

벡터 트리거조건에 의한 Random Decrement 함수의 모우드 해석

Modal Analysis of the Vector Triggering Random Decrement Function

정 범 석*

Jung, Beom-Seok

이 외 득*

Lee, Oe-Duck

(논문접수일 : 2001년 1월 20일 ; 심사종료일 : 2002년 3월 27일)

요 지

Vector Random Decrement(VRD) 기법은 상시하중을 받는 선형의 구조물에서 동적응답의 장시간기록을 자유진동신호로 전환시키는 효과적인 알고리즘으로 발전되어 왔으며, 이에 따른 VRD 함수는 실측한 자유감쇠응답과 거의 동일하게 모우드변수에 대한 정보를 갖는다. 본 연구에서는 모우드형상비의 개념을 동특성 평가과정인 Ibrahim Time Domain (ITD) 알고리즘에 적용하여 VRD 기법을 개선하였다. 제안된 기법에서는 이동시간의 보정과정에서 VRD 함수가 변환되지 않기 때문에 벡터 트리거조건에 적용된 최대 이동시간 영역의 정보가 VRD 함수에 누락 없이 포함되고 입력하중의 영향은 평균과정에서 소거된다. 제안된 기법에 의한 모우드변수의 추정결과를 일반적인 Random Decrement(RD) 기법과 비교하였으며, VRD 기법의 적용성을 모의 예제해석과 상시하중이 재하된 보의 실내실험으로 검증하였다.

핵심용어 : Random Decrement, 벡터 트리거조건, 모우드형상비, 모우드변수, 자유감쇠응답

Abstract

The Vector Random Decrement technique has been developed as an efficient method for transforming ambient responses into free decays of linear structures. It is shown that the VRD functions may contain as much information about the modes as the really measured free decay responses. In this paper, the theory of the VRD technique is extended by applying the concept of the mode shape ratio into the Ibrahim Time Domain modal parameter identification algorithm. The VRD function is not shifted in the correction procedures for constant time shifts of the proposed VRD technique. Thus, a number of points equal to the largest of the time shifts used in the vector triggering condition are not deleted. In the VRD functions, any influence of the input to the system is averaged out. The proposed technique is compared with the traditional RD technique by assessment of the modal parameters. The applicability of the VRD technique has been justified through a simulation study and a study of the response of a laboratory beam model subject to ambient loads.

Keywords : *Random Decrement, vector triggering condition, mode shape ratio, modal parameter, free decay response*

† 책임저자, 정희원 · 동의대학교 토목공학과 조교수
전화: 051-890-1639; Fax: 051-890-1619
E-mail: bsjung@dongeui.ac.kr
* 정희원 · 동의대학교 토목공학과 교수

· 이 논문에 대한 토론을 2002년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2002년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

Random Decrement(RD) 기법은 시간영역에서 미지의 정상파 무작위 입력하중에 의한 응답을 초기변위나 초기속도에 의한 자유감쇠응답으로 전환시키는 앙상블 평균과정이다. RD 기법은 1968년 Cole¹⁾에 의해 도입되었으며, 단자유도계의 필터링된 무작위 측정 응답으로부터 특정한 진동모우드를 갖는 신호를 추출하는데 사용되었다. RD 함수의 수학적 특성은 Vandiver 등²⁾과 Huan³⁾ 및 Spanos 등⁴⁾에 의하여 정립되었으며, 시스템의 자유진동신호를 구하여⁵⁾ 모우드변수를 추출^{6),7)}하거나 RD 함수의 파형변화에 따른 구조물의 손상도 추정⁸⁾에도 적용되었다. RD 기법의 기본적인 개념은 선형계의 무작위 응답신호가 확정적 부분과 무작위 부분의 두 가지 요소로 이루어진다는 사실에 근거한다. 확정적 부분은 시스템 지배미분방정식의 일반해로써 입력하중과 무관한 시스템 고유의 동특성으로 구성되고, 무작위 부분은 전달함수와 입력하중의 회선적분항으로 입력하중이 정상파의 무작위신호일 경우에 앙상블 평균과정에서 제거된다.³⁾ 따라서 무작위 응답신호의 평균과정에서 지속적으로 존재하게 되는 확정적 부분은 신호가 ergodic 프로세스를 따를 때 다음과 같은 RD 함수 $D_{x,x_j}(\tau)$ 로 추정할 수 있다.

$$D_{x,x_j}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_i(t_k + \tau) T[x_j(t_k)] \quad (1)$$

여기서, D_{x,x_j} 는 j 번째 측정점에서의 응답 x_j 를 트리거조건에 적용하여 구한 i 번째 측정점의 응답벡터 x_i 의 RD 함수이고, N 은 트리거조건을 만족하여 평균과정에 사용된 응답구간의 개수이다. 평균과정에 사용되는 각각의 응답구간은 초기변위나 속도값이 특정한 수준에 도달해야 하며 이와 같은 조건을 트리거조건이라 하고 다음과 같은 방법 외에도 다양하게 존재한다.

$$T[x_j(t)] = \{x_j(t) = a\} \quad (2)$$

$$T[x_j(t)] = \{a \leq x_j(t) \leq b\} \quad (3)$$

$$T[x_j(t)] = \{x_j(t) = 0, \dot{x}_j(t) > 0\} \quad (4)$$

시스템의 동특성 평가과정으로의 적용을 위하여 RD

기법은 Ibrahim⁶⁾에 의해 다중모우드를 갖는 다자유도계의 측정응답으로 확장되었다. 여기서 사용된 트리거조건은 서로 다른 측정점에서의 응답들이 고유한 위상관계를 유지하도록 특정한 하나의 응답에만 적용되었고, 이에 따른 평균과정이 나머지 응답벡터에 수정없이 고려되었다. 일반적으로 트리거조건에 사용되는 응답은 임의로 선택될 수 있기 때문에 기준응답 x_j 를 변경시키며 구할 수 있는 i 번째 응답벡터의 서로 다른 RD 함수의 개수는 동시에 측정된 응답수의 제곱이 된다. 트리거조건이 적용된 기준응답의 RD 함수를 자기 RD 함수라고 하며 이외의 결과를 교차RD 함수라고 하여 상관함수와 유사한 특성을 갖는다.⁹⁾ 일반적으로 자기RD 함수는 트리거조건에 의한 초기변위 수준을 갖게 되고, 이외의 교차RD 함수는 평균과정으로 유도되는 초기조건을 보유하기 때문에 상대적으로 과다한 잡음이 포함된다. 또한, 시스템의 서로 다른 두 지점에서 측정되는 응답간에는 낮은 상관관계를 가질 수 있기 때문에 이에 따른 교차RD 함수의 진폭은 상대적으로 작게 평가되어 잡음의 영향이 커질 수 있다. 물론, 각 응답에 서로 다른 트리거조건을 적용하여 구한 자기 RD 함수만을 사용하여 동특성을 평가할 경우에는 응답간의 위상에 대한 정보가 상실되어 모우드형상을 추정할 수 없게 된다. 즉, n 개의 응답을 사용할 때 n 개의 서로 다른 RD 함수집합을 구할 수 있고, 각 집합에는 1개의 자기RD 함수와 $(n-1)$ 개의 교차RD 함수가 존재하며 n 개의 집합 중에서 단 1개의 RD 함수집단이 모우드변수의 평가과정에 사용된다. 임의의 트리거조건을 적용하여 평가된 RD 함수는 초기변위나 초기속도에 의한 자유감쇠신호가 되고 상관함수와 유사한 파형을 갖게 된다. Vandiver 등²⁾은 가우스분포를 갖는 영평균 시간이력의 RD 함수는 상관함수와 비례관계를 갖는다는 것을 증명하였으며, 식(3)의 트리거조건을 사용할 경우에 상관함수를 진동수영역의 해석과정 없이 다음 식에 따라 구할 수 있다.

$$R_{x,x_j} = \frac{D_{x,x_j}}{a_{x_j}} \sigma_{x_j} \quad (5)$$

$$\hat{a}_{x_j} = \frac{\int_a^b x_j p_X(x_j) dx}{\int_a^b p_X(x_j) dx} \quad (6)$$

여기서, R_{x,x_j} 는 상관함수이고, σ_{x_j} 와 $p_X(x_j)$ 는 각각 응답

벡터 x_i 의 표준편차와 확률밀도함수이다. 이에 Asmussen 등¹⁰⁾은 다수의 응답신호에 트리거조건을 동시에 적용할 수 있는 벡터 트리거조건을 사용하여 모든 채널에서 동등한 자기RD 함수만이 평가될 수 있는 알고리즘을 제시한 바 있으며 본 연구에서는 모우드형상비의 개념을 적용하여 이러한 VRD 기법을 개선할 수 있는 방법을 제시하고, 모의해석 및 실내실험에 의한 자료로부터 RD 함수와 VRD 함수를 각각 평가한 후 Ibrahim Time Domain(ITD) 알고리즘¹¹⁾에 의한 모우드변수의 추정 결과를 비교하고자 한다.

2. VRD 함수의 이론

이론전개의 편의를 위하여 벡터 트리거조건(VTC, vector triggering condition)에 사용된 응답의 수인 n 을 2로 설정하여 VRD 함수를 정의하고 모우드형상비의 관계식을 유도한다. 동시에 측정된 두 지점의 무작위응답 $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 에 벡터 트리거조건을 적용하여 평가된 VRD 함수 $D^v x_i(\tau)$ 는 다음 식에 따라 평가된다.

$$D^v x_i(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [x_i(t_k + \Delta t_k + \tau) \{VTC\}], \quad (i=1, 2) \quad (7)$$

여기서, Δt_k 는 i 번째 응답의 이동시간이다. 식(7)의 VRD 함수가 시스템의 고유특성을 유지할 수 있도록 하기 위해서는 동특성 평가과정에서 특별한 고려를 할 필요가 있으며 이는 3장에서 설명된다. 각 응답신호의 트리거조건은 단자유도계의 경우와 같이 여러 가지 방법으로 적용될 수 있으나 본 연구에서는 평균을 취하는데 기여하는 응답구간의 개수를 최대화하기 위하여 식(3)과 같은 트리거조건을 사용하고, 첫 번째 응답 x_1 을 기준응답으로 가정하여 모든 이동시간 Δt_k 이 0으로 선택된 VTC를 적용하였다.

$$VTC = \{t_k \mid a_1 \leq x_1(t_k) \leq b_1, \\ a_2 \leq x_2(t_k + \Delta t_k) \leq b_2\} \quad (8)$$

정상파의 무작위응답으로 계산된 각각의 VRD 함수는 모우드변수의 항으로 표시되는 운동방정식의 일반해를 구성하게 된다. 따라서 m 개의 진동모우드를 갖는 선

형의 다자유도계에서 i 번째 측정점에 대한 자유응답인 VRD 함수는 각 모우드의 개별적인 응답의 합으로 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$D^v x_1(\tau) = \sum_{l=1}^m \phi_{1l} e^{\lambda_l \tau} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^m c_{kl} \phi_{1l} e^{\lambda_l \tau} \quad (9)$$

$$D^v x_2(\tau) = \sum_{l=1}^m \phi_{2l} e^{\lambda_l \tau} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^m c_{kl} \phi_{2l} e^{\lambda_l (\Delta t_k + \tau)} \quad (10)$$

여기서, λ_l 은 l 번째 모우드의 고유진동수이고, ϕ_{1l} 및 ϕ_{2l} 은 $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 에 대응되는 자유도에 대한 l 번째 모우드의 모우드형상이다. 또한, ϕ_{1l} 와 ϕ_{2l} 은 각 자유도에 대한 l 번째 모우드의 정규화된 모우드변위이고, c_{kl} 은 k 번째 응답구간에 사용된 신호의 l 번째 모우드에 대한 계수이다. 식(9)와 식(10)에서 합을 취하는 과정을 교환하여 식을 재구성한다.

$$D^v x_1(\tau) = \sum_{l=1}^m \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N c_{kl} \phi_{1l} \right) e^{\lambda_l \tau} \quad (11)$$

$$D^v x_2(\tau) = \sum_{l=1}^m \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N c_{kl} e^{\lambda_l \Delta t_k} \phi_{2l} \right) e^{\lambda_l \tau} \quad (12)$$

위의 각 식에서 괄호 안의 부분은 대응되는 자유도의 l 번째 모우드에 대한 모우드형상이 되고, 첫 번째 측정점에 대한 두 번째 측정점의 모우드형상비 $(\phi_{2l}/\phi_{1l})_l$ 은 다음 식과 같이 정의된다.

$$(\phi_{2l}/\phi_{1l})_l = \left(\sum_{k=1}^N c_{kl} e^{\lambda_l \Delta t_k} \right) / \left(\sum_{k=1}^N c_{kl} \right) (\phi_{2l}/\phi_{1l}) \quad (13)$$

벡터 트리거조건에 사용되는 응답의 수는 동시에 측정된 총 응답수 이하로 선택될 수 있으며 이후의 설명에서는 이를 n 개의 응답으로 확장하여 기술한다.

2.1 이동시간의 조건

평균과정에 적용된 각 응답구간의 초기시간 t_k 에 대응되는 i 번째 응답의 이동시간 Δt_k 는 식(8)의 트리거조건에 따른 경우에 응답구간마다 서로 상이한 값을 가질 수 있고, 식(13)에 의하여 평가된 모우드형상비는 이론값인 $(\phi_{2l}/\phi_{1l})_l$ 로 계산되지 않는다. 여기서, N 개

의 이동시간 Δt_{ki} 를 전부 0으로 선택할 경우에 모우드형상비는 정확값으로 평가될 수도 있으나 트리거수준의 선택에 따라 결과는 많은 차이를 나타내게 된다. 즉, 식(8)과 같은 VTC를 만족하는 트리거점의 개수인 N 은 임의로 선택될 수 있는 트리거수준 a_i 와 b_i ($i = 1, 2, \dots, n$)의 부호와 크기에 따라 상이한 값을 갖게 되고, VTC의 응답수 n 이 증가할 경우에 N 의 크기는 급격히 감소하여, VRD 함수가 자유감쇄신호를 표현하기에 불충분한 파형으로 평가되며, 모우드변수의 추정 이 곤란하게 된다. 그러나 식(13)과 같이 기준점으로 가정된 첫 번째 측정점에 대한 두 번째 측정점의 모우드형상비에서 각 응답구간의 이동시간 Δt_{k2} 를 일정한 값인 Δt_2 로 선택할 경우에는 모우드형상비가 이론값의 스칼라배로 평가되어 모우드변수의 평가가 가능하게 된다. 또한, 평균과정에 사용된 응답구간의 개수는 트리거조건에 응답수의 증감보다 동시에 측정되는 응답신호들간의 상관정도에 의해서 주로 결정되고, 각각의 신호는 개별적인 트리거조건에 의하여 양상불신호로 변환된다.

2.2 이동시간의 결정

첫 번째 측정점의 응답을 기준으로 할 경우에 VTC에 사용된 나머지 $(n-1)$ 개의 응답에는 각각 일정한 값을 갖는 이동시간 Δt_i ($i=2, 3, \dots, n$)가 선택되어야 하고, 잡음의 영향을 최소화하기 위하여 트리거점의 개수를 최대로 하여 평균과정에 사용된 응답구간의 개수를 증가시킬 필요가 있다. 이는 기준응답에 대한 나머지 응답의 교차상관함수를 계산하여 절대최대값을 갖는 지연시간(time lag)을 각 응답의 이동시간으로 선택함으로써 수행된다.⁹⁾ 즉, 기준응답을 변경시키며 양수와 음수의 지연시간에서 계산되는 상관함수로 구성되는 상관행렬을 먼저 평가하고, 각 응답간의 상관도가 가장 높은 열을 결정하여 기준응답으로 선택한 후 최적의 이동시간이 평가된다. 동적응답의 시간이력이 가우스분포의 통계특성을 만족한다고 가정할 경우에 상관행렬의 j 번째 열은 j 번째 응답만을 트리거조건에 적용한 일반적인 RD 기법으로 평가할 수 있다. 이동시간을 결정하는 문제에서는 상관함수의 절대최대값을 갖는 지연시간만을 결정할 필요가 있으므로 상관함수는 RD 함수를 변형하여 평가하는 식(5)의 방법을 취함으로써 계산시간을 매우 단축시킬 수 있다.²⁾ 즉, 트리거

점의 개수를 최대로 하기 위한 i 번째 응답의 이동시간 Δt_i 는 $D_{x,x_j}(\tau)$ 의 평가결과로 구성되는 상관행렬에서 상관도가 가장 높은 j 열을 결정하고 절대최대값을 갖는 지연시간 τ 로 선택된다. 정상파의 통계특성을 따를 때 $i=j$ 일 경우의 RD 함수는 자기상관함수의 파형을 갖기 때문에 최대의 상관도를 갖는 지연시간은 0이 되어 이동시간은 $\Delta t_i=0$ 이 된다. 이동시간이 음수로 평가된 응답은 트리거수준인 a_i , b_i 값을 음수로 해야 한다.

2.3 모우드형상비의 수정

Ibrahim 등⁹⁾은 이동시간에 의한 모우드형상비의 오류를 보정하기 위하여 각각의 VRD 함수를 트리거조건에 적용된 이동시간만큼 시간진행방향으로 이동시킨 후에 모우드변수를 추정하도록 하고 있다. 그러나 이 경우에는 VTC에 적용된 이동시간의 최대값에 대응되는 시간동안의 VRD 함수가 소실되는 결과를 초래한다. 식(8)과 같은 트리거조건을 적용하여 계산되는 VRD 함수는 평균과정에서 모든 입력하중의 영향이 제거됨을 가정할 때 초기변위에 의한 자유감쇄신호와 일치하게 되는데 상기한 보정방법을 취할 경우에 자유감쇄신호의 전반부 응답이 동특성 평가과정에서 누락되어 모우드변수 추정치의 정확도가 떨어질 수 있다. 또한, 모든 이동시간이 음수로 평가될 경우에도 기준응답 이외의 측정점에 대한 VRD 함수의 전반부 신호가 누락되어 같은 결과를 발생시킨다. 또 다른 방법으로 Asmussen 등¹⁰⁾은 식(7)에서부터 이동시간에 의한 각 응답간의 위상차를 제거하기 위하여 평균과정에서 Δt_{ki} 항을 무시하도록 하고 있다. 그런데 이 경우에서 이동시간이 양의 값을 갖는 응답의 VRD 함수는 입력하중의 영향이 제거되지 않을 수 있으며, 음수의 이동시간으로 평가된 VRD 함수는 전술한 바와 같이 자유감쇄신호의 전반부 특성이 누락되는 결과를 발생시킨다. 따라서 식(7)에 의한 VRD 함수의 계산과정을 거친 후에 시간영역이나 주파수영역의 동특성 해석과정에서 모우드형상비의 오류를 특별히 고려할 필요가 있다.

2.4 VRD 함수의 정의

동시에 측정된 시스템의 동적응답이 정상파의 통계특성을 따를 때 VRD 함수는 응답프로세서의 조건평균값으로 정의된다.

$$\begin{aligned}
 D^n x_i(t) &= E[x_i(t + \Delta t_i + \tau) | VTC] \\
 &\cong \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [x_i(t_k + \Delta t_i + \tau) | VTC] \\
 &\quad (i = 1, 2, \dots, n)
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

여기서, VTC는 평균을 취하게 되는 각 응답구간이 응답별로 선택된 초기조건을 강제적으로 만족하도록 하는 벡터로서 다음 식과 같이 주어진다.

$$VTC = \{t_k\} a_i \leq x_i(t_k + \Delta t_i) \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n
 \tag{15}$$

벡터 트리거조건에 따라 계산된 VRD 함수는 평균값으로의 수렴을 위하여 충분한 수의 트리거점을 확보해야 하고, 서로 다른 이동시간의 적용에 따라 각각의 VRD 함수는 초기시간이 상이한 응답파형이 되므로 모우드 변수의 평가과정에서 고려되어야 한다. 또한, VRD 함수는 각 응답간의 위상관계를 유지하고, 모든 응답에 트리거조건이 적용되어 잡음비를 최소화할 수 있는 자기RD 함수만으로 구성되기 때문에 더욱 정확한 모우드 변수의 평가가 가능할 것으로 추측된다.

3. VRD 함수에 의한 동특성 평가

모우드변수를 결정하기 위한 진동실험에서는 실험자료로부터 특성방정식을 만족시키는 λ 를 계산하고 각각의 근에 대응하여 구조계 좌표에 대한 상대변위인 벡터 ϕ 를 평가하게 되는데, 이러한 실험자료는 총 자유도수 이하의 측정점에서 구할 수 있는 변위, 속도 및 가속도 응답중의 하나로 구성된다. ITD 알고리즘에서는 측정 응답과 위상차를 갖는 변형측정점의 응답을 추가하여 응답행렬을 구성하는데 Pappa 등¹¹⁾은 추가된 변형측정점의 응답이 시스템행렬의 고유치 계산에 수학적인 영향을 주지 않는다는 사실을 밝힌 바 있다. 따라서, 서로 다른 이동시간에 따른 위상차를 포함한 n 개의 VRD 함수를 ITD 알고리즘에 적용하고, 시스템행렬의 고유치 해석에 의하여 계산된 고유치는 관계식의 변화없이 구조계의 감쇄고유진동수와 감쇄율로 전환평가된다. 그러나 시스템행렬의 고유벡터로부터 평가되는 모우드 형상은 기준측정점의 응답과 일정한 위상차를 유지하면서 계산된다. 즉, 1번째 모우드에 대한 i 번째 측정점의 모우드변위는 이동시간 Δt_i 에 대응되는 위상차를

포함한 값으로 평가된다. 식(13)의 모우드형상비 관계식에서 기준측정점의 모우드변위를 단위값으로 할 경우에 계산된 모우드변위 ϕ_{ii}^* 는 실제의 모우드변위 ϕ_{ii} 과 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$\phi_{ii}^* = \phi_{ii} e^{\lambda_i \Delta t_i}
 \tag{16}$$

따라서, VRD 함수를 사용한 ITD 알고리즘에서 고유벡터의 기대값은 응답행렬의 처음 n 행에 대응되는 고유벡터의 각 요소를 계산된 고유치의 지수함수 $\exp(-\lambda_i \Delta t_i)$ 와 곱하여 구할 수 있다.

4. 예제해석

4.1 모의예제해석

VRD 함수를 사용한 모우드변수의 추정방법을 검증하기 위하여 그림 1과 같이 집중질량을 갖는 선형의 5 자유도 시스템을 고려하였다. 전단건물 각 층의 질량과 강성은 그림에 보인 바와 같고 각 모우드는 2%의 동일한 감쇄율을 갖는다고 가정하였으며 고유치해석에 의한 시스템 모우드변수의 이론값은 표 1에 나타내었다. 모의실험에서는 정상과의 응답을 얻기 위하여 각 집중질량점에 독립적인 가우스분포를 따르고 백색잡음의 주파수특성을 갖는 무작위하중을 재하하였다. 각 자유도별로 21400개의 동적 변위자료를 표본화시간 0.05초

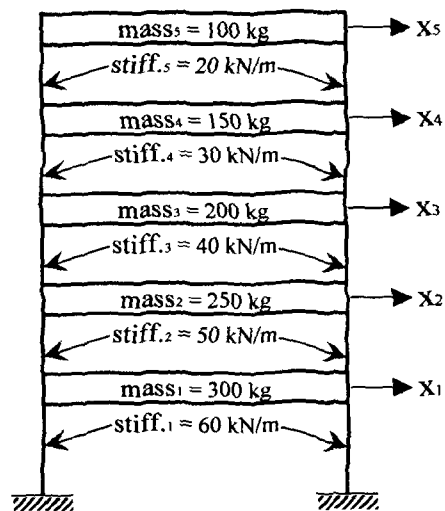


그림 1 5자유도 시스템

표 1 5자유도 시스템 모우드변수의 이론값

mode	frequency (Hz)	damping ratio (%)	modal displacement				
			dof 1	dof 2	dof 3	dof 4	dof 5
1	0.7873	2.00	1.0000	2.0531	3.0556	3.8938	4.4365
2	1.8301	2.00	1.0000	1.4067	0.7526	-0.7828	-2.3098
3	2.7853	2.00	1.0000	0.3623	-1.1284	-0.8119	1.5279
4	3.5456	2.00	1.0000	-0.7778	-0.5874	1.6100	-1.0867
5	4.0599	2.00	1.0000	-1.7044	1.8470	-1.4305	0.6347

를 가정하여 전산기에 의해 계산하였으며, 독립적인 가우스분포를 갖는 잡음비 10%의 백색잡음을 이산데이터에 추가한 후 측정응답으로 설정하였다. 여기서, 잡음비는 잡음의 표준편차를 무잡음응답의 표준편차로 나눈 값이다.

기준응답을 선택하기 위하여 일반적인 RD 기법에 따라 총 25개의 상관함수를 계산하여 상관행렬을 구성하였으며, 두 번째 측정점의 응답이 나머지 응답과의 상관도가 가장 높은 것으로 평가되어 x_2 를 기준응답으로 결정하였다. 상관행렬의 j 번째 열을 구성하기 위하여 적용된 RD 기법의 트리거조건은 식(3)에서 $[a \ b] = [\sigma_{x_i} \ \infty]$ 가 사용되어 두 번째 열의 경우에 3352개의 트리거점을 평균과정에 사용하였고, 각 상관함수는 RD 함수를 변형하여 평가하는 방법을 취함으로써 계산시간을 매우 단축시킬 수 있었다. VRD 함수를 평가하기 위한 초기시간의 선택에 있어서 벡터 트리거조건에 사용되는 최적의 이동시간은 상관함수의 절대최대값을 갖는 지연시간으로 결정되는데, 그림 2는 상관행렬의 두 번째 열을 나타낸 것으로 상관함수의 절대최대점이 *로 표시되었다. 이에 따른 VRD 함수의 평가결과는 그림 3에 나타낸 바와 같이 초기변위에 의한 자유감쇠의 응답파형을 갖는다. 여기서, 트리거수준 벡터의 각 요소는 $a_i = \sigma_{x_i}$ 와 $b_i = \infty$ ($i = 1, 2, \dots, 5$)로 가정하였으며 벡터 트리거조건을 만족하는 트리거점의 개수는 661개로 계산되었다. 이론상으로 벡터 트리거조건에 사용된 모든 응답에 대한 트리거수준의 부호를 반대로 하여

VRD 함수를 계산할 경우에 진동의 대칭성에 따라 각각의 응답파형은 절대값이 일치해야 한다. 이러한 특성을 이용하여 추정된 VRD 함수의 불확실성을 평가할 수 있으며, 그림 3에서 점선의 파형은 각 트리거조건을 적용한 VRD 함수의 평균값을 도시한 것으로 평가된 VRD 함수의 오차량은 미소한 것으로 평가되었다.

그림 3의 VRD함수를 사용하여 본 연구에서 제시된 방법에 따라 모우드변수를 추정한 결과는 표 2에 나타내었다. 여기서, 모우드형상의 MSCC(mode shape correlation constant)는 이론치와 추정치의 상관계수로써 다음 식에 따라 계산되었다.

$$MSCC = \frac{(\phi_i^T \phi_i)^2}{(\phi_i^T \phi_i)(\phi_i^T \phi_i)} \times 100 \quad (17)$$

여기서, ϕ_i 와 ϕ_i 는 각각 모우드형상의 이론치와 추정치이다. VRD 기법에 의한 고유진동수의 추정치는 전반적으로 RD 기법의 결과보다 다소 부정확한 것으로 평가되었는데 이는 VRD 기법에서 무작위응답의 앙상블평균에 사용된 응답구간의 개수가 RD 기법의 20% 정도로 사용되어 입력하중과 잡음의 진동수성분이 충분히 소거되지 않았기 때문으로 사료된다. 그러나 본문에서 기술한 바와 같이 제시된 VRD 기법은 모든 측정응답으로부터 전반부 신호의 누락없이 자유감쇠신호를 평가할 수 있게 하므로 본 예제에서도 감쇄율과

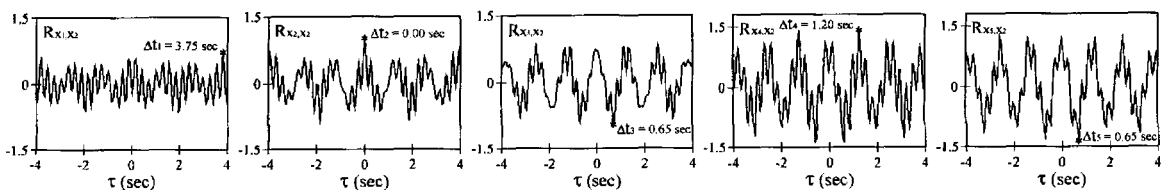
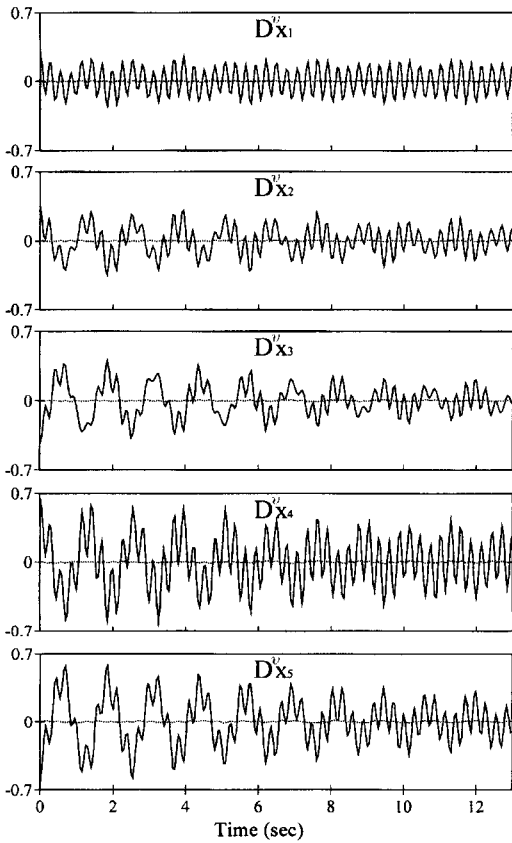


그림 2 5자유도 시스템 응답의 상관함수



(— : VRD 함수 , - - - : VRD 함수의 오차량)
 그림 3 5자유도 시스템의 VRD 함수

모우드형상의 추정치가 RD 기법에 비하여 정확한 값으로 계산되었다. 그림 4는 모우드형상의 추정결과로서 ●표시는 모우드변위의 이론값이고, 실선과 점선은 각각 VRD 함수와 RD 함수를 사용하여 ITD 알고리즘에 따라 계산된 결과이다.

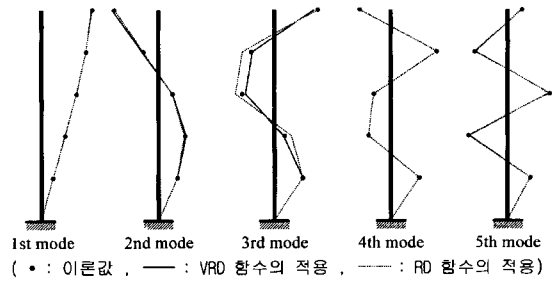


그림 4 5자유도 시스템의 모우드형상

4.2 실내시험에 의한 예제해석

본 예제에서는 2경간 연속으로 지지된 강재보를 제작하고 가속도응답을 측정하여, 각 기법에 의한 동특성 추정결과를 비교하였다. 강재보의 재료는 규격품으로 생산되는 공칭치수 W150×100의 H형강으로 하였고, 총연장 16m의 보를 각 경간장이 7.95m가 되도록 3 지점에서 회전단으로 지지하였으며, 연속보의 전경을 그림 5에 나타내었다.

측정응답의 VRD 함수와 RD 함수에 의한 모우드변수 추정결과를 검증하기 위하여 실제 초기변위에 의한 각 측정점의 자유응답함수를 함께 측정하고, 이에 따른 결과를 기준값으로 가정하였다. 따라서 본 시험에서는 무작위하중에 의한 응답과 초기변위에 의한 응답을 측정하는 2가지 시험이 실시되었으며, 각 시험에서 구조물의 동적응답은 5개의 가속도계를 사용하여, 총 14개의 측정점에 대한 상하방향 횡진동을 측정하여 구성하였다. 연속보의 모우드형상을 평가하기 위하여 4번과 5번 측정점을 공통점으로 유지하고 가속도계를 고정하였으며, 나머지 3개의 센서를 12개의 측정점에 옮겨가며 각 시험별로 4회의 진동시험을 실시하였다. 그림 6은 2가지 시험에 의한 전형적인 응답파형을 보인 것으로

표 2 5자유도 시스템의 모우드변수 추정결과

mode	VRD function					RD function				
	frequency		damping ratio		mode shape	frequency		damping ratio		mode shape
	result(Hz)	error(%)	result(%)	error(%)	MSCC*(%)	result(Hz)	error(%)	result(%)	error(%)	MSCC*(%)
1	0.8015	1.8	2.00	0	100.00	0.7885	0.2	2.24	12	100.00
2	1.8344	0.2	1.21	40	99.95	1.8233	0.4	1.63	19	99.99
3	2.7505	1.3	0.90	55	99.85	2.7755	0.4	6.71	236	98.11
4	3.5446	0.0	0.04	98	100.00	3.5451	0.0	0.03	99	100.00
5	4.0616	0.0	0.01	100	100.00	4.0609	0.0	0.02	99	100.00

* : Mode Shape Correlation Constant

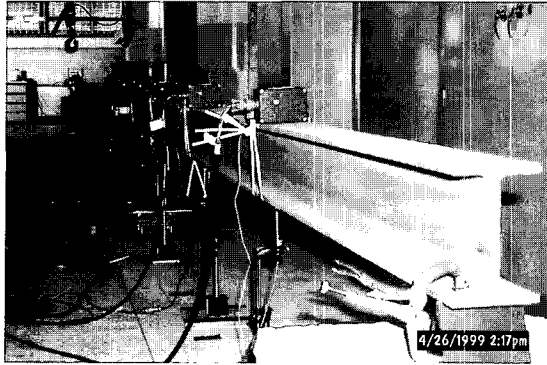
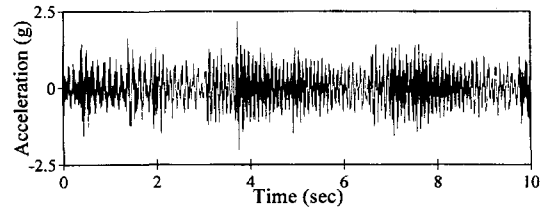


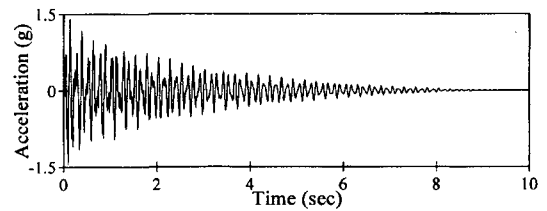
그림 5 실내시험 전경

5번 측정점의 응답을 도시하였다. 무작위하중에 의한 응답은 트리거점을 충분히 확보하기 위하여 각 진동시험의 측정점별로 37000개 정도의 신호를 200Hz로 표본화하였다. 각 진동시험에서 공통으로 측정된 5번 측정점의 자유도를 기준응답으로 선택하였으며, RD 기법과 VRD 기법에 사용된 트리거수준은 전 절의 예제와 동일하게 설정하였다. 그림 7의 좌측은 무작위하중을 재하한 시험에서 첫 번째 센서배치에 의한 응답을 본 알고리즘에 적용하여 계산된 VRD 함수를 도시한 것으로 벡터 트리거조건에 사용된 이동시간은 $[-50 \ 50 \ 3 \ 0 \ 0] \times 0.005$ 초로 선택되었으며, 나머지 진동시험의 결과도 유사한 파형을 나타내었다. 그림 7의 우측은 5번째 측정점의 응답에만 트리거조건을 적용하여 평가한 RD 함수이며 첫 번째와 네 번째 교차RD 신호는 자유응답의 전반부 파형이 다소 누락된 결과를 나타내었고, 트리거조건이 적용된 5번째 자기RD 신호는 VRD 함수와 거의 동일하게 평가되었다.

VRD 함수와 RD 함수 및 실제로 측정된 자유감쇠 응답은 ITD 기법에 적용되어, 연속보의 모드변수가 추정되었고 결과를 표 3에 수록하였다. 표에서 오차율과 MSCC값은 측정된 자유감쇠응답의 적용결과를 기준으로 계산되었고, 고유진동수와 감쇄율의 추정결과에서 가정된 기준값에 포함될 수 있는 불확실성을 고려할 때 특별한 차이는 발생되지 않았다. 그러나 모드변형상의 추정결과에서는 VRD 기법과 RD 기법이 많은 차이를 나타내었는데 VRD 기법에 의한 모드변위의 추정값이 실측된 자유응답의 결과와 거의 일치하였다. 그림 8은 추정된 모드변형상을 도시한 것으로 ●표시는 실측된 자유응답의 적용결과이고, 실선과 점선은 각각 VRD 함수와 RD 함수를 사용한 평가치이다. RD



(a) 무작위하중에 의한 응답



(b) 초기변위에 의한 응답

그림 6 연속보의 측정응답(5번 측정점)

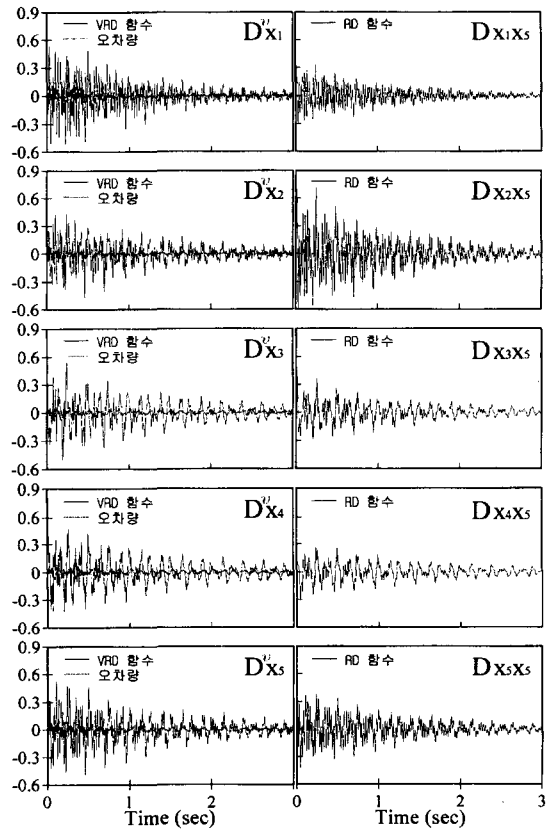


그림 7 연속보의 VRD 함수와 RD 함수

기법에 의한 모드변형상에서 중앙지지점 좌우의 측정점에 대한 모드변위가 기준값과 많은 차이를 나타내

표 3 2경간 연속보의 모우드변수 추정결과

mode	measured free decay function		VRD function					RD function				
	frequency (Hz)	damping ratio (%)	frequency		damping ratio		mode shape	frequency		damping ratio		mode shape
			result (Hz)	error (%)	result (%)	error (%)	MSCC (%)	result (Hz)	error (%)	result (%)	error (%)	MSCC (%)
1	7.8989	0.59	7.9002	0.0	0.72	22	100.00	7.8762	0.3	0.64	8	92.96
2	12.0780	0.64	12.0865	0.1	0.70	9	99.99	12.0649	0.1	0.77	20	87.92
3	29.5575	0.66	29.7806	0.8	0.79	20	99.84	29.8487	1.0	0.93	41	93.48
4	38.2269	0.57	38.1266	0.3	0.39	32	99.96	38.0947	0.3	0.36	37	97.24

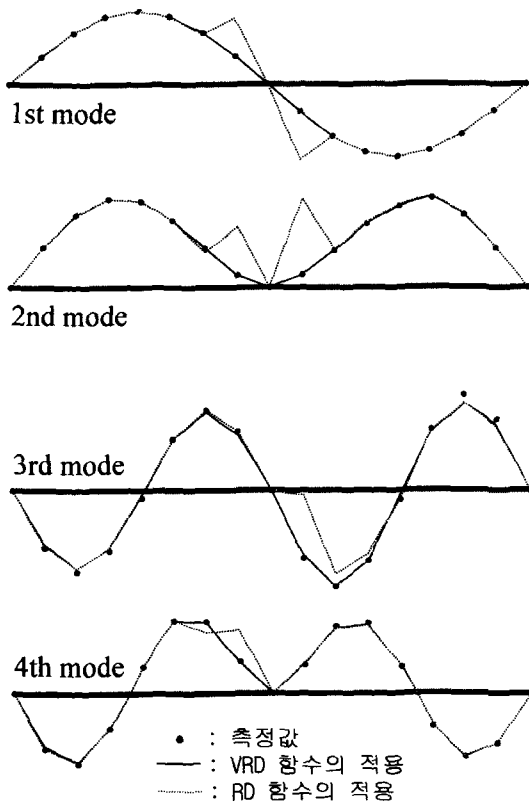


그림 8 2경간 연속보의 모우드형상

있는데, 이는 공통 측정점에서의 나머지 3개의 측정점이 서로 다른 경간에 배치되어 교차RD 함수가 부정확하게 평가되었기 때문으로 판단된다. 이에 반해서, 본 예제의 VRD 함수는 동시에 측정된 5개의 측정응답이 각각의 트리거수준을 만족하도록 평가되었기 때문에, 모든 VRD 함수가 자기RD 함수의 특성을 유지할 수 있었고 더욱 정확한 모우드변위의 추정이 가능하였다.

5. 결 론

본 연구에서는 모우드형상비의 개념을 시간영역에서의 모우드변수 추정기법인 ITD 알고리즘에 적용함으로써 각 측정응답에 대응되는 이동시간의 보정이 필요하지 않도록 VRD 기법을 확장하고, 개선된 모우드변수 평가방법을 제시하였다.

다수의 측정응답에 트리거수준을 동시에 적용하는 벡터 트리거조건에 의한 VRD 함수는 제시된 방법에 따라 전반부 신호의 누락없이 초기변위에 의한 자유응답신호로 평가될 수 있었다. VRD 함수는 각 응답간의 위상관계를 유지하고, 모든 응답에 트리거조건이 적용되어 잡음을 최소화할 수 있는 자기RD 함수만으로 구성되기 때문에, 더욱 정확한 모우드변수의 평가가 가능할 것으로 예측되며 모의예제해석에서도 VRD 함수를 사용한 감쇄율과 모우드형상의 평가치가 RD 기법에 비하여 정확한 값으로 계산되었다. 2경간 연속보로 지어진 강재보의 진동시험에 의한 예제해석에서는 VRD 기법을 사용한 고유진동수와 감쇄율의 추정값이 RD 기법과 유사하게 평가되었으나 모우드형상은 측정응답이 각각의 트리거수준을 만족하도록 평가된 VRD 함수를 사용할 때 더욱 정확한 모우드변수의 추정이 가능하였다.

제안된 방법은 추후 실구조물 적용을 통한 검증이 요구되며, 구조물의 상시진동기록에 포함되는 각종 잡음성분을 제거하여 자유진동신호를 구하는데 효과적으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

이 연구는 2000년도 동의대학교 학술연구비에 의하여 이루어졌음.

참 고 문 헌

1. Cole, H. A., "On-The-Line Analysis of Random Vibrations," *AIAA Paper*, No. 68-288, 1968
2. Vandiver, J. K., Dunwoody, A. B., Campbell, R. B. and Cook, M. F., "A Mathematical Basis for the Random Decrement Vibration Signature Analysis Technique," *Journal of Mechanical Design*, ASME, Vol. 104, 1982, pp.307~313
3. Huan, S. L., "Analysis of the Random Decrement Method," *Int. J. Systems Sci.*, Vol. 14, No. 4, 1983, pp.417~423
4. Spanos, P. D. and Zeldin, B. A., "Generalized Random Decrement Method for Analysis of Vibration Data," *Journal of Vibration and Acoustics*, ASME, Vol. 120, 1998, pp.806~813
5. 윤정방, 이진학, 이종원, 김재동, 정환욱, "교통하중에 의한 상시진동기록을 이용한 교량의 손상추정 기법," 한국전산구조공학회 논문집, 제14권, 제1호, 2001, pp.77~85
6. Ibrahim, S. R., "Random Decrement Technique for Modal Identification of Structures," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 14, No. 11, 1977, pp.696~700
7. Ibrahim, S. R., Wentz, K. R. and Lee, J., "Damping Identification from Nonlinear Random Responses Using a Multi-Triggering Random Decrement Technique," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 1, No. 4, 1987, pp.389~397
8. Yang, J. C. S., Chen, J. and Dagalakis, N. G., "Damage Detection in Offshore Structures by the Random Decrement Technique," *Journal of Energy Resources Technology*, ASME, Vol. 106, 1984, pp.38~42
9. Ibrahim, S. R., Asmussen, J. C. and Brincker, R., "Vector Triggering Random Decrement for High Identification Accuracy," *Journal of Vibration and Acoustics*, ASME, Vol. 120, 1998, pp.970~975
10. Asmussen, J. C., Brincker, R. and Ibrahim, S. R., "Statistical Theory of the Vector Random Decrement Technique," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 226, No. 2, 1999, pp.329~344
11. Pappa, R. S. and Ibrahim, S. R., "A Parametric Study of the Ibrahim Time Domain Modal Identification Algorithm," *Shock and Vibration Bulletin*, No. 51, Part 3, 1981, pp.43~72