

## 횡방향 기동을 하는 위성발사체의 3차원 궤적최적화와 직접식 유도기법

### 3-Dimensional Trajectory Optimization and Explicit Guidance for a Satellite Launch Vehicle with Yaw Maneuver

노 응 래, 김 유 단, 박 정 주, 탁 민 제  
(Woong-Rae Roh, Youdan Kim, Jeong-Joo Park, Min-Jea Tahk)

**Abstract** : Ascent trajectory optimization and explicit guidance problems for a satellite launch vehicle with yaw maneuver in a 3-dimension are considered. The trajectory optimization problem with boundary conditions is formulated as a nonlinear programming problem by parameterizing the inertial pitch and yaw attitude control variables, and is solved by using the SQP algorithm. The flight constraints such as gravity-turn and range safety conditions are imposed. An explicit inertial guidance algorithm in the exoatmospheric phase is also presented. The guidance algorithm provides steering command and time-to-go value directly using the current states of the vehicle and the desired orbit insertion conditions. The liquid propelled Delta 2910 launch vehicle is used as a numerical model.

**Keywords** : launch vehicle, trajectory optimization, explicit guidance, yaw maneuver

#### I. 서론

위성발사체의 임무는 지상에서 제작된 위성을 요구되는 궤도까지 비행하여 정확하게 투입하는 것이다. 이러한 임무를 수행하기 위해서는 발사체의 성능을 최대한 사용할 수 있는 최적궤적을 설계해야 되며, 비행 중에는 관성항법장치에 의해 측정된 발사체의 궤적 및 자세정보를 이용하여 설계된 궤적에 가깝게 비행하도록 하는 유도 및 자세제어 명령을 계산해야 된다[1]. 이와 같은 최적궤적 설계, 관성항법, 유도명령 계산, 자세제어 등은 발사체의 비행을 위한 핵심 기능들로, 그 동안 이들의 성능을 향상시키기 위한 연구가 꾸준히 진행되어 왔다[2][3]. 본 논문에서는 이러한 기능 중에서 발사체의 임무수행과 가장 밀접한 관계를 가진 궤적설계 최적화와 관성유도법칙의 설계에 관한 내용을 다루고자 한다.

모든 발사체는 궤적최적화기법에 의해 설계된 궤적을 비행하도록 한다. 발사체의 궤적 설계에서는 궤도에 투입될 위성의 중량과 투입궤도 등과 같은 임무요구조건과 더불어 비행중의 구조하중 제한조건, 비행영역의 안전성 등의 발사체 비행요구조건이 고려되어야 한다. 발사체는 1단 비행중에 공력에 의한 구조하중을 최소화하기 위해 동압이 큰 비행구간에서는 받음각 및 옆미끄러짐각이 0이 되도록 하는 중력턴(gravity-turn) 비행이 요구된다. 또한, 비행안전을 위해 1단 비행 중에는 주어진 방위각 방향으로 비행하고, 공력이 작용하지 않는 상단에서는 dogleg 비행이라 불리는 횡방향 기동이 요구되는 경우가 있다[4].

발사체가 이륙에서 궤도투입까지 비행하는데 필요한 명령은 일반적으로 피치 및 요 자세각으로 주어지는데, 피치

명령은 궤도투입시의 고도 및 속도조건을 만족시키기 위해 항상 필요하며, 요 명령은 요구되는 궤도경사각을 맞추기 위해 필요하다. 발사방위각 구속조건이 없을 경우에는, 대부분의 발사체는 성능을 최대화하기 위해 피치면에서만 비행하는데, dogleg 비행과 같이 요 자세 명령이 주어지는 경우에는 3차원 궤적최적화가 수행되어야 한다. 그리고 발사체에서는 공력이 작용하는 1단 구간에서는 공력과 추력에 의해 매우 큰 구조하중이 발생하기 때문에, 구조의 파괴를 방지하기 위해서는 바람을 고려하여 자세제어 명령을 설계해야 한다. 그러나 이러한 구속조건을 만족시키며 실시간으로 유도명령을 계산하는 것은 상당히 어렵기 때문에, 실제 비행에서는 개루프 방식의 미리 프로그램된 자세제어 명령에 의해 유도가 이루어진다. 공력이 거의 작용하지 않는 2단 이후의 구간에서는 추력과 중력만이 작용하므로 해석적인 근사식에 의해 실시간 유도계산이 가능하여 폐루프 방식의 유도가 많이 사용된다.

본 논문에서는 액체 추진 발사체의 2차원 궤적최적화 및 유도 알고리즘[5]을 3차원으로 확장하고, 횡방향 기동이 요구되는 비행임무에 적용하였다.

#### II. 발사체 모델 및 임무요구조건

본 논문에서 고려된 발사체 모델은 Delta 2910 이다 [5]. Delta 발사체는 일반적으로 2단의 액체엔진과 이륙시의 추력증강용 고체부스터 9개로 구성되어 있으며, 지구정지 전이궤도에 발사할 경우에는 3단으로 고체 킥모터가 추가되는데, 1999년까지 약 280여회의 발사가 이루어졌다[6]. Delta 2910 발사체는 1970년대 가장 많이 발사되고 성공률이 매우 높은 발사체이다. 1단 엔진의 추진제로는 LOX/RP-1을, 2단 엔진은 상온 저장성을 가진 N2O4/Aerozine 50을 사용한다. Delta 2910 발사체의 제원과 추진기관 성능을 표 1에 정리하였다.

논문접수 : 2001. 11. 24., 채택완료 : 2002. 4. 15.

노응래 : 한국항공우주연구원(rwr@kari.re.kr)

김유단 : 서울대학교 항공우주공학과(ydkim@snu.ac.kr)

박정주 : 한국항공우주연구원(jipark@kari.re.kr)

탁민제 : 한국과학기술원 항공우주공학과(mjtahk@fdcl.kaist.ac.kr)

본 논문에서는 궤적최적화를 위해서 발사체는 다목적실용위성 1호(KOMPSAT-1)와 같이 685.13km 고도의 태양동기궤도에 위성을 투입할 경우로 가정하였다. 이와 같은 발사체 임무의 궤도요구조건을 표 2에 정리하였다.

다단발사체는 비행 중 각단의 점화, 중단, 분리와 같은 이벤트와 비행모드의 변화 등이 이루어지는데, 이러한 비행 이벤트는 발사체의 형상과 비행속도조건, 요구궤도에 따라 달라진다. 표 3에 태양동기궤도 임무에 사용된 Delta 2910의 시간에 따른 비행 이벤트를 정리하였다.

태양동기궤도에 위성을 발사하기 위해서는 남쪽 또는 북쪽으로 발사되어야 하며, 남쪽으로 발사될 경우 약 190deg, 북쪽으로 발사할 경우 약 350deg의 방위각 방향으로 발사되어야 한다. 만일 발사장이 이러한 방향으로 직접 발사할 수 없는 조건을 가진 경우에는 태양동기궤도에서 요구되는 경사각을 달성하기 위한 발사체의 궤도면 변경이 요구된다. 그러나 지구정지 전이궤도와 달리 지궤도 위성은 궤도에 도달한 후에 속도가 매우 크기 때문에, 궤도면 변경을 하기 위해 매우 큰 속도 증분이 필요하게 된다. 따라서 궤도에 도달하기 전에 발사체의 횡방향 기동에 의해 요구되는 경사각을 달성할 수 있어야 한다. 일반적으로 발사장에서의 비행 안전조건을 만족하기 위해 요구되는 방위각으로 발사되면, 대기권

표 1. 각단의 제원.

Table 1. Specifications for Stages.

	부스터	1단	2단
추진제	고체	액체	액체
개수	9	1	1
건조 중량 (kg)	695	4360	820
추진제 중량 (kg)	3729	80008	4614
진공 추력 (N)	258915	1041456	42297
진공 비추력 (sec)	262	296	301
연소 시간 (sec)	37	223	322

표 2. 발사 임무요구조건.

Table 2. Mission Requirement of Launch.

근지점 고도	685.13 ± 10 km
원지점 고도	685.13 ± 50 km
궤도 경사각	98.13 ± 0.15 deg
승교점 지방시	10:50 AM ± 5분

표 3. 비행 이벤트 시퀀스.

Table 3. Sequence of Events.

이벤트	시간 (sec)
1단 엔진 및 6개 부스터 점화, 이륙	0
킥턴 시작	5
킥턴 종료, 중력턴 시작	15
6개 부스터 연소종료	37
3개 부스터 점화	40
6개 부스터 분리	42
3개 부스터 연소종료	77
3개 부스터 분리	80
중력턴 종료	120
페이로드 페어링 분리	170
1단 엔진 연소종료	223
1단 분리	230
2단 엔진 점화 및 페루프 유도 시작	235
2단 엔진 중단 및 궤도투입	557
2단 분리	580

을 벗어난 후 dogleg 라 불리는 횡방향 기동에 의해 비행 중 비행방위각을 바꾸는 과정이 필요하며, 발사체의 성능을 최대로 이용하기 위해서는 이러한 횡방향 기동은 최적의 방법으로 이루어져야 한다. 본 논문에서는 KOMPSAT-1 발사체로 사용된 Taurus 발사체와 같이 미국의 VAFB 발사장에서 발사되고, 205deg 로 발사된다고 가정하고, 궤적최적화에 의해 궤도투입중량을 최대화하는 피치 및 요 자세 프로그램을 설계하였다. 공력이 작용하지 않는 구간에서는 궤도투입오차를 줄일 수 있는 3차원 유도 알고리즘을 적용하여 성능을 평가하였다.

III. 좌표계 및 운동방정식

3차원 발사체 궤적최적화 및 유도명령 계산을 위한 좌표계는 그림 1과 같다.

발사체의 운동은 지구중심 관성(ECI : Earth Centered Inertial)좌표계에 대해 표현하였으며, 유도명령 및 자세제어의 좌표계는 발사 당시의 기체축과 일치하며 관성공간에 고정된 발사관성 L-좌표계를 사용한다. 기체 B-좌표계는 비행 중 기체축에 고정되어 있으며, 추력 및 공력은 이 좌표계에서 표현한다[7]. ECI-좌표계에서  $X_i$ 는 발사당시의 그리니치 자오선 방향을 나타내며,  $Z_i$ 는 북극 방향,  $Y_i$ 는 우수좌표계가 되도록 하는 방향이다. L-좌표계는 ECI 좌표계에서  $A_L, \lambda_L, A_{zL}$ 의 3가지 각에 의해 변환되는데,  $A_L$ 과  $\lambda_L$ 은 발사점의 경도 및 위도를 나타내고,  $A_{zL}$ 는 발사 당시의 방위각을 나타낸다. ECI에서 L-좌표계로의 변환행렬  $C_L^i$ 은 다음과 같다.

$$C_L^i = X(-A_{zL}) \cdot Y(-\lambda_L) \cdot Z(A_L) \tag{1}$$

발사체가 L-좌표계로부터 비행하여 최종적으로 진입되어야 할 위성에 요구되는 궤도면은 강교점 적경  $A_N$ 과 경사각  $i$ 에 의해 표현된다. L-좌표계에서 B-좌표계로의 변환은 오일러각에 의해 표현되며, 피치각에서 특이점이 발생하지 않도록 하기 위해 피치, 요, 롤의 순서를 사용한다.

$$C_L^B = X(\phi_L) \cdot Z(\psi_L) \cdot Y(\theta) \tag{2}$$

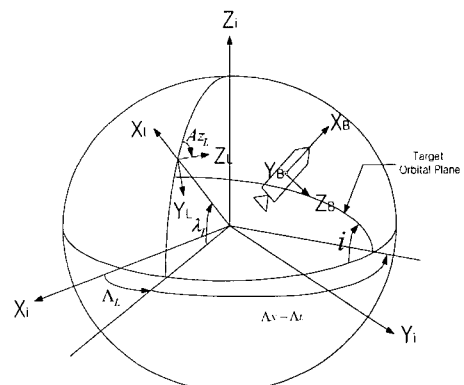


그림 1. 3차원 운동좌표계.

Fig. 1. Coordinate system of 3-dimensional motion.

관성좌표계에서의 운동방정식과 질량방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i \quad (3)$$

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{m} \vec{f}_i + \vec{g}_i \quad (4)$$

$$\frac{dm}{dt} = - \sum_{j=1}^N \frac{T_{vac_j}}{g_0 Isp_{vac_j}} \quad (5)$$

여기서,  $m$ 은 질량, 위치벡터  $\vec{r}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ , 속도벡터  $\vec{v}_i = [\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i]^T$ , 힘벡터  $\vec{f}_i = [f_{x_i}, f_{y_i}, f_{z_i}]^T$ , 중력가속도 벡터  $\vec{g}_i = [g_{x_i}, g_{y_i}, g_{z_i}]^T$ ,  $r = |\vec{r}_i|$ 은 지구중심에서 로켓까지의 거리,  $\mu = 3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{sec}^2$ 는 지구중력상수,  $N$ 은 추진기관 개수,  $T_{vac_j}$ 는 각 추진기관의 진공추력,  $g_0$ 는 지표면 중력가속도이며,  $Isp_{vac_j}$ 는 각 추진기관의 진공 비추력을 나타낸다. 지구형상 및 지구중력장 모델은 WGS-84 모델을 사용하였다[8].

로켓에 작용하는 힘은 기체좌표계에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{f}_B = \begin{bmatrix} T + F_{AX} \\ F_{AY} \\ F_{AZ} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서,  $T = \sum_{j=1}^N T_{vac_j} - A_e p(h)$ 는 추력,  $F_{AX} = qSC_A$ 는 축방향 공기력,  $F_{AY} = qSC_Y \beta$ 와  $F_{AZ} = qSC_Z \alpha$ 는 횡방향 수직력,  $A_e$ 는 각 추진기관의 노즐 출구면적,  $p(h)$ 는 고도에 따른 대기압,  $q = \frac{1}{2} \rho(h) V_A^2$ 는 동압,  $\rho(h)$ 는 공기밀도,  $h$ 는 고도,  $V_A$ 는 공기에 대한 로켓의 상대속도,  $S$ 는 공력기준면적,  $C_A$ 는 항력계수,  $\alpha$  및  $\beta$ 는 받음각과 옆미끄러짐각을 나타낸다.

기체좌표계에서 표현된 힘은 자세  $\theta_i$ 에 의해 관성좌표계로 변환되며, 다음과 같다.

$$\vec{f}_i = C_L^i C_B^L \vec{f}_B \quad (7)$$

로켓의 궤적은  $C_B^L$ 에서 피치 및 요 자세  $\theta_i, \phi_i$ 에 의해 달라지며, 궤적최적화는 최대성능을 내는 시간에 따른  $\theta_A(t)$  및  $\phi_A(t)$ 를 구하는 것이 된다. 유도명령 계산도 궤적최적화와 마찬가지로 최종궤도 투입조건을 만족하도록 매순간 요 구되는 자세를 구하는 것이 된다.

#### IV. 궤적최적화

발사체 궤적최적화의 변수는 시간에 따른 피치 및 요 자세각과 투입가능한 위성중량이 된다. 발사체에서 자세는 전 비행구간을 10~50개 정도의 구간으로 나누어 나타내는데,

본 논문에서는 피치는 25개의 구간으로 나누었다. 요방향으로는 중력턴 구간에서는 발사시의 관성좌표계에서 자세를 유지하도록 하였고, 중력턴 이후에서 궤도투입까지를 11개의 구간으로 나누었다. 각 비행구간에서의 피치 자세의 노드점은 수직이륙 구간은 0, 5sec, 킷턴 구간은 5, 10, 15sec, 중력턴 구간은 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120sec, 중력턴 종료 이후의 1단 구간은 120, 140, 160, 180, 223sec, 2단 구간은 235, 300, 350, 400, 450, 500, 557sec로 설정하였다. 요 자세의 노드점은 중력턴 이후의 피치 자세 노드점과 같게 설정하였다. 그리고 각 노드점  $t_j$ 에서의 자세변수와 위성중량을 다음과 같이 매개변수 벡터로 정의하였다.

$$\mathbf{p} = (\theta_i(t_0), \theta_i(t_1), \dots, \theta_i(t_N), \phi_i(t_0), \phi_i(t_1), \dots, \phi_i(t_N), m_{SAT}) \quad (8)$$

이륙시의 초기조건은 다음과 같이 설정되었으며, 속도는 발사장에서 지구자전을 고려하였다.

$$\begin{aligned} t=0\text{sec}, \quad m &= 129618\text{kg} + m_{PLF} + m_{SAT} \\ A_L &= -120.6 \text{ deg}, \quad \lambda_L = 34.7 \text{ deg} \\ h_L &= 100\text{m}, \quad Az_L = 205 \text{ deg} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $m_{PLF}$ 는 페이로드 페어링의 중량으로 Delta 2910 발사체의 경우 약 800kg이며,  $m_{SAT}$ 은 위성체의 중량으로 궤도에 따라 약 700~1500kg이 된다. 그리고  $h_L$ 는 발사점의 고도이며,  $Az_L$ 는 발사시의 방위각으로써 205deg로 제한되어 있다고 가정하였다.

수직이륙 구간 및 중력턴 구간에서 피치 및 요 방향으로의 경로구속조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_i(0 \leq t \leq 5) &= 0 \text{ deg} \\ \alpha(15 \leq t \leq 120) &= 0 \text{ deg} \\ \phi_i(0 \leq t \leq 120) &= 0 \text{ deg} \end{aligned} \quad (10)$$

그리고 최종조건은 위성이 궤도에 투입되는 연소종료점으로 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} t &= 557 \text{ sec}, \quad m = \text{maximize} \\ A &= \text{free}, \quad \lambda = \text{free}, \quad h = 685.13\text{km} \\ V_i &= 7514\text{m/sec}, \quad \gamma_i = 0 \text{ deg}, \quad i = 98.13 \text{ deg} \end{aligned} \quad (11)$$

설정된 초기조건 (9)와 (8)로 표현되는 매개변수 벡터를 사용하여, 운동방정식 (3)~(5)을 최종시간까지 적분하면, 목적함수 및 구속조건은 다음과 같이 비선형 프로그래밍 문제로 표현된다.

$$\text{minimize } J = F(\mathbf{p}) \quad (12)$$

$$C(\mathbf{p}) = \begin{cases} \phi_f(\mathbf{p}) = 0 \\ \phi_i(\mathbf{p}) = 0 \\ \mathbf{p}_L \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}_U \end{cases} \quad (13)$$

여기서 비선형 구속조건  $\phi_f$ 는 (11)으로 표현되는 최종 궤도투입조건을 나타내고,  $\phi_i$ 는 (10)으로 표현되는 비행중 구속조건을 나타낸다. 비선형 구속조건 (13)을 만족하며, 목적함수 (12)을 최소화하는 매개변수 벡터 (8)을 찾는 최적화문제의 해는 일반적인 비선형 프로그래밍 기법을 이용해서 얻을 수 있다. 본 논문에서는 비선형 프로그래밍 문제로 변환된 궤적최적화 문제를 수렴범위 및 수렴속도에 있어 우수하다고 알려진 SQP 알고리즘을 이용하여 해를 구하였다.

궤적최적화의 결과는 그림 2-12에 나타내었다. 비행중 추력 및 공력에 의한 축방향 가속도 변화는 그림 2와 같다. 이륙시 가속도는 1.8 g, 최대 가속도는 9.6 g이며, 1단 연소종료시에 발생한다. 비행중 동압변화는 그림 3과 같은데, 최대 동압은 37sec에서 44,930N/m<sup>2</sup>이 된다. 중력턴 구속조건이 없어지는 120sec에는 422N/m<sup>2</sup>으로 매우 적은 값을 가지며, 이때의 고도는 약 57km이다. 그림 4-5는 받음각 및 옆미끄러짐각을 나타내는데, 수직이륙시와 중력턴 구간에서는 거의 0deg를 유지하게 된다. 초기 킷턴구간에서는 과도적으로 받음각이 나타나고, 120sec 이후에는 받음각 및 옆미끄러짐각이 최적의 성능을 갖도록 나타난다. 횡방향 비행구간에서는 비행속도 벡터를 왼쪽으로 돌리기 위해 양의 옆미끄러짐각이 나타난다. 시간에 대한 최적의 관성 피치 및 요 각 자세변화는 그림 6-7과 같고, 최대 투입 가능한 위성중량은  $m_{SAT} = 903.646\text{kg}$ 이다. 그림 8은 고도변화를 나타내며, 최종궤도투입시 정확히 685.13km 고도에 도달하게 된다. 그림 9는 이륙에서 궤도투입까지 발사체의 지상궤적을, 그림 10은 관성좌표계에 대한 속도를 나타내며, 최종 궤도투입시 7514m/sec에 도달한다. 그림 11은 국지수평면에 대한 지구상대 속도벡터의 고각을 나타낸다. 이륙시 90deg에서 시작하여, 궤도투입시 정확히 0deg가 되어 685.13km의 원궤도에 도달한다. 그림 12는 지구상대 속도벡터의 방위각을 나타낸다. 킷턴 이후 1단 비행구간에서는 약 205deg이며, 1단 횡방향 기동 이후 194deg까지 감소되고, 2단 비행구간에서는 98.13deg의 경사각이 만족되도록 궤도투입시 192.2deg가 된다.

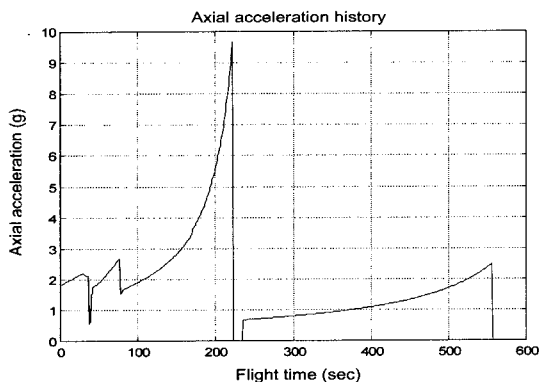


그림 2. 축방향 가속도 변화.  
Fig. 2. Axial Acceleration History.

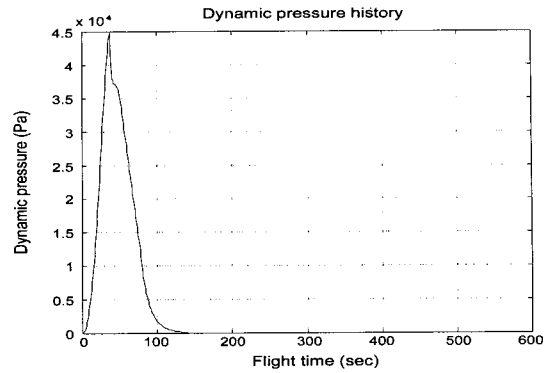


그림 3. 동압 변화.  
Fig. 3. Dynamic Pressure History.

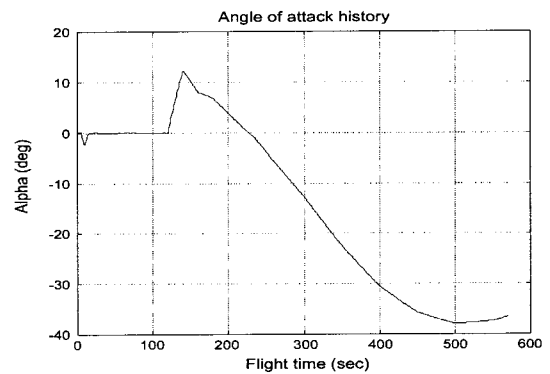


그림 4. 받음각 변화.  
Fig. 4. Angle of Attack History.

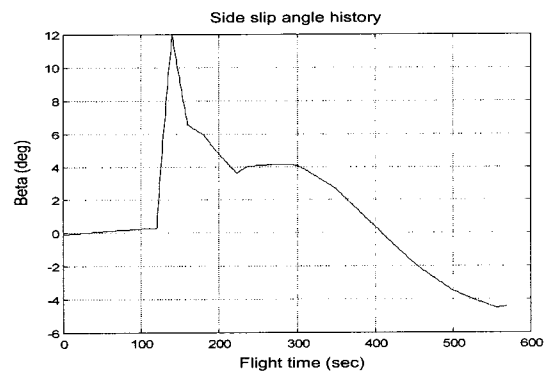


그림 5. 옆미끄러짐각 변화.  
Fig. 5. Side Slip Angle History.

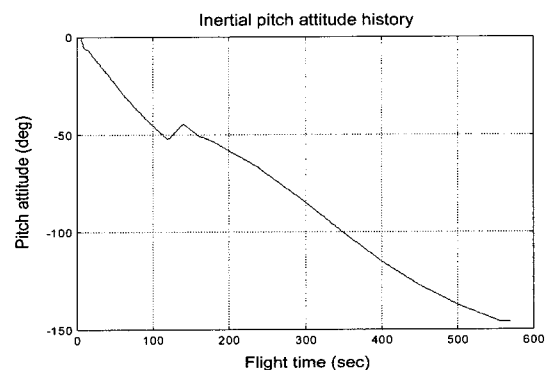


그림 6. 피치 자세각 변화.  
Fig. 6. Inertial Pitch Attitude History.

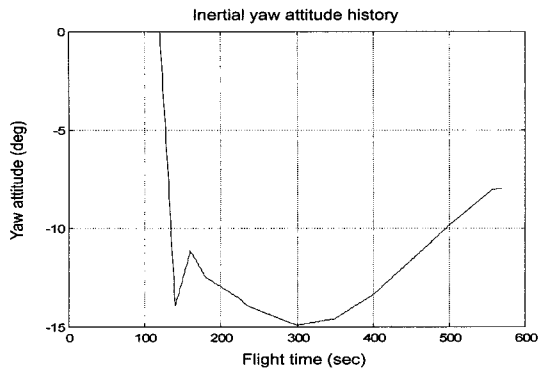


그림 7. 요 자세각 변화.  
Fig. 7. Inertial Yaw Attitude History.

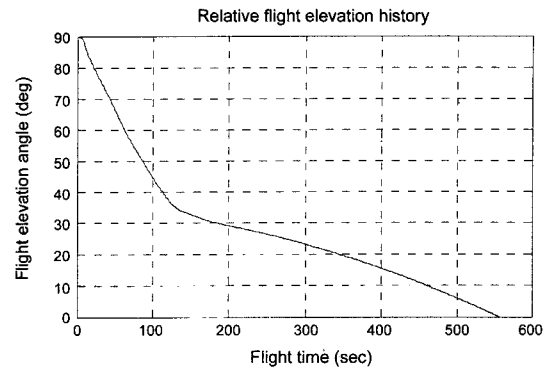


그림 11. 상대속도 경로각 변화.  
Fig. 11. Relative Flight Path Angle History.

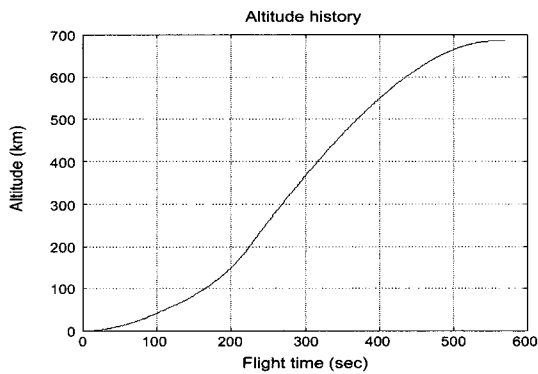


그림 8. 고도 변화.  
Fig. 8. Altitude History.

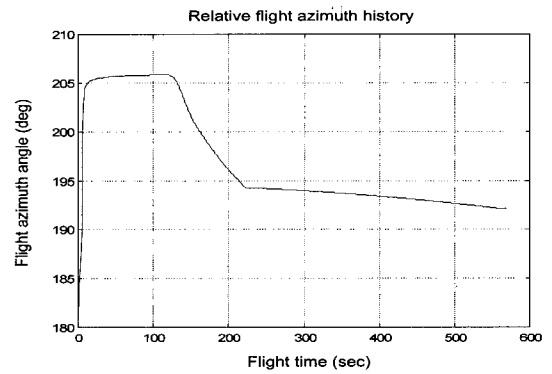


그림 12. 상대속도 방위각 변화.  
Fig. 12. Relative Flight Azimuth Angle History.

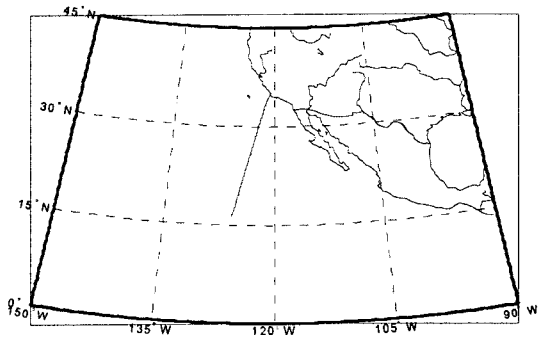


그림 9. 지상 궤적.  
Fig. 9. Ground Track.

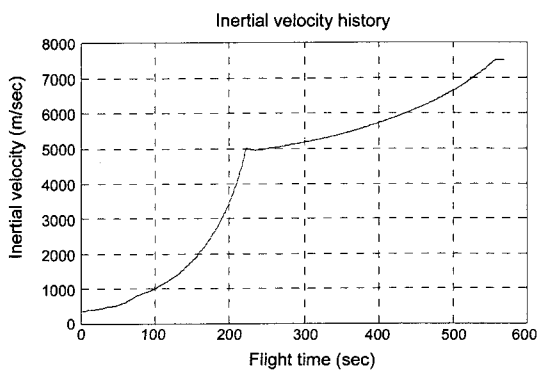


그림 10. 관성 속도 변화.  
Fig. 10. Inertial Velocity History.

**V. 3차원 유도알고리즘 설계 및 수치 시뮬레이션**

발사체의 성능을 최적화하는 과정에서는 주어진 궤도에 투입할 수 있는 위성의 중량을 최대화하도록 하였다. 그러나 실제 비행에서는 위성의 중량이 정해진 상태에서 비행하기 때문에 액체로켓 발사체의 경우에는 최종단의 추진제 여유를 최대화하도록 한다. 유도 알고리즘의 역할은 실제비행에서 외부교란 및 성능예측오차에 대한 영향을 상쇄시킴으로, 위성을 원래 요구되는 궤도에 정확하게 투입하는 것으로써 궤도오차를 줄이기 위해 정상 비행상태보다 더 많은 추진제를 소모하게 된다. 위성을 궤도에 정확하게 투입하기 위해서는 항상 추진제 여유가 확보되어야 하며, 따라서 유도 알고리즘은 추진제를 최소로 사용하며 궤적오차를 상쇄시키고, 추력 비행구간의 비행시간을 최소화함으로써 가능하게 된다.

유도의 가장 중요한 요구조건은 실시간성, 최적성, 정확성이다. 유도는 탑재컴퓨터의 계산능력에서 실시간으로 구현 가능한 알고리즘이 되어야 하고, 궤도오차를 보정하는데 있어 연료소모를 최소화하는 것이 필요하다. 또한, 궤적이 많이 벗어난 경우에도 원래 계획된 궤도에 적은 오차를 가지고 위성을 투입할 수 있어야 한다. 현재 가장 많이 사용되는 방식은 하드웨어적으로는 관성유도기법, 알고리즘 관점으로는 공력구간에서의 개루프 방식과 진공상태에서의 Explicit 페루프방식의 혼합 사용되고 있다. 직접식(Explicit) 유도는 발사체의 상단에서 가장 많이 사용되는 유도방식으로, 상단의 운동에 대한 두점경계치문제(TPBVP)의 해를 실시간으로 계산하여 유도명령으로 사용하게 된다. 현재의 위치

및 속도 상태변수 값은 TPBVP의 초기조건이 되며, 유도 목표점의 상태변수 값이 최종조건이 된다. 이러한 TPBVP 문제의 해를 실시간으로 계산하기 위해 정확한 운동방정식 대신 실제운동을 근사적으로 나타내는 운동방정식을 사용한다. 그리고 자세명령은 미리 구한 최적해의 형태로 TPBVP의 해를 매개변수화하여 나타낸다.

케적최적화에 대한 Lawden의 연구[9]는 직접식 유도법칙 사용을 가능하게 하였다. IGM(Iterative Guidance Mode)이라 불리는 직접식 유도법칙은 주어진 유도문제에 대해 매우 빠르게 해를 얻을 수 있도록 하여, 1960년대에 인간을 최초로 달에 보내는 Saturn-Apollo 임무에 사용되었다[10][11]. IGM은 진공에서의 추력비행구간에 대한 Lawden의 해석적 해를 바탕으로 하며, 다음 식으로 표현된다[12].

$$\tan\chi = \frac{\partial R/\partial \dot{y} + (T-t)\partial R/\partial y}{\partial R/\partial \dot{x} + (T-t)\partial R/\partial x} \quad (14)$$

만일 위치에 대한 구속조건이 없으며 최종속도에 대한 구속조건만 주어질 경우에는 위치에 대한 편미분은 0이 되므로, (14)는 다음과 같이 된다.

$$\tan\tilde{\chi} = \frac{\partial R/\partial \dot{y}}{\partial R/\partial \dot{x}} \quad (15)$$

여기서 최적의 추력방향은 관성공간에서 일정함을 나타낸다. 만일 위치구속조건이 있는 경우, 다음과 같이 2개의 매개변수를 추가하여 자세를 표현함으로써, 위치에 대한 구속조건을 만족시킬 수 있게 된다.

$$\tan\chi = \tan\tilde{\chi} - (K_1 - K_2t) \quad (16)$$

여기서  $(K_1 - K_2t)$ 의 값이 작다고 가정하면, 이미 알고 있는 발사체의 매개변수와 현재 조건, 최종조건에 의해 요구 추력 자세각  $\chi$ 를 해석적인 형태로 얻을 수 있다.

유도명령의 계산은 유도좌표계에서 이루어지는데, 유도좌표계는 발사체의 유도목표점인 궤도투입점에 위치하게 된다. 유도좌표계의  $X_G$ 축은 궤도투입점의 위치벡터 방향,  $Z_G$ 축은 비행방향,  $Y_G$ 축은 궤도면에 수직인 방향을 향한다. 발사체의 궤도투입은  $X_G$ 축으로의 고도 및 속도 고각과  $Y_G$ 축으로의 위치 및 속도가 0인 조건, 그리고 관성속도가 요구되는 궤도투입조건을 만족하도록 하는 것이다. 따라서 위성의 궤도투입시 만족해야 될 변수는 위치 및 속도벡터의 6개의 성분 중에서 5개를 만족하도록 한다. 매순간의 유도계산에서의 변수는 연소종료까지 남은 시간  $t_{go}$ , 피치 자세  $\theta$ 와 피치 각속도  $\dot{\theta}$ , 요 자세  $\psi$ 와 요 각속도  $\dot{\psi}$ 가 되므로, 이 5개의 변수는 유도종료시 변수 오차가 0이 되도록 하여 결정할 수 있다.

유도명령 계산을 위해서는 관성항법에 의해 계산되는 위치 및 속도를 유도좌표계로 변환하여야 한다[11]. 본 논문에서는 유도좌표계에서 해석적인 유도명령 계산을 고려한다.

그림 13과 같이 유도좌표계와 기체좌표계가 오일러각  $\theta_G$ 와  $\psi_G$ 로 표현된다고 정의하자. 진공상태에서 발사체에 작용하는 가속도는 추력과 중력에 의해서만 발생하며, 유도좌표계에서의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{x}_G = a \sin \theta_G \cos \psi_G + g_x \quad (17)$$

$$\ddot{y}_G = a \sin \psi_G + g_y \quad (18)$$

$$\ddot{z}_G = a \cos \theta_G \cos \psi_G + g_z \quad (19)$$

여기서  $a$ 는 추력에 의해 발생한 증방향 가속도  $\frac{T}{m}$ 이며,  $[g_x, g_y, g_z]^T$ 는 유도좌표계에서의 중력가속도 벡터이다.

본 논문에서는 피치 및 요 유도명령을 IGM에서 사용된 형태를 사용하였으며, 다음과 같다.

$$\theta_G = \tilde{\theta} - (K_1 - K_2t) \quad (20)$$

$$\psi_G = \tilde{\psi} - (K_3 - K_4t) \quad (21)$$

여기서  $K_i$ 는 유도명령을 위한 상수이다. 우선,  $\tilde{\theta}$ ,  $\tilde{\psi}$ 를 구하기 위해 일정한  $\tilde{\theta}$ ,  $\tilde{\psi}$ 가 사용된다고 가정하고, 최종 속도 조건을 만족시키도록 한다. (17)~(19)를 현재에서 유도목표점까지 도달하는데 걸리는 시간  $t_{go}$  까지 적분하면 다음과 같다.

$$\dot{x}_{G_r} = \dot{x}_{G_0} + \sin \tilde{\theta} \cos \tilde{\psi} \int_0^{t_{go}} a dt + g_x t_{go} \quad (22)$$

$$\dot{y}_{G_r} = \dot{y}_{G_0} + \sin \tilde{\psi} \int_0^{t_{go}} a dt + g_y t_{go} \quad (23)$$

$$\dot{z}_{G_r} = \dot{z}_{G_0} + \cos \tilde{\theta} \cos \tilde{\psi} \int_0^{t_{go}} a dt + g_z t_{go} \quad (24)$$

유도좌표계에서 추력에 얻어져야 할 속도를 다음과 같이 정의하자.

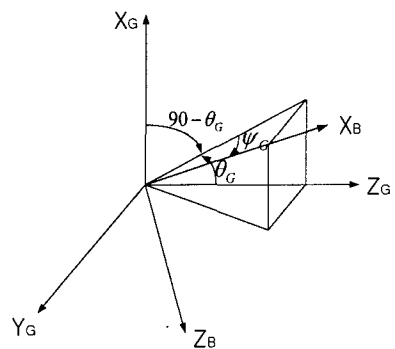


그림 13. 유도좌표계와 기체좌표계.  
Fig. 13. Guidance and Body coordinate system.

$$\Delta V_{G_x} = \dot{x}_{G_T} - \dot{x}_{G_0} - g_x t_{go} \quad (25)$$

$$\Delta V_{G_y} = \dot{y}_{G_T} - \dot{y}_{G_0} - g_y t_{go} \quad (26)$$

$$\Delta V_{G_z} = \dot{z}_{G_T} - \dot{z}_{G_0} - g_z t_{go} \quad (27)$$

(22)~(27)에 의해 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\tan(\tilde{\theta}) = \frac{\Delta V_{G_x}}{\Delta V_{G_z}} \quad (28)$$

$$\tan(\tilde{\psi}) = \frac{\Delta V_{G_y}}{\sqrt{\Delta V_{G_x}^2 + \Delta V_{G_z}^2}} \quad (29)$$

여기서  $t_{go}$ 는 참고문헌[5]의 방법에 의해  $\Delta V$ ,  $V_{ex}$ ,  $\tau$ 에 의해 계산된다.

속도조건과 더불어 위치조건까지 만족하도록 하는  $K_1, K_2, K_3, K_4$ 를 구하기 위해, 결합되지 않은  $y$ 축에 대해 먼저 적분을 수행한다. 한편,  $(K_3 - K_4)$ 가 작다고 가정하면, 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$\sin \psi_G \approx \sin \tilde{\psi} - (K_3 - K_4 t) \cos \tilde{\psi} \quad (30)$$

따라서 (18)은 다음과 같이 적분된다.

$$\begin{aligned} \dot{y}_{G_T} &= \dot{y}_{G_0} + \int_0^{t_{go}} a(\sin \tilde{\psi} - (K_3 - K_4 t) \cos \tilde{\psi}) dt + g_y t_{go} \\ &= \dot{y}_{G_0} + \sin \tilde{\psi} \int_0^{t_{go}} a dt - K_3 \cos \tilde{\psi} \int_0^{t_{go}} a dt \\ &\quad + K_4 \cos \tilde{\psi} \int_0^{t_{go}} a t dt + g_y t_{go} \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 가속도의 적분은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$L = \int_0^{t_{go}} a dt = V_{ex} \ln \frac{\tau}{\tau - t_{go}} \quad (32)$$

$$J = \int_0^{t_{go}} a t dt = V_{ex} \left[ \tau \ln \frac{\tau}{\tau - t_{go}} - t_{go} \right] \quad (33)$$

한편,  $\psi$ 를 사용한 경우  $\tilde{\psi}$ 를 사용하여 얻어진 최종속도 조건과 같아야 하므로, 다음과 같은 구속조건을 만족해야 한다.

$$-K_3 L + K_4 J = 0 \quad (34)$$

이중적분을 수행하여 얻어진 위치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y_{G_T} &= y_{G_0} + \dot{y}_{G_0} t_{go} \\ &\quad + \int_0^{t_{go}} \int_0^t a(\sin \tilde{\psi} - (K_3 - K_4 t) \cos \tilde{\psi}) ds dt + \frac{g_y}{2} t_{go}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= y_{G_0} + \dot{y}_{G_0} t_{go} + (\sin \tilde{\psi} - K_3 \cos \tilde{\psi}) \int_0^{t_{go}} \int_0^t a ds dt \\ &\quad + K_4 \cos \tilde{\psi} \int_0^{t_{go}} \int_0^t a s ds dt + \frac{g_y}{2} t_{go}^2 \end{aligned} \quad (35)$$

가속도의 이중적분을 다음과 같이 정의한다.

$$S = \int_0^{t_{go}} \int_0^t a ds dt = -V_{ex} \left[ (\tau - t_{go}) \ln \frac{\tau}{\tau - t_{go}} - t_{go} \right] \quad (36)$$

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^{t_{go}} \int_0^t a s ds dt \\ &= -V_{ex} \left[ \frac{t_{go}^2}{2} - \tau \left( (\tau - t_{go}) \ln \frac{\tau}{\tau - t_{go}} - t_{go} \right) \right] \end{aligned} \quad (37)$$

따라서 (35)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} y_{G_T} &= y_{G_0} + \dot{y}_{G_0} t_{go} + S(\sin \tilde{\psi} - K_3 \cos \tilde{\psi}) + QK_4 \cos \tilde{\psi} \\ &\quad + \frac{1}{2} g_y t_{go}^2 \end{aligned} \quad (38)$$

위 식에서 얻어져야 될 위치를 다음과 같이 정의하자.

$$\Delta P_{G_y} = y_{G_T} - y_{G_0} - \dot{y}_{G_0} t_{go} - \frac{g_y}{2} t_{go}^2 - S \sin \tilde{\psi} \quad (39)$$

이제 (38)은 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta P_{G_y} / \cos \tilde{\psi} = -K_3 S + K_4 Q \quad (40)$$

따라서 (34)와 (40)에 의해  $K_3$ 와  $K_4$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$K_3 = \frac{\Delta P_{G_y}}{\cos \tilde{\psi} \left( -S + \frac{L}{J} Q \right)} \quad (41)$$

$$K_4 = K_3 \frac{L}{J} \quad (42)$$

피치 유도명령을 계산하기 위해 유도좌표계에서 고도 방향인  $x$ 축에 대해 적분을 수행한다. 이제  $(K_1 - K_2 t)$ 와  $(K_3 - K_4 t)$ 가 작다고 가정하면, 다음 근사식을 얻을 수 있다.

$$\sin \theta_G \approx \sin \tilde{\theta} - (K_1 - K_2 t) \cos \tilde{\theta} \quad (43)$$

$$\cos \psi_G \approx \cos \tilde{\psi} + (K_3 - K_4 t) \sin \tilde{\psi} \quad (44)$$

따라서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \sin \theta_G \cos \psi_G &= \\ &= [\sin \tilde{\theta} - (K_1 - K_2 t) \cos \tilde{\theta}] \cdot [\cos \tilde{\psi} + (K_3 - K_4 t) \sin \tilde{\psi}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sin \vartheta \cos \tilde{\psi} - (K_1 - K_2 t) \cos \vartheta \cos \tilde{\psi} \\
 &+ (K_3 - K_4 t) \sin \vartheta \sin \tilde{\psi} - K_1 (K_3 - K_4 t) \cos \vartheta \sin \tilde{\psi} \quad (45) \\
 &+ K_2 (K_3 t - K_4 t^2) \cos \vartheta \sin \tilde{\psi}
 \end{aligned}$$

(45)를 (17)에 대입하고 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{G\tau} &= \dot{x}_{G_0} + \int_0^{t_{go}} a \sin \theta_C \cos \psi_C dt + g_x t_{go} \\
 &= \dot{x}_{G_0} + L \sin \vartheta \cos \tilde{\psi} - (K_1 L - K_2 J) \cos \vartheta \cos \tilde{\psi} \quad (46) \\
 &+ (K_3 L - K_4 J) \sin \vartheta \sin \tilde{\psi} - K_1 (K_3 L - K_4 J) \cos \vartheta \sin \tilde{\psi} \\
 &+ K_2 K_3 J \cos \vartheta \sin \tilde{\psi} - K_2 K_4 \cos \vartheta \sin \tilde{\psi} \int_0^{t_{go}} a t^2 dt + g_x t_{go}
 \end{aligned}$$

위 식을 (34)의 조건을 이용하여 정리하고,  $\theta$ 를 사용한 경우  $\vartheta$ 를 사용하여 얻어진 최종속도 조건이 같도록 하는 조건을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 &- K_1 L \cos \tilde{\psi} \\
 &+ K_2 [J \cos \tilde{\psi} + K_3 \sin \tilde{\psi}] - K_4 H \sin \tilde{\psi} = 0 \quad (47)
 \end{aligned}$$

여기서

$$H = \int_0^{t_{go}} a t^2 dt = -V_{ex} \left[ \frac{t_{go}^3}{6} - t \left( \tau \ln \frac{\tau}{\tau - t_{go}} - t_{go} \right) \right] \quad (48)$$

$$L = L \cos \tilde{\psi} \quad (49)$$

$$J = J (\cos \tilde{\psi} + K_3 \sin \tilde{\psi}) - H K_4 \sin \tilde{\psi} \quad (50)$$

이제, (47)은 다음과 같이 표현된다.

$$-K_1 L' + K_2 J = 0 \quad (51)$$

그리고 (17)의 이중적분을 수행하여 얻어진 위치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 x_{G\tau} &= x_{G_0} + \dot{x}_{G_0} t_{go} + \int_0^{t_{go}} \int_0^t a \sin \theta_C \cos \psi_C ds dt + \frac{g_x}{2} t_{go}^2 \\
 &= x_{G_0} + \dot{x}_{G_0} t_{go} + S \sin \vartheta \cos \tilde{\psi} - (K_1 S - K_2 Q) \cos \vartheta \cos \tilde{\psi} \quad (52) \\
 &+ (K_3 S - K_4 Q) \sin \vartheta \sin \tilde{\psi} - K_1 (K_3 S - K_4 Q) \cos \vartheta \sin \tilde{\psi} \\
 &+ K_2 K_3 Q \cos \vartheta \sin \tilde{\psi} - K_2 K_4 \cos \vartheta \sin \tilde{\psi} \int_0^{t_{go}} \int_0^t a s^2 ds dt \\
 &+ \frac{g_x}{2} t_{go}^2
 \end{aligned}$$

여기서 다음을 정의하자.

$$\Delta P_{G_c} = x_{G\tau} - x_{G_0} - \dot{x}_{G_0} t_{go} - \frac{g_x}{2} t_{go}^2 - S' \sin \vartheta \quad (53)$$

$$S' = S (\cos \tilde{\psi} + K_3 \sin \tilde{\psi}) - Q K_4 \sin \tilde{\psi} \quad (54)$$

$$Q' = Q (\cos \tilde{\psi} + K_3 \sin \tilde{\psi}) - P K_4 \sin \tilde{\psi} \quad (55)$$

$$\begin{aligned}
 P &= \int_0^{t_{go}} \int_0^t a s^2 ds dt \\
 &= -V_{ex} \left[ \frac{t_{go}^3}{6} + t \left( \frac{t_{go}^2}{2} + t \left[ (\tau - t_{go}) \ln \frac{\tau}{\tau - t_{go}} - t_{go} \right] \right) \right] \quad (56)
 \end{aligned}$$

이제, (52)는 아래와 같이 표현된다.

$$\Delta P_{G_c} / \cos \vartheta = -K_1 S' + K_2 Q' \quad (57)$$

따라서 (51)과 (57)에 의해 다음이 얻어진다.

$$K_1 = \frac{\Delta P_{G_c}}{\cos \vartheta (-S' + \frac{L'}{J} Q')} \quad (58)$$

$$K_2 = K_1 \frac{L'}{J} \quad (59)$$

유도좌표계에서 계산된  $\theta_C$ 와  $\psi_C$ 는 자세명령으로 주어지기 위해 관성항법의 기준좌표계인 L-좌표계로 변환되어야 한다. L-좌표계에서 유도좌표계로의 변환행렬이  $C_L^G$ 은 다음 식을 만족한다.

$$\begin{bmatrix} X_{L_c} \\ Y_{L_c} \\ Z_{L_c} \end{bmatrix} = [C_L^G]^{-1} \begin{bmatrix} \sin \theta_C \cos \psi_C \\ \sin \psi_C \\ \cos \theta_C \cos \psi_C \end{bmatrix} \quad (60)$$

따라서 L-좌표계에서의 유도명령은 다음과 같다.

$$\theta_{L_c} = \tan^{-1}(X_{L_c} / Z_{L_c}) \quad (61)$$

$$\psi_{L_c} = \tan^{-1}(Y_{L_c} / \sqrt{X_{L_c}^2 + Z_{L_c}^2}) \quad (62)$$

발사체의 유도 알고리즘은 실제 비행에 적용되기 위해서 탑재 컴퓨터에서 실시간으로 이루어질 수 있어야 한다. 목표 궤도에 위성을 투입하는데 있어 가능한 한 최적궤적에 가깝도록 오차를 수정해야 하고, 목표궤도에 정확히 도달해야 한다. 본 논문에서는 1단 비행구간은 궤적최적화에서 설계된 자세명령을 사용하였고, 2단 비행구간은 설계된 유도 알고리즘을 적용하였다. 유도 알고리즘의 정확성 및 최적성을 확인하기 위해 궤적최적화 결과와 2단에서 유도 알고리즘을 적용한 결과를 비교하였다. 표 4는 유도 알고리즘을 적용했을 때와 최적화 결과와의 차이를 보여주고 있다. 최적궤적과 연소종료시간이 같기 때문에 최적궤적과 성능에는 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 그리고 유도 알고리즘의 정확성에 있어 고도오차는 1m, 속도오차는 0.2m/sec 이하, 속도벡터



오차 0.02deg 이하가 되므로 매우 정확한 궤도투입을 보여주고 있다.

그림 14-15는 유도좌표계에서 계산된 피치 명령  $\theta$ ,  $K_1$ ,  $\theta_G$ 와 요 명령  $\psi$ ,  $K_3$ ,  $\psi_G$ 의 변화를 보이고 있다. 횡방향 기동을 하더라도 요 명령은 피치 명령에 비해 적게 나타나며, 속도를 만족시키기 위한 유도명령은 점차로 커지는 특성을 보이고, 위치를 만족시키기 위한 유도명령은 점차로 작아져 0이 된다. 그림 16-17은 발사시의 관성좌표계에 대한 유도명령을 나타낸다. 본 논문에서 제시된 직접식 유도방식에 계산된 것은 최적화에 의해 계산된 것과 거의 비슷하게 변함을 알 수 있다. 그림 18은 현재 위치에서 궤도투입점까지의 남은 비행각을 나타내는데, 유도시작시 약 18deg가 되고, 유도종료시 0이 된다. 그림 19는 남은 비행시간을 나타내는데, 거의 선형적으로 감소한다. 그림 20은 유도좌표계에서 목표점

표 4. 궤적최적화와 유도결과와의 성능비교.  
Table 4. Performance Comparison of Optimized and Guidance Results.

결과		조건	Optimized	E-Guided	Difference
종료시간	$t_f$ (sec)		557.00	557.00	0.00
투입조건	$h$ (km)		685.129	685.128	-0.001
	$V_i$ (m/sec)		7513.68	7513.83	0.15
	$\gamma_R$ (deg)		0.002	0.014	0.012
	$i$ (deg)		98.130	98.145	0.015

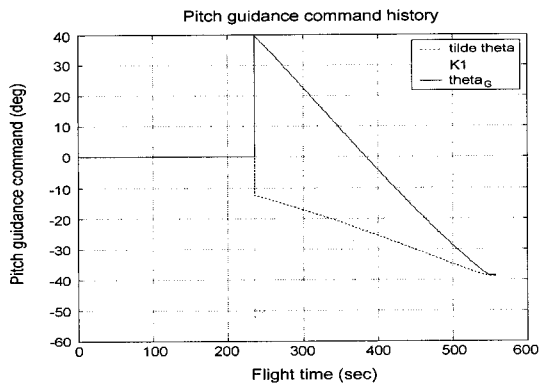


그림 14. 유도좌표계에서의 피치 명령.  
Fig. 14. Pitch Command in Guidance Coordinate.

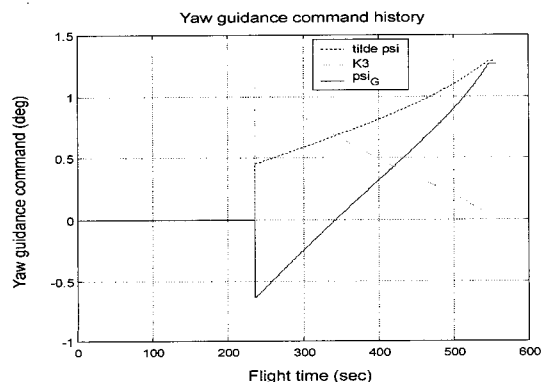


그림 15. 유도좌표계에서의 요 명령.  
Fig. 15. Yaw Command in Guidance Coordinate.

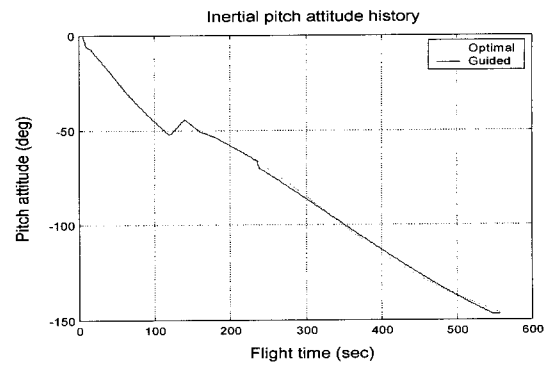


그림 16. 발사 관성좌표계에서의 피치 명령.  
Fig. 16. Pitch Command in L-Coordinate.

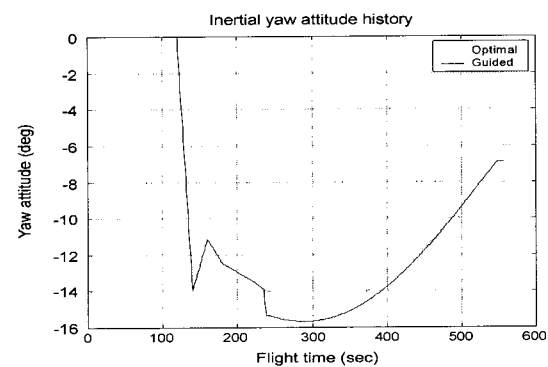


그림 17. 발사 관성좌표계에서의 요 명령.  
Fig. 17. Yaw Command in L-Coordinate.

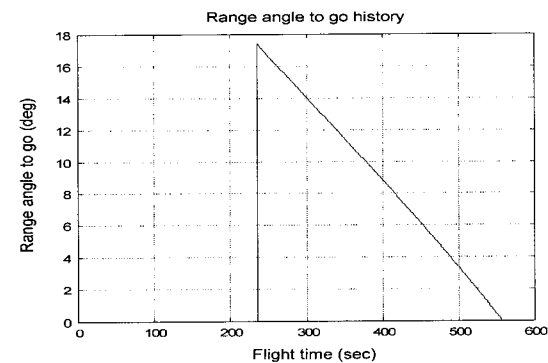


그림 18. 유도 계산에서의  $\psi_{go}$  변화.  
Fig. 18.  $\psi_{go}$  History in Guidance Computation.

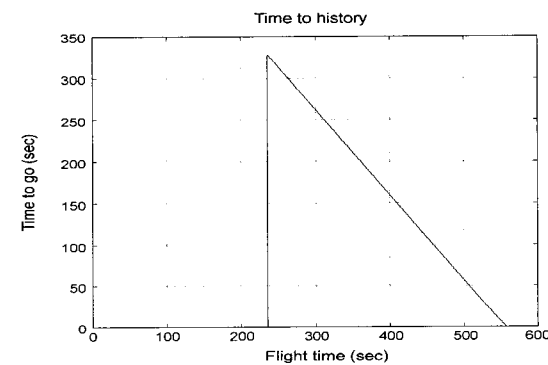


그림 19. 유도 계산에서의  $T_{go}$  변화.  
Fig. 19.  $T_{go}$  History in Guidance Computation.

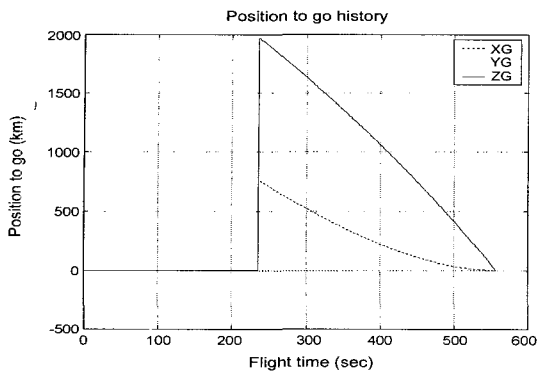


그림 20. 남은 위치 오차 변화.

Fig. 20. Position to Go History.

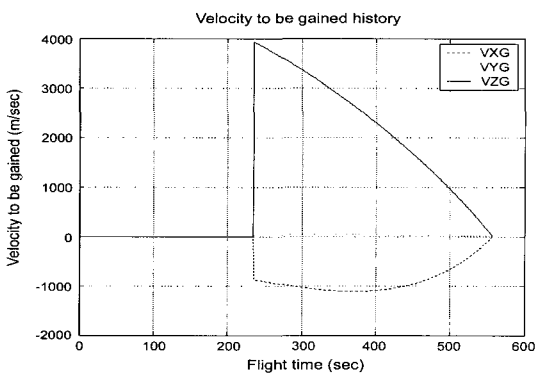


그림 21. 얻어야 될 속도 변화.

Fig. 21. Velocity to be Gained History.

에 대한 현재의 위치를 나타내는데, 궤도투입시 정확히 0이 됨을 알 수 있다. 그림 21은 목표점과 현재점과의 속도차이와 비행시간 동안 중력가속도에 손실되는 속도를 더한 값으로, 추력에 의해 얻어져야 될 속도벡터의 크기를 나타낸다. 다른 유도변수와 마찬가지로 궤도투입시 3축방향으로 모두 0이 되고 있음을 알 수 있다.

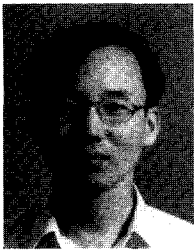
## VI. 결론

본 논문에서는 관성항법시스템을 사용하고 횡방향 기동이 요구되는 다단 위성발사체의 성능을 최대화하는 궤적최적화와 직접식 유도 알고리즘의 연구를 수행하였다. 궤적최적화에서는 발사체의 관성좌표계에 대한 자세각을 매개변수화하고 비선형 프로그래밍 알고리즘을 사용하여, 수직발사된 발사체에서 공력이 크게 작용하는 1단 비행구간에서 중력된 구속조건을 만족시키면서 목표궤도에 최대중량의 위성을 투입하는 3차원 궤적을 설계하였다. 그리고 2차원에

서 설계된 직접식 유도 알고리즘[5]을 3차원으로 확장하여 관성좌표계에서 목표궤도에 위성을 정확히 투입할 수 있는 자세제어 명령을 계산하였다. 본 논문에서 제안한 유도명령 계산방법은 유도계산에서 항상 요구되는 실시간성, 최적성, 정확성을 만족함을 수치 시뮬레이션을 통해서 확인할 수 있었다.

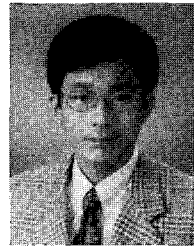
## 참고문헌

- [1] 노용래, 김유단, "다단발사체의 유도제어 시스템," 제어·자동화·시스템 공학회지, 제5권 제6호, pp. 10-19, 1999년.
- [2] W. Haeussermann, "Saturn launch vehicle's navigation, guidance and control system," *Automatica*, vol. 7, no. 9, pp. 537-556, 1971.
- [3] R. L. McHenry, T. J. Brand, A. D. Long, B. F. Cockrell, and J. R. Thibodeau, "Space shuttle ascent guidance, navigation, and control," *The Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 27, no. 1, pp. 1-38, 1979.
- [4] 노용래, 김유단, 이상률, 김학정, "비선형 프로그래밍을 이용한 다목적실용위성 발사체의 궤적최적화," 한국항공우주학회지, 제28권 제1호, pp. 106-114, 2000년.
- [5] 노용래, 김유단, 송택렬, "위성발사체의 궤적최적화와 최적 유도 알고리즘 설계," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제7권 제2호, pp. 173-182, 2001년.
- [6] S. J. Isakowitz, J. P. Hopkins Jr., and J. B. Hopkins, *International Reference Guide to Space Launch Systems*, 3rd Ed., AIAA, Reston, VA, 1999.
- [7] A. L. Greensite, *Analysis and Design of Space Vehicle Flight Control Systems*, Spartan Books, New York, 1970.
- [8] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems - A Modern Synthesis*, Academic Press, San Diego, 1993.
- [9] D. F. Lawden, "Rocket trajectory optimization: 1950-1963," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 4, pp. 705-711, 1991.
- [10] D. T. Martin, R. F. Sievers, R. M. O'Brien, and A. F. Rice, "Saturn V guidance, navigation and targeting," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 4, no. 7, pp. 891-898, 1967.
- [11] D. C. Chandler and I. E. Smith, "Development of the iterative guidance mode with its application to various vehicles and missions," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 4, no. 7, pp. 898-903, 1967.
- [12] H. J. Horn, D. C. Chandler, and V. L. Buckelew, "Iterative guidance applied to generalized missions," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 6, no. 1, pp. 4-8, 1969.



**노웅래**

1967년 3월 23일생. 1989년 서울대학교 항공우주공학과 졸업. 동대학원 석사(1991), 박사(2001), 1991년~현재 한국항공우주연구원 근무(선임연구원). 관심분야는 발사체 궤적 최적화 및 유도알고리즘 설계.



**박정주**

1960년 2월 8일생. 1982년 서울대학교 항공우주공학과 졸업. 한국과학기술원 석사(1984), 박사(1989), 1989년~현재 한국항공우주연구원 근무(책임연구원). 관심분야는 발사체 시스템 설계.

**김유단**

제어·자동화·시스템공학 논문지 제5권, 제3호, 참조.

**탁민제**

제어·자동화·시스템공학 논문지 제6권, 제12호, 참조.