에 나타난 바에 의하면 네 가지 서로 다른 융합기법들에 의한 추정성능은 근소한 차이를 나타내지만 추정치 융합과 비상관 전차수 압축필터는 전반적으로 가장 작은 추정오차를 생성하며 상태융합은 상대적으로 가장 큰 추정오차를 나타냄을 알 수 있다. 상관 감소차수 압축필터는 추정치 융합과 매우 유사한 추정오차를 나타내었다. 다양한 공정잡음 및 측정잡음의 조건 하에서 앞서 설명된 각 융합기법의 추정 성능 비교 결과는 일관성 있게 유지됨을 확인할 수 있다. 연산량 비교를 위하여 각 융합 기법의 구현에 사용된 flop수를 비교하여 보았다. 추정치 융합에 사용된 연산량을 기준으로 할 때 상태융합, 비상관 전차수 압축필터, 그리고 상관 감소차수 압축필터에는 각각 3.057배, 2.348배, 그리고 2.116배의 연산량을 더 소요함을 알 수 있었다. 결과를 정리하면, 제안된 압축필터들은 추정치 융합과는 달리 비동기 추정치의 융합이 가능하며 고장에 강건한 구조적 특성을 가진다. 또한, 제안된 압축필터들은 감소된 연산량

으로 상태융합에 비하여 최적 추정기와 동일하거나 더욱 근접한 추정 성능을 나타내었다.

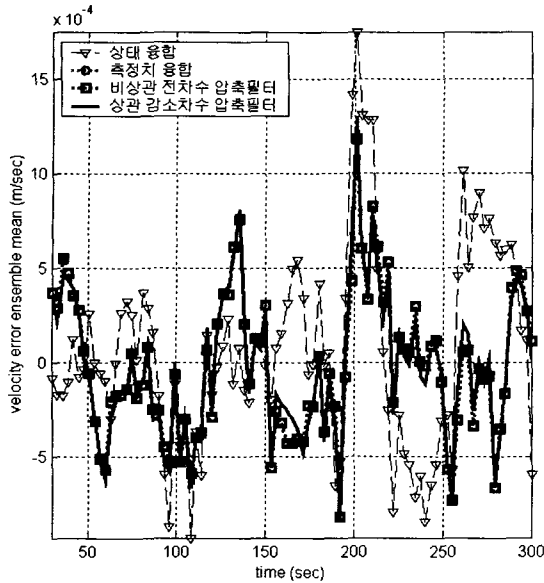


그림 2 상관 감소차수 압축필터, 비상관 전차수 압축필터, 상태 융합, 그리고 측정치 융합에 의하여 발생한 속도 추정오차의 시행 평균 비교

Fig. 2 Comparison of ensemble mean by velocity estimation errors of correlated partial-state compression filter, de-correlated full-state compression filter, state fusion, and measurement fusion

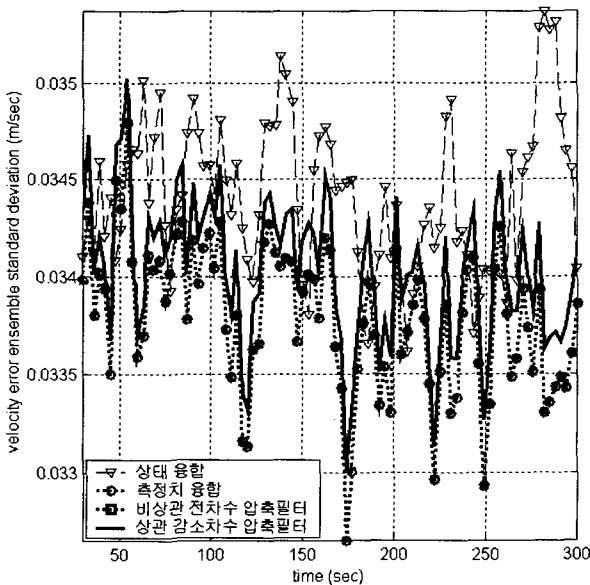


그림 3 상관 감소차수 압축필터, 비상관 전차수 압축필터, 상태 융합, 그리고 측정치 융합에 의하여 발생한 정상 상태 속도 추정오차의 시행 표준편차 비교

Fig. 3 Comparison of ensemble standard deviation by steady-state velocity estimation errors of correlated partial-state compression filter, de-correlated full-state compression filter, state fusion, and measurement fusion

표 3 상관 감소차수 압축필터, 비상관 전차수 압축필터, 상태 융합, 그리고 측정치 융합에 의하여 발생한 정상 상태 추정오차의 전체 평균 및 표준편차 비교

Table 3 Comparison of total mean and standard deviation by steady-state estimation errors of correlated partial-state compression filter, de-correlated full-state compression filter, state fusion, and measurement fusion

추정기 종류 추정기 성능	상관 감소차수 압축필터		비상관 전차수 압축필터		상태 융합		측정치 융합	
	평균	표준편차	평균	표준편차	평균	표준편차	평균	표준편차
위치 오차	평균	5.06×10^{-4}	5.12×10^{-4}	8.11×10^{-4}	5.12×10^{-4}			
	표준편차	2.80×10^{-1}	2.78×10^{-1}	2.84×10^{-4}	2.78×10^{-1}			
속도 오차	평균	-2.09×10^{-5}	-2.08×10^{-5}	1.30×10^{-4}	-2.08×10^{-5}			
	표준편차	3.41×10^{-2}	3.39×10^{-2}	3.45×10^{-2}	3.39×10^{-2}			

5. 결론

출력 주기, 통계적 특성, 또는 측정 대상 변수가 서로 다른 두 측정치 군에 대한 효율적인 비동기 융합을 목적으로 시전달 측정치 융합의 개념을 제안하였다. 제안된 시전달 측정치 융합은 한 개의 센서만을 고려하고 전달잡음의 영향이 근사화된 기존의 데이터 압축기법과는 달리 두 종류의 센서를 고려할 수 있으며 효율적인 융합 및 고장진단에 필수적인 정확한 통계적 정보를 유지하여 준다. 제안된 시전달 측정치 융합은 주역필터와 압축필터로 구성되는 독특한 이중 필터 구조를 가지며 여기에서 압축필터는 주역필터의 연산량을 분담하며 약고장에 대한 전체 추정 시스템의 구조적 강건성을 향상시키는 역할을 수행한다.

제안된 시전달 측정치 융합의 개면에 근거하여 비상관 전차수, 비상관 감소차수, 상관 전차수, 상관 감소차수 압축필터들이 새로이 유도되었다. 효율적인 압축필터의 유도를 위하여 융합의 원리 및 기준, 압축필터의 단계별 기능, 그리고 최적성 등 관련된 내용이 다각도로 다루어 졌다. 또한, 유도된 압축필터 들 중에서 특히 비상관 전차수 압축필터는 주역필터와 융합될 경우 최적 추정치를 생성할 수 있음을 보였다.

시뮬레이션에 의하여 제안된 비상관 전차수 압축필터와 상관 감소차수 압축필터의 추정 효율성 및 특성을 간략하게 살펴 보았다. 이에 의하면 두 압축필터들은 간단한 $\alpha-\beta$ 추적기 모델에 대하여 감소된 연산량으로 상태융합에 비하여 최적 추정기와 동일하거나 더욱 근접한 추정 성능을 나타냄을 확인할 수 있었다. 또한, 제안된 시전달 측정치 융합의 개념은 정보 보존에 대한 이해를 쉽게 하여 주므로 이산 선형 시변 시스템의 추정기 설계 및 해석에도 도움이 되리라 예상된다.

감사의 글

본 연구는 서울대학교 자동제어특화연구센터(Automatic Control Research Center), 자동화시스템공동연구소(Automation Systems Research Institute), 국방과학연구소(Agency for Defence Development), 그리고 BK21 서울대-고려대 정보기술 사업단(Seoul National University-Korea University Research Division for Information Technology, Brain Korea 21)의 지원으로 수행되었음.

참 고 문 헌

[1] R. A. Singer and A. J. Kanyuck, "Computer Control of Multiple Site Correlation," *Automatica*, Vol. 7, pp. 455-463, 1971

[2] Y. Bar-Shalom, "On the Track-to-Track Correlation," *IEEE Tr. on Automatic Control*, Vol. 26, pp. 571-572, 1981

[3] J. L. Speyer, "Computation and Transmission Requirements for a Decentralized Linear-Quadratic-Gaussian Control Problem," *IEEE Tr. on Automatic Control*, Vol. 24, pp. 266-269, 1979

[4] A. S. Willsky, M. G. Bello, D. A. Castanon, B. C. Levy, and G. C. Verghese, "Combining and Updating of Local Estimates and Regional Maps along Sets of One-Dimensional Tracks," *IEEE Tr. on Automatic Control*, Vol. 27, pp. 799-813, 1982

[5] Y. Bar-Shalom and L. Campo, "The Effect of Common Process Noise on the Two-Sensor Fused-Track Covariance," *IEEE Tr. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 22, pp. 803-805, 1986

[6] T. H. Kerr, "Decentralized Kalman Filtering and Redundancy Management for Multisensor Navigation," *IEEE Tr. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 23, pp. 83-119, 1987

[7] H. R. Hashemipour, S. Roy, and A. Laub, "Decentralized Structures for Parallel Kalman Filtering," *IEEE Tr. on Automatic Control*, Vol. 33, pp. 88-94, 1988

[8] G. J. Bierman, *Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation*, Academic Press, 1977

[9] N. A. Carlson, "Federated Filter for Fault-Tolerant Integrated Navigation Systems," *PLANS' 88*, CH2675-7/88/0000-0110, 110-119, 1988

[10] N. A. Carlson, "Federated Square Root Filter for Decentralized Parallel Processes," *IEEE Tr. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 26, pp. 517-525, 1990

[11] H. Jin, H. Z. Qiu, and H. Y. Zhang, "Fusion Algorithm of Correlated Local Estimates for Federated Filter," *Proceedings of the 3rd Asian Control Conference*, July 4-7, 2000, Shanghai, pp. 1428-1433

[12] D. Wilner, C. B. Chang, and K. P. Dunn, "Kalman Filter Algorithms for a Multi-Sensor System," *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and*

Control, pp. 570-574, Dec. 1976

[13] J. A. Roecker and C. D. McGillem, "Comparison of Two-Sensor Tracking Methods Based on State Vector Fusion and Measurement Fusion," *IEEE Tr. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 24, pp. 447-449, 1988

[14] Q. Gan and C. J. Harris, "Comparison of Two Measurement Fusion Methods for Kalman-Filter-Based Multisensor Data Fusion," *IEEE Tr. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 37, pp. 273-279, 2001

[15] I. Y. Bar-Itzhack, "Novel Method for Data Compression in Recursive INS Error Estimation," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 3, pp. 510-517, 1980

[16] Y. Medan, I. Y. Bar-Itzhack, "Error and Sensitivity Analysis Scheme of a New Data Compression Technique in Estimation," *Journal of Guidance and Control*, Vol. 4, pp. 510-517, 1981

[17] Y. Medan, I. Y. Bar-Itzhack, "Batch Recursive Data Compression Schemes for INS Error Estimation," *IEEE Tr. on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 21, pp. 688-697, 1985

[18] P. S. Maybeck, *Stochastic Models, Estimation and Control*, Vol. 1, Academic Press, 1979

저 자 소 개



이형근 (李炯瑾)

1986~1990. 서울대학교 제어계측공학과(공학사), 1990~1994. 서울대학교 제어계측공학과(공학석사), 1994~1998. 현대우주항공(주) 주임연구원, 1994~2002. 서울대학교 전기·컴퓨터공학부(공학박사), 2002~현. BK 21 서울대-고려대 정보기술사업단(박사후과정), 관심분야 : 관성/전파항법, 추정, 고장진단, 통계적 신호처리. hyknlee@yahoo.co.kr



이장규 (李章揆)

1965~1971. 서울대학교 전기공학과(공학사), 1973~1974. 피츠버그대학교 전기공학과(공학석사), 1975~1977. 피츠버그대학교 전기공학과(공학박사), 1977~1981. The Analytic Sciences Corp. Technical Staff, 1981~1982. Charles Stark Draper Lab. Technical Staff, 1982~현. 서울대학교 전기·컴퓨터공학부(정교수), 관심분야 : 관성센서, 항법, 추정이론. jglee@snu.ac.kr