

## 새로운 형태의 Lyapunov 함수를 이용한 직접 적응 제어기의 설계

### Design of a Direct Adaptive Controller with a Novel Kind of Lyapunov Function

이 호 섭, 양 해 원  
(Hyo-Seop Lee and Hai-Won Yang)

**Abstract** : We propose a direct adaptive controller for a class of nonlinearly parametrized systems. A normalized output error is added to the previous control law to construct the proposed adaptive controller. The transient performance of the resulting closed-loop system can be guaranteed by suitably choosing a novel kind of Lyapunov function while the tracking performance of the adaptive control system is improved using the proposed algorithm. Finally, the effectiveness of the proposed algorithm is illustrated with computer simulation.

**Keywords** : adaptive controller, transient performance, Lyapunov

#### I. 서론

비선형 시스템의 적응제어는 그 동안 활발히 연구되어 왔던 분야이며, 최근까지 많은 연구 결과들이 제시되었다 [4][6][7][9][11]. 대부분의 유용한 적응제어기는 비선형성 파라미터를 선형화 시켜서 시스템의 제어문제를 다루어 왔다. 그러나 비선형성 파라미터는 실제적인 많은 플랜트에서 흔히 볼 수 있으므로 비선형 시스템의 적응제어는 제어 관련 분야에서 상당히 흥미 있어 왔다.

Marino와 Tomei[8]는 고이득 적응치를 이용하여 비선형성 파라미터를 포함하는 단일 입·출력 계통에 대한 전역 출력 궤환 제어를 연구하였다. 여기서는 기하학적인 방법 즉 적절한 좌표변환을 이용함으로써 별도의 궤환 선형화 조건이 없어도 되는 출력 피드-백 보상기에 의해 전역적으로 제어될 수 있는 시스템을 결정하였다.

대규모 플랜트에서 흔히 볼 수 있는 1차의 비선형성 모델에 대해 Boskovic[2]는 세 개의 미지 파라미터들로 구성된 흥미있는 적응제어 기법을 제시하였다. 이 기법의 핵심은 플랜트의 적절한 파라미터화와 안정된 적응제어기 구성을 위해 쿨빅항을 가진 적절한 Lyapunov 함수를 선택하는데 있다. 여기서 쿨빅항을 갖는 Lyapunov 함수는 양의  $V(\cdot)$  뿐만 아니라 안정도 조건이 만족됨을 보여준다. 따라서 적절히 선택된 Lyapunov 함수를 포함한 적응제어기는 비선형 모델에 대한 강인한 적응제어기를 설계하는데 중요한 계기를 마련하였다고 볼 수 있다.

한편 Ge 등 [13]은 새로운 종류의 Lyapunov 함수를 도입

하여 비선형 계통에 대한 상태 궤환 적응제어 문제를 다루었다. 여기서 사용된 새로운 종류의 Lyapunov 함수는 Boskovic[2]에서 제시된 바 있는 쿨빅항을 갖는 Lyapunov 함수에 근거하여 더욱 새로운 형태의 함수로 전개해서 만들어졌으며, 제어기 및 파라미터 적응치를 구성하는데 이용되었다. 플랜트를 포함하여 설계된 적응제어기는 제어성능 및 추종성능이 입증되었다. 그러나 시스템 성능에 있어서 과도상태 및 정상상태 출력은 그다지 만족할만한 특성을 보이지는 못하였다.

본 논문에서는 비선형 파라미터 특성을 갖는 계통에 대한 새로운 적응제어기 설계에 관한 문제를 다룬다. 새롭게 구성된 제어기는 시스템의 과도상태 및 정상 상태의 특성을 향상시키기 위해 제어칙에 정규화된 출력오차신호를 포함하고 있다. 본 논문에서 제시된 제어 알고리즘은 안정도 증명을 거쳐 시뮬레이션을 통해 그 효용성을 확인하고, Ge와 Zhang [13]에서 제시된 알고리즘과 비교하여 과도 상태 및 정상 상태에서의 특성이 현저히 좋아짐을 보인다.

#### II. 문제설정

본 논문의 제어대상이 되는 플랜트의 수학적 모델은 아래와 같이 주어진다[13].

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}, \quad i=1,2,\dots,n-1 \\ \dot{x}_n &= \frac{1}{\beta(x)} [f(x) + g(x)u] \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T \in R^n$ ,  $u \in R$ ,  $y \in R$ 는 각각 상태 변수, 입력, 출력을 나타낸다. 그리고  $g(x)$ 는 알고 있는 연속 함수이며, 함수  $f(x)$ ,  $\beta(x) \in C^1$ 는 아래와 같이 표현된다.

논문접수 : 2001. 11. 24., 채택확정 : 2002. 5. 14.

이호섭 : 한양대학교 전기공학부(hyoseop@kopo.or.kr)

양해원 : 한양대학교 전자컴퓨터공학부(hwyang@email.hanyang.ac.kr)

※ 본 연구는 한국전력공사의 지원에 의하여 기초전력공학 공동연구소 주관으로 수행되었음.

$$\begin{aligned} f(x) &= \theta^T \omega_f(x) + f_0(x), \\ \beta(x) &= \theta^T \omega_\beta(x) + \beta_0(x) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\theta \in R^p$ 는 미지의 상수 파라미터 벡터이고,  $\omega_f(x) \in R^p$ 와  $\omega_\beta(x) \in R^p$ 는 알고 있는 regressor 벡터들이며 각각의 차수 p는 알고 있다. 또한  $f_0(x), \beta_0(x) \in C^1$ 은 알고 있는 함수들이다.

본 논문에서의 제어목적은 플랜트의 출력  $y$ 가 주어진 기준신호의 출력  $y_d$ 를 따라가도록 제어입력  $u$ 를 설계하는 것이다.

가정 1:  $g(x)/\beta(x) \neq 0, \forall x \in R^n$ , 그리고 부호는 알고 있다.

여기서는  $g(x)/\beta(x)$ 가 양이나 음의 값을 가질 수 있으나 모든  $\forall x \in R^n$ 에 대해  $g(x), \beta(x)$ 가 0보다 크다고 가정한다.

한편  $x_d, \varepsilon$  그리고 필터링 된 오차  $\varepsilon_s$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} x_d &= [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n-1)}]^T \\ \varepsilon &= x - x_d = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_n]^T \\ \varepsilon_s &= \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \varepsilon_1 = [A^T \ 1] \varepsilon \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\lambda > 0$ 이고,  $A = [\lambda^{n-1}(n-1)\lambda^{n-2} \dots (n-1)\lambda]^T$ 이다.

(1)과 (3)으로부터  $\varepsilon_s$ 의 도함수는 다음과 같다.

$$\dot{\varepsilon}_s = \frac{1}{\beta(x)} [f(x) + g(x)u] + \nu \quad (4)$$

여기서  $\nu = -y_d^{(n)} + [0 \ A^T] \varepsilon$ 이다.

Lyapunov 함수를 정의하기 앞서 평활함수(smooth function)  $\alpha(x)$ 를 갖는  $\beta_\alpha(x)$ 는  $\beta_\alpha(x) = \beta(x)\alpha(x)$ 라고 놓는다.

(3)으로부터  $x_n = \varepsilon_s + y_d^{(n-1)} - [A^T \ 0] \varepsilon$ 을 얻을 수 있으며, 앞으로의 전개를 위해 다음과 같이 표현하기로 한다.

$$\begin{aligned} \beta_\alpha(\bar{x}, \varepsilon_s + \nu_1) &= \beta_\alpha(x) \text{로 표현되며, 여기서 } \bar{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{n-1}]^T, \\ \nu_1 &= y_d^{(n-1)} - [A^T \ 0] \varepsilon \text{이다.} \end{aligned}$$

정의 1[13]: 유계인 기준벡터  $x_d$ 에 대해 스칼라 함수  $V_\varepsilon$ 을 아래와 같이 정의한다.

$$V_\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_s} \sigma \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1) d\sigma \quad (5)$$

(5)는 아래의 조건들을 만족하는 smooth function  $\alpha(x)$ , 제어입력  $u$ 가 존재한다면 (1)에 대해 Weighted Control Lyapunov Function(WCLF)이라 한다.

- (1)  $V_\varepsilon$ 은 필터링오차  $\varepsilon_s$ 에 대해 positive definite 하다.
- (2)  $|\varepsilon_s| \rightarrow \infty$ 에 따라  $V_\varepsilon \rightarrow \infty$ 이다. 그리고
- (3) 모든  $\varepsilon_s$ 에 대해  $\dot{V}_\varepsilon < 0$ 이다.

### III. 적응제어기 설계

#### 1. WCLF (Weighted Control Lyapunov Function)

이번 장에서는 가정 1을 만족하는 계통 (1)에 대해 (5)에서 정의된 Lyapunov 함수  $V_\varepsilon$ 이 WCLF가 되도록 제어입력  $u$ 와 weighting function(WF)  $\alpha(x)$ 가 존재하는 것을 보여주기 위하여 한다. 그런 다음 WCLF에 추가적으로 새롭게 구성된 제어칙을 이용하여 적응제어기를 설계하고자 한다.

먼저  $\beta(x) > 0$ 은 미지의 상수 파라미터에 대해 선형이므로 smooth function  $\alpha(x)$ 는  $V_\varepsilon$ 가 정의 1의 (1), (2)를 만족하도록 찾을 수 있다.

예를 들어  $\beta(x) = \exp(-x_n)(\theta_1 + x_n^2)$ ,  $\theta_1 > 0$ 이면  $V_\varepsilon$ 이 아래와 같이 되도록  $\alpha(x) = \exp(x_n)$ 로 선택할 수 있다.

$$\begin{aligned} V_\varepsilon &= \int_0^{\varepsilon_s} d[\theta_1 + (\sigma + \nu_1)^2] d\sigma \\ &= \frac{\varepsilon_s^2}{4} \left[ (\varepsilon_s + \frac{4}{3} \nu_1)^2 + \frac{2}{9} \nu_1^2 + 2\theta_1 \right] \end{aligned}$$

이 되므로 위 식은 분명히  $\varepsilon_s$ 에 대해 positive definite하고 radially unbounded하므로 정의 1의 조건 (1), (2)를 만족하게 된다.

(5)에서 주어지는  $V_\varepsilon$ 을 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_\varepsilon &= \beta_\alpha(x) \varepsilon_s \dot{\varepsilon}_s + \int_0^{\varepsilon_s} \sigma \frac{\partial \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1)}{\partial \bar{x}} \dot{\bar{x}} d\sigma \\ &\quad + \int_0^{\varepsilon_s} \sigma \frac{\partial \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1)}{\partial \nu_1} \dot{\nu}_1 d\sigma \end{aligned} \quad (6)$$

한편  $\partial \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1) / \partial \nu_1 = \partial \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1) / \partial \sigma$ 이고  $\nu_1 = -\dot{\nu}_1$ 이므로 (6)의 마지막 항은 아래와 같이 된다.

$$\begin{aligned} &\int_0^{\varepsilon_s} \sigma \frac{\partial \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1)}{\partial \nu_1} \dot{\nu}_1 d\sigma \\ &= -\nu \int_0^{\varepsilon_s} \sigma \frac{\partial \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1)}{\partial \sigma} d\sigma \\ &= -\nu \sigma \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1) \Big|_0^{\varepsilon_s} - \int_0^{\varepsilon_s} \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1) d\sigma \\ &= -\nu \varepsilon_s \beta_\alpha(x) + \nu \int_0^{\varepsilon_s} \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1) d\sigma \end{aligned}$$

위의 결과를 (6)에 대입하고 (4)를 이용하여  $\dot{V}_\varepsilon$ 를 구하면

$$\begin{aligned} \dot{V}_\varepsilon &= \frac{\beta_\alpha(x)}{\beta(x)} [f(x) + g(x)u] \varepsilon_s + \int_0^{\varepsilon_s} \sigma \frac{\partial \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1)}{\partial x} \dot{x} d\sigma \\ &\quad + \nu \int_0^{\varepsilon_s} \beta_\alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1) d\sigma \end{aligned}$$

로 된다.

(2)를 이용하여 위의 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{V}_\varepsilon = \varepsilon_s \alpha(x) [\theta^T \omega(z) + g(x)u + h(z)] \quad (7)$$

여기서

$$\omega(z) = \omega_f(x) + \frac{1}{\varepsilon_s \alpha(x)} \int_0^{\varepsilon_s} \left[ \sigma \frac{\partial \bar{\omega}_\beta(\bar{x}, \sigma + \nu_1)}{\partial \bar{x}} \dot{\bar{x}} + \nu \bar{\omega}_\beta(\bar{x}, \sigma + \nu_1) \right] d\sigma \quad (8)$$

$$h(z) = f_0(x) + \frac{1}{\varepsilon_s \alpha(x)} \int_0^{\varepsilon_s} \left[ \sigma \frac{\partial \bar{\beta}_0(\bar{x}, \sigma + \nu_1)}{\partial \bar{x}} \dot{\bar{x}} + \nu \bar{\beta}_0(\bar{x}, \sigma + \nu_1) \right] d\sigma \quad (9)$$

$$z = [x^T \quad x_d^T \quad y_d^{(n)}]^T \in \mathbf{R}^{2n+1}$$

$$\bar{\omega}_\beta(\bar{x}, \sigma + \nu_1) = \omega_\beta(\bar{x}, \sigma + \nu_1) \alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1) \in \mathbf{R}^p$$

$$\bar{\beta}_0(\bar{x}, \sigma + \nu_1) = \beta_0(\bar{x}, \sigma + \nu_1) \alpha(\bar{x}, \sigma + \nu_1) \in \mathbf{R}$$

이다.

(7)로부터 파라미터 벡터  $\theta$ 를 이용할 수 있다면 제어기는  $u^* = g^{-1}(x)[-k\varepsilon_s/\alpha(x) - \theta^T \omega(z) - h(z) - \beta u_a]$ 로 할 수 있으며, 따라서 모든  $\varepsilon_s \neq 0$ 에 대해 다음과 같이  $k > 0, \beta > 0$ 에 대해

$$\dot{V}_\varepsilon = -k\varepsilon_s^2 - \beta \frac{\lambda^{n-1} \varepsilon_1^2}{1 + |\varepsilon_1|} < 0 \text{ 이 된다.}$$

이상과 같이 정의 1의 조건 (3)을 만족하므로  $V_\varepsilon$ 이 WCLF가 되며  $t \rightarrow \infty$ 에 따라  $\varepsilon_s$ 가 0으로 수렴됨을 보장한다.

2. 적응제어기 설계

따라서 본 논문에서 제시되는 제어입력  $u$ 는 미지의 파라미터 벡터  $\theta$ 인 경우에 있어서 다음과 같이 설계하기로 한다.

$$u = \frac{1}{g(x)} \left[ -\frac{k\varepsilon_s}{\alpha(x)} - \hat{\theta}^T \omega(z) - h(z) - \beta u_a \right] \quad (10)$$

이며, 여기서

$$u_a = \frac{\varepsilon_1}{\alpha(x)(1 + |\varepsilon_1|)} - \frac{[\Lambda_*^T 1] \varepsilon_* \varepsilon_1}{\varepsilon_s \alpha(x)(1 + |\varepsilon_1|)}$$

$$= \frac{\varepsilon_1}{\alpha(x)(1 + |\varepsilon_1|)} \left( 1 - \frac{[\Lambda_*^T 1] \varepsilon_*}{\varepsilon_s} \right)$$

단,  $\Lambda_*, \varepsilon_*$ 는 아래와 같이 정의한다.

$$\Lambda_* = [(n-1)\lambda^{n-2} \dots (n-1)\lambda]^T$$

$$\varepsilon_* = [\varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \dots \varepsilon_n]^T$$

한편  $\hat{\theta}$ 는  $\theta$ 의 추정치이다.

파라미터 추정오차를  $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ 로 정의하고 위의 (10)을

(7)에 대입하면 아래의  $\dot{V}_\varepsilon$ 를 얻는다.

$$\dot{V}_\varepsilon = \varepsilon_s \alpha(x) \left[ \theta^T \omega(z) + g(x) \frac{1}{g(x)} \left( -\frac{k\varepsilon_s}{\alpha(x)} - \hat{\theta}^T \omega(z) - h(z) - \beta u_a \right) + h(z) \right]$$

$$= -k\varepsilon_s^2 - \hat{\theta} \omega(z) \varepsilon_s \alpha(x) - \beta \frac{\varepsilon_s \varepsilon_1}{1 + |\varepsilon_1|} + \beta \frac{[\Lambda_*^T 1] \varepsilon_* \varepsilon_1}{1 + |\varepsilon_1|}$$

$$= -k\varepsilon_s^2 - \hat{\theta} \omega(z) \varepsilon_s \alpha(x) - \beta \frac{\lambda^{n-1} \varepsilon_1^2}{1 + |\varepsilon_1|}$$

(11)의 파라미터오차 벡터  $\hat{\theta}$ 를 포함한 두번째 항으로 인해 시스템의 안정도는 보장되지 않는다. 따라서 불확실성 파라미터 적응 튜닝항을 제거하기 위해 적응칙을 구성하기로 하고 다음과 같이 Lyapunov 함수를 다시 선정한다.

$$V = V_\varepsilon + \frac{1}{2} (\hat{\theta}^T \Gamma^{-1} \hat{\theta}) \quad (12)$$

여기서 이득행렬은  $\Gamma = \Gamma^{-1} > 0$  이다. (12)의 도함수를 구하면

$$\dot{V} = \dot{V}_\varepsilon + \hat{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}}$$

$$= -k\varepsilon_s^2 - \hat{\theta} \omega(z) \varepsilon_s \alpha(x) - \beta \frac{\lambda^{n-1} \varepsilon_1^2}{1 + |\varepsilon_1|} + \hat{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} \quad (13)$$

$$= -k\varepsilon_s^2 + \hat{\theta}^T \left[ -\omega(z) \varepsilon_s \alpha(x) + \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} \right] - \beta \frac{\lambda^{n-1} \varepsilon_1^2}{1 + |\varepsilon_1|}$$

$\dot{V}$ 부터  $\hat{\theta}$ 를 소거하기 위해 적응칙을 다음과 같이 선정한다.

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \omega(z) \varepsilon_s \alpha(x) \quad (14)$$

따라서 (14)를 (13)에 적용하면

$$\dot{V} = -k\varepsilon_s^2 - \beta \frac{\lambda^{n-1} \varepsilon_1^2}{1 + |\varepsilon_1|} \leq 0 \quad (15)$$

로 된다.

$\beta_a(x) \in C^1$ 이기 때문에 (5)는  $V_\varepsilon$ 이  $x$ 와  $x_d$ 의 함수임을 보여준다. 이는 임의의 유계인 초기값  $x(0), x_d(0)$ 에 대해  $V_\varepsilon(0) \in L_\infty$ 임을 보장하며, (15)를 적분하면 양수인  $k, \beta$ 에

$$\int_0^\infty \left( k\varepsilon_s^2 + \beta \frac{\lambda^{n-1} \varepsilon_1^2}{1 + |\varepsilon_1|} \right) d\tau \leq V(0) < \infty \text{ 이고 } 0 \leq V(t) \leq V(0)$$

로 된다. 따라서  $\varepsilon_s \in L_2 \cap L_\infty$ 로 되고  $\hat{\theta}(t)$ 는 유계가 된다.

결과적으로 제어입력  $u$ 와  $\dot{\varepsilon}_s$  역시 유계가 되며,  $\varepsilon_s \in L_2 \cap L_\infty, \dot{\varepsilon}_s \in L_\infty$ 이므로 Barbalat's lemma에 의해  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_s = 0$ 이 된다.

위의 결과는 아래의 정리로 요약된다.

정리 : 가정 1을 만족하는 계통 (1)에 대해 적응칙 (4)를 포함한 제어기 (10)은 페루프 시스템의 모든 신호에 대해 유계임이 보장되며, 전역적, 점근적으로  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_d(t)$ 로 됨을 알 수 있다.

IV. 시뮬레이션

본 장에서는 제시된 알고리즘의 효용성을 보이기 위해 제어대상인 플랜트는 문헌 [13]에서 다루었던 모델과 동일한 것으로 아래와 같은 2차 계통을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{x_1^2 + u}{\exp(-x_1^2)(\theta_1 + \theta_2 x_2^2)} \end{aligned} \tag{16}$$

여기서 미지의 파라미터  $\theta_1, \theta_2 > 0$ 이다.

제어목적은 플랜트의 출력  $y = x_1$ 이 기준신호  $y_d(t) = \sin(0.5t)$ 를 따라가도록 입력  $u$ 를 결정하는 것이다.

플랜트 (16)은 계통 (1)의 형태로 표현되며 여기서  $f(x) = x_1^2, g(x) = 1$ 이며,  $\beta(x) = \exp(-x_1^2)(\theta_1 + \theta_2 x_2^2)$ 이다.

(2)와 비교해서  $f_0(x) = x_1^2, \theta = [\theta_1 \theta_2]^T$ 이고  $\omega_\beta(x) = [\exp(-x_1^2) \exp(-x_1^2)x_2^2]^T$ 이다. 여기서 weight function을  $\alpha(x) = \exp(x_1^2)/(1 + x_2^2)$ 으로 선택한다.

(8), (9)로부터  $\omega(z)$ 는 아래와 같이 정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \omega(z) &= \frac{\nu}{\varepsilon_s \alpha(x)} \left[ \int_0^{\varepsilon_s} \frac{1}{1 + (\sigma + \nu_1)^2} d\sigma \int_0^{\varepsilon_s} \frac{(\sigma + \nu_1)^2}{1 + (\sigma + \nu_1)^2} d\sigma \right] \\ &= \frac{\nu}{\varepsilon_s \alpha(x)} [\tan^{-1} x_2 - \tan^{-1} \nu_1 \quad \varepsilon_s - \tan^{-1} x_2 - \tan^{-1} \nu_1]^T \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \dot{y}_d - \lambda(x_1 - y_d), \quad \nu = -\ddot{y}_d + \lambda(x_2 - \dot{y}_d) \\ h(z) &= x_1^2 \end{aligned}$$

이다.

그 때 (10), (14)로부터 제어입력은 아래와 같이 주어진다.

$$u = \left[ -k\varepsilon_s - \beta \frac{\varepsilon_1}{1 + |\varepsilon_1|} + \beta \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_s(1 + |\varepsilon_1|)} \right] (1 + x_2^2) \exp(-x_1^2) - \hat{\theta}^T \omega(z) - x_1^2$$

적용칙은

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_1 &= \gamma_1 \nu (\tan^{-1} x_2 - \tan^{-1} \nu_1) \\ \dot{\hat{\theta}}_2 &= \gamma_2 \nu (\varepsilon_s - \tan^{-1} x_2 + \tan^{-1} \nu_1) \end{aligned}$$

이다. 그리고 시뮬레이션에 사용된 계통 파라미터들은 아래와 같다.

$$[\theta_1 \theta_2]^T = [2.0 \ 0.5]^T, [x_1(0) \ x_2(0)]^T = [0.5 \ 0.0]^T$$

제어기의 설계 파라미터는  $\lambda = 1.0, k = 1.0, \gamma_1 = 10.0, \gamma_2 = 25.0, \beta = 2.0, [\hat{\theta}_1(0) \ \hat{\theta}_2(0)]^T = [0.0 \ 0.0]^T$ 이다.

그림 1 및 그림 2는 참고문헌[13]과 본 논문의 시뮬레이션 결과를 보여주고 있다. 그림 1의 (a)에서 보듯이 출력오차는 약 15초 이후 0으로 수렴함을 보였고 과도 상태 또한 비교적 좋은 결과를 보이고 있다. 반면 본 논문에서 제시된 적응 제어기를 이용한 시뮬레이션 결과에서 출력오차는 그림 2의 (a)에

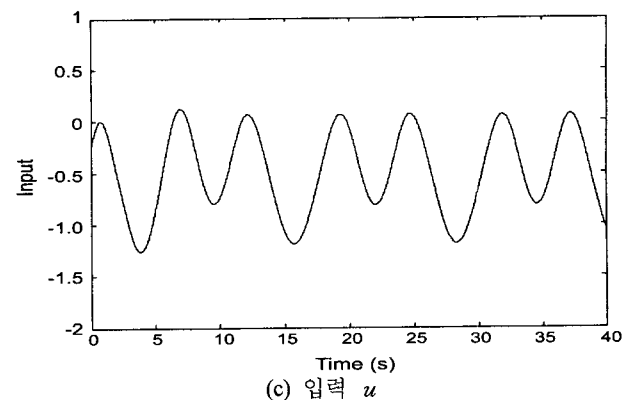
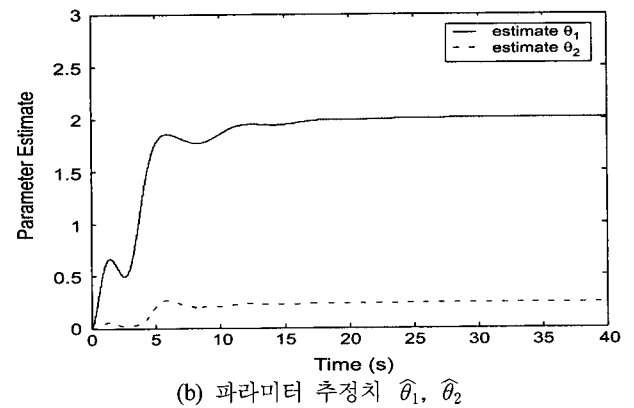
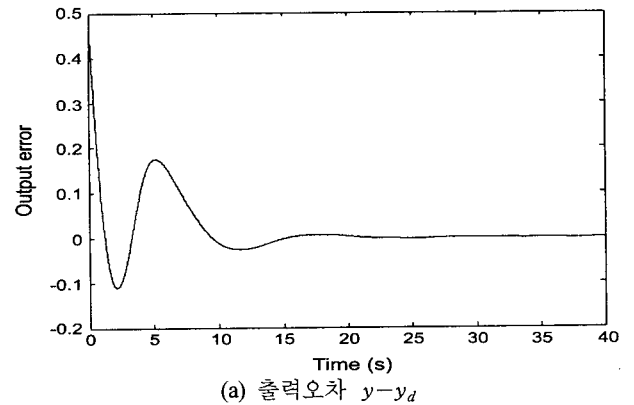


그림 1. 참고문헌 [13]의 시뮬레이션 결과.  
Fig. 1. Simulation results of reference [13].

서와 같이 약 7초 이후부터 0으로 수렴함을 확인할 수 있었고 과도 상태 또한 문헌[13]보다 훨씬 양호함을 볼 수 있다.

한편 파라미터 추정치를 비교하면,  $\theta_1$ 의 추정치 역시 문헌 [13]보다 훨씬 일찍 실제 값인 2에 수렴함을 보여주고 있다. 반면 실제 값이 0.5인 파라미터  $\theta_2$ 의 추정치는 다소 차이가 있다. 즉, 그림 1의 (b)에서는 추정치가 약 0.25에 수렴하고 그림 2의 (b)에서는 약 0.15에 수렴하고 있음을 확인할 수 있다. 여기서  $\theta_2$ 의 값은 출력오차의 수렴속도에 큰 영향을 끼치지 못함을 알 수 있으며, 이와 같이 문헌[13]과 본 논문의 파라미터 추정치가 서로 틀린 이유는 본 논문에서 제시된 적응제어기가 문헌[13]보다 출력오차를 훨씬 빠르게 수렴시키기 때문에 출력오차 값에 영향을 받는 적응칙에서 미처 파라미터를 개선시키지 못하고 있기 때문이다. 제어성능을 개선시키는데

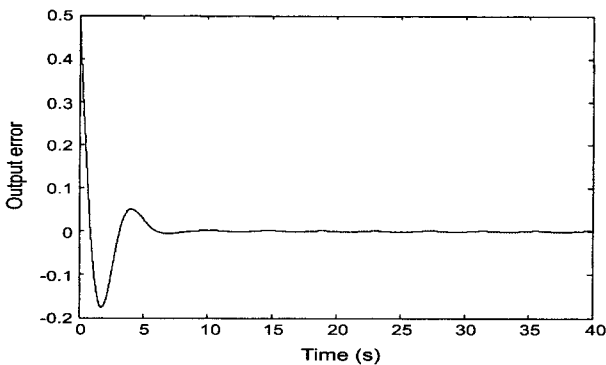
주 목적이 있고 파라미터 추정치가 유계임이 보장된다면 실제 값에 정확하게 수렴하지 않아도 될 것으로 판단된다.

**V. 결론**

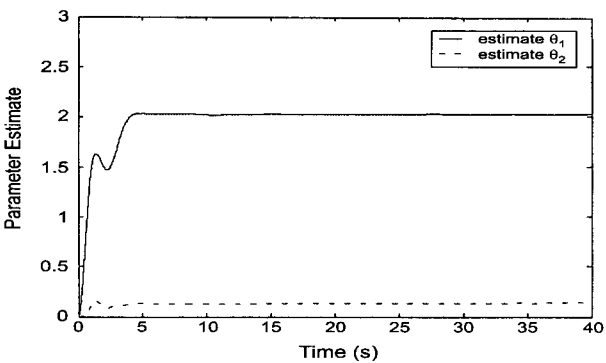
본 논문에서는 비선형 파라미터 특성을 가진 계통에서의 직접 적응제어기를 설계하여 제시하였다. 특히 제시된 알고리즘은 새로운 형태의 Lyapunov 함수를 기초로 한 제어칙(WCLF)에 정규화된 출력오차 신호를 첨가하여 제어기를 새롭게 구성하였다. 새로운 형태의 Lyapunov 함수를 적절히 선택함으로써 제어기를 포함한 전체 폐루프 계통의 안정도 및 출력오차의 점근적인 수렴성이 보장됨을 보였으며, 또한 컴퓨터 시뮬레이션의 결과를 통하여 기존에 제시된 제어 알고리즘[13]보다 과도상태에서의 성능이 개선되었음을 확인할 수 있었고 출력오차의 수렴 속도도 역시 현저하게 개선되었음을 볼 수 있었다. 따라서 본 논문에서 제시된 제어 알고리즘은 시뮬레이션 결과에서와 같이 우수한 제어 성능이 입증되어 비선형 파라미터 특성을 가진 계통에서 효과적으로 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

**참고 문헌**

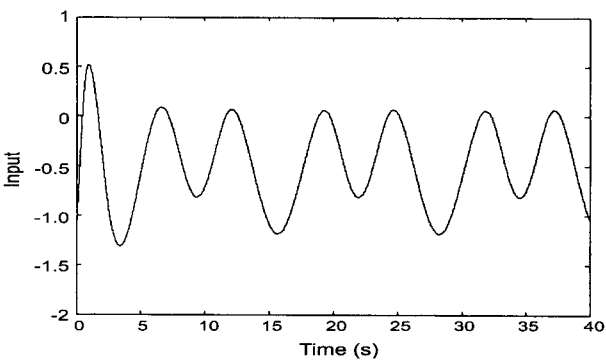
- [1] A. Balestrino, G. De Maria, , and A. S. I. Zinober, "Nonlinear adaptive model-following control," *Automatica* 20, 559-568, 1984.
- [2] J. D. Boskovic, "Stable adaptive control of a class of first-order nonlinearly parameterized plants," *IEEE Trans. Automat Control*, AC-40, 347-350, 1995
- [3] R. H. Canon, "Dynamics of physical systems," New York : McGraw-Hill, 1967.
- [4] P. A. Ioannou and J. Sun, "Robust adaptive control," Englewood Cliffs, NJ ; Prentice-Hall, 1996.
- [5] T. A. Johansen and P. A. Ioannou, "Robust adaptive control of minimum phase non linear systems," *Int. J. Adaptive Control Signal Process*, 10, 61-78, 1996.
- [6] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic, and A. S. Morse, "Systematic design of adaptive controller for feedback linearizable systems," *IEEE Trans. Automat. Control*, AC-36, 1241-1253, 1991.
- [7] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. V. Kokotovic, "Nonlinear and adaptive control design," New York : Wiley, 1995.
- [8] R. Marino, P. Tomei, "Global adaptive output-feedback control of nonlinear systems, part II : Nonlinear parameterization," *IEEE Trans. Automat. Control*, AC-38, 17-48, 1993.
- [9] R. Marino, and P. Tomei, "Nonlinear adaptive design : Geometric, adaptive, and robust," London : Prentice-Hall, 1995.
- [10] M. V. Popov, "Hyperstability of control systems," New York, NY: Springer, 1973.
- [11] S. S. Sastry, A. Isidori, "Adaptive control of linearizable systems," *IEEE Trans, Automat. Control*, AC-34, 1123-1131, 1989.
- [12] J. E. Slotine, W. Li, "Applied nonlinear control.



(a) 출력오차  $y - y_d$



(b) 파라미터 추정치  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$



(c) 입력  $u$

그림 2. 본 논문의 시뮬레이션 결과.

Fig. 2. Simulation results of the proposed scheme.

Englewood Cliff," NJ ; Prentice-Hall, 1991.

[13] S. S. Ge, C. C. Hang, and T. Zhang, "A direct adaptive

controller for dynamic systems with a class of nonlinear parameterizations," *Automatica*, 35, 741-747, 1999.



#### 이 효 섭

1964년 2월 15일생. 1986년 인천대 전기공학과 졸업. 1988년 한양대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1996년~현재 한양대 대학원 박사과정. 1991년~1996년 현대정공 연구소 근무. 1996년~현재 서울정수기능대학 자동화시스템과 조교수, 관심분야는 비선형 제어 및 응용.



#### 양 해 원

1950년 3월 20일생. 1971년 서울대 전기공학과 졸업. 1973년 동대학원 전기공학과 졸업(석사). 1982년 일본 Kyoto대학 전기공학과 졸업(박사). 1986년~현재 한양대학교 전자 컴퓨터 공학부 교수. 1993년 미국 Yale대학 방문교수, 대한 전기학회 부회장.