

## 등가분포응력을 이용한 피로균열전파해석에 관한 연구

김창욱\*, 노인식\*\*, 도관수\*\*\*

### A Study on the Fatigue Crack Propagation Analysis Using Equivalent Stress Distribution

C. W. Kim\*, I. S. Nho\*\* and K. S. Do\*\*\*

#### 요 약

$K-a$  관계가 동일하면, 선형파괴역학적 견지에서 균열개구 거동이 같다고 가정할 수 있다. 본 연구에서는 실제 구조물과 같은  $K-a$  관계를 주는 무한판 관통균열의 응력분포를 등가분포응력으로 정의한다.

실제 구조물과 동일한  $K-a$  관계가 구현되는 응력분포를 간단한 시험편에 작용시켜, 피로균열 전파 해석을 수행하면 실제 구조요소의 피로전파수명 추정이 가능하다. 구조물에 대한  $K-a$  관계는 유한요소법 등의 이산화 수법 혹은 간이 추정법 등에 의하여 추정이 가능하다. 등가분포응력을 이용하여 유효 균열진전 응력을 구하는 방법의 타당성을 검토한다.

※Keywords : 피로(fatigue), 파괴역학(fracture mechanics), 등가분포응력(equivalent stress distribution), 유효 균열진전 응력(effective crack driving stress)

#### Abstract

From the viewpoint of linear fracture mechanics, the crack propagation behavior of two different structures having the same  $K-a$  relationship could be considered identical. In this study the stress distribution in an infinitely wide cracked plate with the same  $K-a$  relationship as in a real structure is defined as the equivalent stress distribution.

Fatigue life of a real structural element can be predicted by applying the equivalent stress distribution to a simple structural element, and performing a fatigue crack propagation analysis. The  $K-a$  relationship for a structural member can be estimated by a finite element method or a simplified prediction method. The validity to obtain effective crack driving stresses by using the equivalent stress-distribution is examined.

---

접수일자: 2001년 7월 21일, 승인일자: 2002년 3월 30일

\* 정회원, 한국선급 선체기술부 화물선팀장 (E-mail: cwkim@krs.co.kr )

\*\* 정회원, 충남대학교 선박해양공학과 부교수 (E-mail: isnho@cnu.ac.kr )

\*\*\* 정회원, 한국선급 선체기술부 탱커팀 (E-mail: ksdo@krs.co.kr )

## 1. 서론

Eiber(1971)가 인장 외력하에서도 균열이 폐구하는 현상을 실험적으로 보고한 이래 균열개폐구 거동이 피로균열전파 수명을 지배한다는 것은 잘 알려져 있고, 이의 규명을 위한 많은 연구가 수행되어 왔다. Newman(1981)은 균열진전에 따라 wake zone에 잔류 인장소성 변형층을 남기도록 Dugdale 모델을 수정 개량하였다. 본 저자의 선행연구(김창욱등, 20011)에서 Newman(1981) 및 豊貞등(19941)의 모델을 참고로 균열전방의 응력 재분배 및 재료를 완전 탄소성으로 고려하여 수정 개량한 피로균열전파 해석 모델을 개발하였다.

또한 이렇게 개발된 모델을 이용하여, 다양한 응력비를 갖는 하중이력에 대하여 균열진전에 유효한 응력을 정도 좋게 계산할 수 있고, 이를 이용하여 균열진전 유효응력 및 피로수명의 추정 가능성이 확인하였다(김창욱등, 20012).

균열진전 유효응력을 추정하려면, 균열면의 임의 위치에 집중하중이 작용하는 경우의  $K$  값이 기초로 된다. 그러나 실 구조물과 같이 구조가 복잡하고, 그 경계조건도 복잡한 문제에 대한 응력강도 계수를 간편하게 계산하는 방법은 일반적으로 알려져 있지 않다. 한편 구조물에 대한  $K$  값의 균열길이 의존성은 유한요소법, 경계요소법 또는 간이 추정법(김대수등, 1999)등을 활용하여 구할 수 있다.

豊貞등(1996)이 제안한 구조물 피로수명 평가법에 따라 균열길기와  $K$  값의 관계가 동일하면 균열 개구 거동 및 전파수명이 동일하다고 가정한다. 본 연구에서는 구조양식이 달라져도 균열길기와  $K$  값의 관계가 동일하게 되는 분포응력을 구하여 피로균열전파 해석을 수행함으로써 간접적으로 구조물의 피로균열 수명을 추정하는 방법에 대하여 검토한다. 본 연구에서의 등가분포응력은 실제 구조와 같은  $K$  값을 주는 무한판에서의 응력 분포로 정의한다.

## 2. 등가분포응력

### (1) 등가분포응력의 계산 과정

구조물에 있어서 균열길이( $a_i$ )와 이에 대응하는 응력강도계수 값( $K_i$ )이 구하여져 있는 경우를 고려한다. 주어진 균열길기와  $K$  값의 관계가 무한판 중의 균열에 대하여 재현될 수 있도록 무한판 중의 응력분포를 구하여 피로균열전파 해석 모델(김창욱등, 2001<sup>1</sup>)에 입력하여 균열전파 시뮬레이션을 행하면, 구조물의 피로수명을 간접적으로 추정할 수 있게 된다. 이렇게 대상 구조요소와 같은 응력강도계수 값을 주는 무한판에서의 응력분포(등가분포응력)는 豊貞 등(1999)이 제안한 방법에 기초하여 다음과 같이 구할 수 있다.

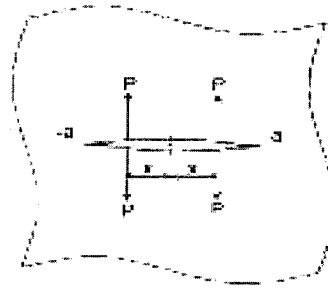


Fig. 1 Infinite cracked plate subjected to a pair of concentrated force

Fig. 1에 나타난 무한판 중의 균열면  $|x|$ 의 위치에 한 쌍의 집중하중  $P$ 가 작용하는 경우의  $K$  값은 다음과 같다.

$$K = \frac{2P}{\sqrt{\pi a}} \frac{1}{\sqrt{1 - (x/a)^2}} \quad (1)$$

식(1)로부터 무한판 중의 균열면  $|x|$ 의 위치에 응력분포  $s(|x|)$ 가 작용한 경우의  $K$  값은 다음 식으로 주어진다.

$$K = \frac{2}{\sqrt{\pi a}} \int_0^a \frac{s(x)}{\sqrt{1 - (x/a)^2}} dx \quad (2)$$

식 (2)중의  $s(x)$ 를 이하와 같이 1차 식으로 나

타낸다. 문헌(豊貞 등, 1996)에서는  $s(x)$  를 2차식으로 두어 계산하고 있는데, 계산간격을 약간만 세분하면 동일한 결과가 얻어지므로 간편한 1차식을 이용한다.

$$s(x) = b_1x + b_2 \quad (3)$$

식(3)을 식(2)에 대입하면, 식 (4)가 된다.

$$K_i = \frac{2}{\sqrt{\pi a_i}} \int_0^{a_i} \frac{b_1x + b_2}{\sqrt{1 - (x/a_i)^2}} dx \quad (4)$$

위 식을  $x = a_i \sin \theta$ 라하고 각 항을 적분하면 식(5)가 된다.

$$K_i = 2a_i \sqrt{\frac{a_i}{\pi}} b_1 + \sqrt{\pi a_i} b_2 \quad (5)$$

식(5)에  $(a_i, K_i)$  의 데이터 중 처음 2개를 대입하여 얻는  $b_1$  및  $b_2$  에 대한 연립 일차방정식을 풀어 식(3)의 계수를 구하면,  $a_1 \sim a_2$  (다만,  $a_1 = 0$ ) 사이의 응력분포가 구하여진다.

$i \geq 3$  인  $(a_i, K_i)$  에 대응하는 분포응력을 구하는 경우에는, 이미 구해 놓은 분포응력과 연속성을 고려 할 필요가 있다. 이렇게 하여 균열길이  $a_{i-1}$  에 대응하는 위치  $x_{i-1}$  까지 분포응력을 구한 후,  $[x_{i-1}, x_i]$ 의 분포응력을 구한다. 균열길이  $a_i$  에 대한  $K$  값을  $K_i$ 로 하면 식(6)이 된다.

$$K_i = \frac{2}{\sqrt{\pi a_i}} \left[ \int_0^{a_2} \frac{b_1^{(1)}x + b_2^{(1)}}{\sqrt{1 - (x/a_i)^2}} dx + \int_{a_2}^{a_3} \frac{b_1^{(2)}x + b_2^{(2)}}{\sqrt{1 - (x/a_i)^2}} dx + \int_{a_3}^{a_4} \frac{b_1^{(3)}x + b_2^{(3)}}{\sqrt{1 - (x/a_i)^2}} dx + \dots + \int_{a_{i-2}}^{a_{i-1}} \frac{b_1^{(i-2)}x + b_2^{(i-2)}}{\sqrt{1 - (x/a_i)^2}} dx + \int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{b_1^{(i-1)}x + b_2^{(i-1)}}{\sqrt{1 - (x/a_i)^2}} dx \right] \quad (6)$$

위 식에서, 미지변수는  $b_1^{(i-1)} \sim b_2^{(i-1)}$ 의 2개뿐이다. 따라서  $x = a_{i-1}$ 에서 응력이 연속이라는 조건식을 식(6)으로 부터 구하면 다음 식(7)이 된다.

$$s_{i-1}(x) = b_1^{i-1}x + b_2^{i-1} \quad (7)$$

식(6)과 식(7)에 포함되어 있는  $b_1^{(i-1)} \sim b_2^{(i-1)}$ 에 관한 2원 1차 연립방정식을 풀어, 구간  $[x_{i-1}, x_i]$ 의 분포응력을 결정할 수 있다. 이상을 반복하면 등가분포응력을 결정할 수 있다.

(2) 수치 계산

제안된 방법의 유효성을 검증하기 위하여 우선 응력강도계수를 알고 있는 몇 가지 경우에 대하여, 이 응력강도계수 및 균열길이의 관계를 이용하여, 등가분포응력을 계산하였다.

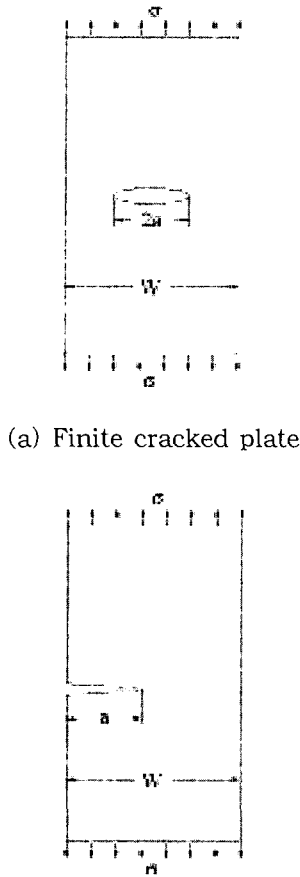
1) 균일 인장응력 하의 유한판 중앙관통균열 Fig. 2(a)의 중앙관통균열을 갖는 시험편(판폭  $W=50\text{mm}$ )에 균일인장응력이 작용하는 경우의 균열길이와  $K$  값의 관계는 문헌(Tada, 1985)의 다음 식(8)로부터 구한다.

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F(2a/W) \quad (8)$$

여기서,  $\xi = 2a/W$

$$F(\xi) = (1 - 0.5\xi + 0.37\xi^2 - 0.04\xi^3) / \sqrt{1 - \xi}$$

이 식을 기초로, 원방에서 단위응력이 작용하는 경우에 대하여 등가분포응력을 계산한 결과를 Fig. 3에 나타낸다. 그림의 점들은 식(8)에 의한 것이고, 점선은 식(6)에 의하여 계산된 무한판 관통균열에 대한  $K$  값이다. 구하여진 등가분포응력은 부드러운 곡선을 그리며, 등가응력으로부터 계산된  $K$  값도 식(8)에 의한 값과 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.



(a) Finite cracked plate  
(b) Semi-finitely cracked plate  
Fig. 2 Cracked plates under remote uniform stress

2) 균일인장응력 하의 유한판 연균열

Fig. 2(b)의 연균열을 갖는 폭 100mm인 시험편에 균일인장응력이 작용하는 경우의  $K$  값은 문헌(Tada, 1985.)의 부록 3의 다음 식(9)을 사용하였다.

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F(a/W) \tag{9}$$

여기서,  $\xi = a/W$

$$F(\xi) = 1.12 - 0.231\xi + 10.55\xi^2 - 21.72\xi^3 + 30.39\xi^4$$

이 균열길이와  $K$  값의 관계로부터 등가분포응력을 구하여 Fig.4에 나타낸다. 이 경우에도 등가분포응력 및 이로부터 구한  $K$  값이 만족스럽게 구해진다.

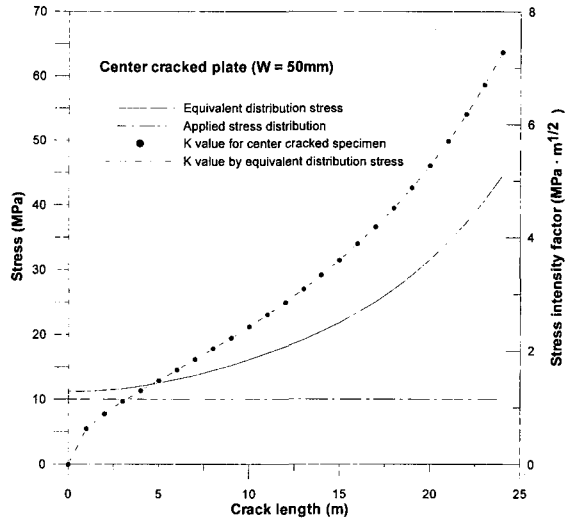


Fig. 3 Equivalent stress-distribution for center cracked plate subjected to uniform tension

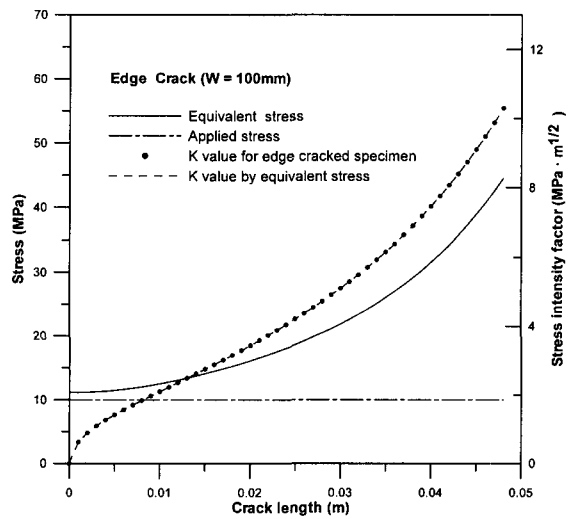


Fig. 4 Equivalent stress-distribution for single edge cracked plate subjected to uniform tension

3) 임의 응력분포 하의 유한판 연균열

이 경우는 일반적인 해가 주어지지 않는다. 이 렇게 연균열에 임의 응력분포가 작용할 때 응력강 도계수를 계산하기 위하여는, 우선 임의위치  $x$ 에 집중하중이 작용하는 경우의 응력강도계수가 필요 하다.

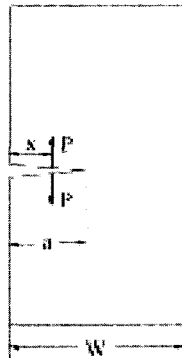


Fig. 5 Semi-infinite cracked plate subjected to concentrated force on crack surface

Fig. 5에 보인바와 같이 유한판 연균열에 임의 위치  $x$ 에 작용하는 집중하중  $P$ 로 인한  $K$ 값은 문헌(Kaya, 1980)로부터 다음과 같다.

$$K = \frac{2P}{\sqrt{\pi a}} \frac{G(x/a, a/w)}{(1-a/w)^{3/2} \sqrt{1-(x/a)^2}} \quad (10)$$

여기서,

$$G(x/a, a/w) = g_1(a/w) + g_2(a/w) \left(\frac{x}{a}\right) + g_3(a/w) \left(\frac{x}{a}\right)^2 + g_4(a/w) \left(\frac{x}{a}\right)^3$$

$$g_1(a/w) = 0.46 + 3.06(a/w) + 0.84(1-a/w)^5 + 0.66(a/w)^2(1-a/w)^2$$

$$g_2(a/w) = -3.52(a/w)^2$$

$$g_3(a/w) = 6.17 - 28.22(a/w) + 34.54(a/w)^2 - 14.39(a/w)^3 - (1-a/w)^{3/2} - 5.88(1-a/w)^5 - 2.64(a/w)^2(1-a/w)^2$$

$$g_4(a/w) = -6.63 + 25.16(a/w) - 31.04(a/w)^2 + 14.41(a/w)^3 + 2(1-a/w)^{3/2} + 5.04(1-a/w)^5 + 1.98(a/w)^2(1-a/w)^2$$

이제  $P = \sigma(x) dx$ 로 하여  $[-a, a]$ , 또는  $[0, a]$ 에서 적분함으로써 임의형태의 분포응력으로 인한  $K$ 값을 얻을 수 있다.

Fig. 6에는 연균열을 갖는 폭  $w=100\text{mm}$ 인 시험편의 가정된 균열선 상에 일정쇄선으로 표시한 응력분포를 작용시킨 경우에 대한 계산결과를 나타낸다.

이와 같이 급격한 응력구배를 갖는 경우에 대하여도 만족스러운 등가분포응력 및 이에 기초한 응력강도계수가 얻어진다.

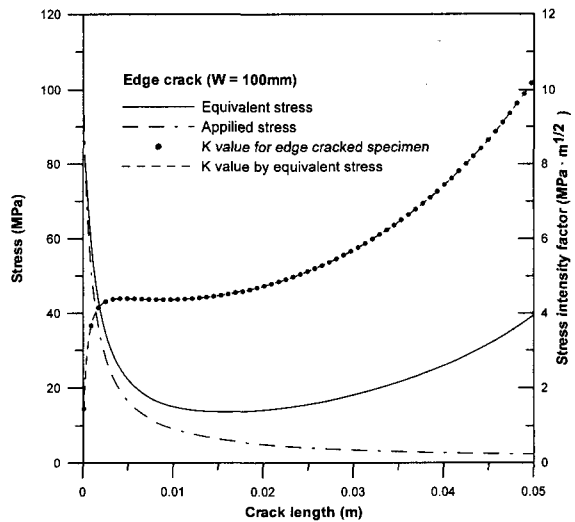


Fig. 6 Equivalent distribution stress for single edge cracked plate subjected to arbitrary stress distribution

4) 선체구조에의 적용 예: 컨테이너 창구모서리

문헌(김대수등, 1999)에서 선체구조 중 피로파괴가 일어나기 쉬운 컨테이너의 창구모서리에 대하여 균열길이와 응력강도계수의 관계를 식(11)로 주어지는 간이 추정식에 의하여 실용상 충분한 정도로 구할 수 있었다. Fig. 7(a)에 계산에 사용된

유한요소 모델을 보였다. 응력강도계수 계산에 필요한 균열경로상의 주응력을 구하기 위하여 유한요소해석을 수행하고, 창구 모서리부분의 최대 주응력 분포와 수직인 방향으로 가정한 균열 경로를 Fig. 7(b)에 참고로 표시하였다.

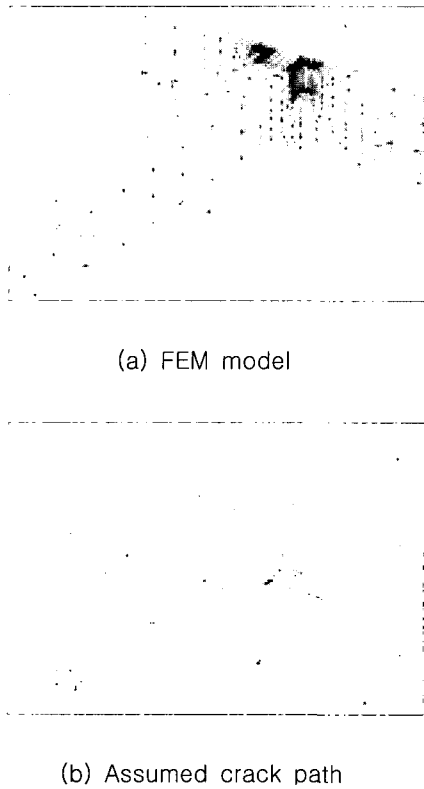


Fig. 7 Hatch corner radius of a sample container ship

Fig. 8(김대수등, 1999)에는 식(11) 및 균열요소를 사용하여 구한 응력강도계수 값을 도시하였다. Fig. 8의 균열길이와  $K$ 값의 관계를 기초로 등가분포응력을 계산한 결과를 Fig. 9에 나타내었다. 이 경우에도 등가분포응력을 가지고 구한 응력강도계수가 Fig. 8의 결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

$$K = [-0.58(a/a_1)^2 + 0.14(a/a_1) + 1] \times \sum_{n=0}^4 k_n c_n a^n \sqrt{\pi a} \quad (11)$$

여기서,  $k_0 = 1.1215$ ,  $k_1 = 0.6829$ ,  $k_2 = 0.5255$ ,  
 $k_3 = 0.4410$ ,  $k_4 = 0.3868$   
 $a_1$ : 발생점으로부터 직교교차부재까지의 균열 거어스길이  
 $c_n$ : 응력분포 근사 다항식의 계수

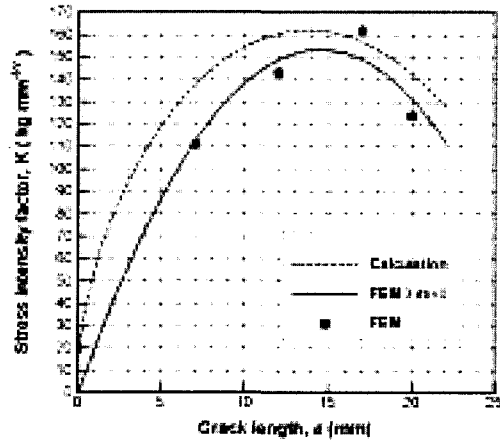


Fig. 8  $a-K$  curve of hatch corner of a sample container ship

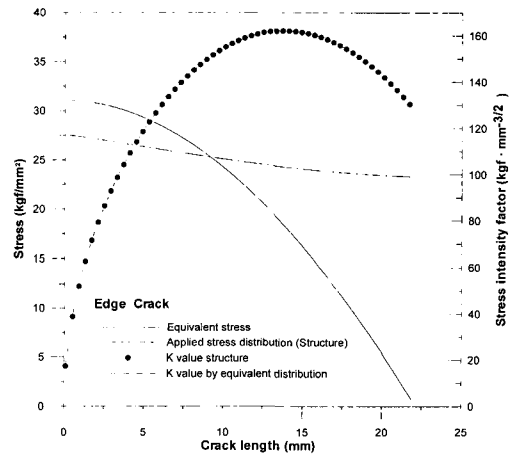


Fig. 9 Equivalent stress-distribution for hatch corner

### 3. 등가분포응력을 이용한 균열전파 계산 예

이제 Fig. 2(a)의 유한판 중앙관통균열에 대하여 Fig. 3으로 구하여진 등가분포응력을, Dugdale 모델을 기초로 한 균열 개폐구를 고려한 피로균열 전파 해석 프로그램(김창욱등, 2001<sup>1</sup>.)에 입력하여 균열진전 유효응력( $S_{RPG}$ )를 계산하였다. 그 결과를 Fig. 10에 원방 단위응력을 받는 유한판 중앙관통균열의 RPG 응력과 함께 도시하였다.

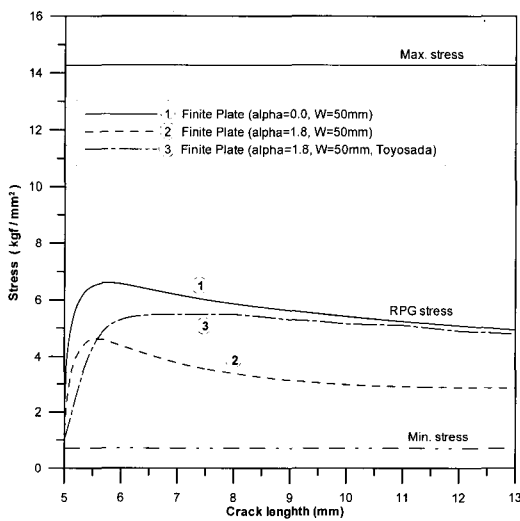


Fig.10 Comparison of simulation results of  $S_{RPG}$

Fig. 10 중의 곡선 ③은 豊貞(1996)의 그림으로부터 읽어 도시한 것이다. 그림의  $\alpha$ 는 소성수축 계수(豊貞, 1996)로서 클수록 균열선단에서의 개구량이 커져서, 결국 균열전파속도가 빨라지게 된다. 豊貞 등은 시뮬레이션 결과와 실험결과를 맞추기 위하여 이 계수를 도입하고 있다.  $\alpha=0.0$  (곡선①) 및  $\alpha=1.8$  (곡선②)에 대하여 계산하여 그 결과를 도시하였다.

계산 결과는 약간 차이를 보이지만, 비교적 잘 일치한다고 생각된다. 이 차이는 본 연구에서 사용한 가중함수가 무한판 관통균열에 대한 것인데 비하여, 豊貞(1996)의 계산에서는 가중함수로 주기균열에 대한 식을 사용한 것에서 기인한 것으로 생각된다. Fig. 10의 각 결과를 가지고, 문헌(豊貞 등, 1994<sup>2</sup>)의 다음 식에 의하여 수명계산을 한 결

과를 Fig. 11에 도시하였다. 수명계산 결과는 곡선②에 의한 것이 가장 안전 측의 결과를 주고 있다.

$$da/dN = C(\Delta K_{RP})^m \quad (12)$$

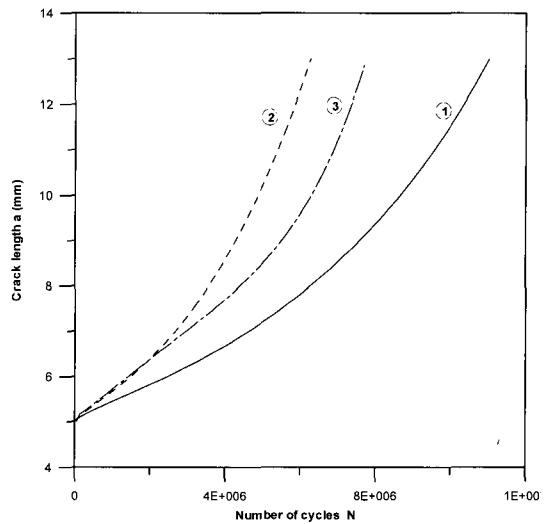


Fig. 11 Crack propagation life for Fig.10

#### 4. 결론

해석대상 구조체의 균열길이와  $K$ 값의 관계를 이용하여, 등가분포응력을 구하고, Dugdale 모델을 기초로 한 피로수명평가 프로그램에 입력하여 균열전파수명을 추정하는 방법의 유효성을 살펴 보았다. 이상으로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 구조요소에 대하여 균열길이와 응력강도계수의 관계가 구하여져 있으면, 이 관계를 무한판 관통균열에 대하여 그대로 구현할 수 있는 등가분포응력을 구할 수 있다.
- (2) 등가분포응력을 이용하여 간접적으로 구조물의 피로수명을 추정할 수 있다.

#### 참 고 문 헌

- 김창욱, 노인식, 반헌호, 신병천, “균열개폐구 거동을 고려한 피로균열전파해석모델의 개발: 균열 개폐구 거동의 모형화”, 대한조선학회 논문집,

제38권, 제3호, pp. 74-83, 20011.

- 김창욱, 노인식, 도관수, 신병천, “균열개폐구 거동을 고려한 피로균열전파해석모델의 개발: 수치 계산”, 대한조선학회 논문집, 제38권, 제3호, pp. 84-92, 20012.
- 김대수, 김창욱, 노인식, “응력강도계수의 간이 추정법”, 대한조선학회 1999년 추계연구발표회, 1999.
- W. Elber, “The Significance of Fatigue Crack Closure”, ASTM STP-486, 1971.
- J.C. Newman, “A crack closure model for predicting fatigue-crack growth under aircraft spectrum loading”, NASA Tech. Memo. 81941, 1981
- 豊貞, 丹羽, “RPG荷重のシミュレーション”, 日本造船學會論文集, Vol.176, pp. 427-438, 1994.
- 豊貞, 丹羽, 後藤, 坂井, “ $\Delta K_{RPG}$ 의 물리적意味と構造物の疲勞壽命推定法”, 日本造船學會論文集, Vol.180, pp. 539-547, 1996.
- H. Tada, P.C. Paris and G.R. Irwin, “The Stress Analysis of Cracks Handbook”, 2nd Edition, Paris Productions Inc., St. Louis, 1985.

- 岡村弘之, 線形破壊力學入門, 培風館, 1976
- A.C. Kaya and F. Erdogan, “Stress Intensity factors and COD in Orthotropic Strip”, International Journal of Fracture, Vol. 16, pp. 171-190, 1980.
- 豊貞, 疲勞壽命評價論, 九州大學 工學部, 1996
- 豊貞, 丹羽, 山口, “長いき裂に對する疲勞き裂遲延減速現象とき裂停留條件について-RPG規準による疲勞き裂伝播學動の研究(第6報)”, 日本造船學會論文集, Vol.176, pp. 439-446, 1994



< 이 대 성 >



< 조 대 승 >