

유한차분 시간영역법을 이용한 콘크리트 두께측정 전자파 모델링의 적용

Application of Modeling of Electromagnetic Wave Propagation for Thickness Determination Using Finite Difference-Time Domain

남국광* · 홍철† · 임호

Rhim, Hong-Chul Nam, Guk-Kwang

(논문접수일 : 2001년 10월 18일 ; 심사종료일 : 2002년 3월 4일)

요지

레이더법은 건축구조물에 대한 비파괴 검사의 대표적인 방법의 하나이다. 레이더로 측정된 결과들을 분석하기 위해서는 전자기파의 전파에 대한 수치적인 모델링을 통한 이론적인 접근이 필요하다. 콘크리트 시편에 전파되는 전자기파를 모델링하기 위해 유한차분 시간영역법을 적용하고자 한다. 유한차분 시간영역법은 전자파 해석과 모델링을 통한 시뮬레이션에 매우 유용한 방법이다. 본 연구에서는 유한차분 시간영역법을 이용하여 두께가 다른 5개의 시편을 3차원으로 모델링하였다. 모델링 결과와 실험 결과를 비교하여 실험에서 시편 뒷 표면을 찾으며 시편두께를 측정한다.

핵심용어 : 레이더, 모델링, 유한차분 시간영역법, 비파괴 검사, 콘크리트

Abstract

The radar method is becoming one of the major nondestructive testing(NDT) techniques for concrete structures. Numerical modeling of electromagnetic wave is needed to analyze radar measurement results. Finite difference-time domain(FD-TD) method can be used to simulate electromagnetic wave propagation through concrete specimens. Five concrete specimens with different thickness are modeled in 3-dimension. Radar modeling results compare measurement results to find backface of the concrete specimens and measure thickness of the concrete specimens.

Keywords : Radar, Modeling, Finite difference-time domain method, Nondestructive Testing, Concrete

1. 서 론

콘크리트 구조물의 안전진단에 대한 관심과 요구가 높아짐에 따라 비파괴 검사에 대한 관심 역시 증대되고 있다. 콘크리트를 이용한 건축 구조물의 성능은 시간이 지남에 따라 여러 요인들에 의해 저하되기 때문에 콘크

리트 건물의 안전도뿐만 아니라 내구성 진단, 사용수명 예측, 손상원인의 규명, 유지관리 및 보수·보강 문제 가 현실적으로 대두되고 있다. 또한 구조물에 손상을 가하지 않고 그 내부를 검사하기 위해서는 비파괴 검사 가 필요하며 이에 대한 많은 연구가 필요한 실정이다.

전자기파를 이용한 비파괴 검사법인 레이더(RADAR)

* 책임저자, 정회원 · 연세대학교 건축공학과 부교수
전화: 02-2123-2792; Fax: 02-365-4668
E-mail: hcrhim@yonsei.ac.kr

* 정회원 · 연세대학교 건축공학과 대학원 석사과정

- 이 논문에 대한 토론을 2002년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2002년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

법은 전자기파가 매질 속을 일정한 속도로 직진하는 성질을 이용하여 탐지하려는 물체가 반사하는 pulse를 감지함으로써 콘크리트의 두께와 내부결합, 철근의 위치 탐색이 가능한 시험법으로 많이 사용되고 있다.¹⁾

그러나, 레이더법을 이용하여 실험할 경우 외부 환경은 실험결과에 많은 영향을 주고 있으며, 이러한 요인들이 설계 레이더 측정결과에 어떤 영향을 미치는지를 명확히 하기 위해서는 전자파의 전파과정을 모델링하고, 이를 기초로 실제 실험결과와의 비교를 통한 분석이 매우 중요하다고 할 수 있다. 또한, 모델링을 통해 전자파가 검사대상물체인 콘크리트 안에서 진행하는 모습을 영상화 할 수 있다면 이는 레이더 실측자료를 분석하는데 많은 도움을 줄 수 있다.²⁾

두께 측정 실험결과를 보면, 측정 시편의 두께가 두꺼워 질수록 두께를 판별하기가 어려워지므로 명확한 결과를 얻기가 어렵게 된다. 그러나 시뮬레이션을 통한 모델링의 경우 외부 원인의 영향을 적게 받기 때문에 이같은 장점을 이용하여 실제 실험결과와 모델링 결과를 비교 분석하여 측정결과의 신뢰도를 높이고자 한다.

연구진행은 먼저 비교적 두께가 작은 시편에 대한 두께측정 실험과 모델링 결과를 비교하여 모델링의 실험에 대한 적용 가능성을 검토하였고, 이를 통해 점차로 시편의 크기를 늘려가는 방식으로 연구를 진행하였다.

2. 유한차분 시간영역법 이론

유한차분 시간영역법이란 시간적 변화를 갖는 맥스웰 방정식을 유한차분 방정식으로 변환하여 시간과 공간에서 동시에 이산화시키는 방법으로 등방성 매질에서의 전자파 산란문제에 이 방법을 처음 적용한 이후, 전자파의 모델링에 많이 이용되고 있다.

2.1 유한차분 시간영역 방정식

맥스웰 방정식을 유한차분 시간영역법으로 풀기 위해서는 전계와 자계의 각 성분을 시간과 공간으로 이산화시켜야 한다. 시간과 공간에 관한 성분을 다음의 표기법을 사용하여 이산화하면 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

$$(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \quad (1a)$$

$$t_n = n\Delta t \quad (1b)$$

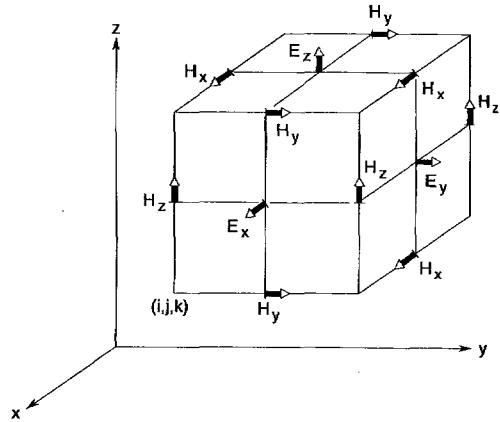


그림 1 직각 좌표계에서의 Yee's mesh

$$u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = u_{i,j,k}^n \quad (1c)$$

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 는 각 x, y, z 방향의 공간이산간격이며, Δt 는 시간축의 이산간격이다.

이산화된 맥스웰의 1차 편미분 방정식을 계산하기 위해 그림 1과 같은 격자구조(Yee's Mesh)에 중심차분 근사를 적용하였다. 이 격자구조의 3차원의 공간에서 각각의 \vec{E} 요소들은 4개의 \vec{H} 요소로 둘러싸여져 있고, 각각의 \vec{H} 요소들은 4개의 \vec{E} 요소로 둘러싸여져 있으며, 전계와 자계 성분은 공간축 상에서 서로 반공간 ($\Delta x/2, \Delta y/2, \Delta z/2$)씩, 시간축 상에서 반시간 ($\Delta t/2$)씩 엇갈리게 배치된다. 이를 Leap-frog 알고리즘이라고 한다.³⁾

Yee 알고리즘을 이용하여 3차원의 맥스웰 편미분 방정식을 6개의 유한차분 시간영역의 방정식으로 나타낼 수 있다. 그 예로, 다음의 식(2)은 x축 방향의 전기장 E_x 의 유한차분 방정식이며, 식(3)은 y축 방향의 자기장 H_y 의 유한차분 방정식이다.

$$\begin{aligned} E_x|_{i,j,k}^{n+1} &= \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}} \right) E_x|_{i,j,k}^n \\ &\quad + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}} \right) \\ &\quad \times \left[\begin{aligned} &\frac{H_z|_{i,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z|_{i,j-1/2,k}^{n-1/2}}{\Delta y} - \\ &\frac{H_y|_{i,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_y|_{i,j,k-1/2}^{n-1/2}}{\Delta z} \end{aligned} \right] \quad (2) \end{aligned}$$

$$H_y|_{i,j,k}^{n+1/2} = \left(\frac{1 - \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta t}{2 \mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta t}{2 \mu_{i,j,k}}} \right) H_y|_{i,j,k}^{n-1/2} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\rho'_{i,j,k} \Delta t}{2 \mu_{i,j,k}}} \right) \times \left[\frac{\frac{E_z|_{i+1/2,j,k}^{n+1/2} - E_z|_{i-1/2,j,k}^{n-1/2}}{\Delta x} - \frac{E_x|_{i,j,k+1/2}^{n+1/2} - E_x|_{i,j,k-1/2}^{n-1/2}}{\Delta z}}{\frac{E_x|_{i,j,k+1/2}^{n+1/2} - E_x|_{i,j,k-1/2}^{n-1/2}}{\Delta z}} \right] \quad (3)$$

여기서, E : 전계강도(V/m)

H : 자계강도(A/m)

2.2 안정조건(Stability)

중심차분 근사를 이용하여 식(2)의 균사식을 얻어 릴 때 각 공간과 시간 스텝 간에 2차 오차가 발생한다. 각 스텝과의 오차가 축적되지 않기 위해서 최대시간스텝은 유한차분 방정식들의 안정조건 식(4)에 의해 제한된다.

$$\Delta t \leq \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}} \quad (4)$$

2.3 흡수경계조건(ABC)

본 연구에 사용된 경계조건은 Mur의 1,2차 흡수경계조건으로 식(5)은 3차원 직각좌표계에서 $x=0$ 인 경계면에 대한 Mur의 2차흡수경계조건을 나타낸다.

$$W|_{0,j,k}^{n+1} = -W|_{1,j,k}^{n-1} + \frac{c \Delta t - \Delta x}{c \Delta t + \Delta x} (W|_{1,j,k}^{n+1} + W|_{0,j,k}^{n-1}) + \frac{2 \Delta x}{c \Delta t + \Delta x} (W|_{0,j,k}^n + W|_{1,j,k}^n) + \frac{(c \Delta t)^2 \Delta x}{2 \Delta y^2 (c \Delta t + \Delta x)} \times \left[W|_{0,j+1,k}^n - 2W|_{0,j,k}^n + W|_{0,j-1,k}^n \right] + \frac{(c \Delta t)^2 \Delta x}{2 \Delta z^2 (c \Delta t + \Delta x)} \times \left[W|_{0,j,k+1}^n - 2W|_{0,j,k}^n + W|_{0,j,k-1}^n \right] \quad (5)$$

3. 실험

3.1 실험 원리

레이더를 이용한 콘크리트 탐사는 그림 2에서와 같이 안테나를 통해 콘크리트 내부로 전자파를 방사한 후 반사되어 오는 신호를 영상화하여 해석하는 것으로, 안테나로부터 송신된 전자파는 콘크리트의 경계면과 그 내부의 철근, 공동 등 여러 요인들의 상이한 전자기적 특성에 의해 그 경계면에서 반사가 일어나며, 이 반사파를 수신, 분석하여 콘크리트의 두께 및 콘크리트 내부의 상황을 파악할 수 있다.^{4),5)}

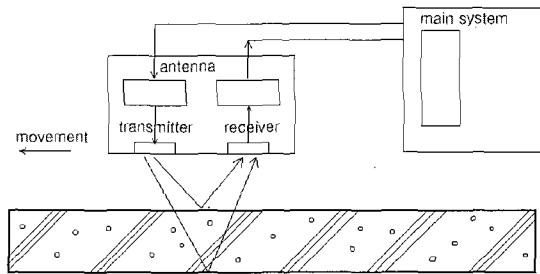
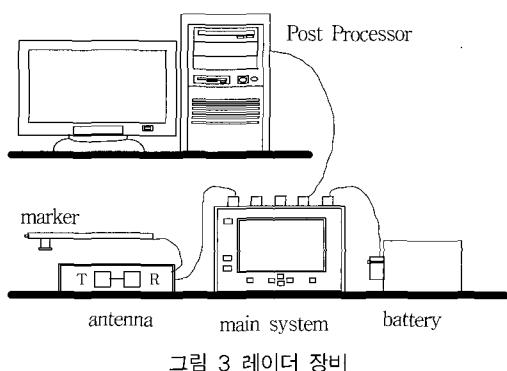


그림 2 레이더실험 원리

3.2 실험장비

실험장비로는 상용 레이더 시스템에 1GHz의 중심 주파수를 갖는 안테나를 연결해서 사용하였다. 사용된 시스템에서의 송신파(incident wave) 특성을 요약해 보면 다음과 같다. 그림 3은 본 연구에서 사용한 레이더 장비이다. 컴퓨터, 본체, 안테나, 바이터리 네 부분으로 구성되었다.



한국전산구조공학회 논문집 제15권 제2호(2002.6) 343

- Center Frequency : 1GHz
- Frequency Bandwidth : 1GHz(0.5~1.5GHz)
- Pulse Repetition Frequency : 50KHz
- Radiated Power : 0.52mW

$$\epsilon_r = \left(\frac{c}{v}\right)^2 \quad (7)$$

여기서, $v = \frac{D}{\Delta t/2}$ (m/s)
 $c = 3 \times 10^8$ (m/s)

3.3 시편 제작

제작 시편은 유효측정 범위 및 두께 측정을 위한 총 5개의 시편을 제작하였다. 물-시멘트비는 60%이고 시멘트 : 모래 : 자갈의 중량배합비는 1 : 2.69 : 3.71이며 4주 재령 압축강도는 154.8kgf/cm²이다. 시편의 치수는 다음의 표 1과 같다.

표 1 두께측정 실험체

No.	길이(mm) × 폭(mm) × 두께(mm)
1	900 × 600 × 50
2	900 × 600 × 100
3	900 × 600 × 150
4	900 × 600 × 200
5	900 × 600 × 250

3.4 두께 측정

시편의 두께는 앞면의 측정시간과 뒷면에서의 측정시간과의 차이, 즉 콘크리트 시편 내에서의 진행시간에 속도를 곱하여 구할 수 있다. 이때의 시간차는 왕복시간차이므로, 1/2를 곱한 값에 전자파가 시편 내에서 진행 속도를 곱해야, 시편의 두께가 나오게 된다.⁶⁾

$$D = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \times \frac{\Delta t}{2} \quad (6)$$

여기서, D : 두께(mm)

$$c = 3 \times 10^8 \text{ (m/s)}$$

ϵ_r : 유전상수

Δt : 시간간격(ns)

시편의 모델링을 위해서는 실험체의 유전상수(ϵ_r)를 알아야 함으로, 본 연구에서는 비교적 측정이 쉬운 시편에서의 실험을 통해 유전상수를 측정하였고, 다음과 같은 식(7)를 사용하였다.⁷⁾

4. 모델링

본 연구의 모델링 방법은 유한차분 시간영역법을 이용하였고, 사용 주파수는 실험에서와 동일한 1 GHz을 사용하였다.

4.1 입사파(Incident wave)

입사파의 경우, Ground Penetrating Radar(GPR) 모델에서 많이 사용하는 사인파를 적용하였고, 전자파와 모델링에 사용된 사인파는 식(8)과 같다.

$$f(t) = \sin(2 \times \pi \times f \times t) \quad (8)$$

여기서, f : 주파수(GHz)
 t : 전자파의 진행 시간(ns)

식(8)을 유한차분 시간영역법에 적용하기 위해 변형하면 다음의 식(9)와 같다.

$$f(t) = \sin\left(\frac{2 \times \pi \times t}{\beta \times \Delta t}\right) \quad (9)$$

여기서, $\beta \cdot \Delta t$: 일시적인 시간간격(ns)

Δt : 시간간격(ns)

그림 4는 유한차분 시간영역법 프로그램 상에서의 사인파를 시간영역으로 나타낸 것으로, 모델링에 사용된 사인파 파장(λ)은 $\beta \cdot \Delta t \cdot v$ 이다.

4.2 모델링 계산영역

두께 측정을 위한 시편의 크기는 900(mm) × 600(mm) × 두께(mm)를 가지며, 시편의 두께는 실제 실험에서와 동일한 조건으로 50mm, 100mm, 150mm, 200mm, 250mm 등 총 5개 시편을 모델링하였다.

본 연구에서는 모델링 경계에서 나타날 수 있는 오류

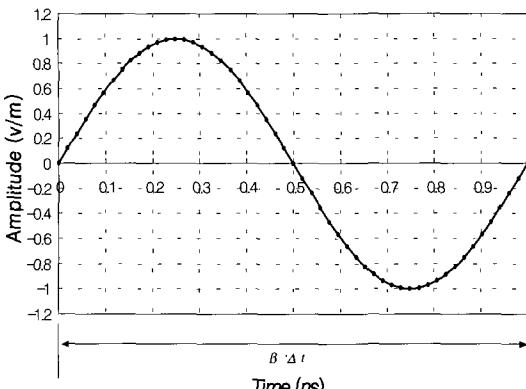


그림 4 프로그램 상에서의 사인파

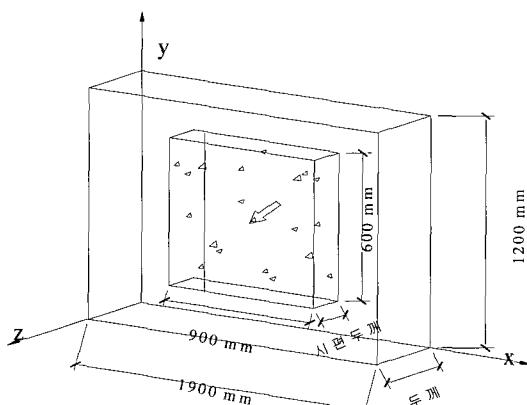


그림 5 계산영역과 시편의 위치

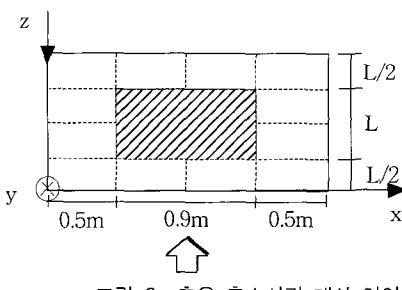


그림 6 z축을 축소시킨 계산 영역

요인을 없애기 위해서 시편을 계산영역 중앙에 위치시켰으며, 시편 양끝에서 경계까지 시편 길이의 1/2만큼 여유를 두었다. 입사파는 두께 방향으로 진행한다.

4.3 프로그램 제한

본 연구에 사용된 FORTRAN 컴파일러의 특성상,

표 2 실험에서 유전상수 계산

Thickness D(mm)	Elapsed Time(ns)		Travel time ΔT(ns)	Dielectric constant
	front surface	back surface		
50	0.82	1.83	1.01	9.18
100	0.68	2.66	1.98	8.82
150	0.64	3.60	2.96	8.76

프로그램 수행시 총 메모리 크기가 256 MB를 넘어서는 안된다. 3차원 모델링시 x축, y축, z축의 공간 간격이 동일할 경우 전체 계산영역은 191cells×191cells×191cells(전체 셀 개수=6,229,504개)까지 해석할 수 있다. x축, y축, z축의 공간 간격이 동일하지 않을 경우, 전체 계산 영역은 192 cells×191cells×191cells(전체 셀 개수=7,004,352개)까지 해석할 수 있다.⁴⁾

4.4 셀 간격 조건

실제 실험하는데 있어서 유전상수는 전자파가 실험체내에 진행 속도를 좌우한다. 두께가 큰 시편경우에는 파의 감쇠에 인하여 실험결과 분석에 어려움이 있다. 이러한 정확한 유전상수를 구할 수 없다. 본 연구에서는 뒷 표면 위치를 명확히 얻을 수 있는 두께가 50mm, 100mm, 150mm인 시편을 통하여 식(10)을 이용하여 유전상수를 계산했다. 레이더에서 수신한 전자파는 왕복파기 때문에 2배로 증가 해야한다. 표 2는 두께가 50mm, 100mm, 150mm인 시편에서의 실험을 통해 구한 유전상수 값으로, 이들의 평균값 8.9(≈ 9)를 구하여 모델링에 적용하였다.

$$\epsilon_r = \left(2 \times \frac{c}{D/\Delta t} \right)^2 \quad (10)$$

여기서, D : 두께(mm)

Δt : 시간간격(ns)

ϵ_r : 유전상수

정확한 모델링 결과를 얻기 위해서는 식(11)과 같이 계산 영역의 공간 간격이 입사파 파장 길이의 1/10~1/20이 될 때 적당하다. 표 3은 모델링에서 사용한 두께, 유전상수, 셀 간격, 총 셀 개수이다.^{5,7)}

$$\frac{\lambda}{20} \leq \Delta \leq \frac{\lambda}{10} \quad (11)$$

여기서, λ : 파장

Δ : 셀 간격

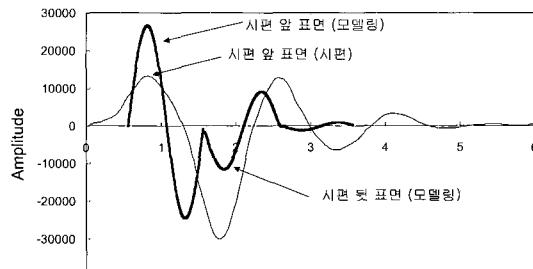
표 3 모델링에서 사용한 계수

두께 (mm)	유전상 수	파장 (mm)	Δ (mm)	총 셀 개수	셀 개수 조건	셀 간격 조건
50	9	100	5	54000	만족	만족
100	9	100	5	108000	만족	만족
150	9	100	5	162000	만족	만족
200	9	100	5	216000	만족	만족
250	9	100	5	270000	만족	만족

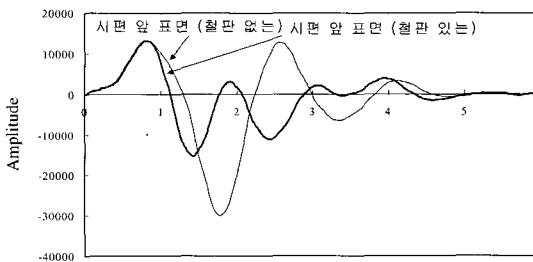
5. 두께 측정 실험 결과 분석

전자파는 매질의 성질이 변함에 따라 서로 다른 전자기적 특성으로 인해 반사가 일어나며, 이러한 반사파를 수신함으로써 두께를 측정 할 수 있다. 실험에서는 공기에서 콘크리트로 변할 때의 파형을 확인하여 시편의 앞 표면을 찾아낼 수 있으며, 뒷 표면의 경우 전자파가 철판에 전반사하는 성질을 이용하여, 철판을 시편의 뒷 표면에 위치시킬 경우와 그렇지 않은 경우의 파형을 비교하여 뒤 표면의 위치를 찾아낼 수 있다. 즉, 철판이 있는 경우는 전반사가 일어나게 되므로, 철판이 유무의 차이값을 봤을 때, 가장 큰 값을 가지는 시점이 시편의 뒷면이라고 할 수 있다. 그러나 두께가 커질수록 파의 감쇠와 간섭(noise)등이 크게 발생하게 되고, 이로 인해 위치를 판별하는데, 어려움이 따르게 된다. 따라서 본 연구에서는 이러한 요인을 고려하기 위해 모델링을 통한 해석결과와 실제 실험에서의 결과를 비교하여 측정하였고, 실험결과, 무 철판값과 유 철판값의 차이값을 그래프로 비교하여 음의 최대 peak 점이 시편의 뒤 표면임을 알 수 있었다.

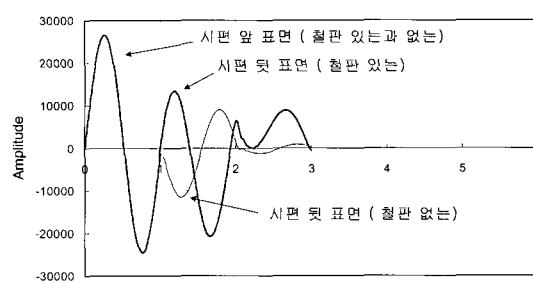
뒷 표면 위치를 정확히 측정하기 위해 시편 두께가 50mm시 모델링 결과와 실험결과를 그림 7(a)처럼 비교하였고, 그래프에 첫 peak 점 즉, 콘크리트 앞 표면을 일치 시켰다. 그림 7(b)는 실험에서 측정된 철판이 있는 경우와 철판 없는 경우의 결과를 비교한 것으로, 이들의 차이값을 그래프를 그리면 뒷 표면 위치를 정확히 찾을 수 있다. 그림 7(c)에서는 모델링에서의 경우를 비교한 것으로, 실험에서 뒷 표면 측정 결과와 모델링에서 뒷 표면 측정 결과의 철판 유무 차이값을 그림 7(d)에서 비교하였다. 여기서 실험 결과와 모델링



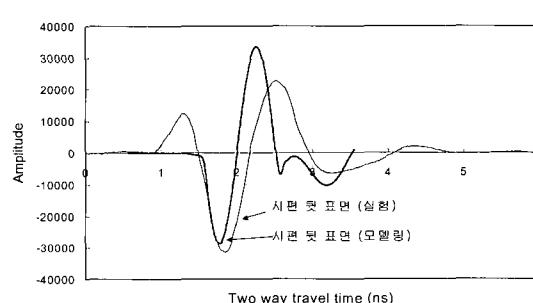
(a) 모델링 결과와 실험 결과 비교



(b) 실험에서 철판 유무 결과 비교



(c) 모델링에서 철판 유무 결과 비교



(d) 모델링과 실험 뒷 표면 측정결과 비교

그림 7 시편 두께 50mm 결과 비교

결과가 비슷한 것을 알 수 있다. 그림 8, 그림 9에서는 같은 방법으로 시편 두께 100mm, 150mm의 실험 결과와 모델링 결과를 비교한 결과, 앞선 실험에서의 결과와 같이 두 측정 결과도 좀 더 명확한 위치를 판별 할 수가 있었다. 그리고 200 mm, 250 mm의 두께의 시편에서도 비슷한 결과를 나타내었다. 그림 10는 두께가 200mm시 모델링 측정결과와 실험 측정 결과를 비교한 것으로, 실험 측정결과에서는 noise등의 감쇠로 인해 식별이 용이하지 않았지만, 모델링결과도 파의 감쇠로 인한 영향은 받았지만, 뒷 표면 위치를 찾을 수 있었다. 그림 11에서는 두께가 250mm시 모델링결과를 통하여 시편 뒷 표면 위치를 찾을 수 있었다. 이상과 같이 레이다를 통한 두께 측정의 경우, 실제 실험결과에서는 식별이 용이하지 않았던 부분이 모델링 결과와의 비교를 통한 정확한 위치판별이 가능하였고, 두께측정시 보완적 방법으로 이용될 수 있음을 검증하였다.

6. 결 론

1. 두께 측정 실험을 모델링화할 때, 시편의 뒷 표면을 정확히 찾기 위해 뒷 표면에 철판이 있는 경우와 철판이 없는 경우의 해석 결과를 같이 표현하여 비교하면 두께를 쉽게 찾아낼 수 있었다. 같은 방법으로 모델링을 하여 모델링결과와 실험결과를 비교하였을 때 결과가 비슷한 곳에 있는 것을 알 수 있었다. 이는 레이더 모델링을 실제 실험결과 분석에 적용할 수 있다는 것을 증명하였다.
2. 1GHz 안테나를 이용한 두께측정 실험에서 시편 두께가 크면 파의 감쇠에 인하여 그래프를 판독하기 어려우며, 두께가 200mm 넘는 경우에는 뒷면을 확인이 어렵다. 따라서 모델링은 외부 영향을 적게 받기 때문에 뒤 표면 위치를 좀 더 정확히 확인할 수 있으며, 모델링 결과를 통하여 실험결과와 비교하면 실험에서 뒤 표면 명확히 확인할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단(KOSEF)에서 설립한 서울대학교 지진공학연구센터(KEERC)로부터 연구비를 지원받았고, 교육부의 이공계대학연구소 기자재 첨단

화 지원사업에 따라 연세대학교 공과대학 비파괴구조 연구실이 보유하고 있는 첨단기자재를 사용하였다.

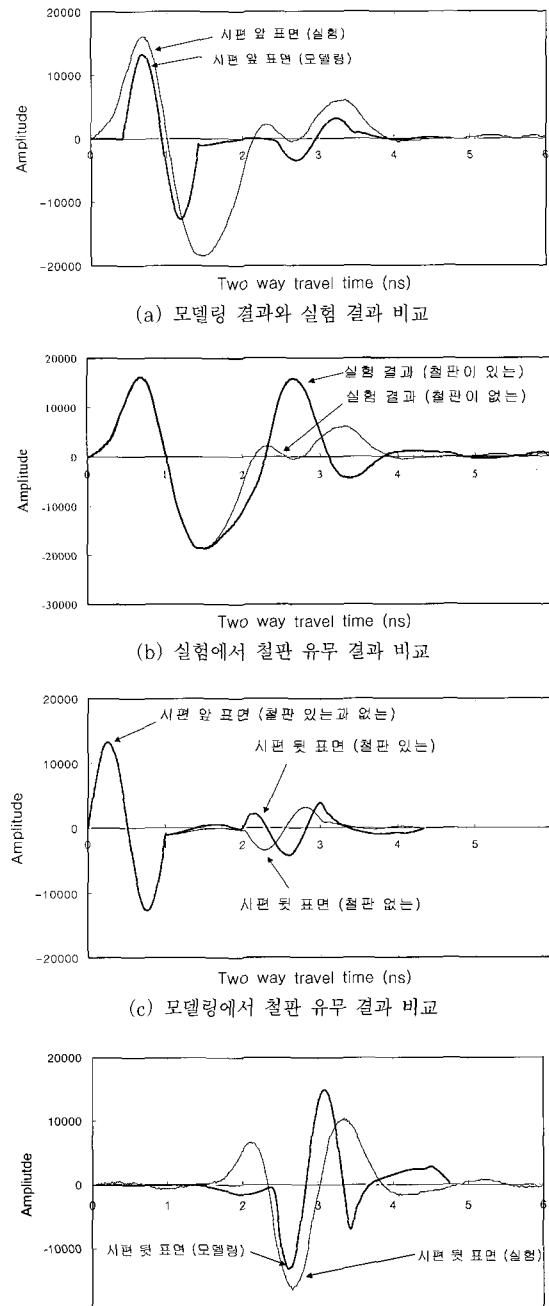


그림 8 시편 두께 100mm결과 비교

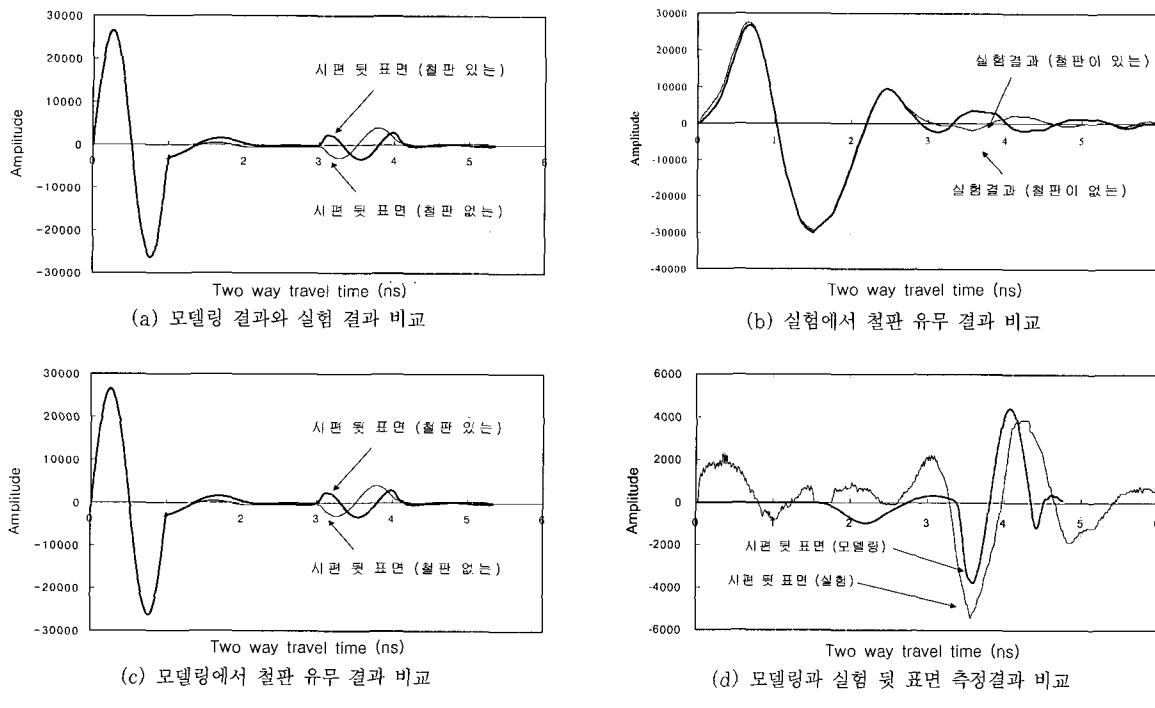


그림 9 시편 두께 150mm 결과 비교

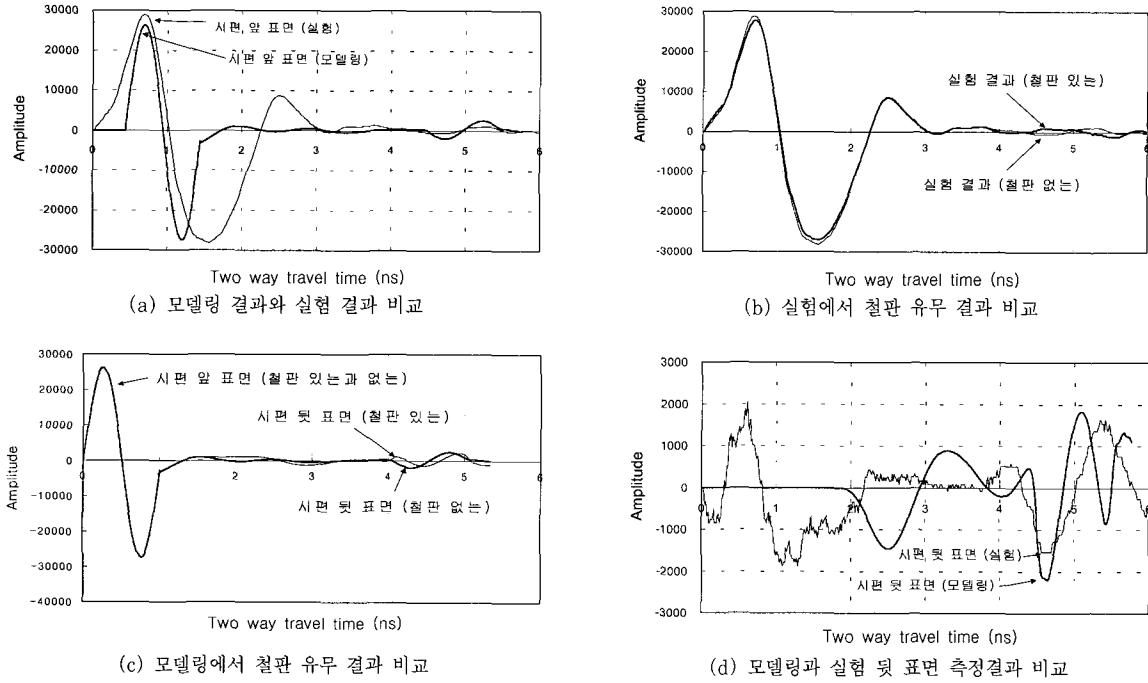


그림 10 시편 두께 200mm 결과 비교

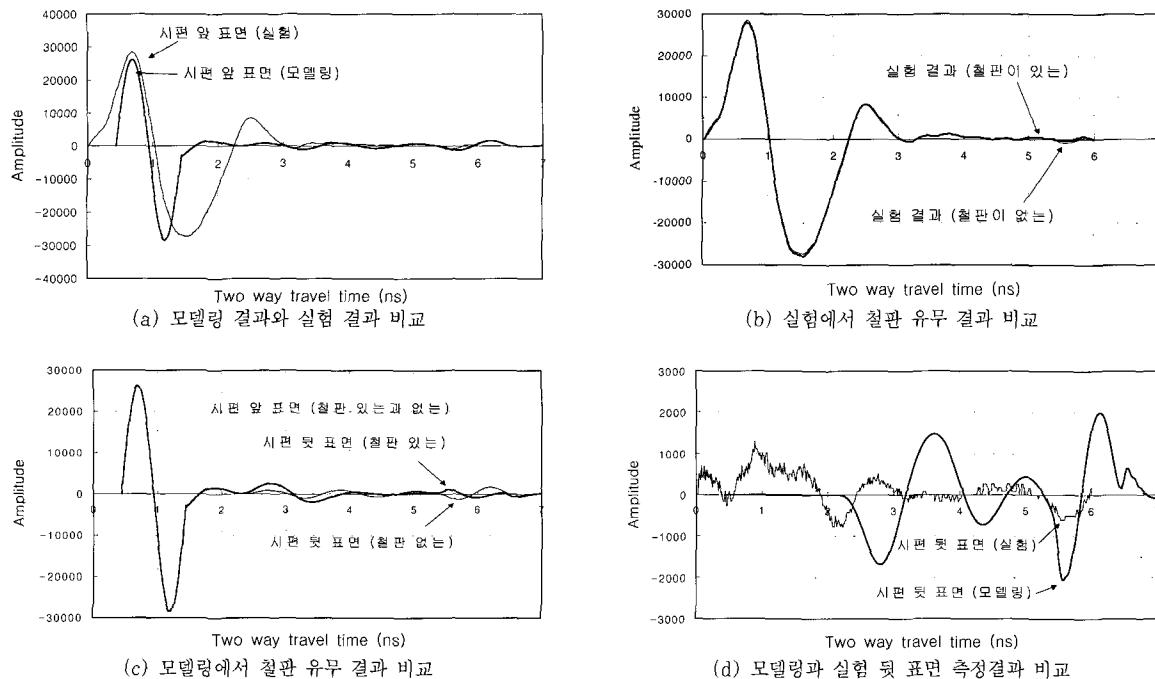


그림 11 시편 두께 250mm 결과 비교

참 고 문 헌

- Chong, K. P., Scalzi, J. B., and Dillon, O. W., "Overview of Nondestructive Evaluation Projects and Initiative at NSF" *Journal of Intelligent Materials, System and Structures*, Vol. 1, 1990, pp.422~431
- 박석균, 임홍철, "전자파를 이용한 콘크리트 구조물의 비파괴검사", *콘크리트학회지*, 제10권, 제2호, 1998, pp.27~39
- K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", *IEEE Trans. Antennas Propagat*, Vol. AP-14, No. 3, 1996, pp.302~307
- Johnson, R. C., *Antenna Engineering Handbook*,

- McGrawHill, New York, 1477, 1993, pp.125
- 임홍철, 조윤범, "유한차분 시간영역법을 이용한 콘크리트의 두께측정과 철근위치 탐사를 위한 전자기파 전파 모델링", *한국전산구조공학회 논문집*, 제12권, 제4호, 1999년, 12월, pp.639~6482
 - Buyukozturk, O., Rhim, H. C., "Modeling of Electromagnetic Wave Scattering by Concrete Specimens", *Cement and Concrete Research*, Vol. 25, No. 5, 1995, pp.1011~1022
 - 임홍철, 이지훈, 손병오, "fp이더를 이용한 콘크리트의 두께 측정과 유효 측정 범위 설정에 관한 연구", *한국비파괴검사학회지*, Vol. 20, No. 4, 2000, pp.305~313
 - A. Taflove, *Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method*, Artech House, Boston · London, 1995, pp.599