

적분형 슬라이딩 서피스를 이용한 TDCSA(Time Delay Control with Switching Action)의 와인드업 방지를 위한 기법의 개발

이 성 옥[†] · 장 평 훈^{*}

(2001년 11월 7일 접수, 2002년 4월 24일 심사완료)

The Development of Anti-Windup Scheme for Time Delay Control with Switching Action Using Integral Sliding Surface

Sung-Uk Lee and Pyung Hun Chang

Key Words : Time Delay Control with Switching Action(TDCSA), Time Delay Control(시간지연을 이용한 제어기법), Sliding Mode Control(슬라이딩 모드 제어기법), Integral Sliding Surface(적분형 슬라이딩 서피스), Windup(와인드업), Reset Sliding Surface(슬라이딩 서피스 재설계)

Abstract

The TDCSA(Time Delay Control with Switching Action) method, which consists of Time Delay Control(TDC) and a switching action of sliding mode control(SMC), has been proposed as a promising technique in the robust control area, where the plant has unknown dynamics with parameter variations and substantial disturbances are preset. When TDCSA is applied to the plant with saturation nonlinearity, however, the so-called windup phenomena are observed to arise, causing excessive overshoot and instability. The integral element of TDCSA and the saturation element of a plant cause the windup phenomena. There are two integral effects in TDCSA. One is the integral effect occurred by time delay estimation of TDC. Other is the integral term of an integral sliding surface. In order to solve this problem, we have proposed an anti-windup scheme method for TDCSA. The stability of the overall system has been proved for a class of nonlinear system. Experiment results show that the proposed method overcomes the windup problem of the TDCSA.

1. 서 론

최근에 제안된 TDCSA 제어기법(Time Delay Control with Switching Action)은 시간지연을 이용한 제어기법(Time Delay Control)^(4,11)에 슬라이딩 모드 제어기법(Sliding Mode Control)⁽³⁾에 기초를 둔 스위칭 항(Switching action)을 같이 사용한 제어 기법이다.^(1,6,7) 즉, TDCSA는 플랜트의 예측 못한 외란과 잘 모르는 비선형 동역학의 양을 시간지연으로 추정하여 보상하는 시간지연을 이용한 제어기법(TDC)과 슬라이딩 모드 제어기법의 스위칭 액션

으로 구성되어 있다. 여기서, 스위칭 액션은 슬라이딩 모드 제어기법에서 사용되는 불연속제어 입력이고, 추종 오차를 시간지연을 이용한 제어기법의 원하는 오차 동역학과 일치하는 적분형 슬라이딩 서피스 위로 보낸다. 즉, 시간지연을 이용한 제어기법에서 발생하는 시간지연추종 오차로 인하여 발생된 추정 오차를 스위칭 액션을 통하여 슬라이딩 서피스 위에 있게 한다. 이로 인하여 시간지연 추종오차의 영향을 감소시킬 뿐만 아니라, 시간지연을 이용한 제어기법의 제어 성능을 강인하게 만든다. Chang 과 Lee 는 적분형 슬라이딩 서피스를 이용한 TDCSA 를 21 톤 유압 굴삭기에 적용하여 일장 굴삭 작업에서 좋은 성능을 얻었다.⁽⁶⁾

그런데, 적분형 슬라이딩 서피스를 이용한 TDCSA 를 포화요소가 있는 플랜트에 적용할 때, 제어 입력이 증가함에 따라 큰 오버슈트

[†] 책임저자, 회원, 한국과학기술원 대학원 기계공학과
E-mail : sulee@mecha.kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3266 FAX : (042)869-5226

^{*} 회원, 한국과학기술원 기계공학과

(overshoot)가 발생되고, 극단적인 경우에는 불안정해지는 현상을 발견하게 되었다. 그 원인을 분석한 결과, 이 현상은 제어기의 적분요소와 구동기의 포화요소가 결합되었을 때 제어입력이 증가함에 따라 나타날 수 있는 와이드업(windup) 현상이라는 것을 알 수 있다. 상술하면, 포화요소에 의해 구동기의 출력에 오차가 발생되고 그 오차가 제어기의 적분기에 의해 누적되어 응답에 나쁜 영향을 주는 것이다. 적분형 슬라이딩 서피스를 이용한 TDCSA 의 경우, 시간지연항과 적분형 슬라이딩 서피스의 적분항에 의하여 적분효과가 나타나게 되고, 동시에 구동기의 포화요소와 결부해서 이러한 현상이 나타나게 된다.

이 와이드업 현상은 적분형 슬라이딩 서피스를 이용하는 슬라이딩 모드 제어기법(Sliding Mode Control)에서도 동일하게 발생된다.^(3,5,8) 포화요소가 있는 플랜트에 적분형 슬라이딩 서피스를 이용한 슬라이딩 모드 제어기법을 적용할 때, 슬라이딩 서피스의 적분값이 과도하게 증가되어, 플랜트의 응답에 큰 오버슈트와 진동이 발생한다. Cho 외 2명⁽³⁾은 이 문제점을 해결하기 위하여 적분 계인을 작은 값으로 선정하였다. 그리고, Slotine⁽⁸⁾은 적분 중지기법(Stopping integration method)을 제시하였다. 이 방법은 포화함수(saturation function)를 사용한 스위칭 액션에서 경계값(boundary layer)를 선정하여, 포화요소로 인하여 슬라이딩 변수가 경계값을 벗어나는 경우에는 적분값을 일정한 값으로 유지하는 방법이다. 즉, 경계값을 벗어나는 경우에는 적분을 하지 않는 방법이다. 하지만, 이 방법을 사용하기 위해서는 경계값의 크기를 정확히 알아야 할 필요가 있다.

강인제어 알고리즘인 TDC 에서도 와이드업 문제가 발생한다는 것을 필자에 의하여 관찰되었다.^(1,2) 그러나, 이제까지의 TDCSA 연구에 있어서 와이드업현상에 대한 보고와 그 해결방안에 대한 연구는 발견되지 않고 있다. 따라서 이 논문에서는 TDCSA 에서 와이드업 현상이 발생하는 것을 분석하고, TDCSA 알고리즘의 강인성을 유지하면서 와이드업 현상이 나타나는 단점을 보완할 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 또한 평면 2 자유도 로봇에 대하여 실험을 수행하고자 한다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 2 장에서는 TDCSA 제어기에 대하여 간략하게 설명한다. 3 장에서는 TDCSA 에서 와이드업 현상이 발생하는 원인을 분석하여, TDCSA 에 알맞은 새로운 와이드업 방지기법을 제시한다. 4 장에서는 평면 2 자유도 로봇에 대하여 실험을 통하여 와이드업 방지기법을 확인한다.

2. 제안된 TDCSA

본 장에서는 TDCSA 제어기법에 대하여 간략하게 설명하고자 한다. 그리고, 안정성 해석에 대해서도 언급하고자 한다.

2.1 TDCSA

모든 상태변수와 상태변수의 미분치를 측정 가능하다고 가정하고 아래와 같은 비선형 동역학 모델을 고려한다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t) \quad (1)$$

여기서, $\mathbf{x}(t) \in R^n$ 는 상태벡터이고, $\mathbf{u}(t) \in R^r$ 는 제어 입력 벡터, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \in R^{n \times 1}$ 는 모르는 비선형 동역학, $\mathbf{d}(t) \in R^{n \times 1}$ 는 모르는 외란, $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \in R^{n \times r}$ 는 제어 영향 행렬, t 는 시간을 나타낸다. $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ 는 정확한 값은 모르지만, 그 범위를 알고 있다고 가정하고 그 범위를 상수행렬 $\bar{\mathbf{B}}$ 으로 나타낸다. 상수 제어 영향 행렬 $\bar{\mathbf{B}}$ 을 도입하여 식 (1)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}(t) \quad (2)$$

여기서, $\mathbf{H}(t)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \{\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) - \bar{\mathbf{B}}\}\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t) \quad (3)$$

그리고, $\mathbf{H}(t)$ 는 다음과 같은 매칭 조건(matching condition)을 만족한다.^(11,12)

$$(\mathbf{I} - \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^+)(\dot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{A}_m \mathbf{e} - \mathbf{H}) = 0 \quad (4)$$

이 매칭조건(matching condition)은 시스템에 존재하는 불확실성이 만족하여야 할 중요한 구조적 성질입니다.⁽¹²⁾ 즉, 불확실성이 제어 변수들이 들어가는 상태 방정식에만 들어가야 한다는 조건입니다. 만약 $\bar{\mathbf{B}}$ 가 $(n \times n)$ 행렬이면 $(\mathbf{I} - \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^+)$ 가 영행렬이 되어 저절로 매칭조건이 만족합니다. 하지만, $\bar{\mathbf{B}}$ 가 $(n \times n)$ 행렬이 아닌 경우에는 $\bar{\mathbf{B}}$ 와 $\mathbf{H}(t)$ 의 형태에 따라 우리가 선정할 수 있는 원하는 오차 동역학의 상수 행렬 \mathbf{A}_m 이 구속을 받게 됩니다. 이때 Youcef-Toumi⁽¹¹⁾의 논문에 의하면 위상 변수 형태(phase variable form)로 변환 가능한 플랜트는 매칭조건(matching condition)을 항상 만족합니다.

(a) 시간지연을 이용한 제어기법^(4,11)

TDCSA 의 시간지연을 이용한 제어기법의 목적은 식 (2)의 시스템이 잘 모르는 동역학과 예측하지 못한 외란의 영향 하에서도, 계가 기준모델을 정확하게 따라가도록 하는 것이다. 원하는 기준모

델을 다음과 같은 점근적으로 안정한 선형 시불변계의 오차 궤적으로 정의한다.

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) \quad (5)$$

여기서, $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}_d(t) - \mathbf{x}(t) \in R^n$ 로서 오차 벡터이고, $\mathbf{x}_d \in R^n$ 은 기준 입력 벡터이다. 그리고, $\mathbf{A}_m \in R^{n \times n}$ 은 원하는 오차 동역학의 상수 행렬이다.

원하는 오차 동역학(식 (5))을 만족시키기 위하여 시간지연을 이용한 제어기법을 구성하면 식 (6)과 같다.

$$\mathbf{u}_{\text{dc}}(t) = \bar{\mathbf{B}}^+ [\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \hat{\mathbf{H}}(t) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)] \quad (6)$$

여기서, $\bar{\mathbf{B}}^+$ 는 $\bar{\mathbf{B}}$ 의 Pseudo Inverse 이다 ($\bar{\mathbf{B}}^+ = (\bar{\mathbf{B}}^T \bar{\mathbf{B}})^{-1} \bar{\mathbf{B}}^T$). 그리고, $\hat{\mathbf{H}}(t)$ 는 $\mathbf{H}(t)$ 의 추정값이다. 시간지연 L 이 매우 작고, 시간지연시간동안에 $\mathbf{H}(t)$ 가 크게 변하지 않는다면 식 (2)에서 식 (7)과 같이 $\hat{\mathbf{H}}(t)$ 을 추정할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{H}}(t) \approx \mathbf{H}(t-L) = \dot{\mathbf{x}}(t-L) - \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t-L) \quad (7)$$

식 (7)을 식 (6)에 대입하면, 시간지연을 이용한 제어기법의 제어입력은 다음과 같다.

$$\mathbf{u}_{\text{dc}}(t) = \mathbf{u}_{\text{dc}}(t-L) + \bar{\mathbf{B}}^+ [\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)] \quad (8)$$

시간지연을 이용한 제어기법의 설계 및 안정성 해석에 대한 자세한 설명은 (4)과(11)에 있다. 자세히 서술하면, 상수 행렬 $\bar{\mathbf{B}}$ 가 $\|\mathbf{I} - \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^+\| < 1$ 의 조건을 만족하면 시스템은 안정하다.

식 (5)의 페루프 오차 동역학을 만족하기 위해서는 L 은 충분히 작아야 한다. 하지만, 시간지연을 이용한 제어기법이 디지털 제어기에서 적용하기 때문에 L 은 보통 샘플링 시간(sampling time)의 값으로 사용한다. 그리고, 시스템의 비선형과 외란 동역학이 샘플링 시간 안에 크게 변하면 $\hat{\mathbf{H}}(t)$ 이 $\mathbf{H}(t)$ 을 정확히 추종 못하여 시간지연추종오차가 발생된다. 이 시간지연추종오차는 다음과 같다.

$$\mathbf{H}(t) - \hat{\mathbf{H}}(t) = \mathbf{H}(t) - \mathbf{H}(t-L) = \Delta\mathbf{H}(t) \quad (9)$$

이 시간지연추종 오차로 인하여 시간지연을 이용한 제어기법은 식 (5)의 페루프 오차 동역학을 만족시키지 못하고, 다음과 같은 페루프 오차 동역학이 된다.

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) - \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^+ \Delta\mathbf{H}(t) \quad (10)$$

(b) 스위칭 액션(swimming action)⁽⁸⁾

TDCSA 에서의 스위칭 액션은 추종 오차를 시간지연을 이용한 제어기법의 원하는 오차 동역학과 일치하는 슬라이딩 서피스 위로 보낸다. 즉, 시간지연을 이용한 제어기법에서 발생하는 시간지연

추종 오차로 인하여 발생된 추정 오차를 스위칭 액션을 통하여 슬라이딩 서피스위에 있게 한다. 이로 인하여 시간지연추종오차의 영향을 감소시킴으로써, 시간지연을 이용한 제어기법의 제어 성능을 강인하게 만든다.

슬라이딩 서피스 $\mathbf{s}(t) = 0$ 는 시간지연을 이용한 제어기법의 원하는 오차 동역학(식 (5))과 대등하게 하기 위하여 식 (11)과 같이 적분형 슬라이딩 서피스로 구성되어야 한다.

$$\mathbf{s}(t) = \bar{\mathbf{B}}^+ \int_0^t [\dot{\mathbf{e}}(\tau) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(\tau)] d\tau \quad (11)$$

여기서 슬라이딩 서피스의 초기값은 0 이다 ($\mathbf{s}(t=0) = 0$). 그리고, $\mathbf{s}(t)$ 의 미분치는 식 (12)과 같다.

$$\dot{\mathbf{s}}(t) = \bar{\mathbf{B}}^+ [\dot{\mathbf{e}}(t) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)] \quad (12)$$

식 (12)은 시간지연을 이용한 제어기법의 오차 동역학(식 (5))과 일치하는 것을 알 수 있다.

스위칭 항(swimming action)을 시간지연을 이용한 제어기법에 추가하여, TDCSA 제어법칙은 다음과 같다.

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t-L) + \bar{\mathbf{B}}^+ [\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)] + \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s}(t)) \quad (13)$$

여기서, $\mathbf{K} \in R^{r \times r}$ 는 스위칭 게인 행렬이고, $\mathbf{s} \in R^r$ 은 슬라이딩 서피스 벡터이다. 그리고, 스위칭 게인 행렬은 안정성 조건으로부터 구해진다.

2.2 TDCSA 의 안정성 해석

전제 시스템의 안전성 분석을 하기 위하여 Lyapunov 방법을 이용하였다. 만약 Lyapunov 함수를 $\mathbf{V} = \mathbf{s}^T \mathbf{s} / 2$ 와 같이 선정하면, 이 Lyapunov 함수에 대하여 시간에 대한 미분치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} &= \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{B}}^+ [\dot{\mathbf{e}}(t) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)] \\ &= \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{B}}^+ [\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) - \mathbf{H}(t) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)] \\ &= \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{B}}^+ [\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \bar{\mathbf{B}}\{\bar{\mathbf{B}}^+ (\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \hat{\mathbf{H}}(t) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)) \\ &\quad + \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s})\} - \mathbf{H}(t) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)] \\ &= \mathbf{s}^T \bar{\mathbf{B}}^+ \{(\mathbf{I} - \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^+) \{\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) - \mathbf{H}(t)\} \\ &\quad - \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^+ \Delta\mathbf{H}(t) - \bar{\mathbf{B}}\mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s})\} \\ &= \mathbf{s}^T [-\bar{\mathbf{B}}^+ \Delta\mathbf{H}(t) - \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s})] \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, 식 (4)의 매칭 조건(matching condition)에 의하여 $(\mathbf{I} - \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^+) \{\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) - \mathbf{H}(t)\} = 0$ 이다. 그러므로, 식 (14)에서 $\dot{\mathbf{V}}$ 가 negative definite 를 갖기 위해서는 다음과 같은 조건이 필요하다.

$$(K)_{ii} > |(\bar{\mathbf{B}}^+ \Delta\mathbf{H})_i| \text{ for } i = 1, \dots, r \quad (15)$$

위 조건으로부터, switching gain(K_w)는 시간지연 추종오차의 크기보다 크게 선정해야 한다.

3. 와인드업(Windup) 현상

본 장에서는 적분형 슬라이딩 서피스를 이용한 TDCSA 를 포화요소가 있는 플랜트에 적용시에 발생하는 와인드업 현상에 대하여 살펴보고자 한다. 와인드업 현상은 제어기의 적분요소와 구동기의 포화요소가 결합되었을 때 나타난다. 그래서, 먼저 제어기의 적분 요소를 살펴 보고, 포화요소가 있는 선형 2 차 시스템에 대하여 TDCSA 를 적용 시에 발생하는 와인드업 현상을 고찰해보고자 한다. 그리고, 포화요소가 있는 경우에 TDCSA 의 시간지연을 이용한 제어기법과 스위칭 액션을 살펴보고, 마지막으로 와인드업 보상 기법을 제시하고자 한다.

3.1 TDCSA 의 적분 요소

적분형 슬라이딩 서피스를 이용한 TDCSA 를 포화요소가 있는 플랜트에 적용할 때, 기준 입력이 증가하거나 이득(gain)이 증가하면 그에 따라 제어 입력이 증가하게 되는데, 그때 큰 오버슈트(overshoot)가 발생되고, 극단적인 경우에는 불안정해지는 현상을 발견하게 되었다. 이 현상은 제어기의 적분요소와 구동기의 포화요소가 결합되었을 때 제어입력이 증가함에 따라 나타날 수 있는 와인드업(windup) 현상이라는 것을 알 수 있다.

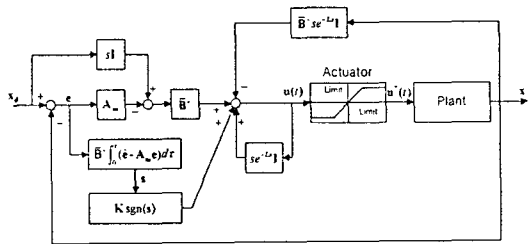


Fig. 1 TDCSA block diagram with saturation element in actuator

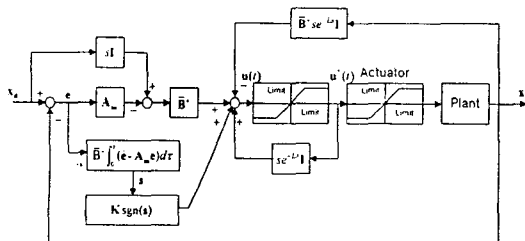


Fig. 2 TDCSA block diagram with TDC anti-windup scheme

TDCSA 에서는 2 가지 적분요소가 존재한다. 시간지연추정으로 인한 적분효과와 슬라이딩 변수(sliding variable)의 적분항이다. 각각의 적분요소를 살펴 보면 다음과 같다.

(a) 시간지연추정항에 의한 적분 효과^(1,2)

TDCSA 는 식 (13)에서 보듯이, 예측하지 못한 동역학이나 외란을 보상하기 위해서 시스템에 입력되는 제어입력과 상태변수 미분치 값들의 시간지연항을 필요로 한다. 실제 구동기의 포화요소가 있는 플랜트에 포화요소를 고려하지 않고 TDCSA 를 설계한 경우의 블록선도는 Fig. 1 과 같다. 이와 같이 TDCSA 를 설계하면, 제어입력의 시간지연항 값 $u(t-L)$ 이 구동기의 입력값이 되기 때문에, 제어입력 u 와 포화요소를 거친 입력 u^* 의 사이에 차이가 발생하게 된다. 이로 인한 오차가 시간지연 항에 의하여 누적되어 와인드업 현상이 발생된다. 이 현상은 시간지연을 이용한 제어기법(TDC)에서도 동일하게 발생된다.^(1,2)

따라서, TDC 제어기의 와인드업 방지기법을 사용하면 시간지연항에 의한 와인드업 현상이 해결된다.^(1,2) 즉, 이 방법은 Fig. 2 와 같이 제어기안에 구동기의 포화상태와 같은 포화요소를 뒀으로써 실제 플랜트에 들어간 제어입력 u^* 를 정확하게 추정하여 와인드업 현상을 방지하는 것이다.

(b) 슬라이딩 변수(Sliding variable)의 적분항

적분형 슬라이딩 서피스를 이용한 SMC 에서도 언급한 바가 있다.^(3,8) 포화요소에 의해 구동기의 출력에 오차가 발생되고, 그 오차가 슬라이딩 변수의 적분항에 의해 누적되어 슬라이딩 변수가 과도하게 증가된다. 이로 인하여 플랜트의 응답에 오버슈트와 진동이 나타난다.

TDCSA 에서 2 가지의 적분 요소를 살펴 보았다. 시간지연추정항에 의한 와인드업 현상은 시간지연을 이용한 제어기법의 와인드업 방지기법을 사용하면 해결될 수 있다. 하지만, 슬라이딩 변수의 적분항에 의한 와인드업 현상을 해결하기 위해서는 새로운 방법이 필요하다. 먼저, 와인드업 현상에 대하여 고찰한 후에 와인드업 방지 기법을 제시하고자 한다.

3.2 TDCSA 의 와인드업 현상 분석

식 (16)처럼 포화요소가 있는 선형 2 차 시스템에 대하여 TDCSA 를 적용시에 발생하는 와인드업 현상을 고찰해보고자 한다.

$$\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + x(t) = \text{sat}(u(t), 20) \quad (16)$$

이 시스템(식 (16))은 제어입력에 포화요소가 있는 경우이고 제어입력의 최대 크기는 20[N]이다.

식 (16)에서 대하여 포화요소를 고려하지 않고 TDCSA 를 적용하면 다음과 같다.

$$u(t) = u(t-L) + [\ddot{x}_d - \ddot{x}(t-L) + 2\zeta w_n(\dot{x}_d - \dot{x}) + w_n^2(x_d - x)] + K \operatorname{sgn}(s) \quad (17)$$

$$s(t) = [(\dot{x}_d(t) - \dot{x}(t)) + 2\zeta w_n(x_d(t) - x(t)) + w_n^2 \int_0^t (x_d(\tau) - x(\tau)) d\tau - (\dot{x}_d(0) - \dot{x}(0)) + 2\zeta w_n(x_d(0) - x(0))] \quad (18)$$

이때, w_n, ζ 는 각각 10[rad/s], 1 로 선정하였고, 스위칭 계인(K)는 1로 하였다.

(a) 와인드업 현상

기준 입력($x_d = 1.0[m], \dot{x}_d = \ddot{x}_d = 0.0$)에 대한 시스템의 응답을 살펴보면, Fig. 3 처럼 오버슈트와 진동이 발생된다. 3.1 장에서 언급한 TDCSA 제어기의 적분요소와 구동기의 포화요소로 인하여 제어 입력과 슬라이딩 변수 값이 과도하게 증가하고 진동하는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 다음과 같이 해석될 수 있다. 기준 입력이 큰 경우에는 포화현상의 영향으로 인해 적분요소의 출력이 커지게 된다. 이로 인해 차후의 오차가 작아진다 할지라도 제어입력은 계속 포화한계값을 가지게 된다. 오히려 반대부호의 오차가 어느 정도 지속된 상태에서야 제어입력이 변하게 된다. 기준 입력이 커짐에 따라 이러한 경향이 심화되고, 응답도 큰 오버슈트가 발생된다. 요약하면, 포화요소와 적분요소를 갖는 현재의 시스템에서 기준 입력에 의하여 발생하는 오버슈트와 진동은 와인드업 현상에 기인하고 있다는 것을 알 수 있다.

이때, 앞에서 언급한 TDC 의 와인드업 방지 기법을 적용한 결과, TDC 의 와인드업 방지 기법은 시간지연추정항에 의한 와인드업 현상을 해결할 수 있지만, 슬라이딩 변수의 적분항에 의한 와인드업 현상을 해결할 수 없다. Fig. 4 에서 볼 수 있듯이, Fig. 3 과 비교하여 진동과 오버슈트의 크기는 감소하였다. 이는 실제 플랜트에 들어가는 제어입력을 정확하게 추정함으로 시간지연추정항에 의하여 발생하는 와인드업 현상이 나타나지 않는 것을 알 수 있다. 하지만 구동기의 포화요소로 인하여, 오차가 슬라이딩 변수의 적분항에 의해 누적되어 슬라이딩 변수가 과도하게 증가한다. 이로 인하여 슬라이딩 변수가 슬라이딩 서피스($s(t) = 0$)에 도달하는 시간이 길어지고 항상 (+)방향의 값을 가진다. 즉, 스위칭 액션이 정확하게 작동되지 않는다. Fig. 4 에서, 7 초 이후에 슬라이딩 변수가 슬라이딩 서피스위에 도달하면, 스위칭 액션이 작동되고 이로 인하여 SMC 의 특징인 떨림(chattering)현상이 제어 입력에 발생하는 것을 알

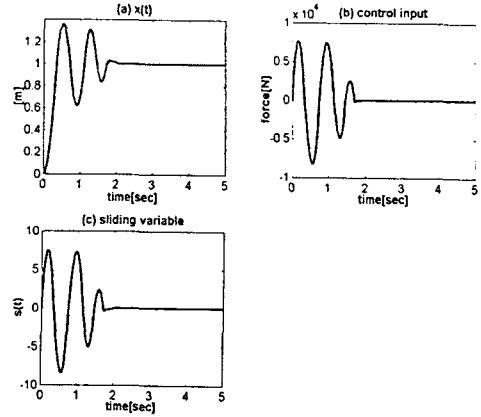


Fig. 3 Simulation result for unit step input

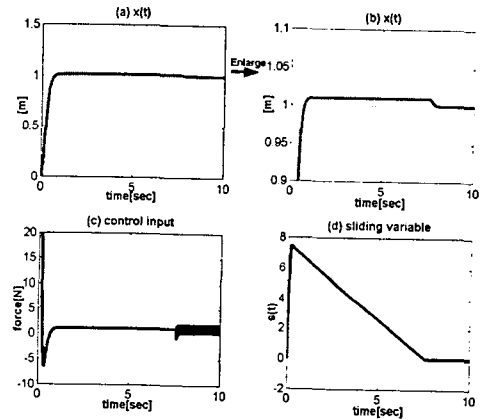


Fig. 4 Simulation result with TDC anti-windup scheme

수 있다.

이 현상을 구체적으로 살펴 보기 위하여, 제어 입력이 포화상태에서 벗어난 후에 TDCSA 의 시간지연을 이용한 제어기법과 스위칭 액션이 어떻게 작동하는 지를 살펴 보자.

(a) 시간지연을 이용한 제어기법

TDCSA 의 시간지연을 이용한 제어기법은 플랜트의 추종 오차가 식 (5)과 같은 원하는 오차 동역학을 정확하게 따라가도록 한다. 식 (5)의 일반적인 해를 구해 보면 다음과 같다.

$$e(t) = e^{A_m(t-\tau)} e(\tau), \quad \text{for all } \tau, t \quad (19)$$

여기서, $e^{A_m(t-\tau)}$ 는 상태 변환 행렬(state-transition matrix)이다. 여기서, 포화요소가 없는 경우에는 시간지연을 이용한 제어기법으로 인하여 오차가 식 (20)과 같이 된다.

$$e(t) = e^{A_m t} e(0) \quad (20)$$

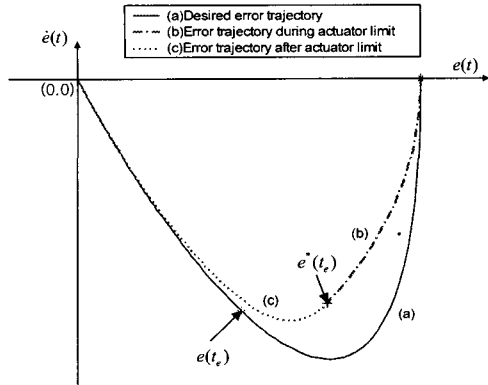


Fig. 5 Phase portrait

즉, Fig. 5 의 (a)와 같이 초기 오차(e(0))를 원하는 궤적에 따라 0으로 감소하는 것이다.

하지만, 포화요소가 있는 경우에는 식 (20)처럼 원하는 오차 동역학이 되지 않는다. 이 원인은 구동기의 포화요소로 인하여 구동기의 출력에 오차가 발생되기 때문이다. 그렇다면, 포화상태가 끝난 후(t > t_e)에 시간지연을 이용한 제어기법은 추종 오차를 식 (21)과 같은 오차 궤적을 추종하도록 한다.

$$\dot{e}^*(t) = e^{A_m(t-t_e)} \dot{e}^*(t_e) \quad (21)$$

여기서, t_e는 포화상태가 끝난 시간이고, e*(t_e)는 시간이 t_e일 때의 오차 벡터이다. 식 (21)을 통해 살펴보면, 시간지연을 이용한 제어기법은 포화상태가 끝난 시점의 오차(e*(t_e))를 원하는 오차 동역학에 맞게 0으로 보내는 것을 알 수 있다. Fig.5에서 보면, 포화요소로 인하여 추종 오차가 원하는 오차 동역학((a)궤적)을 따라 움직이는 것이 아니라 (b)궤적을 따라 움직인다. 포화요소가 없는 경우에 t = t_e일 때 추종 오차가 e(t_e)라면, 포화요소가 있는 경우에는 t = t_e일 때 추종 오차가 e(t_e)보다 작은 e*(t_e)가 된다. 그리고, 포화요소가 끝난 후(t > t_e)에 시간지연을 이용한 제어기법은 추정 오차를 식 (21)처럼 (c)궤적을 따라 가도록 한다.

(b) 스위칭 액션(Switching action)

하지만, 스위칭 액션은 추종 오차를 초기 오차(e(t=0))를 기준으로 선정된 슬라이딩 서피스에 도달하도록 작동한다. 상술하면, 스위칭 액션은 플랜트의 추종 오차가 식 (20)처럼 되도록 작동한다 (Fig. 5 의 (a)궤적). 하지만, 앞에서 언급한 것처럼, 포화요소가 있는 경우에 TDCSA의 시간지연을 이용한 제어기법은 포화상태가 끝난 시점의 오차를 식 (21)처럼 줄인다(Fig. 5의 (c)궤적). 이는 스위칭

액션의 슬라이딩 서피스와 시간지연을 이용한 제어기법의 오차 동역학이 서로 다르다는 것을 의미한다.

결론적으로 TDCSA의 와이드업 현상은 시간지연추정항과 슬라이딩 변수의 적분항에 의하여 발생되고, TDC 와이드업 방지 기법을 적용하여도 슬라이딩 변수의 적분항에 의하여 와이드업 현상이 발생된다. 이 와이드업 현상은 TDCSA의 시간지연을 이용한 제어기법과 스위칭 항이 서로 다른 역할을 하기 때문에 발생된다.

3.3 와이드업 방지 기법

플랜트에 포화요소가 있는 경우, TDCSA의 와이드업 현상이 적분요소인 시간지연추정항과 슬라이딩 변수의 적분항에 의하여 발생됨을 살펴 보았다. 시간지연추정항에 의한 적분 효과로 인한 와이드업 현상은 시간지연을 이용한 제어기법의 와이드업 방지 기법으로 해결된다. 하지만, 슬라이딩 변수의 적분항에 의한 와이드업 현상을 보상하기 위해서는 보상 기법이 필요하다. 본 절에서는 슬라이딩 변수의 적분항에 의해 발생하는 와이드업 현상을 보상하는 기법을 제시하고자 한다.

본 절에서는 슬라이딩 변수의 적분항에 의하여 발생하는 와이드업 방지 기법으로서 Reset sliding surface 방법을 제시하고자 한다. 이 방법은 포화상태가 끝난 후에 시간지연을 이용한 제어기법의 원하는 오차 동역학과 스위칭 액션의 슬라이딩 서피스를 일치시키는 방법이다. 이 방법은 제어입력이 포화상태일 때 스위칭 액션에 필요한 슬라이딩 서피스를 재구성한다. 이때 슬라이딩 서피스는 원하는 오차 동역학과 슬라이딩 서피스의 관계(식 (22))로부터 얻어진다.

$$\dot{s}(t) = \bar{B}^* [\dot{e}(t) - A_m e(t)] \quad (22)$$

식 (22)로부터 양변을 적분하면, 슬라이딩 서피스는 다음과 같다.

$$s^*(t) = \bar{B}^* [e(t) - \int_0^t A_m e(\tau) d\tau - C] \quad (23)$$

여기서, C ∈ Rⁿ는 적절히 선택할 수 있는 상수 벡터이다. 식 (24)과 같이 s(t-L) 값이 0이 되도록 C 값을 설정하였다.

$$s^*(t=t-L) = 0 = \bar{B}^* [e(t-L) - \int_0^{t-L} A_m e(\tau) d\tau - C] \quad (24)$$

$$C = e(t-L) - \int_0^{t-L} A_m e(\tau) d\tau$$

Reset sliding surface 방법을 순서도(flowchart)로 나타내면 Fig. 6과 같다. Fig. 6에서 볼 수 있듯이

C 값은 제어입력이 포화상태인 구간에서만 작용한다. 그리고, 포화상태가 끝난 후에는 C 값은 일정한 상수값이다.

시간지연제어기의 와인드업 방지 기법과 Reset sliding surface 방법을 적용한 TDCSA 제어법칙의 최종 식은 다음과 같다.

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^*(t-L) + \bar{\mathbf{B}}^+ [\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)] + \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s}^*(t)) \quad (25)$$

여기서, \mathbf{u}^* 는 시간지연제어기의 와인드업 방지 기법에 의하여 구동기의 포화요소를 지나 시스템에 들어가는 제어입력 값이다.

3.4 전체 시스템에 대한 안정성 해석

본 절에서는 전체 시스템에 대하여 안정성 분석을 하고자 한다. 즉, 와인드업 방지 기법을 모두 사용한 TDCSA 를 구동기에 포화요소가 있는 시스템에 적용한 전체 시스템에 대한 안정성 해석을 하고자 한다.

먼저 구동기의 포화요소로 지나 시스템에 들어가는 입력은 Fig. 7 에 의하여 다음같이 표현할 수

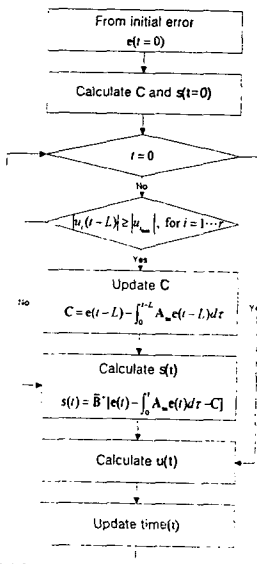


Fig. 6 Flowchart of Reset sliding surface method

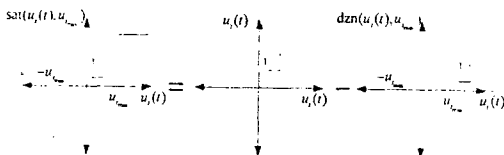


Fig. 7 Saturation function

있다.

$$\mathbf{u}^*(t) = \text{sat}(\mathbf{u}(t)) = \mathbf{u}(t) - \mathbf{dzn}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}_{\max})$$

$$\text{where } \text{sat}(\mathbf{u}(t)) = \begin{bmatrix} \text{sat}(u_1(t)) \\ \vdots \\ \text{sat}(u_r(t)) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$\mathbf{dzn}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}_{\max}) = \begin{bmatrix} \mathbf{dzn}(u_1(t), u_{1,\max}) \\ \vdots \\ \mathbf{dzn}(u_r(t), u_{r,\max}) \end{bmatrix}$$

여기서, $\mathbf{dzn}(\cdot)$ 은 deadzone 함수이고, $\mathbf{u}(t)$ 제어입력이고, \mathbf{u}_{\max} 는 제어입력의 최대크기이다.

식 (26)를 이용하여 구동기에 포화요소가 있는 시스템에 대한 페루프 오차 동역학은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) - \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{B}}^+ \Delta \mathbf{H}(t) - \bar{\mathbf{B}} \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s}^*) + \bar{\mathbf{B}} \mathbf{dzn}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}_{\max}) \quad (27)$$

위의 식에서 $\bar{\mathbf{B}} \mathbf{dzn}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}_{\max})$ 은 구동기의 포화요소로 인하여 발생된 항이다.

슬라이딩 서피스와 원하는 오차 동역학의 관계(식 (22))를 이용하여 식 (27)을 다시 정리하면, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{s}}(t) = -\bar{\mathbf{B}}^+ \Delta \mathbf{H}(t) - \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s}^*) + \mathbf{dzn}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}_{\max}) \quad (28)$$

Lemma 1. $\|\mathbf{dzn}(\cdot)\|$ 은 다음과 같은 식이 성립된다.

$$\|\mathbf{dzn}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}_{\max})\| \leq \beta \mathbf{u}_{\max} + \beta \|\dot{\mathbf{s}}(t)\| + \beta \|\bar{\mathbf{B}}^+ \|(\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L))\| + \beta \mathbf{K} \quad (29)$$

여기서, $\|\cdot\|$ 은 Euclidean norm 을 의미한다.

Proof:

Fig. 8 에서, $u_i(t)$ 의 크기가 $[-\max\{u_i(t)\}, \max\{u_i(t)\}]$ 의 사이에 있고, β_i 가 $1 - u_{i,\min} / \max\{u_i(t)\}$ 이면, $|\mathbf{dzn}(u_i(t), u_{i,\max})| \leq \beta_i |u_i(t)|$ 이다. 그러므로, $\mathbf{dzn}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}_{\max})$ 의 크기는 다음과 같이 제한된다.

$$\|\mathbf{dzn}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}_{\max})\| \leq \beta \|\mathbf{u}(t)\| \quad \text{where } \beta = \max_i \{\beta_i\} \quad (30)$$

$$= \max_i \left\{ \frac{\max\{u_i(t)\} - u_{i,\min}}{\max\{u_i(t)\}} \right\} < 1$$

여기서, β 는 상수이고, 항상 1 보다 작은 값을 가진다.

그리고, TDCSA 의 제어 입력을 정리하면 다음과 같이 표현 가능하다.

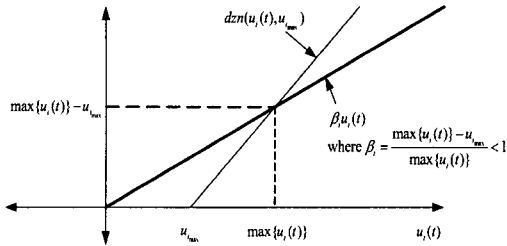


Fig. 8 Linear bound of dzn() function

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}(t) &= \mathbf{u}^*(t-L) + \bar{\mathbf{B}}^+ [\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)] \\
 &\quad + \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s}(t)) + \bar{\mathbf{B}}^+ \dot{\mathbf{x}}(t) - \bar{\mathbf{B}}^+ \dot{\mathbf{x}}(t) \\
 &= \mathbf{u}^*(t-L) + \bar{\mathbf{B}}^+ [\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t)] \\
 &\quad + \bar{\mathbf{B}}^+ (\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L)) + \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s}(t)) \\
 &= \mathbf{u}^*(t-L) + \dot{\mathbf{s}}(t) + \bar{\mathbf{B}}^+ (\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L)) \\
 &\quad + \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s}(t))
 \end{aligned} \tag{31}$$

위 식에서 $\mathbf{u}^*(t-L)$ 은 구동기의 포화요소를 지난 값임으로 최대 크기는 \mathbf{u}_{\max} 이다. 그러므로, 제어 입력의 크기는 다음과 같이 제한된다.

$$\|\mathbf{u}(t)\| \leq \mathbf{u}_{\max} + \|\dot{\mathbf{s}}(t)\| + \|\bar{\mathbf{B}}^+\| \|\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L)\| + \mathbf{K} \tag{32}$$

식 (30)과 식 (32)에 의하여 $\|\mathbf{dzn}(\cdot)\|$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{dzn}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}_{\max})\| &\leq \beta \|\mathbf{u}(t)\| \\
 &\leq \beta \mathbf{u}_{\max} + \beta \|\dot{\mathbf{s}}(t)\| \\
 &\quad + \beta \|\bar{\mathbf{B}}^+\| \|\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L)\| + \beta \mathbf{K}
 \end{aligned} \tag{33}$$

Lemma 2. 만약 $K_{ii} = |\bar{\mathbf{B}}^+ \Delta H_i| + \eta$ 이고 $\|\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L)\| \leq \mathbf{k}L$ 이면, $\|\dot{\mathbf{s}}(t)\|$ 은 다음과 같은 부등식을 갖는다.

$$\|\dot{\mathbf{s}}(t)\| \leq \frac{1}{1-\beta} [\eta + \beta \mathbf{u}_{\max} + \beta \|\bar{\mathbf{B}}^+\| \mathbf{k}L + \beta \mathbf{K}] \leq r \tag{34}$$

Proof:

식 (28)과 식 (33)로부터 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \|\dot{\mathbf{s}}(t)\| &\leq \|\bar{\mathbf{B}}^+ \Delta H(t) - \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s})\| + \|\mathbf{dzn}(\mathbf{u}(t), \mathbf{u}_{\max})\| \\
 &\leq \|\bar{\mathbf{B}}^+ \Delta H(t) - \mathbf{K} \text{sgn}(\mathbf{s})\| + \beta \mathbf{u}_{\max} + \beta \|\dot{\mathbf{s}}(t)\| \\
 &\quad + \beta \|\bar{\mathbf{B}}^+\| \|\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L)\| + \beta \mathbf{K}
 \end{aligned} \tag{35}$$

여기서, $K_{ii} = |\bar{\mathbf{B}}^+ \Delta H_i| + \eta$ 이고, $\|\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L)\| \leq \mathbf{k}L$ 이면, β 가 1 보다 작으므로 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있다.

$$\|\dot{\mathbf{s}}(t)\| \leq \frac{1}{1-\beta} [\eta + \beta \mathbf{u}_{\max} + \beta \|\bar{\mathbf{B}}^+\| \mathbf{k}L + \beta \mathbf{K}] \leq r \tag{36}$$

Theorem. The stability of the overall system ^(9,10)

포화요소가 있는 시스템에 TDCSA 와 와인드업 방지 기법을 적용하는 경우, 다음의 가정이 성립한다면,

1. 시간지연제어기를 설계하는데 필요한 $\bar{\mathbf{B}}$ 가 $\|\mathbf{I} - \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^+\| < 1$ 조건을 만족한다.
2. 스위칭 계인의 크기는 $K_{ii} = |\bar{\mathbf{B}}^+ \Delta H_i| + \eta$ 로 설정한다.
3. 그리고 $\|\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L)\| \leq \mathbf{k}L$ 이 성립한다면, 이 시스템은 Input-to-Output Stable 하다.

Proof :

식 (22)을 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) + \bar{\mathbf{B}} \dot{\mathbf{s}}(t) \tag{37}$$

식 (37)의 해는 다음과 같다.

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}_m t} \mathbf{e}_m(0) + \int_0^t \mathbf{e}^{\mathbf{A}_m(t-\tau)} \bar{\mathbf{B}} \dot{\mathbf{s}}(\tau) d\tau \tag{38}$$

\mathbf{A}_m 이 원하는 오차 동역학의 상수행렬이므로, $\|\mathbf{e}^{\mathbf{A}_m t}\|$ 은 다음 같다.

$$\|\mathbf{e}^{\mathbf{A}_m t}\| \leq \mathbf{k}_1 e^{-\alpha t} \tag{39}$$

여기서, α 는 \mathbf{A}_m 의 고유값(eigenvalue)들 중 크기가 가장 작은 값이다. 즉, $\min\{\text{Re}[-\lambda_i(\mathbf{A}_m)]\}$ 이다. 그리고, $\mathbf{k}_1 > 0$ 이다.

그리고, $\|\dot{\mathbf{s}}(t)\|$ 이 Lemma 2 의 의하여 제한되어 있으므로, 식 (38)은 다음과 같은 부등식을 갖는다.

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{e}(t)\| &\leq \|\mathbf{e}^{\mathbf{A}_m t}\| \|\mathbf{e}(0)\| + \|\bar{\mathbf{B}}\| \|\dot{\mathbf{s}}(t)\| \int_0^t \mathbf{k}_1 e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau \\
 &\leq \mathbf{k}_1 e^{-\alpha t} \|\mathbf{e}(0)\| + \|\bar{\mathbf{B}}\| \sup_{\tau \in [0,t]} \|\dot{\mathbf{s}}(\tau)\| \int_0^t \mathbf{k}_1 e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau \\
 &\leq \mathbf{k}_1 e^{-\alpha t} \|\mathbf{e}(0)\| + \|\bar{\mathbf{B}}\| \sup_{\tau \in [0,t]} \|\dot{\mathbf{s}}(\tau)\| \frac{\mathbf{k}_1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) \\
 &\leq \mathbf{k}_1 e^{-\alpha t} \|\mathbf{e}(0)\| + \|\bar{\mathbf{B}}\| r \frac{\mathbf{k}_1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})
 \end{aligned} \tag{40}$$

그럼으로써, 궤적 추종 오차가 식 (40)처럼 제한되어 있으므로, 이 시스템은 Input-to-output stable 하다. ^(9,10)

Remark. 식 (40)처럼 궤적 추종 오차가 제한되어 있으므로, 식 (41)과 식 (42)에 의하여 $\|\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L)\| \leq \mathbf{k}L$ 의 가정이 만족된다.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L) &= \dot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{e}}(t) - \dot{\mathbf{x}}_d(t-L) + \dot{\mathbf{e}}(t-L) \\ &= [\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{x}}_d(t-L)] - [\dot{\mathbf{e}}(t) - \dot{\mathbf{e}}(t-L)]\end{aligned}\quad (41)$$

$$\begin{aligned}\|\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L)\| &\leq \|\dot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{x}}_d(t-L)\| \\ &+ \|\dot{\mathbf{e}}(t) - \dot{\mathbf{e}}(t-L)\| \leq kL\end{aligned}\quad (42)$$

4. 실험

제안된 TDCSA 의 와인드업 보상기법을 검증하기 위하여, 평면 2 자유도 로봇에 제안된 방법을 적용하였다. 실험에 사용되는 로봇의 사양은 다음과 같다. 첫번째 링크의 길이는 0.35m 이고 질량은 11.17kg 이다. 두번째 링크의 길이는 0.2m 이고 질량은 6.87kg 이다. 각각의 축에 연결되는 모터는 감속비가 100:1, 80:1 인 하야모닉 드라이브를 사용하여 구동 된다. 실시간 운영체제(Real-time OS)인 VxWorks 가 설치된 MC68040 CPU 보드에 제어 알고리즘을 구현하였다. 제어 루프는 250Hz 마다 생성된다

4.1 제어기 설계

평면 2 자유도 로봇에 대한 동역학은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}}(t) + \mathbf{V}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = \boldsymbol{\tau}(t)\quad (43)$$

여기서, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2]^T$ 는 조인트 벡터이고, $\boldsymbol{\tau}(t) = [\tau_1 \ \tau_2]^T$ 는 조인트 토크 벡터이다. 관성 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} a_1 + 2a_2 \cos \theta_2 & a_3 + a_2 \cos \theta_2 \\ a_3 + a_2 \cos \theta_2 & a_3 \end{bmatrix}\quad (44)$$

$$\begin{aligned}\text{where } a_1 &= l_2^2 m_2 + l_1^2 (m_1 + m_2), \\ a_2 &= l_1 l_2 m_2, a_3 = l_2^2 m_2\end{aligned}$$

식 (43)을 상태 방정식 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ -\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta})(\mathbf{V}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{D}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}\quad (45)$$

TDCSA 제어 법칙을 적용시키면 다음과 같은 제어식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned}\tau_i(t) &= \tau_i(t-L) + \bar{M}_i \{\ddot{\theta}_{di} - \ddot{\theta}_i(t-L) + 2\varsigma_i w_m \dot{e}_i \\ &+ w_m^2 e_i\} + K_i \text{sgn}(s_i), \text{ for } i=1,2\end{aligned}\quad (46)$$

실험에서 사용한 식 (46)의 게인 값을 $w_{m1} = w_{m2} = 8[\text{rad/s}]$, $\varsigma_1 = \varsigma_2 = 1$, $K_1 = 0.05$, $K_2 = 0.01$, $\bar{M}_1 = 0.005$, $\bar{M}_2 = 0.001$ 으로 선정하였다.

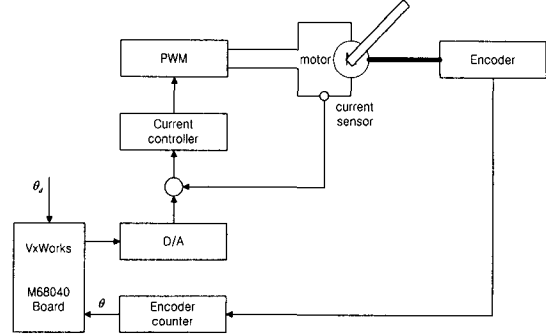


Fig. 9 Experimental setup for each axis

Table 1 Brushless DC Servomotor specification

	1 축	2 축
Rated Power[W]	250	120
Rated torque[N.m]	0.795	0.383
Rated current[A]	4.0	2.2
Torque Constant[N.m/A]	0.215	0.2

4.2 Experimental Setup

각 축에 대한 실험장치의 구성은 Fig. 9 에 나타나 있다. 그리고 실험에 사용한 모터의 사양은 Table 1 에 제시되어 있다. 그리고, 1 축의 제어 출력 범위는 $|\tau_1(t)| \leq 3.0V = 0.5751Nm$ 이고, 2 축의 제어 출력 범위는 $|\tau_2(t)| \leq 1.5V = 0.1356Nm$ 이다. 이 양은 정격 토크보다 작은 값이고 오버커런트(overcurrent)가 발생되지 않도록 선정되었다.

4.3 Experimental Results

TDCSA 의 와인드업 현상을 살펴 보기 위하여, 스텝입력 경로에 대하여 실험하였다. 각 축의 스텝입력값은 $\theta_{d1} = 45[\text{degree}]$, $\theta_{d2} = 90[\text{degree}]$ 이다.

Fig. 10 는 와인드업 현상 방지를 위하여 TDC 와인드업 방지 기법만 적용한 경우에 대한 실험 결과이다. Fig. 10 에서 보면, 제어기의 게인 w_m 가 증가함에 따라 슬라이딩 변수의 적분값에 의해 발생하는 와인드업 현상이 발생된다. 이때 각 축의 제어입력이 초기(0.0sec~0.2sec)에 포화상태에 도달하고(Fig. 10(e),(f)), 이로 인하여 슬라이딩 변수의 적분값이 과도하게 증가하여 슬라이딩 변수 값이 크게 증가된다(Fig. 10(c),(d)). 즉, 제어기의 게인 w_m 이 증가함에 따라 슬라이딩 변수 값은 더욱 증가한다. 이로 인하여 각 축의 응답에 오버슈트가 존재한다(Fig. 10(a),(b)).

과도하게 증가되는 슬라이딩 변수의 적분값과 오버슈트를 보상하기 위하여 Reset sliding surface 방법을 적용하면 Fig. 11 과 같다. Fig. 11 에서 살펴 보면, 제어입력이 포화상태에 있고 제어기의 게인

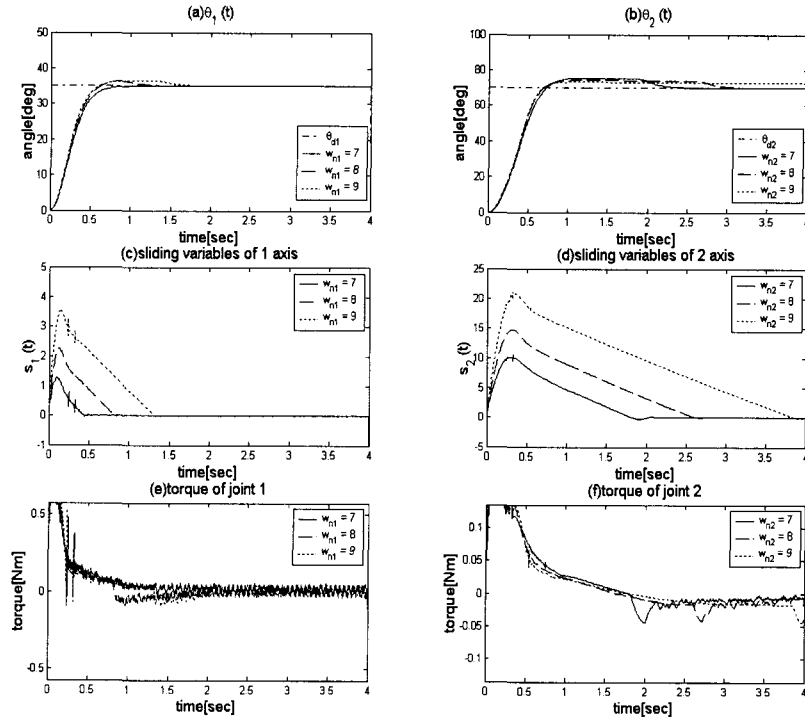


Fig. 10 Experimental result with TDC anti-windup scheme for step input

w_{ni} 이 증가될 지라도 슬라이딩 변수값이 과도하게 증가되지 않는다(Fig. 11(c),(d)). 그리고, 제어 응답에 오버슈트가 없다(Fig. 11(a),(b)). 이는 Reset sliding surface 방법이 슬라이딩 변수의 적분값에 의한 와인드업 현상을 잘 보상함을 알 수 있다.

이상의 실험을 통해 TDCSA 에서 와인드업 현상이 나타나는 사실을 확인하였고, 제안된 보상방법을 통해 와인드업 현상이 잘 보상됨을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서 적분형 슬라이딩 서피스를 이용한 TDCSA 를 구동기의 포화요소가 있는 시스템에 적용할 경우에 와인드업 현상이 발생됨을 살펴 보았다. 이때, TDCSA 에는 2 가지 적분요소가 있다는 것을 살펴 보았다. 적분요소는 시간지연을 이용한 제어기법의 시간지연추정항과 슬라이딩 변수의 적분항이다. 이 2 개의 적분 요소가 구동기의 포화요소와 결부해서 와인드업 현상이 발생된다.

이 해결방안으로서 시간지연추정항의 와인드업 현상 보상은 기존의 TDC 의 와인드업 방지 기

법을 적용하여 해결하였다. 하지만, TDC 의 와인드업 방지 기법만으로 슬라이딩 변수의 적분항에 의한 와인드업 현상이 해결되지 않았다. 그래서, 슬라이딩 변수의 적분항에 의한 와인드업 현상을 해결하고자 Reset sliding surface 방법을 본 논문에서 제시하였다.

TDCSA 제어기를 평면 2 자유도 로봇에 적용하여 와인드업 현상이 발생됨을 보였다. 그리고, 제시한 와인드업 방지 기법을 이용하여 와인드업 현상이 해결됨을 보였다.

제시한 와인드업 방지 기법은 적분형 슬라이딩 서피스를 이용한 SMC 에서도 효과적으로 이용될 수 있을 것이라고 생각된다.

참고문헌

- (1) Chang, P. H. and Park, S. H., 1998, "The Development of Anti-Windup Scheme and Stick-Slip Compensator for Time Delay Control," *Proc. of the American Control Conference*, pp. 3629~3633.
- (2) Chang, P. H., Park, S. H. and Lee, S. U., 1994, "Development of Anti-Windup Method for Time Delay Control," *Transactions of the KSME*, Vol. 18, No. 10, pp. 2616~2628.

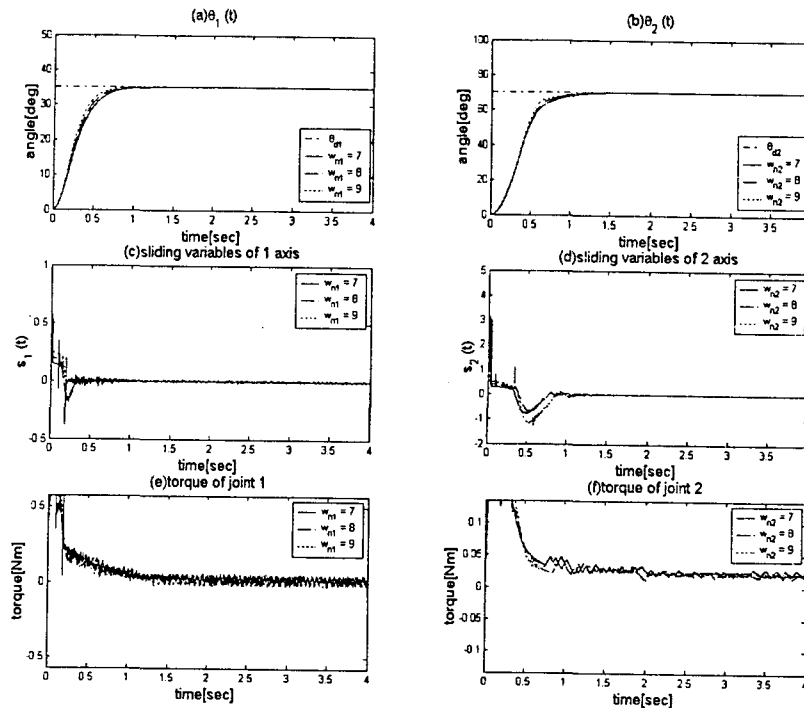


Fig. 11 Experimental result with TDC anti-windup scheme and reset sliding surface method for step input

- (3) Cho, D., Kato, Y. and Spilman, D., 1993, "Sliding Mode and Classical Controllers in Magnetic Levitation System," *IEEE Control Systems*, pp. 42~48.
- (4) Hsia, T. C. and Gao, L. S., 1990, "Robot Manipulator Control Using Decentralized Linear Time-Invariant Time-Delayed Joint Controllers," *Proc. of IEEE Conference on Robotics and Automation*, pp. 2070~2075.
- (5) Lee, J.H. and Youn, M. J., 1999, "A New Integral Variable Structure Regulation Controller for Robot Manipulators with Accurately Predetermined Output," *ISIE '99 Proc. of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pp. 336~341.
- (6) Lee, S. U. and Chang, P. H., 2001, "Control of a heavy-duty Robotic Excavator using Time Delay Control with Switching Action using Integral Sliding Surface," *IEEE International Conf. on Robotics and Automation*, pp. 3955~3960.
- (7) Park, S. H., 2000, "Robust Controller and Observer using Synthesis of TDE and Switching Action," Ph. D. Thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology.
- (8) Slotine, J.-J. E. and Li, J.-J. E., 1991, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall International Editions.
- (9) Sontag, E. D., 1989, "Smooth Stabilization Implies Coprime Factorization," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 34, pp. 435~443.
- (10) Sontag, E. D. and Wang, Y., 1996, "New Characterizations of Input-to-State Stability," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 41, No. 9, pp. 1283~1294.
- (11) Youcef-Toumi, K. and Ito, O., 1990, "A Time Delay Controller for Systems with Unknown Dynamics," *ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, Vol. 112, pp. 133~141.
- (12) Khalil, Hassan K., 1996, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall International Editions.