1172 대한 기계학회논문집 B권, 제 26 권 제 8 호, pp. 1172~1182, 2002

다공성 매질에서 Local Thermal Equilibrium 에 관한 연구

장 석 필* · 김 성 진†

(2002 년 3 월 11 일 접수, 2002 년 6 월 10 일 심사완료)

Study on Local Thermal Equilibrium in a Porous Medium

Seok Pil Jang, Sung Jin Kim

Key Words : Porous Medium(다공성 매질), Local Thermal Equilibrium(국소 열적평형), Microchannel Heat Sink(마이크로채널 히트 싱크), Impinging Jet(충돌 제트), Packed Bed(충전층), Sintered Metal(소결 금속), Cellular Ceramic(세포형 세라믹)

Abstract

In the present study a general criterion for local thermal equilibrium is presented in terms of parameters of engineering importance which include the Darcy number, the effective Prandtl number of fluid, and the Reynolds number. For this, an order of magnitude analysis is performed for the case when the effect of convection heat transfer is dominant in a porous structure. The criterion proposed in this study is more general than the previous criterion suggested by Carbonell and Whitaker, because the latter is applicable only when conduction is the dominant heat transfer mode in a porous medium while the former can be applied even when convection heat transfer prevails. In order to check the validity of the proposed criterion for local thermal equilibrium, the forced convection phenomena in a porous medium with a microchanneled structure subject to an impinging jet are studied using a similarity transformation. The proposed criterion is also validated with the existing experimental and numerical results for convection heat transfer in various porous materials that include some of the parameters used in the criterion such as a microchannel heat sink with a parallel flow, a packed bed, a cellular ceramic, and a sintered metal. It is shown that the criterion presented in this work well-predicts the validity of the assumption of local thermal equilibrium in a porous medium.

기호설명

a_{sf} : 단위 부피당 Interfacial 표면 면적
Bi : Biot 수
d_p : 공극 지름
Da : Darcy 수
h_{sf} : Interstitial 열전달 계수
H : 마이크로 히트 싱크의 높이
k : 열전도도
k_{eff} : 유효 열전도도
K : 투과도
l : 공극 스케일의 특성 길이
L : 시스템 스케일의 특성 길이
$\dot{m}$: 질량 유량
Nu : Nusselt 수
p : 압력
Pr : Prandtl 수
Pr_{eff} : 유효 Prandtl 수
q : 대표체적 내에서 고체에서 유체로의 열전달량
Q : 전체 열전달량
R_k : 유효 열전도도의 비
Re : Reynolds 수
t : 시간 스케일
T : 온도
u : x 축 방향의 속도
u_p : 공극 속도

* 한국과학기술원 대학원 기계공학과
† 회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : sungjinkim@kaist.ac.kr
TEL : (042)869-3043 FAX : (042)869-3210

v : y 방향 속도
V : 전체 부피
V_o : 충돌 속도
W : 채널과 채널 폭의 합
W_C : 채널 폭

Greek symbols

α : 열확산률
Δ : Difference
ε : 공극률
η : 상사 변수
ν : 동점성 계수
θ : 무차원 온도
ρ : 밀도
Ψ : 유동 함수

Subscripts / superscripts

f : 유체
eff : 유효
l : 공극 스케일의 특성 길이
L : 시스템 스케일의 특성 길이
s : 고체
w : 벽면
in : 입구

Special symbol

$\langle\ \rangle$: Volume-average 한 값

1. 서 론

다공성 매질 내부에서의 열 및 유체 유동 현상에 관한 연구는 지난 수 십년 간 태양열 집열기(Solar Receiver), 건물 단열재(Thermal Insulation material), 충전층 열교환기 (Packed Bed Heat Exchanger) 그리고 Energy Storage Units 등의 일반적인 적용 분야에서 많이 진행되어 왔다. 또한 최근 마이크로 스케일의 열 및 유체 유동을 다공성 매질 접근법으로써 해석하는 새로운 연구 분야가 등장하였다. Bejan[1]은 이 새로운 연구 분야가 전자제품 냉각이나 밀집형 열교환기 등에 사용되는 작은 핀(Fin) 내의 열 및 유체 유동 현상을 해석하는데 적용되고 있음을 지적하였다. Koh 와 Colony[2] 그리고 Kim 등[3,4]은 마이크로채널 히트싱크를 다공성 매질로 모델링하여 온도장과 속도장의 해석해를 얻었으며, 구해진 해석해와 일반적인 Navier-Stokes 방정식과 에너지 방정식을 이용하여 얻은 수치해를 비교하여 잘 일치함을 보여주었다.

일반적인 적용 분야와 새로운 연구 분야에서 많은 연구자들은 Local Thermal Equilibrium(국소 열적평형)이라는 가정하에서 다공성 매질에서의 열 및 유체 유동에 관한 해석해와 수치해를 얻었다. Local Thermal Equilibrium 이라는 가정은 다공성 매질 내에서 고체 및 유체의 온도가 같다는 것이다. Local Thermal Equilibrium 의 가정하에서 온도장은 One-equation Model 을 사용하여 구할 수 있다. 그러나 다공성 매질 내에 고체와 유체의 온도가 다를 경우에는 더 이상 One-equation Model 을 사용할 수 없고 Two-equation Model 을 사용해야 한다.[5] 하지만 Two-equation Model 은 실험적으로 구하기가 매우 힘든 Interstitial 열전달 계수와 다공성 매질내의 고체와 유체가 접하는 접촉 면적을 알아야만 해석되어질 수 있다. 이런 어려움 때문에 많은 연구자들은 다공성 매질 내에서 Local Thermal Equilibrium 에 대한 타당성을 적절하게 검증하지 않고 One-equation Model 을 사용해 왔다.

Whitaker 등[6-9]은 다공성 매질 내에서 Local Thermal Equilibrium 에 관한 선구적인 연구들을 수행하였다. 그들은 차원 해석(Order of Magnitude Analysis)을 이용하여 다공성 매질 내에서 Local Thermal Equilibrium 이라는 가정의 타당성을 검증할 수 있는 Criterion 을 제시하였다. 그들의 Criterion 은 다공성 매질 안의 고체와 유체가 모두 포함된 미소 대표체적(Representative Elementary Volume)내에서 전도 현상이 지배적일 경우에만 적용 될 수 있다. 그러나 대부분의 다공성 매질 안에서 대류 현상에 의해 열전달이 일어나고 있다. 또한 Vafai 와 Amiri[10]는 Whitaker 등[6,7,8,9]에 의해 제시된 Criterion 은 정의하기 힘든 몇 가지 변수들을 가지기 때문에 공학 문제에 적용하기가 힘들다고 지적하였다. Amiri 와 Vafai[11]는 충전층(Packed Bed)으로 채워진 채널 내에서의 온도 분포를 수치적으로 얻었으며, 입자(Particle) Reynolds 수 와 Darcy 수 그리고 열확산 계수(Thermal Diffusivity)에 대한 Local Thermal Equilibrium 의 Error Map 을 제시하였다. Nield[12] 그리고 Nield 와 Kuznetsov[13]는 다공성 채널에서 온도장과 속도장의 해석해를 구하여 Local Thermal Non-equilibrium 에 대한 조건을 제시하였다. Nield[12]는 다공성 매질 내에서 Local Thermal Non-equilibrium 의 효과가 유체와 고체가 접하는 경계면에서 정의되는 Nusselt 수를 줄인다고 제시하였다. 또한 Lee 와 Vafai[14]는 일정한 온도 경계조건을 가지는 다공성 채널에서 Darcian Flow Model 을 사용하여 얻은 해석해를 바탕으로 One-equation Model 의 타당성을 검증할 수 있는 Criterion 을 제시하였다. 그러나, 그들은 형상이나

Reynolds 수에 관계없는 임의의 Interstitial 열전달 계수를 사용하여 다공성 채널에서 온도장을 정성적으로 계산하였다. 따라서 그들의 계산은 물리적인 타당성을 검증할 수 없었다. Kim 등[4]은 마이크로채널 히트 싱크를 다공성 매질로 간주하여 해석하였고, Local Thermal Equilibrium 에 영향을 주는 공학 변수들을 제시하였다. 그들은 Darcy 수가 작아질수록, 유효 열전도도의 비(Effective Thermal Conductivity Ratio)가 커질수록 Local Thermal Equilibrium 이 성립한다고 제시하였다. 비록 지금까지 많은 연구자들이 Local Thermal Equilibrium 에 관한 연구를 진행해 왔지만 Local Thermal Equilibrium 의 타당성을 검증할 수 있는 일반화된 Criterion 을 제시하지 못했으며, 특히 공학적인 문제에 쉽게 적용할 수 있는 공학 변수들로 이루어진 Criterion 을 제시하지 못했다.

본 연구의 목적은 Local Thermal Equilibrium 의 타당성을 검증할 수 있는 Criterion, 즉 공학 변수들인 Darcy 수, Prandtl 수 그리고 Reynolds 수로 이루어진 일반화된 Criterion 을 제시하고자 한다. 본 연구에서 제시된 Criterion 은 Whitaker 등[6~9]에 의해 제시된 Criterion 보다 일반적이다. 그 이유는 Whitaker 등[6~9]에 의해 제시된 Criterion 은 다공성 매질 내에서 전도 현상이 지배적일 경우에만 적용이 가능하지만, 본 연구에서 제시된 Criterion 은 전도 현상 뿐만 아니라 대류 현상이 지배적일 경우에도 적용이 가능하기 때문이다. 본 연구에서 제시된 Criterion 의 타당성을 검증하기 위해서 여러 가지 다공성 매질에 Criterion 을 적용해 보았다. 첫번째는 다공성 매질 접근법을 사용하여 충돌 제트(Impinging Jet)를 가지는 마이크로채널 히트 싱크에서 온도장과 유동장의 상사해 (Similarity Solution)를 구했으며 구해진 해를 이용하여 Local Thermal Equilibrium 에 대한 Darcy 수, 유체의 유효 Prandtl 수 그리고 Reynolds 수의 효과를 제시함으로 Criterion 의 타당성을 검증하였다. 또한 기존의 연구들인 평행류(Parallel Flow)를 가지는 마이크로채널 히트 싱크, 충전층(Packed Bed), 소결 금속(Sintered Metal) 그리고 세포형 세라믹(Cellular Ceramic)에서 얻은 실험 및 수치 결과들을 이용하여 본 연구에서 제시한 Criterion 을 검증하였다.

2. Local Thermal Equilibrium 대한 Criterion

Local Thermal Equilibrium 에 대한 가정은 미소

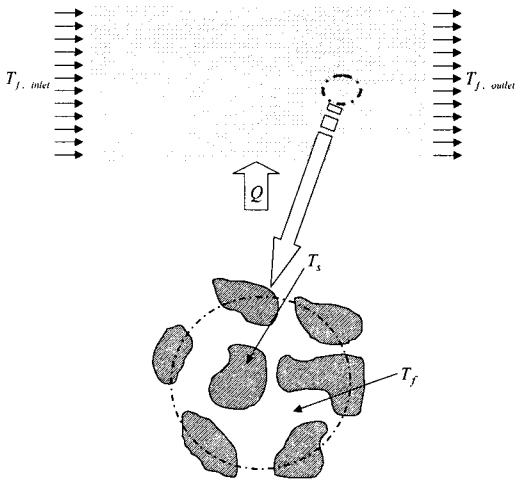


Fig. 1 Schematic diagram of a system and a representative elementary volume

대표체적(REV) 내의 고체와 유체의 온도 차이가 시스템 전체의 최대 온도와 최소 온도 차이 보다 매우 작을 경우 성립한다.[15]

$$\Delta T_L >> \Delta T_l \tag{1}$$

여기서 ΔT_L 와 ΔT_l 는 시스템 전체에서의 온도차이와 미소 대표체적 내에서의 온도차이를 말한다. 다공성 매질 내에서 ΔT_L 와 ΔT_l 을 예측하기 위해서 차원 해석(Order of Magnitude Analysis)을 사용하였다.

Fig. 1 은 각각의 온도를 보여 주고 있다. 여기서 미소 대표체적 내에 있는 고체에서 유체로 열전달 되어진 양의 전체 합은 다공성 매질을 유체가 지나가면서 열전달 되어지는 양과 같다. 이를 수식적으로 적으면 다음과 같다. 하나의 미소 대표체적에서 고체에서 유체로 전달되는 열량은 식 (2)와 같다.

$$q \sim h_{sf} a_{sf} \Delta T_l \tag{2}$$

여기서 $\Delta T_l = T_s - T_f$ 이다. 또한 각각의 미소 대표 체적에서 열전달 되어진 양의 전체 합은 식 (3)과 같다.

$$Q \sim h_{sf} a_{sf} V \Delta T_l \tag{3}$$

또한 유체가 다공성 매질을 지나가면서 열전달 되어진 양은 식 (4)와 같다.

$$Q \sim \dot{m} C_p \Delta T_L \tag{4}$$

여기서, $\Delta T_L = T_{f,\ outlet} - T_{f,\ inlet}$ 이다. 따라서 식 (3)과 (4)를 이용하여 각각의 온도차이를 구하면 식 (5)

와 (6)으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta T_l \sim \frac{Q}{h_{sf} a_{sf} V} \tag{5}$$

$$\Delta T_L \sim \frac{Q}{\dot{m} C_p} \tag{6}$$

식 (5)와 (6)을 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 Local Thermal Equilibrium 에 대한 Criterion 을 식 (7)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\dot{m} C_p}{h_{sf} a_{sf} V} << 1 \tag{7}$$

여기서 $\dot{m} = \frac{\rho \varepsilon V}{t}$ 이므로 식 (7)은 다음과 같다.

$$\frac{(\rho C_p)_f \varepsilon}{h_{sf} a_{sf} t} << 1 \tag{8}$$

식 (8)은 다공성 매질 안에서 Local Thermal Equilibrium 에 대한 Criterion 이다. 식 (8)에 의하면 다공성 매질 내에서 열전달을 향상 시키기 위해 Interstitial 열전달 계수나 고체와 유체의 접촉면적을 증가 시키면 Local Thermal Equilibrium 의 효과가 다공성 매질 내에서 지배적이게 된다는 것을 알 수 있다. 이런 경향은 Nield[12]가 Local Thermal Equilibrium 효과가 고체와 유체의 경계면에서 정의되어지는 Nusselt 수를 증가 시킨다는 주장과 일치함을 알 수 있다. 하지만 Whitaker 등[6~9]에 의해 제시된 Criterion 은 식 (9)와 같으며,

$$\frac{\varepsilon (\rho C_P)_f l^2}{t} \left(\frac{1}{k_f} + \frac{1}{k_s} \right) << 1 \tag{9}$$

앞에서 설명했듯이 식 (9)는 다공성 매질 내에서 전도 현상이 지배적일 경우에만 적용이 가능하며, 대류 현상이 지배적일 경우 Local Thermal Equilibrium 에 대한 효과를 전혀 나타낼 수 없다. 따라서 다공성 매질 내에서 대류 현상이 지배적일 경우에는 더 이상 식 (9)를 적용할 수 없다.

식 (8)에 의해 새롭게 제시된 Local Thermal Equilibrium 에 대한 Criterion 을 공학문제에 쉽게 적용하기 위해서 식 (8)을 공학 변수들인 Darcy 수, Prandtl 수 그리고 Reynolds 수 등으로 나타내고자 한다. 식 (8)에 포함되어 있는 Interstitial 열전달 계수, 고체와 유체의 접촉면적 그리고 시간 크기(Time Scale)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$h_{sf} \sim \frac{Nuk_f}{d_p}, \quad a_{sf} \sim \frac{\varepsilon}{d_p}, \quad t \sim \frac{L}{u_P} \tag{10}$$

식 (10)을 식 (8)에 넣어서 정리하면 공학 변수들로 이루어진 Local Thermal Equilibrium 에 대한 Criterion 은 다음과 같이 정리되어 진다.

$$\mathrm{Pr}_{eff,f} \, \mathrm{Re}_{d_p} \, Da^{\frac{1}{2}} \frac{\varepsilon}{Nu} << 1 \tag{11}$$

여기서 유체의 유효 Prandtl 수, Reynolds 수, Darcy 수, Nusselt 수 그리고 열확산 계수(Thermal Diffusivity)들은 다음과 같이 정의 되어진다.

$$\mathrm{Pr}_{eff,f} = \frac{\nu}{\alpha_{eff,f}}, \quad \mathrm{Re}_{d_p} = \frac{u_p d_p}{\nu}, \quad Da \sim \frac{d_p^2}{L^2},$$

$$Nu = \frac{h_{sf} d_p}{k_f}, \quad \alpha_{eff,f} = \frac{(\rho C_p)_f}{k_{eff,f}} = \frac{(\rho C_p)_f}{\varepsilon k_f}$$

또한 여기서 유체의 유효 Prandtl 수는 다음과 같이 표현되어질 수 있다.

$$\mathrm{Pr}_{eff,f} = \frac{\nu}{\alpha_{eff,f}} = \frac{(\rho C_p)_f \nu}{k_{eff,s}} \frac{1}{R_k}, \quad R_k = \frac{k_{eff,f}}{k_{eff,s}} \tag{12}$$

여기서 R_k 는 유효 열전도도의 비이다. 공학 변수들로 표현된 Local Thermal Equilibrium 에 대한 Criterion, 식 (11)에 의하면 Reynolds 수, Prandtl 수, Darcy 수 중에 하나가 감소하거나, Nusselt 수가 증가하게 되면 다공성 매질 내에서 Local Thermal Equilibrium 의 효과가 지배적임을 알 수 있다. 또한 식 (12)에 의해서 유효 열전도도의 비가 증가하여도 Local Thermal Equilibrium 의 효과가 증가하는 것을 알 수 있다.

3. Impinging Jet을 가지는 Microchannel Heat Sink에 대한 Similarity Solution

3.1 문제 정의와 모델링

본 연구에서 제시한 Criterion, 식 (11)의 타당성을 검증하기 위해서 충돌 제트를 가지는 마이크로채널 히트 싱크를 다공성 매질로 가정하여 상사해를 구하고자 한다. Criterion, 식 (11)의 타당성을 검증하기 위해 위와 같은 문제를 다룬 이유는 Criterion 에 포함된 모든 변수들이 본 문제에 포함되어 있기 때문이다. Fig. 2 는 충돌 제트를 가지는 마이크로채널 히트 싱크와 마이크로채널 히트 싱크를 다공성 매질로 가정한 형상을 보여 주고 있다. 유체는 Y 축 방향으로 분사되어지고 X 축 방향으로 마이크로채널을 따라 흐르게 된다. 마이크로채널의 밑면은 일정한 고온으로 유지하며 윗면은 일정한 저온으로 유지시킨다. 다공성 매질 내에서 Local Thermal Equilibrium 에 대한 공학

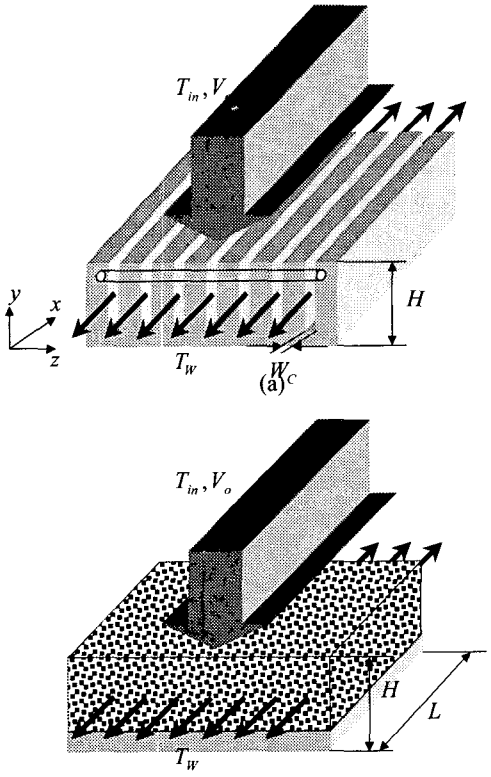


Fig. 2 Porous medium approach: (a) microchannel heat sink subject to an impinging jet (b) equivalent porous medium

변수의 영향을 정확히 예측하기 위해서 Nield[12]는 위와 같은 열 경계조건을 사용하였다. 그 이유는 다공성 매질의 열 경계 조건으로 열 유속 일정조건을 사용할 경우, 경계면에서부터 고체와 유체의 온도가 달라서 Local Thermal Equilibrium 에 대한 공학 변수들의 효과를 정확히 알 수 없기 때문이다.

본 문제를 해석하기 위해 모든 물성치를 일정하게 두었다. 지배방정식은 Volume-averaging Technique 을 사용해서 얻었다. 다공성 매질에서 경계 효과가 포함되어진 유체 유동을 분석하기 위해서 Brinkman-extended Darcy Equation 이 사용되어졌다. 본 연구에서는 온도장을 해석하기 위해서 One-equation Model 과 Two-equation Model 모두를 사용하여 계산하였다. One-equation Model 은 다공성 매질 내에서 고체와 유체의 온도가 같다는 조건에서의 지배방정식이며 반면에 Two-equation Model 은 고체와 유체의 온도가 각각 다를 때 사용하는 지배방정식이다. 이 두 해석 결과를 바탕으로 본 연구에서 제시된 Criterion 을 검증하였다.

3.2 속도 분포

충돌 제트를 가지는 마이크로채널 히트 싱크에서의 속도장은 Brinkman-extended Darcy Equation 을 사용하여 해석하였다. Brinkman-extended Darcy Equation 은 다음과 같다.

X momentum equation

$$\langle u\rangle_f \frac{\partial\langle u\rangle_f}{\partial x} + \langle v\rangle_f \frac{\partial\langle u\rangle_f}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu_f\left[\frac{\partial^2\langle u\rangle_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\langle u\rangle_f}{\partial y^2}\right] - \frac{\varepsilon}{K}\langle u\rangle_f \nu_f \quad (13)$$

Y momentum equation

$$\langle u\rangle_f \frac{\partial\langle v\rangle_f}{\partial x} + \langle v\rangle_f \frac{\partial\langle v\rangle_f}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} + \nu_f\left[\frac{\partial^2\langle v\rangle_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\langle v\rangle_f}{\partial y^2}\right] - \frac{\varepsilon}{K}\langle v\rangle_f \nu_f \quad (14)$$

$$\langle u\rangle_f = \langle v\rangle_f = 0 \quad \text{at} \quad y = 0$$

$$\langle v\rangle_f = V_0 \quad \text{at} \quad y = H$$

식 (13)과 식 (14)을 단순한 형태로 변환하기 위해서 다공성 매질에서의 충돌 유동(Impinging Flow)과 평판 위에서의 충돌 유동의 유동형태가 유사하다고 가정한다. 위의 가정에 의해서 다공성 매질에서의 충돌 유동의 유동 함수(Stream Function)은 분수함수 형태가 될 것이다. 또한 다공성 매질 내에서의 충돌 유동에 대한 상사(Similarity) 변수도 일반적인 평판 위에 충돌 유동이 흐를 때의 상사 변수로부터 유도할 수 있다. 유도된 상사 변수를 이용하여 편미방으로 이루어진 지배방정식을 간단한 상미방으로 바꿀 수 있다. 상사 변수, η 와 유동 함수, Ψ 는 다음과 같다.

$$\eta = y\sqrt{\frac{B}{\nu_f}} \quad (15)$$

$$\Psi = \sqrt{B\nu_f}F(\eta)x \quad (16)$$

$$B = \frac{V_0}{H} \quad (17)$$

식 (15)와 식 (16)을 이용하여 유동장에 대한 지배방정식을 다음과 같이 단순화 시킬 수 있다.

$$F''' + FF'' - F'^2 - \frac{\varepsilon}{K}\frac{\nu_f}{B}F' + \frac{\nu_f}{K}\frac{\varepsilon}{B} + 1 = 0 \quad (18)$$

$$F = F' = 0 \quad \text{at} \quad \eta = 0$$

$$F' = 1 \quad \text{at} \quad \eta \to \infty$$

여기서 공극률(Porosity)과 투과도(Permeability)는 Kim 과 Kim[3]이 마이크로채널 히트 싱크에서 제

시한 것을 사용하였다.

$$\varepsilon = \frac{W_C}{W}, \quad K = \frac{\varepsilon W_C^2}{12} \tag{19}$$

3.3 One-equation Model

Local Thermal Equilibrium 이 성립한다는 조건하에서 에너지 방정식은 다음과 같이 사용되어진다.

$$\varepsilon\langle\rho C_p\rangle_f\left(\langle u\rangle_f\frac{\partial\langle T\rangle}{\partial x}+\langle v\rangle_f\frac{\partial\langle T\rangle}{\partial y}\right)=k_{eff}\left(\frac{\partial^2\langle T\rangle}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\langle T\rangle}{\partial y^2}\right) \tag{20}$$

$$\langle T\rangle = T_w \quad \text{at} \quad y=0$$

$$\langle T\rangle = T_{in} \quad \text{at} \quad y=H$$

Goldstein[16]은 평판 위의 충돌 유동에서 밑면의 온도와 윗면의 온도가 일정할 경우, 에너지 방정식에 대한 상사해가 존재하고 온도장은 y 만의 함수라고 제시하였다. 따라서 본 형상에서 온도장을 구하기 위해 다음과 같은 변형된 상사 변수와 무차원 변수를 사용하였다.

$$\theta = \frac{\langle T\rangle - T_W}{T_\infty - T_W}, \quad \eta = y\sqrt{\frac{B}{\nu_f}} \tag{21}$$

식 (18)에서부터 구해진 유동장의 해와 식 (21)의 무차원 변수들을 사용하여 식 (20)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta'' + \varepsilon F\,\mathrm{Pr}_{eff}\,\theta' = 0 \tag{22}$$

$$\mathrm{Pr}_{eff} = \frac{\mu_f C_{p,f}}{k_{eff}}$$

$$\theta = 0 \quad \text{at} \quad \eta = 0$$

$$\theta = 1 \quad \text{at} \quad \eta \to \infty$$

지배방정식 (22)로부터 해석해를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta = \frac{\int_0^\eta \exp\left(-\mathrm{Pr}_{eff}\int_0^\eta F(\eta)\varepsilon d\eta\right)d\eta}{\int_0^\infty \exp\left(-\mathrm{Pr}_{eff}\int_0^\eta F(\eta)\varepsilon d\eta\right)d\eta} \tag{23}$$

3.4 Two-equation Model

Two-equation Model 은 Local Thermal Equilibrium 의 가정을 사용하지 않고 다공성 매질내의 유체와 고체의 온도장을 각각 해석하는 방법이다. 고체와 유체 각각의 온도장에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$k_{eff,s}\left(\frac{\partial^2\langle T\rangle_s}{\partial y^2}\right)+h_{sf}a_{sf}(\langle T\rangle_f-\langle T\rangle_s)=0 \tag{24}$$

$$\varepsilon<\rho C_p>\left(\langle v\rangle_f\frac{\partial\langle T\rangle_f}{\partial y}\right)=k_{eff,f}\left(\frac{\partial^2\langle T\rangle_f}{\partial y^2}\right)+h_{sf}a_{sf}(\langle T\rangle_s-\langle T\rangle_f) \tag{25}$$

$$k_{eff,s} = (1-\varepsilon)k_s$$

$$k_{eff,f} = \varepsilon k_f$$

$$a_{sf} = \frac{2}{W_c}$$

$$\langle T\rangle_s = \langle T\rangle_f = T_W \quad \text{at} \quad y=0$$

$$\langle T\rangle_s = \langle T\rangle_f = T_\infty \quad \text{at} \quad y=H$$

식 (24)와 식 (25)는 상사 변수와 다음과 같은 무차원 변수들을 이용하여 무차원화 되어질 수 있다

$$Bi = \frac{h_{sf}aH^2}{k_{eff,s}}, \quad Da = \frac{W_c^2}{12H^2}, \quad \mathrm{Pr}_{eff,f} = \frac{\mu_f C_{p,f}}{k_{eff,f}},$$

$$R_k = \frac{k_{eff,f}}{k_{eff,s}}, \quad \mathrm{Re}_{W_c} = \frac{V_0 W_c}{\nu_f}$$

Two-equation Model 의 무차원화된 지배방정식과 경계조건은 다음과 같다.

$$\theta_s'' + Bi\frac{1}{\mathrm{Re}_{W_c}}(12Da)^{\frac{1}{2}}(\theta_f-\theta_s)=0 \tag{27}$$

$$\theta_f'' + \varepsilon\,\mathrm{Pr}_f F\theta_f' + Bi\frac{1}{R_k}\frac{1}{\mathrm{Re}_{W_c}}(12Da)^{\frac{1}{2}}(\theta_s-\theta_f)=0 \tag{28}$$

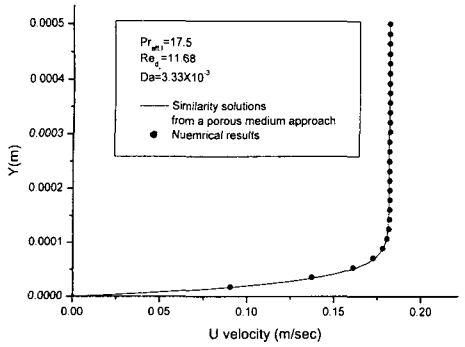
$$\theta_f = \theta_s = 0 \quad \text{at} \quad \eta = 0$$

$$\theta_f = \theta_s = 1 \quad \text{at} \quad \eta \to \infty$$

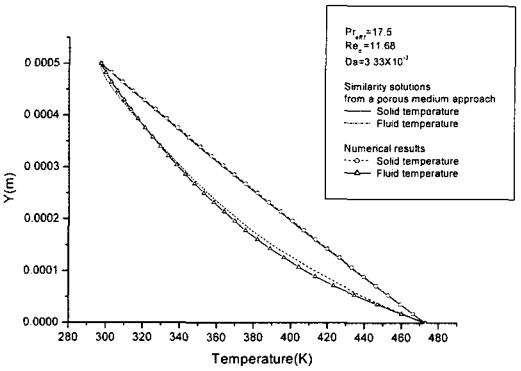
위의 경계조건을 이용하여 유체와 고체의 온도장은 Finite Volume Method 을 사용하여 구하였다.

3.5 유동장과 온도장의 해

충돌 제트를 가지는 마이크로 채널 히트 싱크에서 다공성 매질 접근법을 사용하여 구한 상사해는 일반적인 Navier-Stokes 방정식과 에너지 방정식에서 얻은 해와 비교하여 타당성을 검증하였다. Fig. 3 에서 다공성 매질 접근법으로부터 구한 속도장과 온도장은 일반적인 방정식들을 이용하여 구한 해와 비교하였을 때 상당히 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 따라서 다공성 매질 접근법으로부터 얻은 상사해는 Local Thermal Equilibrium 에 대한 공학 변수들의 영향을 쉽게 확인하는데 사용될 수 있다.



(a) U Velocity distribution



(b) Temperature distribution

Fig. 3 Velocity and temperature distribution

4. Criterion 에 대한 결과 및 토의

4.1 Impinging Jet 을 가지는 Microchannel Heat Sink

Two-equation Model 에서 얻은 해를 이용하여 고체와 유체의 온도를 비교함으로써 Local Thermal Equilibrium 에 대한 공학 변수들의 영향을 연구하였다. 충돌 유동을 가지는 마이크로채널 히트 싱크에서 Nusselt 수는 다음과 같다.

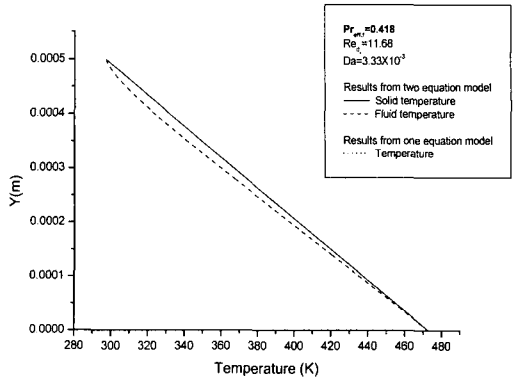
$$Nu = 1.2434\mathrm{Re}_{d_p}^{0.1368}\,\mathrm{Pr}_{eff,f}^{0.161} + 2.0 \qquad (29)$$

식 (29)는 3 장에서 얻은 수치해를 바탕으로 구할 수 있었다.

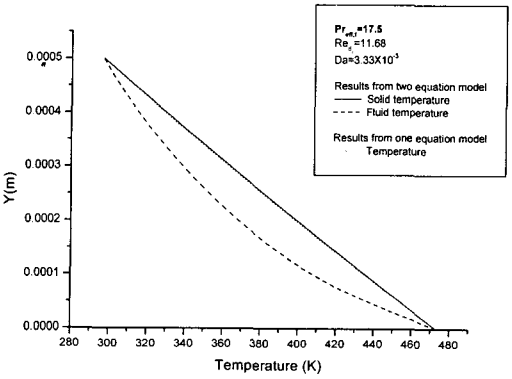
Local Thermal Equilibrium 에 대한 Criterion 의 타당성을 검증하고 공학 변수들의 영향을 이해하기 위해 다음과 같은 Limiting Case 들을 이용하였다.

Limiting Case 1 ($\mathrm{Pr}_{eff,f} \to 0$)

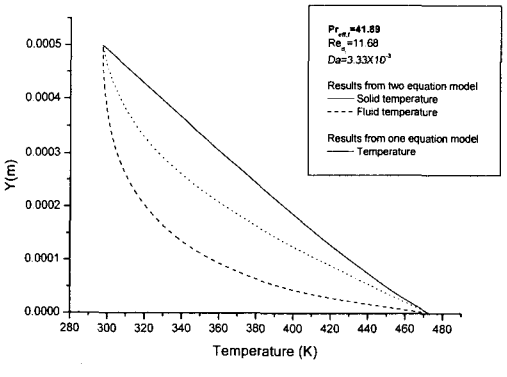
유체의 유효 Prandtl 수가 0 으로 접근하면 식(29)로 표현된 Nusselt 수는 2.0 으로 일정해 지며 식 (11)로 표현된 Criterion 은 0 으로 접근하게 된다.



(a) $\mathrm{Pr}_{eff,f}$= 0.418

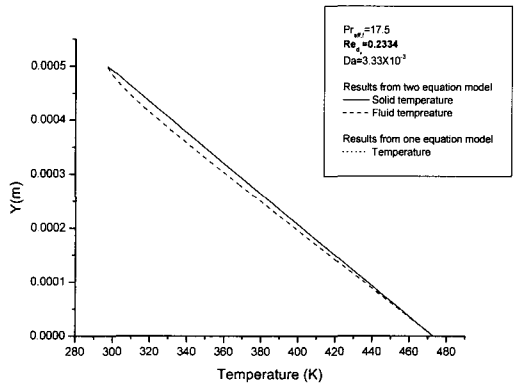


(b) $\mathrm{Pr}_{eff,f}$ = 17.5

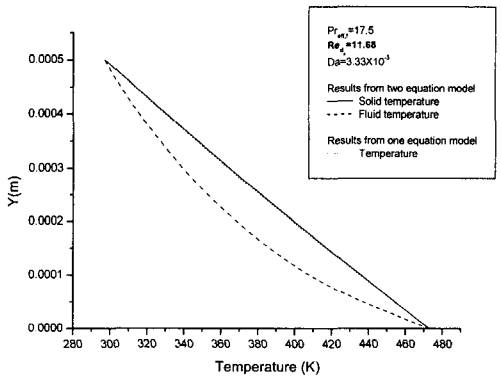


(c) $\mathrm{Pr}_{eff,f}$= 41.89

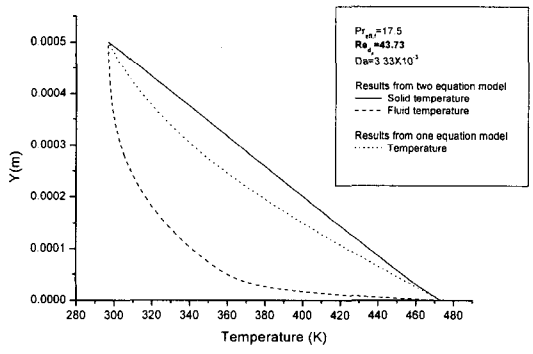
Fig. 4 Effect of the Prandtl number on temperature distributions



(a) $\mathrm{Re}_{d_p} = 0.2334$

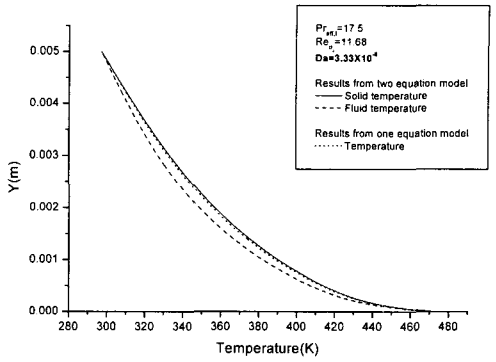


(b) $\mathrm{Re}_{d_p} = 11.68$

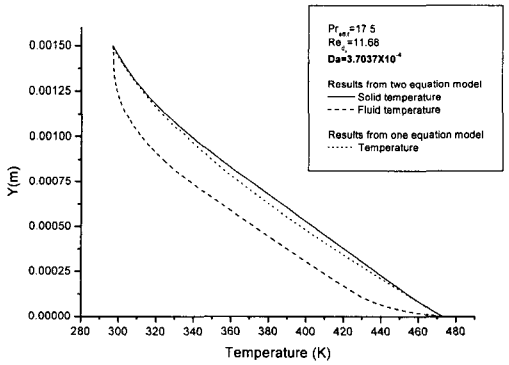


(c) $\mathrm{Re}_{d_p} = 43.73$

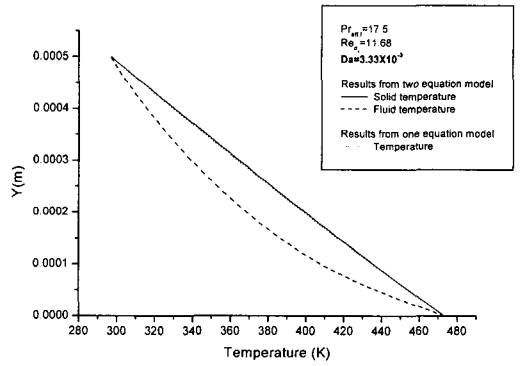
Fig. 5 Effect of the Reynolds number on temperature distributions



(a) $Da = 3.33\times10^{-6}$



(b) $Da = 3.7037\times10^{-4}$



(c) $Da = 3.33\times10^{-3}$

Fig. 6 Effect of the Darcy number on temperature distribution

이때 Local Thermal Equilibrium 의 가정이 성립하게 된다. 또한 유효 열전도도의 비가 증가하게 되어도 Local Thermal Equilibrium 의 가정이 성립하게 된다. 그 이유는 식 (12)에 의해서 유체의 유효 Prandtl 수는 유효 열전도도의 비에 반비례하기 때문이다. 반면에 유체의 유효 Prandtl 수가 증가하게 되면 Local Thermal Equilibrium 의 가정은 성립하지 않게 된다.

Limiting Case 2 ($\mathrm{Re}_{d_p} \to 0$)

Reynolds 수가 0 으로 접근하게 되면 식 (29)로 표현된 Nusselt 수는 2.0 으로 일정해지며 식 (11)로 표현된 Criterion 은 0 으로 접근하게 된다. 이때 Local Thermal Equilibrium 의 가정이 성립하게 된다. 반면에 Reynolds 수가 증가하게 되면 Local Thermal Equilibrium 의 가정은 성립하지 않게 된다.

Limiting Case 3 ($Da \to 0$)

Darcy 수가 0 으로 접근하게 되면 식 (11)로 표현된 Criterion 은 0 으로 접근하게 되고 이때 Local Thermal Equilibrium 의 가정은 성립하게 된다. 반면에 Darcy Number 가 증가하게 되면 Local Thermal Equilibrium 의 가정은 성립하지 않게 된다.

이런 Limiting Case 들의 결과들로부터 유체의 유효 Prandtl 수, Reynolds 수, Darcy 수 중에 하나가 0 으로 접근하게 될 경우 충돌 제트를 가지는 마이크로채널 히트 싱크에서 Local Thermal Equilibrium 이 성립함을 알 수 있었다. 이런 정성적인 결과를 검증하기 위해서, 3 장에서 Two-equation Model 을 사용하여 얻은 결과를 바탕으로 고체의 온도 분포와 유체의 온도 분포를 공학 변수들의 변화에 따라 비교해 보았다. Fig. 4-6 을 보면 유체의 유효 Prandtl 수, Reynolds 수, Darcy 수 중에 하나가 0 으로 접근하게 되면 고체의 온도와 유체의 온도가 거의 같아짐을 알 수 있다. 반면에 유체의 유효 Prandtl 수, Reynolds 수, Darcy 수 중에 하나가 증가하면 고체의 온도 분포와 유체의 온도 분포가 달라짐을 알 수 있다. 결과적으로 Limiting Case 들의 정성적인 분석과 수치 결과가 잘 일치함을 알 수 있다. 그리고 Local Thermal Equilibrium 의 가정에 대한 타당성을 정량적으로 나타내기 위해 다음과 같이 Percentage Error 을 정의하였다.

$$Error(\%) = \left[\frac{Max(\langle T \rangle_s - \langle T \rangle_f)}{T_w - T_{in}} \right] \times 100 \qquad (30)$$

Fig. 7 에서 Criterion, 식 (11)의 왼쪽부분의 값과 Percentage Error 의 관계를 제시하였다.

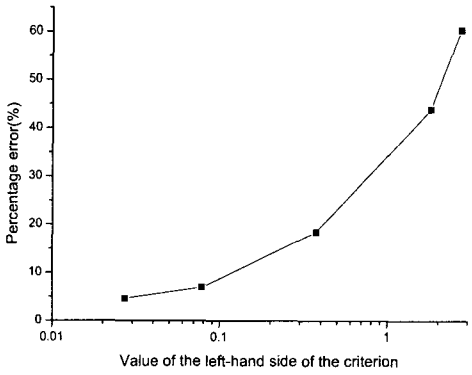


Fig. 7 Value of the criterion in a microchannel heat sink subject to an impinging jet

Fig. 7 에 의하면 Criterion 의 왼쪽 부분의 값이 $O(10^{-2})$ 이면 Percentage Error 는 10% 미만이며 $O(10^{-1})$이면 Percentage Error 는 10% 이상 35% 미만이고 $O(1)$이면 Percentage Error 는 35%이상이다.

4.2 Microchannel Heat Sink 와 Packed Bed

본 연구에서 제시한 Local Thermal Equilibrium 에 대한 Criterion 을 좀더 일반적으로 검증하기 위해서 Kim 등[4]이 제시한 일반적인 마이크로채널 히트 싱크에서 Local Thermal Equilibrium 에 영향을 미치는 변수들과 Criterion 에 포함된 공학 변수들의 경향성이 일치하는지 확인해 보았다.

Kim 등[4]은 마이크로채널 히트 싱크를 다공성 매질로 간주하여 Darcy 수와 유효 열전도도의 비의 변화에 따른 Local Thermal Equilibrium 의 영향을 보여 주었다. 그들은 Darcy 수가 작아질수록 또는 유효 열전도도의 비가 커질수록 Local Thermal Equilibrium 성립한다고 주장하였으며 이런 결과는 본 연구에서 제시한 Criterion 의 결과와 잘 일치함을 알 수 있었다.

Amiri 와 Vafai[11]는 충전층(Packed Bed)로 채워져 있는 채널 내에서 고체와 유체의 온도를 Two-equation Model 을 사용하여 구했으며 그때 Wakao 등[17]이 제시한 다음과 같은 Nusselt 수를 사용하였다.

$$Nu = \frac{h_{sf} d_p}{k_f} = 2 + 1.1 \,\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}} \,\mathrm{Re}_{d_p}^{0.6} \qquad (31)$$

그들은 Reynolds 수가 커질수록 또는 Darcy 수가 0 으로 접근할수록 Local Thermal Equilibrium 이 성립한다는 결과를 제시했으며 이런 결과는 본 연구에서 제시한 Criterion 의 결과와 잘 일치함을 알 수 있었다.

4.3 Sintered Metal 과 Cellular Ceramic

소결 금속(Sintered Metal)과 세포형 세라믹(Cellular Ceramic)의 경우에는 유체의 유효 Prandtl 수, Reynolds 수 그리고 Darcy 수 중에 하나가 0 으로 접근할 경우 앞에서 언급한 여러 가지 형상과 마찬가지로 Local Thermal Equilibrium 이 성립한다. 그러나 Reynolds 수가 증가할 경우 앞에서 언급한 충돌 제트를 가지는 마이크로채널 히트 싱크, 일반적인 마이크로 채널 히트 싱크 그리고 충전층과는 Local Thermal Equilibrium 에 대한 다른 경향성을 나타낸다. Kar 와 Dybbs[18] 그리고 Maiorove[19] 등은 소결 금속인 경우에 Nusselt 수를 식 (32)와 식 (33)과 같이 제시하였다.

$$Nu=\frac{h_{sf}d_p}{k_f}\sim C\,\mathrm{Re}_{d_p}^{n},\ (0<\mathrm{Re}_{d_p}<10^2),\ n\approx 1.35 \tag{32}$$

$$Nu=\frac{h_{sf}d_p}{k_f}\sim C\,\mathrm{Re}_{d_p}^{n},(0<\mathrm{Re}_{d_p}<10^3),0.65<n<1.84 \tag{33}$$

또한 Fu 등[20]은 세포형 세라믹인 경우에 Nusselt 수를 다음과 같이 제시하였다.

$$Nu=\frac{h_{sf}d_p}{k_f}\sim C\,\mathrm{Re}_{d_p}^{n},(0<\mathrm{Re}_{d_p}<10^3),0.9<n<1.18 \tag{34}$$

이런 두 경우에 Nusselt 수가 Reynolds 의 수의 1 승보다 큰 승수($n>1$)로 비례할 때 Reynolds 수가 증가하면 오히려 Local Thermal Equilibrium 이 성립하게 된다. 이런 경향성은 4.1 장과 4.2 장에서 언급한 마이크로채널 히트 싱크와 충전층의 경우 Reynolds 수가 작아질수록 Local Thermal Equilibrium 이 성립한다는 결과와 서로 상반되며 물리적으로 소결 금속이나 세포형 세라믹에서는 대류 현상이 지배적일 경우에도 Local Thermal Equilibrium 이 성립한다는 것을 의미한다. 또한 소결 금속이나 세포형 세라믹에서 Nusselt 수가 Reynolds 수의 1 승보다 더 큰 승수로 비례할 경우에는 미소 대표체적 내에서 고체와 유체의 온도차이가 다공성 매질 전체에서 최대 온도와 최소 온도차이가 보다 매우 작다는 것을 의미한다. 반면에 Nusselt 수가 Reynolds 수의 1 승보다 더 작은 승수로 비례할 경우에는 4.1 장과 4.2 장에서 언급한 현상이 일어난다.

4.4 요약

본 연구에서 제시한 Criterion 은 충돌 제트를 가지는 마이크로채널 히트 싱크에서 Local Thermal Equilibrium 에 대한 Darcy 수, 유체의 유효 Prandtl 수 그리고 Reynolds 수의 영향에 대해 잘 예측함을 보여 주고 있다. 또한 지금까지 연구자들이 제시한 Local Thermal Equilibrium 에 대한 실험치와 계산치 등을 이용하여 Criterion 을 다시 검증하였으며 소결 금속(Sintered Metal)과 Cellular Ceramic 에서 Reynolds 수에 따른 Local Thermal Equilibrium 에 대한 새로운 경향을 보여 주었다.

위의 결과를 바탕으로 Local Thermal Equilibrium 에 대한 물리적인 설명을 다음과 같이 요약할 수 있다. 유체의 유효 Prandtl 수, Reynolds 수, Darcy 수 중 하나가 0 으로 접근하면 다공성 매질에서는 전도 현상이 지배적이게 된다. 이런 전도 현상이 지배적인 경우에 다음과 같이 정의된 Nusselt 수는

$$Nu=A+B\,\mathrm{Pr}^{c}\,\mathrm{Re}_{d_p}^{d}, \tag{35}$$

A 로 접근하게 되며, 본 연구에서 제시된 Criterion 에 의하면 Local Thermal Equilibrium 이 성립한다. 즉 전도 현상이 지배적인 경우에는 모든 다공성 매질에서 Local Thermal Equilibrium 이 성립하게 된다. 이런 결과는 앞에서 언급했듯이 다른 연구자들[6~9]의 결과와 일치한다. 반면에 Reynolds 수가 증가하면서 다공성 매질에서 대류 현상이 지배적인 경우에는 다음과 같이 두가지 경우로 나눌 수 있다. 첫번째는 식 (36)과 같이 Nusselt 수가 Reynolds 수의 1 승보다 더 큰 승수에 비례할 경우이다.

$$Nu=A+B\,\mathrm{Pr}^{c}\,\mathrm{Re}_{d_p}^{d},0<c<1,\ d>1 \tag{36}$$

식 (36)을 식 (11)에 대입하면 식 (37)과 같다.

$$\mathrm{Pr}_{eff,f}\,\mathrm{Re}_{d_p}\,Da^{\frac{1}{2}}\frac{\varepsilon}{(A+B\,\mathrm{Pr}^{c}\,\mathrm{Re}_{d_p}^{d})}<<1 \tag{37}$$

$$0<c<1\quad d>1$$

식 (37)에 의하면 첫번째 경우에는 Local Thermal Equilibrium 이 성립하게 된다. 즉 Nusselt 수가 Reynolds 수의 1 승보다 더 큰 승수에 비례하는 다공성 매질에서 대류 현상이 지배적일 경우에 Local Thermal Equilibrium 이 성립한다. 두번째는 Nusselt 수가 Reynolds 수의 1 승보다 더 작은 승수에 비례하는 경우이다. 이런 경우에는 다공성 매질에 대류 현상이 지배적일 경우에는 Local Thermal Equilibrium 이 성립하지 않게 된다.

5. 결 론

본 연구에서는 Darcy 수, 유체의 유효 Prandtl 수, 그리고 Reynolds 수로 이루어진 Local Thermal

Equilibrium 에 대한 일반적인 Criterion 을 제시하였다. 이를 위해 다공성 매질에서 대류 현상이 지배적일 경우에 대해 차원 해석(Order of Magnitude Analysis)를 하였다. 본 연구에서 제시된 Criterion 은 Whitaker 등[6~9]에 의해 제시된 식보다 일반적이다. 그 이유는 Whitaker 등[6~9]에 의해 제시된 Criterion 은 다공성 매질 내에서 전도 현상이 지배적인 경우에만 적용되는 식이며 본 연구에서 제시된 Criterion 은 전도에만 국한된 것이 아니라 대류 현상이 지배적일 경우에도 적용이 가능하기 때문이다.

본 연구에서 제시된 Criterion 의 타당성을 검증하기 위해, 충돌 제트를 가지는 마이크로채널 히크 싱크에서 유동장 및 온도장의 상사해(Similarity Solution)를 구하였다. 구해진 해를 바탕으로 충돌 제트를 가지는 마이크로채널 히크 싱크에서 Local Thermal Equilibrium 에 대한 공학 변수들의 영향을 살펴 보았으며 그 결과는 본 연구에서 제시된 Criterion 으로 잘 예측되어질 수 있음을 확인하였다. 또한 기존의 연구들인 평행류(Parallel Flow)를 가지는 마이크로채널 히트 싱크, 충전층(Packed Bed), 소결 금속(Sintered Metal) 그리고 Cellular Ceramic 에서 얻은 실험 및 수치 결과들을 이용하여 본 연구에서 제시한 Criterion 을 검증하였다.

후 기

본 연구는 KISTEP(Korea Institute of Science & Technology Evaluation Planning)의 국가지정 연구실 사업(2-578)의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) Bejan , A., 2000, "Editorial", *Journal of Porous Media*, Vol. 1, pp. I~ii.

(2) Koh, J. C. Y., Colony, R., 1986, "Heat Transfer of Microstructure for Integrated Circuits," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol.13, pp. 89~98.

(3) Kim, S. J., Kim, D., 1999, "Forced Convection in Microstructure for Electronic Equipment Cooling," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 121, pp. 635~645.

(4) Kim, S. J., Kim, D. and Lee, D.Y., 2000, "On the Local Thermal Equilibrium in Microchannel Heat Sink," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 735~1748.

(5) Byun, S-Y., Lee, D-Y. and Ro, S. T., Transient Heat Transfer in Porous Media under Oscillating Flow Condition," *Transactions of the KSME*, B, Vol. 25, pp. 422~432.

(6) Carbonell, R. G., Whitaker, S., 1984, *Heat and Mass Transfer in Porous Media, Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media*, Bear and Corapciglu, ed. Martinus Nijhoff , pp. 121~198.

(7) Whitaker , S., 1991, "Improved Constraints for the Principle of Local Thermal Equilibrium," *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 30, pp. 983~997.

(8) Quintard, M., Whitaker, S., 1995, "Local Thermal Equilibrium for Transient Heat Conduction: Theory and Comparison with Numerical Experiments," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.38, pp. 2779~2796.

(9) Quintard, M., Whitaker, S., 2000, Theoretical Modeling of Transport in Porous Media in *Handbook of Heat Transfer in Porous Media* Edited by K. Vafai, First ed., Inc, New York., M. Decker, Chapter1.

(10) Vafai, K., Amiri, A., 1998, Non-darcian Effects in Confined Forced Convective Flows in *Transport Phenomena in Porous Media* Edited by B. Ingham, First ed., Elsevier Science Ltd., pp. 313~329.

(11) Amiri, A., Vafai, K., 1994, "Analysis of Dispersion Effects and Non-thermal Equilibrium, Non-Darcian, Variable Porosity Incompressible Flow through Porous Media," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, pp. 939~954.

(12) Nield, D. A., 1998, "Effects of Local Thermal Non-equilibrium in Steady Convective Processes in a Saturated Porous Medium: Forced Convection in a Channel," *J. Porous Media*, Vol. 1, pp. 181~186.

(13) Nield, D. A., Kuznetsov, A. V., 1999, "Local Thermal Nonequilibrium Effects in Forced Convection in a Porous Medium Channel: a Conjugate Problem," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 3245~3252.

(14) Lee, D.Y., Vafai, K., 1999, "Analytical Characterization and Conceptual Assessment of Solid and Fluid Temperature Differentials in Porous Media," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 423~435.

(15) Kaviany, M., 1995, *Principles of heat transfer in porous media*, second ed., Springer, Chapter3.

(16) White, F. M., 1991, *Viscous fluid flow*, Second ed., McGraw-Hill, Chapter3.

(17) Wakao, N., Kaguei, S. and Funazkri, T., 1979, "Effect of Fluid Dispersion Coefficients on Particle-to-fluid Heat Transfer Coefficients in Packed Beds," *Chem. Engng. Sci.*, Vol. 34, pp. 325~336.

(18) Kar, K. K., Dybbs, A., 1982, "Internal Heat Transfer Coefficient of Porous Metals," *ASME Pro.* the Winter Annual Meeting, Phoenix, Az., pp. 81~91.

(19) Maiorov, V., Vasiliev, L. and Polyaev, V. M., 1984, "Porous Heat Exchangers-classification, Application," *J. Engrg. Phys.*, Vol.47, pp. 1110~1123.

(20) Fu, X., Viskanta, R. and Gore, J. P., 1998, "Measurement and Correlation of Volumetric Heat Transfer Coefficients of Cellular Ceramics," *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 17, pp. 285~293.