

# 패널영역의 변형을 고려한 강뼈대 구조물의 이산화 최적설계

## Discrete Optimum Design of Steel Framed Structures Subjected to Deformed of Panel Zone

박 순 응<sup>†</sup>      박 문 호\*      권 민 호\*\*      장 준 호\*\*\*  
Park, Soon-Eung      Park, Moon-Ho      Kwon, Min-Ho      Chang, Chun-Ho  
(논문접수일 : 2001년 9월 19일 ; 심사종료일 : 2002년 4월 30일)

### 요 지

본 연구의 목적은 패널영역을 고려한 2차 탄소성형지해석을 이용한 평면 강뼈대구조물의 이산화 최적설계알고리즘을 개발하는데 있다. 강뼈대구조물의 일반적인 해석은 구조물의 거동에서 패널영역 변형의 효과를 고려하지 않는다. 최적설계의 목적함수는 강뼈대구조물의 중량을 함수로 취하였으며, 제약조건식은 하중저항계수법(AISC-LRFD1994)시방규정을 근거로 하였다. 강뼈대구조물의 해석에서 현실적인 모델 사용의 중요성을 입증하기 위해 접합부 모델에서 패널영역을 고려하지 않은 수치해석과의 비교로부터 이 모델의 타당성이 판명되어진다. 개발된 알고리즘은 범용 프로그램인 SAP2000의 최적설계결과와 비교하여 본 연구에서 개발된 최적화 알고리즘의 타당성을 입증하였다. 이 연구의 결과는 일반적인 강뼈대구조물의 설계방법보다 패널영역의 거동을 고려한 최적설계 알고리즘이 더 경제적인 설계라는 것을 나타내었다.

**핵심용어** : 패널영역, 강뼈대구조물, 2차 탄소성형지 해석, 이산화 최적설계

### Abstract

The main objective of this study is to develop an discrete optimization algorithm of plane steel frames with rigid using second-order-elastic-plastic hinge analysis which is considering panel zone.

Conventional analyses of steel frame are usually carried out without considering the effect of panel zone deformation on frame behavior. The validity of this model is established by comparison without panel zone on joint models is analyzed numerically to demonstrate the importance of using realistic models in steel frame analysis. The objective function is taken as Weight of steel frames and the constraints are formulated based on AISC-LRFD (1994). The validity of the developed algorithm are demonstrate by comparing the result with those of SAP2000. The result of the study indicates that the optimal design algorithm considering of panel zone behavior more economic design than simple steel frame design methods.

**Keywords** : panel zone, steel frame, second-order-elastic-plastic hinge analysis, discrete optimization

† 책임저자, 정회원 · 경북대학교 공과대학 토목공학과 박사수료  
전화: 053-950-6445; Fax:053-950-6428  
E-mail: plastic2@hanmail.net

\* 정회원 · 경북대학교 공과대학 토목공학과 교수

\*\* 정회원 · 경상대학교 공과대학 토목공학과 전임강사

\*\*\* 정회원 · 계명대학교 공과대학 토목공학과 전임강사

• 이 논문에 대한 토론을 2002년 9월 30일까지 본 학회에  
보내주시면 2002년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

### 1. 서 론

일반적으로 국내외의 실무분야에서는 패널영역의 변형 및 접합부의 유한치수효과를 고려하지 않고 부재 중심간거리(center-to-center)를 사용한 골조해석에 근거하여 설계하였다. 패널영역의 거동을 고려하지 않은 구조 모델링을 통한 해석을 수행하므로써 실제 거동과의 차이를 보였다. 횡하중 작용시 패널영역을 고려하므로써, 패널영역의 국부강성을 증가시키고 전체구조물의 저항과 유연성이 횡하중에 대해 증가한다는 것이다.

패널영역에 대한 실험적인 연구가 Fielding<sup>1)</sup>, Bertero<sup>2)</sup>, Becker<sup>3)</sup>와 Kato<sup>4)</sup>에 의해 행하여졌다. Krawinkler<sup>5)</sup>는 패널이 반복하중을 받을 때 보-기둥 접합 패널이 기둥 복부의 초기항복의 범위를 넘어선 큰 전단저항력을 낸다는 이론을 전개했다. 세분화된 패널 영역은 일반적으로 안정적인 에너지 손실특성을 가지고 있으며, 용접부균열이 발생하기 전의 큰 순환적인 비탄성변형에 저항한다. 보에서 소성힌지가 발생한다는 것과 패널영역이 전단에 항복한다는 것이다.

패널영역이 전단에 항복한다는 이론을 수용함으로써 강접합부설계비용을 어느정도 절감할수 있기 때문이다. 그러나 지나친 패널영역의 변형은 횡방향변위가 있는 골조구조물의 전체적인 거동에 영향을 줄 수 있다. 패널영역에 작용하는 힘은 그림 1과 같다.

만약, 축하중과 모멘트가 크다면 패널영역은 점점 비탄성으로 변형할 것이고 골조구조물의 저항력과 처짐이 영향을 받을 것이다. 패널영역의 전단변형에 의한 골조구조물의 이동의 증가는 구조물을 오래가지 못하게 한다. 그러므로 이동을 제한하거나 하중계수에 의한 패널영역의 항복을 막기위해 적절한 대책이 있어야한

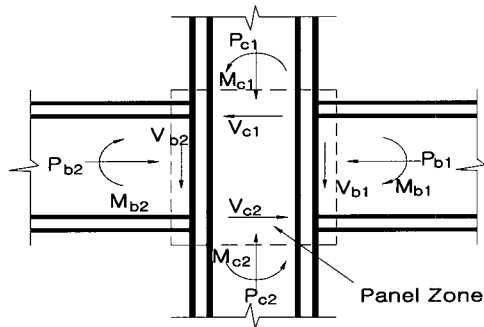


그림 1 패널영역에 작용하는 힘

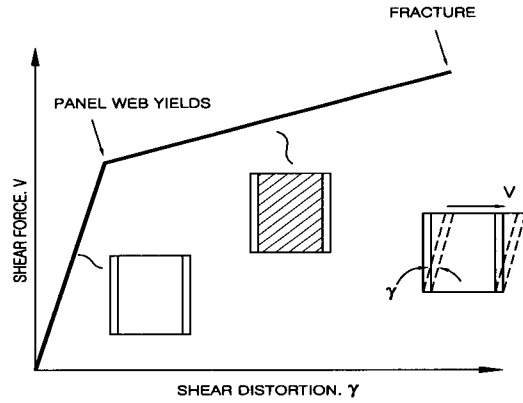


그림 2 패널절점부의 전단력-변형률 거동

다. 최근의 AISC-LRFD(1994)규정에 의한 패널영역의 설계시 필요조건과 개발조건의 배경을 설명했다. 특히 보-기둥 패널영역의 설계시 두가지 표준이 거론되었다. 첫 번째는 패널영역의 복부의 Von Mises 1차 항복표준이며 두 번째는 패널영역 접합부에 둘러싸인 경계요소의 휨저항력에서 유도된 패널의 항복후 전단 저항력을 이용하는 방법이다. 그림 2는 패널영역 절점부의 전단력-변형률거동을 나타내고 있다.

패널영역의 접합부에서의 강접합골조구조물의 비선형거동은 앞의 두가지 경우에 의해 설계되었다. 2차 탄소성형힌지해석은 뺨대구조물의 강도와 내구성의 한계를 파악하기위해 사용되었다. 이 연구에서는 전체적인 골조구조물의 저항력에서 패널영역 변형의 영향에 대해 언급하였다.

본 연구에서는 2차 탄소성형힌지해석중 하중증분기법을 적용하여 개별부재 및 전체 구조시스템의 정보를 이용 최적화를 수행할 수 있는 이산화 최적화기법을 개발하였다. 최적화문제형성시 목적함수는 강재의 중량을 택하였고, 제약조건은 AISC-LRFD 94<sup>6)</sup>규준에 의해 조건식을 정식화 하였다. 부재의 단면은 AISC-LRFD의 WF단면을 이용하여 이산화 최적설계를 수행하였다. 강골조 구조물에서 보-기둥 접합부와 패널영역의 거동을 복합적으로 고려하여 기하학적 비선형과 소성힌지개념을 고려한 구조해석을 수행하고, 그 해석결과를 이용하여 강구조 시방규정인 AISC LRFD 1994 Code를 근간으로 하여 강접합부의 최적단면을 결정후 2차 탄소성형힌지해석으로 강골조구조물의 하중-변위 관계로부터 패널영역을 고려한 강골조구조물의 최적설계를 수행하였다.

## 2. 패널영역의 유한요소 해석

### 2.1 패널영역의 유한요소 모델링

패널영역의 영향을 고려하기 위해 본연구에서 Lui and Chen모델을 채택하였다. Lui and Chen모델은 유한요소공식에 근거를 두고 있다. 패널영역 연결부는 하나의 복부요소와 두 개의 플랜지를 이용하여 설계했다. 패널영역의 모델에 사용된 플랜지 요소는 12개의 자유도를 갖는 2차원 평면응력 요소이다. 플랜지요소와 복부요소가 관련된 tangent 강성은 다르게 공식화되었지만 그것들은 패널접합부 요소를 형성하기 위해 같이 나타난다. 패널복부의 소성상태는 Von Mises의 항복표준(or J2이론)으로 나타낸다. 재료적인 변형도경화는 등방성경화이론으로 가정되었다. 보-기둥의 자유도와 연결이 다른 종류인 패널요소는 세분화된 운동학적 공식은 Lui<sup>7)</sup>(1985)에 의해 보고되었다. Lui and Chen에 의해 제안된 패널영역모델은 패널영역의 변형의 전단형태의 확장과 휨변형을 설명한다. 그림 3은 패널절점부의 유한요소 모델링을 나타내고 있다.

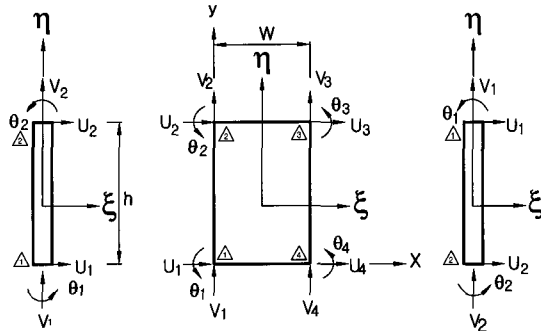


그림 3 패널절점부의 유한요소 모델링

#### 2.1.1 패널복부판의 유한요소 해석

복부판 요소의 변위(u, v, θ)를 국부좌표계(ξ, η)로 정식화하면 식(1)과 같다.

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u(\xi, \eta) \\ v(\xi, \theta) \\ -\frac{\partial u(\xi, \theta)}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \xi & \eta & \xi\eta & \eta^2 & \xi\eta^2 & \eta^3 & \xi\eta^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \eta & \xi\eta \\ 0 & 0 & \frac{-2}{h} & \frac{-2\xi}{h} & \frac{-4\eta}{h} & \frac{-4\xi\eta}{h} & \frac{-6\eta^2}{h} & \frac{-6\xi\eta^2}{h} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서, h=패널영역의 높이

유한요소법에 의한 요소강성 매트릭스를 변형률-변위로 관계로 나타내면 식(3)과 같다.

$$\underline{\epsilon}_w = \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (3)$$

여기서, ε<sub>x</sub>와 ε<sub>y</sub>는 각각 x축 방향과 y축 방향의 법선변형률이며 γ<sub>xy</sub>는 x-y평면에서의 요소의 전단변형률이다. 식(3)중 변위(u, v)의 변화율을 국부좌표계(ξ, η)의 변화율로서 정립하면 식(4)와 같다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I^{-1} \\ \\ \\ I^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (4)$$

식(4)중 I<sup>-1</sup>는 식(4a)으로, 변위의 국부좌표계의 변화율은 식(4b)로 정식화된다.

$$I^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{w}{2} & 0 \\ 0 & \frac{h}{2} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{w} & 0 \\ 0 & \frac{2}{h} \end{bmatrix} \quad (4a)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial \eta} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \xi} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \eta} & 0 \end{bmatrix} N_w d_w \quad (4b)$$

식(2), 식(3), 식(4a) 및 식(4b)의 관계로부터 식(5)가 정립된다.

$$\underline{\varepsilon}_w = \underline{B}_w \underline{d}_w \quad (5)$$

식(5)중 매트릭스  $\underline{B}_w$ 는 식(9)와 같다.

여기서,  $h$ =패널영역의 높이,  $w$ =패널폭부의 폭

패널영역의 폭부의 강성행렬을 변형률-변위관계로 유도하여 정식화하면 식(7)과 같이된다.

$$\underline{K}_w = \int_v \underline{B}_w^T \underline{D} \underline{B}_w \, dv \quad (6)$$

식(6)중 요소의 미소체적  $dv$ 는 식(7)과 같다.

$$dv = t_w \, dx \, dy = t_w |J| \, d\xi \, d\eta \quad (7)$$

식(7)과 식(6)으로부터 복부판요소의 강성행렬은 식(8)로 정식화된다.

$$\underline{K}_w = t_w \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \underline{B}_w^T \underline{D} \underline{B}_w |J| \, d\xi \, d\eta \quad (8)$$

$$\underline{B}_w = \begin{bmatrix} \frac{-1}{4w} (2-3\eta+\eta^3) & 0 & \frac{-h}{8w} (1-\eta-\eta^2+\eta^3) \\ 0 & \frac{-1}{2h} (1-\xi) & 0 \\ \frac{1}{4h} (1-\xi)(-3+3\eta^2) & \frac{-1}{2w} (1-\eta) & \frac{1}{8} (1-\xi)(-1-2\eta+3\eta^2) \\ \frac{-1}{4w} (2+3\eta-\eta^3) & 0 & \frac{h}{8w} (-1-\eta+\eta^2+\eta^3) \\ 0 & \frac{1}{2h} (1-\xi) & 0 \\ \frac{1}{4h} (1-\xi)(3-3\eta^2) & \frac{-1}{2w} (1+\eta) & \frac{-1}{8} (1-\xi)(-1+2\eta+3\eta^2) \\ \frac{1}{4w} (2+3\eta-\eta^3) & 0 & \frac{-h}{8w} (-1-\eta+\eta^2+\eta^3) \\ 0 & \frac{1}{2h} (1+\xi) & 0 \\ \frac{1}{4h} (1+\xi)(3-3\eta^2) & \frac{1}{2w} (1+\eta) & \frac{-1}{8} (1+\xi)(-1+2\eta+3\eta^2) \\ \frac{1}{4w} (2-3\eta+\eta^3) & 0 & \frac{-h}{8w} (1-\eta-\eta^2+\eta^3) \\ 0 & \frac{-1}{2h} (1+\xi) & 0 \\ \frac{1}{4h} (1+\xi)(-3+3\eta^2) & \frac{1}{2w} (1-\eta) & \frac{-1}{8} (1+\xi)(-1-2\eta+3\eta^2) \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서,  $t_w$ =패널영역에서 기둥 복부의 두께이다.

식(8)중  $|J|$ 는 식(10)으로 정립되며  $\underline{D}$ 는 복부판의 요소가 탄성영역에 있으면  $\underline{D}^e$ 로 항복된 상태이면  $\underline{D}^{ep}$ 로 변환하게 되는데  $\underline{D}^e$ 는 식(11)로 정식화되며  $\underline{D}^{ep}$ 는 식(20)으로 정식화된다.

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{w}{2} & 0 \\ 0 & \frac{h}{2} \end{vmatrix} = \frac{hw}{4} \quad (10)$$

$$\underline{D}^e = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

식(8)를 그림 4와 같은 패널복부판 요소의 8점 Gauss Point로 확장시켜  $2 \times 4$  Gauss-Legendre Quadrature 변환하면 식(12)와 같이 정식화된다.

$$\underline{K}_w = \frac{hwt_w}{4} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 W_i W_j [\underline{B}_w^T \underline{D} \underline{B}_w]_{\xi=\xi_i, \eta=\eta_j} \quad (12)$$

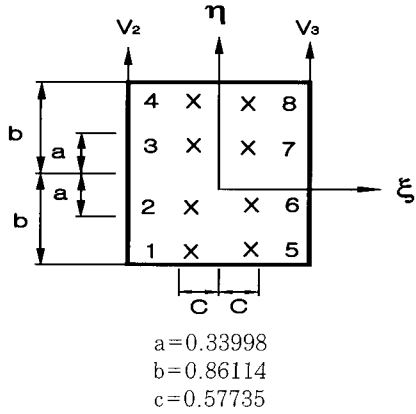


그림 4 패널복부판 요소의 Gauss Points

표 1 Gauss Points의 중량계수

Gauss Point	$W_i$	$W_j$
1	1.00000	0.34785
2	1.00000	0.65215
3	1.00000	0.65215
4	1.00000	0.34785
5	1.00000	0.34785
6	1.00000	0.65215
7	1.00000	0.65215
8	1.00000	0.34785

여기서,  $W_i, W_j$ 는 weight coefficients들로서 각 Gauss Point들에서의  $W_i, W_j$ 의 값은 표 1과 같다.

식(12)의  $K_w$ 은 국부좌표계에서의 패널영역의 복부 요소의 강성행렬이다. 강성행렬의 구성식들이 변위에 무관하게 무차원의 국부좌표계의 함수로 구성되어 있으므로 강성행렬의 증분  $K_w$ 은  $K_w$ 와 같게 되어 식(13)으로 정립된다.

$$\underline{K}_w = K_w \tag{13}$$

2.1.2 패널 플랜지의 유한요소해석

패널영역의 두 개의 플랜지요소의 자유도와 국부좌표계는 그림 3에 도시하였다. 이 플랜지의 왼쪽 플랜지의 강성행렬과 오른쪽 강성행렬은 각각 식(14)과 식(15)로 정식화된다.

$$K_{lf} = \frac{EI_f}{h^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & -6h & -12 & 0 & -6h \\ \frac{h^2 A_f}{I} & 0 & 0 & -\frac{h^2 A_f}{I} & 0 & 0 \\ 4h^2 & 6h & 0 & 2h^2 & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & 12 & 0 & 6h \\ & & & & \frac{h^2 A_f}{I} & 0 \\ & & & & & 4h^2 \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$K_{rf} = \frac{EI_f}{h^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 6h & -12 & 0 & 6h \\ \frac{h^2 A_f}{I} & 0 & 0 & -\frac{h^2 A_f}{I} & 0 & 0 \\ & 4h^2 & -6h & 0 & 2h^2 & 0 \\ & & 12 & 0 & -6h & 0 \\ & & & & \frac{h^2 A_f}{I} & 0 \\ & & & & & 4h^2 \end{bmatrix} \tag{15}$$

여기서,  $h$  = 패널영역의 높이,  $b_f$  = 기둥플랜지의 폭,  $I_f = \frac{1}{12} b_f t_f^3$ ,  $t_f$  = 기둥플랜지의 두께,  $A_f = b_f t_f$   
 $K_{lf}$ 와  $K_{rf}$ 의 증분형태는 각각 식(16)과 식(17)으로 정립된다.

$$\underline{K}_{lf} = K_{lf} \tag{16}$$

$$\underline{K}_{rf} = K_{rf} \tag{17}$$

2.2 패널영역의 소성상태

패널 복부판의 응력상태가 Von Mises (또는 J2) 이론에 의해 정의되는 한계에 도달했을 때 패널영역이 소성상태가 되었다고한다. Von Mises의 이론에 의한 응력의 한계는 식(18)과 같다.

$$f = J_2 - \frac{\sigma_y^2}{3} = 0 \tag{18}$$

여기서,

$$J_2 = \frac{1}{3} (\sigma_{xx}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}^2 + 3\tau_{xy}^2)$$

재료가 등방성으로 변형률경화가 되면 하중을 받는 면이 초기의 항복면에서 균일하게 확대되게 된다. 이 경우 식(18)의 응력의 한계식은 식(19)와 같이 변환하여 사용해야 한다.

$$f = J_2 - K^2 = 0 \quad (19)$$

여기서, K는 재료의 경화 매개변수이다.

탄소성응력-변형률 매트릭스  $D^{ep}$  결정하기 위해 식(7)과 식(9)에서 구해진  $K_w$ 의 탄성응력-변형률 매트릭스가 사용되어진다.

탄소성응력-변형률 매트릭스는 식(20)과 같이 주어진다.

$$D^{ep} = D^e - \frac{D^e \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T D^e}{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T D^e \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right) + A} \quad (20)$$

여기서, 평면응력의 경우,  $J_2$  이론과 관련흐름 규칙이 사용된다면

$$\begin{aligned} D^e &= \text{탄성 응력-변형률 매트릭스} \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma} &= S = \text{deviatoric stress vector} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{2\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{3} \\ \frac{2\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{3} \\ 2\tau_{xy} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

$$A = \frac{4\sqrt{3}}{9} \sigma_e^2 H' \quad (22)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \sqrt{(\sigma_{xx}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}^2 + 3\tau_{xy}^2)} \\ H' &= \frac{dK}{d\varepsilon_p} = \begin{cases} 0 & (\varepsilon_p \leq 11\varepsilon_y \text{ 인 경우}) \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{EE_{st}}{E - E_{st}} & (\varepsilon_p \geq 11\varepsilon_y \text{ 인 경우}) \end{cases} \end{aligned}$$

여기서, H'는 경화 매개변수 K와 유효변형률  $\varepsilon_p$ 의

기울기이다.  $D^{ep}$ 은 응력상태와 유효변형률의 함수임을 유의하여야 한다. 탄소성응력-변형률매트릭스를 결정하기 위해 패널중분강성 매트릭스에서 구해진 탄성응력-변형률 매트릭스가 사용되어진다. 하중이 증가하면 요소의 응력 상태가 항복표면 바깥쪽에(그림 5의 Q점)에 있을 수 있다. 이 경우, 하중 증분을 식(23)로 정의되는 계수 r 만큼 축소시킨다.

$$r = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (23)$$

여기서,

$$\begin{aligned} a &= \dot{\sigma}_{xx}^2 + \dot{\sigma}_{yy}^2 - \dot{\sigma}_{xx} \dot{\sigma}_{yy} + 3\dot{\tau}_{xy}^2 \\ b &= 2\sigma_{xx} \dot{\sigma}_{xx} + 2\sigma_{yy} \dot{\sigma}_{yy} - \sigma_{xx} \dot{\sigma}_{yy} - \sigma_{yy} \dot{\sigma}_{xx} + 6\tau_{xy} \dot{\tau}_{xy} \\ c &= \sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\tau_{xy}^2 - 3K^2 \\ \dot{\sigma}_{ij} &= \text{탄성거동 가정하에 하중증분에 의한 응력의 증분} \\ \sigma_{ij} &= \text{하중증분전의 응력의 상태} \\ K &= \text{경화 매개변수} \end{aligned}$$

평면응력의 경우,  $J_2$  이론과 관련흐름 규칙이 사용된다면 식(19)을 만족할 때까지 즉 요소의 변형률의 상태가 그림 4의 R점이 될 때 까지 이러한 축소과정을 반복한다.

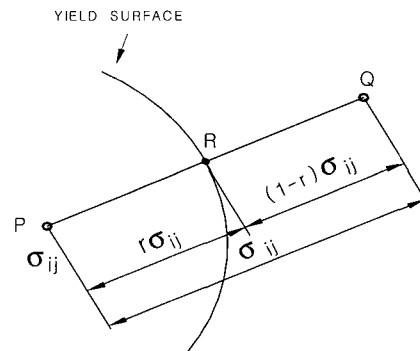


그림 5 항복표면에 대한 Scaling Back

### 2.3 패널영역의 존재로 인한 증분 보-기동 강성 행렬의 수정

패널요소가 보-기동 뼈대요소의 끝부분에 있다면 접합부에서 평형 및 적합조건을 적용하여야 한다. 특히 뼈대요소의 끝단의 3자유도는 그림 6에서 보여주는 것과

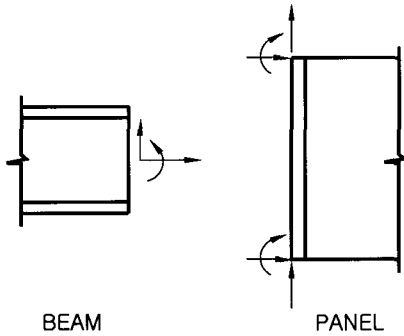


그림 6 뼈대구조요소와 패널요소의 연결

같이 뼈대구조에 붙어 있는 패널요소의 6자유도와 관련되어야 한다. 두 요소의 자유도를 관련짓기 위해서는 유한요소해석의 등가절점력이 이용된다. 뼈대요소의 끝단에서의 단면력(축력, 전단력, 모멘트)은 작용력과 패널요소의 절점의 에너지 등가력으로 산정된다. 이 행렬의 변환은 두 요소의 자유도 관계에 기인한다. 가정된 뼈대요소력은 그림 3의 1과 3의 패널면에서만 존재하게 된다. 1과 3의 패널면은 2와 4의 패널면과 달리 취급하여야 한다. 그 이유는 뼈대요소가 연결부를 가지고 패널요소면 1과 3에 부착된 반면에 패널면 2와 4의 경우 뼈대와 패널요소의 연결부는 물리적으로 연속적이기 때문이다.

위의 그림으로부터 각 패널면에 대한 운동학 행렬을 정립하고 증분 뼈대요소 강성도 행렬은 그림 6의 부호규약을 사용하여 식(24), (25), (26), (27)로 정식화할 수 있다.

(1) 패널면 1

$\mathcal{I}_{fp}$ 는 두 변위계를 관련시키는 운동학 행렬이며 행렬의 곱을 수행하면 식(24)와 같이 정식화된다.

$$\mathcal{I}_{fp} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & h/12 & 1/2 & 0 & -h/12 \\ t_f/h & 1/2 & t_f/2 & -t_f/h & 1/2 & t_f/2 \\ -1/h & 0 & 0 & 1/h & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

(2) 패널면 2

뼈대와 패널요소의 연결부는 물리적으로 연속이므로 두 요소를 연결하기 위하여 훨씬 강성도 큰 강성요소를 사용하는 것이 효과적이며, 식(25)과 같이 구할 수 있다.

$$\mathcal{I}_{fp} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

(3) 패널면 3

$$\mathcal{I}_{fp} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -h/12 & 1/2 & 0 & h/12 \\ t_f/h & 1/2 & -t_f/2 & -t_f/h & 1/2 & -t_f/2 \\ 1/h & 0 & 0 & -1/h & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

(4) 패널면 4

$$\mathcal{I}_{fp} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

각 패널면에 대한 운동학 행렬을 정립하였으므로 증분 뼈대요소 강성도 행렬은 그림 6의 부호규약을 사용하여 식(28), 식(29), 식(30), 식(31)로 수정될 수 있다.

- (1) 뼈대 요소의 B-단부가 패널요소의 패널면 1에 연결되면 수정된 증분 강성 행렬은 식(28)과 같다.

$$\mathbf{K}_{gf} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^T \\ \mathcal{I}_{fp}^T \end{bmatrix} \mathbf{K}_{gf} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathcal{I}_{fp} \end{bmatrix} \quad (28)$$

여기서,

$\mathbf{K}_{gf}$  = 뼈대요소 접선 강성도 행렬

$\mathbf{I} = 3 \times 3$  단위행렬

$\mathcal{I}_{fp}$  = 식(24)

- (2) 뼈대 요소의 A-단부가 패널요소의 패널면 2에 연결되면 수정된 증분 강성 행렬은 식(29)와 같다.

$$\mathbf{K}_{gf} = \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{fp}^T \\ \mathbf{I}^T \end{bmatrix} \mathbf{K}_{gf} \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{fp} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (29)$$

여기서,

$\mathbf{K}_{gf}$  = 뼈대요소 접선 강성도 행렬

$I=3 \times 3$  단위행렬

$$T_{fp} = \text{식(25)}$$

(3) 뺨대 요소의 A-단부가 패널요소의 패널면 3에 연결되면 수정된 증분 강성 행렬은 식(30)와 같다.

$$\dot{K}_{gfp} = \begin{bmatrix} T_{fp}^T & \\ & I \end{bmatrix} \dot{K}_{gf} \begin{bmatrix} T_{fp} \\ I \end{bmatrix} \quad (30)$$

여기서,

$\dot{K}_{gf}$  = 뺨대요소 접선 강성도 행렬

$I=3 \times 3$  단위행렬

$$T_{fp} = \text{식(26)}$$

(4) 뺨대 요소의 B-단부가 패널요소의 패널면 4에 연결되면 수정된 증분 강성 행렬은 식(31)와 같다.

$$\dot{K}_{gfp} = \begin{bmatrix} I^T & \\ & T_{fp}^T \end{bmatrix} \dot{K}_{gf} \begin{bmatrix} I \\ T_{fp} \end{bmatrix} \quad (31)$$

여기서,

$\dot{K}_{gf}$  = 뺨대요소 접선 강성도 행렬

$I=3 \times 3$  단위행렬

$$T_{fp} = \text{식(27)}$$

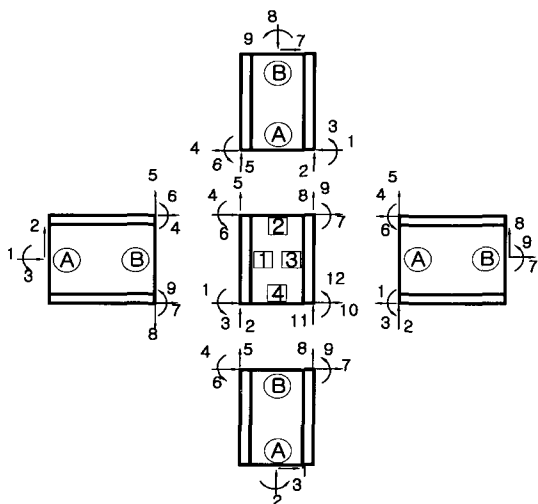


그림 7 수정된 뺨대구성요소의 부호표기

### 3. 강뺨대구조물의 최적화 문제 형성

AISC 규격의 WF형강(W4×13~W40×328)을 이용하여 브레이싱된 강뺨대구조물의 이산화최적설계를 수행하였다. 이용한 WF형강의 항복응력은  $F_y=36$  ksi, 탄성계수는  $E=29000$ ksi, 단위중량은  $\rho=0.284$ lb/in<sup>3</sup>이다.

본 연구의 강뺨대 구조물의 목적함수는 식(32)과 같다.

$$OBJ(x) = \rho \left[ \sum_{i=1}^{NS} \sum_{j=1}^{NB} (V_b)_{ij} + \sum_{i=1}^{NS} \sum_{j=1}^{NC} (V_c)_{ij} \right] \quad (32)$$

여기서,  $(V_b)_{ij}$ 는 i번째 층의 j번째 보의 체적,  $(V_c)_{ij}$ 는 i번째 층의 j번째 기둥의 체적, NS는 구조물층의 수, NC는 한층의 기둥의 수, NB는 구조물의 경간수이다. 본 4장에 언급된 수식의 아랫첨자 i는 i번째층을 지칭하며, j는 j번째부재를 지칭한다. 본 연구의 제약 조건은 구조시스템에 대한 제약조건식과 개별부재에 대한 제약조건식으로 나누어 정식화하였다.

#### 3.1 구조시스템의 최적화 문제 형성

##### 3.1.1 임계하중계수의 제약 조건식<sup>8)</sup>

임계하중계수란 구조물이 파괴기구를 형성했을 때의 임계하중과 설계하중의 비로써, 임계하중계수는 항상 1보다 큰 값, 즉 설계하중보다 큰 하중에서 파괴가 이루어져야 한다.

$$G(1) = \lambda - 1.0 \geq 0 \quad (33)$$

여기서,  $\lambda$  = 임계하중계수 이다.

##### 3.1.2 횡방향 변위에 대한 제약 조건식

수평하중에 의한 최상위층의 횡방향 변위에 대한 사용성조건은 Ad Hoc Committee<sup>9)</sup>와 Ellingwood<sup>10)</sup>가 제안한 처짐제한을 이용하여 제약조건식화 하였다.

$$G(2) = \frac{H}{400} - (\Delta_H)_F \geq 0 \quad (34)$$

여기서,  $H$  = 구조물의 총높이,  $(\Delta_H)_F$  = 최상위층의 수평변위이다.



3.1.3 소성힌지 형성에 대한 제약조건

구조해석 결과를 분석하여 첫 번째 소성힌지는 사용 하중에 도달하기 전에 형성되어선 안된다는 사용성에 대한 조건의 만족여부를 검토한다.

$$G_{ij}(1) = \frac{65}{\sqrt{F_y}} - \left( \frac{b_f}{2 t_f} \right)_{ij} \geq 0 \quad (36a)$$

$$G_{ij}(2) = \frac{640}{\sqrt{F_y}} - \left( \frac{d}{t_w} \right)_{ij} \geq 0 \quad (36b)$$

3.1.4 보 파괴 기구 유도에 대한 제약조건

구조해석 결과에서 소성힌지의 형성이 하나의 기둥에 2개의 소성힌지가 생성되는지를 분석한다. 만약 이 조건을 만족하면 개별부재의 제약조건을 검토하고 만족치 못하면 새로운 단면으로 조정하게 된다. 단면의 강성조절은 보의 강성보다 상대적으로 기둥의 강성을 크게 하여, 보에 의한 파괴기구가 되도록 조정한다.

3.2.2 사용성 제약 조건식

개별부재별의 수직처짐의 제약조건은 식(37)으로 정식화 하였다.

$$G(3) = \left( \frac{L_b}{360} \right)_{ij} - (\Delta_{bw})_{ij} \geq 0 \quad (37)$$

여기서,  $(L_b)_{ij}$  : 보의 길이,  $(\Delta_{bw})_{ij}$  : i 번째층 j번째 보의 수직처짐이다.

3.2 개별부재의 최적화 문제 형성

3.2.1 보-기둥의 최적화 문제 형성

하중저항계수법의 H1.1 시방규정에 따라 보-기둥의 상관관계식을 식(35a), 식(35b)로 정식화 하였다.

$$\left( \frac{P_u}{\phi_c P_n} \right) \geq 0.2 \text{ 인 경우,}$$

$$G_{ij}(3) = 1.0 - \left\{ \frac{P_u}{\phi_c P_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_u}{\phi_b M_n} \right) \right\}_{ij} \geq 0 \quad (35a)$$

$$\left( \frac{P_u}{\phi_c P_n} \right) < 0.2 \text{ 인 경우,}$$

$$G_{ij}(3) = 1.0 - \left\{ \frac{P_u}{2\phi_c P_n} + \left( \frac{M_u}{\phi_b M_n} \right) \right\}_{ij} \geq 0 \quad (35b)$$

여기서,  $P_n$ =공칭압축강도,  $P_u$ =극한압축강도,  $M_n$ =극한휨강도,  $M_u$ =공칭휨강도,  $\phi_c$ =압축부재의 감소계수(0.85),  $\phi_b$ =휨부재의 감소계수(0.9)이다.

3.2.3 보의 단면형상에 대한 제약조건식

단면의 시공성에 관한 제약조건식은 식(38a)부터 식(38d)까지 정식화하였으며, 여기서  $b_f$ ,  $t_f$ ,  $t_w$ , 및  $d$ 의 단위는 inch,  $F_y$ 의 단위는 lb/in<sup>2</sup>이다.

$$G_{ij}(4) = (b_f)_{ij} - (b_f)_{i+1,j} \geq 0 \quad (38a)$$

$$G_{ij}(5) = (d)_{ij} - (d)_{i+1,j} \geq 0 \quad (38b)$$

$$G_{ij}(6) = (t_f)_{ij} - (t_f)_{i+1,j} \geq 0 \quad (38c)$$

$$G_{ij}(7) = (t_w)_{ij} - (t_w)_{i+1,j} \geq 0 \quad (38d)$$

3.2.3 기둥의 최적화 문제 형성

(1) 기둥 단면의 폭-두께비 제약조건식

기둥단면의 폭-두께비 제약조건식은LRFD TABLE B5.1 시방규정으로 부터 식(39)와 식(40)과 같이 정식화 된다.

$$G_{ij}(1) = \frac{95}{\sqrt{F_y}} - \left( \frac{b_f}{2 t_f} \right)_{ij} \geq 0 \quad (39)$$

$$G_{ij}(2) = \frac{253}{\sqrt{F_y}} - \left( \frac{h_c}{t_w} \right)_{ij} \geq 0 \quad (40)$$

3.2.2 보의 최적화 문제 형성

(1) 보 단면의 폭-두께비 제약조건식

본 논문의 강뼈대구조물의 해석에서는 여러 개의 소성힌지로 인한 파괴기구가 형성될때까지 단면이 소성모멘트를 받을 수 있다고 가정하였다.

보 단면 설계는 조밀 단면이 되도록 설계하여야 한다. 조밀 단면의 보가 되기 위해서는 폭-두께비에 관한 제약식인 LRFD TABLE B5.1 시방규정에 의하여 식(36a)와 식(36b)를 만족하여야만 한다.

(2) 기둥의 전단강도에 관한 제약조건식  
 기둥의 전단강도 제약조건식은 LRFD F2-1~F2-3  
 시방규정으로 부터 식(41)과 같이 정식화 된다.

$$G_{ij}(3) = (\varphi_v V_n)_{ij} - (V_d)_{ij} > 0 \quad (41)$$

여기서,  $\varphi_v$ 는 0.90,  $(V_d)_{ij}$ 는 i 번째 층 j 번째 보의  
 단면의 설계전단력, 그리고  $(\varphi_v V_n)_{ij}$ 는 설계전단강도  
 이며, 기둥의 공칭전단강도  $V_n$ 의 결정은 다음의 각 경  
 우에 대해 식(42)부터 식(44)에 의해 결정된다.

①  $\frac{d}{t_w} \leq \frac{418}{\sqrt{F_y}}$  일때(복부의 항복)

$$\varphi_v V_n = \varphi_v 0.6 F_y A_w \quad (42)$$

②  $\frac{418}{\sqrt{F_y}} < \frac{d}{t_w} \leq \frac{523}{\sqrt{F_y}}$  일때(복부의 비탄성 좌굴)

$$\varphi_v V_n = \varphi_v 0.6 F_y A_w \frac{418/\sqrt{F_y}}{d/t_w} \quad (43)$$

③  $\frac{d}{t_w} > \frac{523}{\sqrt{F_y}}$  일때(복부의 탄성 좌굴)

$$\varphi_v V_n = \varphi_v A_w \frac{132000}{(d/t_w)^2} \quad (44)$$

(3) 세장비에 대한 제약조건식은 LRFD E1 규정을  
 이용하였다.

(4) 시공성을 고려하여 기둥단면의 치수에 관한 제  
 약조건을 정식화하였다.

### 3.3 유효길이 계수

기둥설계서 유효길이 계수산정에 있어 기존 시방서  
 에서 제시하고 있는 alignment chart을 이용하는 방  
 법은 번거롭고 까다로운 작업이며, 이를 해석과 설계를  
 자동적으로 수행하기 위한 프로그래밍하는 작업은 많은  
 어려움이 따른다. 설계시의 편의를 위해 1로 가정할  
 경우 기둥의 강성이 과대평가하게 되어 브레이싱 안된  
 구조물인 경우 과소설계를 하게 된다. 그래서, 본 연구  
 에서는 alignment chart를 이용하는 대신 Dumonteil.P

가 제안한 유효길이계수의 간단한 산정식을 사용하였  
 다. 브레이스된 경우와 안된 경우의 유효길이 계수에  
 관한 식은 다음과 같다.

#### ① 브레이스 된 구조물

$$K = \frac{3 G_i G_j + 1.4(G_i + G_j) + 0.64}{3 G_i G_j + 2.0(G_i + G_j) + 1.28} \quad (45)$$

#### ② 브레이스 되지 않은 구조물

$$K = \sqrt{\frac{1.6 G_i G_j + 4.0(G_i + G_j) + 7.5}{G_i + G_j + 7.5}} \quad (46)$$

$$G = \frac{\left(\frac{EI}{L}\right)_c}{\left(\frac{EI}{L}\right)_b}$$

여기서,  $EI$ 와  $L$ 은 보와 기둥의 강성도 및 길이,  $i, j$   
 는 부재의 절점을 나타낸다.

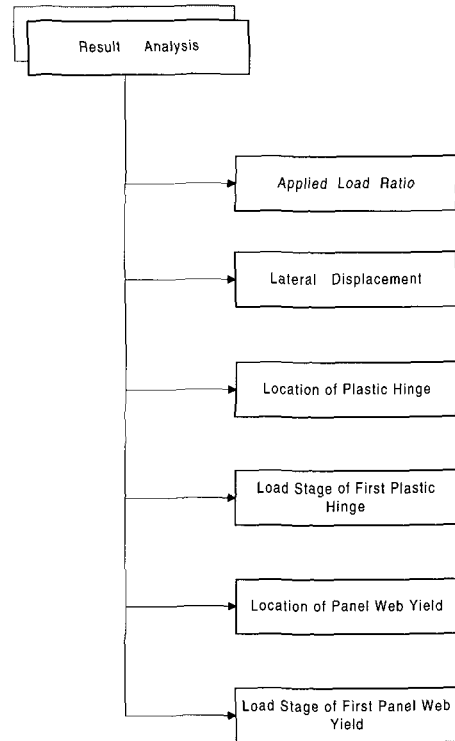


그림 8 구조해석의 분석

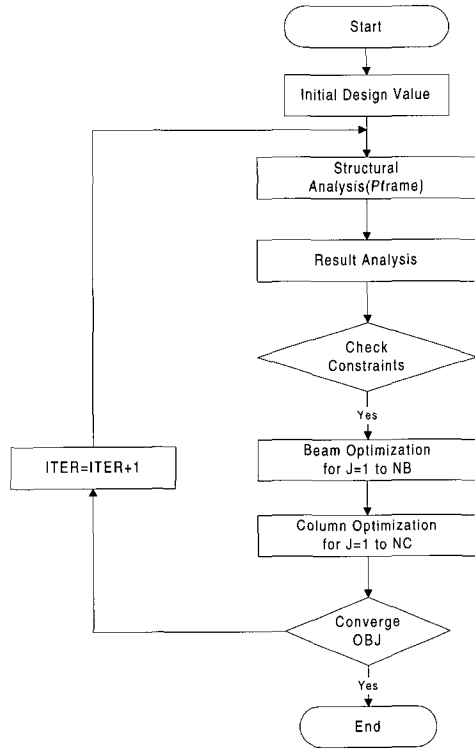


그림 9 최적설계의 알고리즘 순서도

그림 8은 2차 탄소성힌지해석을 이용한 구조해석 결과로부터 얻은 임계하중비와 횡방향변위, 소성힌지의 발생위치, 패널복부의 항복위치와 패널복부의 항복에서의 하중등을 구조시스템의 강도에 대한 정보와 개별부재에 관한 정보를 이용하여, 그림 9와 같이 최적설계를 유기적으로 연결할수 있는 최적설계의 알고리즘 순서도를 도시하였다.

- (1) 초기 단면을 가정하여 입력을 한다.
- (2) 가정한 단면으로 2차 탄소성힌지해석을 수행한다.
- (3) 해석결과에서 나온 결과를 분석하여 얻은 정보를 이용하여 제약조건들을 검토하여 만족하면 목적함수의 수렴여부를 검토하고, 그렇지 않으면 다시 해석과정을 수행하여 바뀐 단면부재로 구조 시스템을 형성하여 해석한후 목적함수의 수렴여 부를 검토하여 만족할 때 까지 반복수행하며, 목적함수가 수렴하면 그 단면력을 이용하여 보, 기둥의 최적부재를 선택한다.

#### 4. 수치예제 및 결과고찰

본 연구에서는 패널영역의 거동을 고려한 기하학적 비선형과 소성힌지개념을 이용한 구조해석의 결과를 이용하여 그림 10과 같이 2층 1경간 뼈대구조물에 대하여 최적설계를 수행하였다. 본 예제를 통하여 SAP 2000, 패널영역을 고려하지 않은 뼈대구조물과 패널영역을 고려한 뼈대구조물의 최적설계를 비교하였다. 하중조건은 그림 10와 같이 2층의 경우 0.167kips/in, 1층의 경우 0.25kips/in이다. 횡하중은 2층의 경우 7.5kips, 1층의 경우 15kips의 하중을 주었다. 하중증분에 의한 구조해석을 위하여 scale factor 20으로 이용하였고, 부재의 모델은 기둥부터 보의 순서로 모델링 하였다.

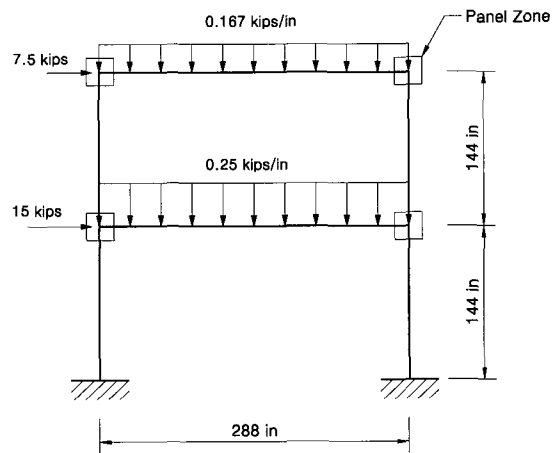


그림 10 2층1경간 뼈대구조물

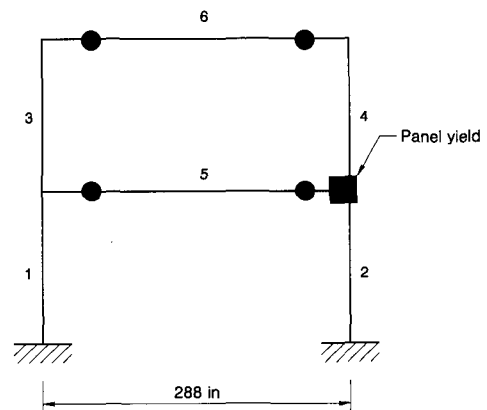


그림 11 2층1경간 뼈대구조물 파괴기구

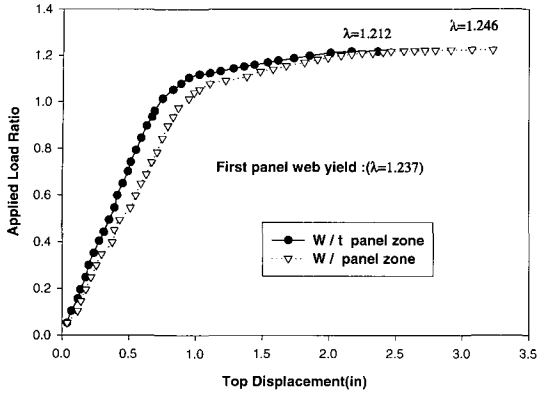


그림 12 2층1경간 뿔대구조물의 임계하중계수와 변위관계

2층 1경간 구조물에 대하여 구조해석을 수행한 결과 그림 11과 같이 보에 소성힌지가 발생한 다음 1층에서 패널영역이 항복한 것으로 나타났다. 그림 12에서 보듯이 임계하중과 변위는 패널영역의 변형을 고려한 것이  $\lambda = 1.246$ 이고, 변위는 약 3.35cm로 나타났으며, 패널영역의 변형을 고려하지 않은 것은  $\lambda = 1.212$ 이고, 변위는 약 2.36cm로 나타났다. 이것은 패널영역을 고려한 뿔대 구조물이 패널영역을 고려하지 않은 뿔대 구조물에 비해 구조물이 항복한후에도 증분 하중을 수용하여 횡방향변위를 일으킨 후에 항복한다는 것을 나타내고 있다. SAP2000을 이용한 구조해석은 P- $\delta$  효과를 고려한 탄성해석을 수행하였다. 최적설계 결과와 유한요소 범용 프로그램 SAP2000<sup>11)</sup>를 이용한 이산화 최적설계를 수행하였다.

본 예제의 2층 1경간 목적함수의 수렴과정은 그림 13에 도시하였으며, 비교적 목적해로의 수렴이 비교적 안정되게 이루어 짐을 알 수 있으며, SAP2000 프로그램은 목적함수의 수렴과정이 나타나 있지 않아 최적설계 결과만 도시하였다.

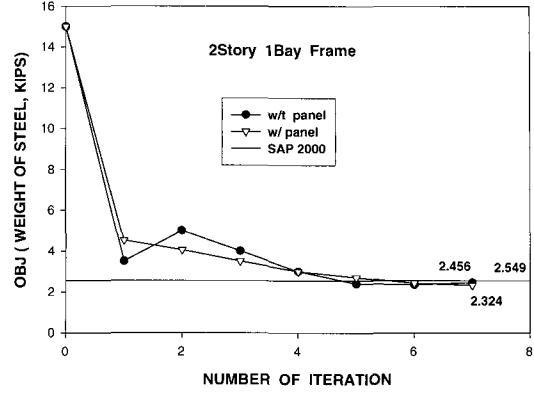


그림 13 2층1경간 뿔대구조물 목적함수 수렴과정

설계모델링은 개별부재별로 최적화를 수행하였고, 하중조건과 구조물 정형을 고려한 좌우대칭조건을 추가하였다. 최적설계 결과는 표 2에 나타내었다. 최적설계된 부재들을 비교해 보면, SAP2000, 패널영역을 고려한 뿔대 구조물이 패널영역을 고려하지 않은 뿔대 구조물에 비해 전반적으로 1단계내지는 2단계의 중량이 낮은 단면이 선택되어졌다(표 2). 본 논문의 최적설계 결과는 표 2에 나타내었다. 최적설계를 수행한결과 패널영역을 고려한 뿔대구조물이 5.6%정도 경제적인 결과를 얻을 수 있었다. 이러한 부재의 경량화는 1차 해석이나 2차 탄성해석과는 달리 소성힌지 발생으로 인한 모멘트 재분배와 패널영역의 하중 수용력으로 인한 응력의 임계화로 기인된 것으로 여겨진다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 패널영역의 비탄성변형을 고려한 강뿔대 구조물의 구조적 안정성과 경제성을 갖춘 최적설계 프로그램을 수행하여, 강뿔대 구조물의 해석과 설계

표 2 2층 1경간 강뿔대구조의 최적설계 결과

Member Group	Member	Proposed Method		SAP2000
		W/ panel	W/t panel	
Beam	5	W12×22	W14×22	W14×22
	6	W16×31	W16×31	W16×31
Column	1,2	W10×22	W10×26	W14×26
	3,4	W10×26	W10×26	W14×26
Total Weight		2.324 kips	2.456 kips	2.549 kips

참고) W/t : without panel, W/ : with panel

문제를 종합화하였다.

1. 패널영역의 거동과 기하학적 비선형을 고려하여 강뿔대구조물을 해석하는 2차 탄소성 유한요소 해석방법을 체계화 하였다.
2. 2차 탄소성 유한요소로 해석하고 규격강재로 이산화설계를 동시에 수행할수 있는 강뿔대구조물의 종합적인 최적설계 프로그램을 개발하였다.
3. 패널영역의 변형을 고려한 강뿔대 구조물에 대하여 최적설계를 수행한 결과 비선형구간에서 패널 영역의 에너지 흡수로 인하여 전체 구조시스템의 하중저항 능력을 증가시키므로 패널영역을 고려한 강뿔대 구조물의 설계가 경제적이었다.
4. 비탄성 변형을 견디는 패널영역은 뿔대 구조물의 횡방향변위를 증가시키고 뿔대 구조물의 강성과 Sidesway의 불안정을 감소시킨다.

본 연구에서는 정적하중에 지배를 받는 뿔대구조물의 최적화연구에 제한하였지만, 주기적이고 지진형태의 동적하중을 받는 유연성 있는 반강접접합부를 가지는 뿔대구조물의 거동해석과 최적설계에 대한 계속적인 연구가 필요하다고 여겨진다.

#### 참 고 문 헌

1. D. J. Fielding and J. S. Huang, Shear on beam-to-column connections, *Welding J.*, 50, 1971
2. V. V. Bertero, E. P. Popov and H. Krawinkler, "Beam-column subassemblages under repeated loading", *J. Struct. Div.*, Proc. ASCE98, 1972, pp.1187~1159
3. Becker, R., "Panel -Zone Effect on the Strength and Stiffness of Steel Rigid Frame," *Engineering Journal*, AISC, Vol. 12, No. 1, 1975, pp.19~29
4. Kato, B., "Beam-to-Column Connection Research in Japan," *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 108, No. ST2, 1982, pp.82~91
5. Krawinkler, H., "Shear in Beam-Column Joints in Seismic Design of Steel Frames," *Engineering Journal*, AISC, Vol. 5, No. 3, 1978, pp.82~90
6. American Institute of Steel Construction (AISC,1994) Load and Resistance Factor Design, *Manual of Steel Construction*, Vol. 1 and 2, 2nd ed., Chicago, II
7. Lui, E. M., "Effect of Connection Flexibility and Panel Zone Deformation on the Behavior of Plane Steel Frames," Ph.D. dissertation, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN, 1985
8. 장준호, "재료 및 기하학적 비선형을 고려한 반강접 뿔대구조물의 최적설계 프로그램의 개발", 경북대학교 공학박사 학위논문, 1998, pp.104~139
9. Ad Hoc Committee on Serviceability Structural serviceability : a critical appraisal and reserch needs, *J. Struct. Eng.*, ASCE, Vol. 112, No. 12, 1986, pp.2646~2664
10. Ellingwood Serviceability Guidelines for Steel Structures, *Eng. J.*, AISC, 26, 1989, pp.1~8
11. *SAP2000 User's Guide, version 6.13*, CSI Inc, Berkeley, California, 1998
12. Lui, E. M., "Frame analysis with panel zone deformation", *Int. J. Solids Structure*, Vol. 22, No. 12, 1986, pp.1599~1627