

# 고강도 PSC 휨부재의 비선형 모멘트-곡률 관계와 전산구조해석

Nonlinear Moment-Curvature Relations and Numerical Structural Analysis  
of High-Strength PSC Flexural Members

연정흠† 이제일\*

Yon, Jung-Heum Lee, Je-Il

(논문접수일 : 2001년 5월 25일 ; 심사종료일 : 2001년 12월 19일)

## 요지

고강도 PSC 콘크리트 휨부재의 비선형 수치해석을 위해 적층법과 설계기준에 의한 비선형 모멘트-곡률 관계의 계산방법이 제안되었다. 제안된 수치해석에 의한 모멘트-곡률 관계와 처짐계산을 위한 비선형 수치해석 과정에 의한 계산결과는 해석적인 방법에 의한 모멘트-곡률 관계 그리고 기존의 고강도 PSC 콘크리트 휨부재에 대한 실험결과와 비교되었다. 이 논문의 적층법에 의한 에너지흡수율은 강도설계법과 CEB-FIP 제안식보다 약 30% 크게 계산되었다. 적층법에 의한 극한하중과 외부일은 각각 실험결과의 92%와 85%로 안전하게 계산되었으며, 강도설계법은 97%와 122%로 극한하중에 대해서는 안전하나 외부일은 과대 평가되었다. CEB-FIP 제안식은 극한하중과 외부일에서 실험결과의 113%와 173%로 고강도 콘크리트에 대한 극한변형률 0.0035의 적용에 문제가 있었다. 제안된 비선형 수치해석 과정은 고강도 PS 콘크리트 휨부재의 거동을 극한상태까지 안정적으로 해석할 수 있었으며, 극한하중의 80%까지 하중-처짐 관계와 균열의 전파정도의 계산결과는 실험결과와 유사하였다.

핵심용어 : 프리스트레스트 콘크리트, 비선형 모멘트-곡률 관계, 수치해석, 적층법, 강도설계법

## Abstract

A methods to calculate non-linear moment-curvature relations of high-strength PSC flexural members for numerical analysis has been proposed. The moment-curvature relations were calculated with assumptions of design codes and by the layer method. The results of the proposed procedures for moment-curvature relations and numerical analysis were compared with those of pre-existing tests. The absorption energy rate of the design codes was about 30% larger than that of the layer method. The ultimate load and the external work of the layer method were 90% and 85% of those of tests, respectively. The ultimate load of the strength design method was 97% of that of tests, but the external work was over-estimated with 122%. The ultimate load and external work by the proposed equation of the CEB-FIP Model Code were 113% and 173% of those of tests, respectively. It shows that the use of ultimate strain of 0.0035 should be over-estimated for high-strength concrete. The procedure of non-linear numerical analysis of this research could be stably simulated the behavior of concrete flexural members until the ultimate state, and calculate results of the load-deflection relation and cracking pattern were very similar with those of tests.

Keywords : PSC, non-linear moment-curvature, numerical analysis, layer method, strength design method

† 책임저자, 정회원 · 인하대학교 건설공학부 부교수  
전화: 032-860-7569; Fax: 032-873-7560  
E-mail: jyon@inha.ac.kr

\* 인하대학교 토목공학과 석사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2002년 6월 29일까지 본 학회에  
보내주시면 2002년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

70년대 이후 급격한 컴퓨터 기술의 발달로 유한요소법 등의 수치해석에 의한 구조물의 해석이 널리 사용되고 있다. 그러나 PS 콘크리트 구조물에 대한 비선형 수치해석은 재료특성의 불확실성과 요소망 설계의 어려움 등으로 다른 재료가 사용된 구조물에 비해 미미한 수준이다. PS 콘크리트 구조물에 대한 전산구조해석의 활성화를 위해서는 보다 단순한 콘크리트 재료특성의 입력과 요소망의 설계가 필요하다. 휨부재에 대한 비선형 전산구조해석의 가장 간단한 방법으로 매트릭스 구조해석이 사용될 수 있으며, 이 경우 입력자료에 필요한 재료특성과 단면특성은 휨강성(flexural stiffness)으로 모멘트-곡률 관계(moment-curvature relation)의 기울기로부터 결정될 수 있다.

PS 콘크리트 휨부재에 대한 비선형 모멘트-곡률 관계는 기존의 구조물에 대한 평가에도 필요하다. 휨부재에 대한 모멘트-곡률 관계의 면적은 단위길이의 단면이 파손(failure)될 때까지 흡수할 수 있는 에너지로 정의되는 에너지흡수율(absorption energy rate)을 나타낸다. 실제 사용되고 있는 휨부재의 단면과 설계단면의 모멘트-곡률 관계의 적분 값을 비교하면 휨부재 손상의 정도를 명확히 나타낼 수 있다. 또한 여러 해석방법에 의해 계산된 에너지 흡수율을 실험결과와 비교하여 실제 휨부재의 거동과 유사한 해석방법을 제시할 수도 있다.

이 논문에서는 최근 사용빈도가 증가하고 있는 고강도 PS 콘크리트 단면에 대한 한계상태까지의 모멘트-곡률 관계를 유도하는 방법과 일차원 유한요소해석 또는 매트릭스 구조해석에 대한 비선형 해석의 방법을 제시하였다. 고강도 콘크리트 단면에 대한 비선형 모멘트-곡률 관계는 기존의 강도설계의 가정<sup>1),2)</sup>에 의한 방법과 인장경화(tension stiffening) 효과가 포함된 CEB-FIP의 제안식<sup>3)</sup> 그리고 적층법(layer method)<sup>4)</sup>으로 계산되었다. 제안된 비선형 전산구조해석에 각 해석방법에 의한 비선형 모멘트-곡률 관계를 적용하여 참고문헌 5와 6의 PS 콘크리트 휨부재의 실험결과와 비교하였다.

## 2. 비선형 모멘트-곡률 관계

수치해석의 가장 간단한 방법으로 일차원 유한요소해석인 매트릭스 구조해석이 있으며, 이 방법에 의해

PS 콘크리트 휨부재의 비선형 거동을 해석하기 위해서는 재료 및 단면특성으로 PS 콘크리트 단면에 대한 비선형 모멘트-곡률 관계가 필요하다. 이 논문에서는 한계상태까지의 모멘트-곡률 관계를 계산하기 위해서 다음의 가정에 대한 강도설계법과 CEB-FIP의 제안식 그리고 적층법에 의해 비선형 모멘트-곡률 관계가 유도되었다.

- ① 평면보존(Bernoulli)의 가정 : 변형 전에 평면인 단면은 변형 후에도 평면을 유지한다.
- ② 완전부착의 가정 : 보강철근과 긴장재 등 보강재(reinforcement)의 변형률은 보강재의 위치에서 콘크리트의 변형률과 같다.

### 2.1 강도설계법의 가정에 의한 모멘트-곡률 관계

균열이 발생되지 않은 단면에 대한 모멘트  $M$ 과 곡률  $\phi$ 의 관계는 전체 환산단면의 휨강성  $E_c I_g$ 에 대해 다음과 같다.

$$\phi = \frac{M}{E_c I_g} \leq \phi_{cr} = \frac{M_{cr}}{E_c I_g} \quad (1)$$

여기서  $E_c$ 와  $I_g$ 는 각각 콘크리트의 탄성계수와 환산단면에 대한 단면이차모멘트이며,  $\phi_{cr}$ 과  $M_{cr}$ 은 각각 균열이 발생될 때의 곡률과 균열모멘트이다. 긴장력  $P$ 와 편심거리  $e$ 에 대해 균열모멘트는 다음과 같이 계산된다.

$$M_{cr} = S_{ten} \left( \frac{P}{A_g} + f_r \right) + Pe \quad (2)$$

위의 식에서  $A_g$ 와  $S_{ten}$ 은 각각 환산단면적과 인장연단에 대한 단면계수(section modulus)이며,  $f_r = 2.0\sqrt{f'_c}$ 는 휨인장강도(modulus of rupture),  $f'_c$ 는 콘크리트의 기준 압축강도이다.

콘크리트구조 설계기준<sup>1)</sup>과 ACI 318-992)의 강도설계법에서는 위의 가정에 추가로 균열이 발생된 후 콘크리트의 인장응력이 무시된다. 균열이 발생되면 콘크리트의 압축연단에서 중립축의 깊이  $c$ 와 콘크리트의 압축연단에서 변형률  $\epsilon_c$ 에 대해 다음의 과정으로 비선형 모멘트-곡률 관계가 계산될 수 있다. 중립축에서  $y$ 인 곳에서 변형률은 평면보존의 가정으로부터 다음과 같다.

$$\varepsilon(y) = \frac{\varepsilon_c}{c} y \text{ 또는 } dy = \frac{c}{\varepsilon_c} d\varepsilon \quad (3)$$

위의 변형률에 대한 콘크리트의 응력분포  $f(y)$  또는 압축응력-변형률 관계<sup>3), 7), 8)</sup>  $f(\varepsilon)$ 으로부터 콘크리트의 압축단면력  $C_c$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$C_c = \int_{A_c} f(y) dA = \int_0^c f(y) b dy = \frac{c}{\varepsilon_c} \int_0^{\varepsilon_c} f(\varepsilon) b d\varepsilon \quad (4)$$

여기서  $b$ 는 중립축에 대한 위치  $y$ 에서 콘크리트 단면의 폭이다. 압축연단에서 콘크리트의 압축단면력의 작용점이  $k_2 c$ 인 경우에 중립축의 깊이  $c$ 에 대한 콘크리트 압축단면력의 작용점의 깊이비  $k_2$ 는 중립축에 대한 일차모멘트로부터 다음과 같다.

$$k_2 = 1 - \frac{1}{\varepsilon_c} \frac{\int_0^{\varepsilon_c} f(\varepsilon) \varepsilon b d\varepsilon}{\int_0^{\varepsilon_c} f(\varepsilon) b d\varepsilon} \quad (5)$$

폭  $b$ 가 일정한 직사각형 단면의 경우에 압축단면력의 깊이비  $k_2$ 는 콘크리트의 압축응력-변형률 관계로부터 직접 계산될 수 있다.

하중에 의한 보강재의 변형률은 완전부착의 가정으로부터 같은 위치에서 콘크리트의 변형률과 같아야 한다. 콘크리트의 압축연단에서  $y_{si}$ 에 있는 단면적  $A_{si}$ 의 여러 층으로 배근된 보강철근과  $y_{pi}$ 에 있는 단면적  $A_{psi}$ 의 긴장재에 대해 각 보강재의 변형률  $\varepsilon_{si}$ 와  $\varepsilon_{pi}$  및 응력  $f_{si}$ 와  $f_{pi}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_c \frac{y_{si} - c}{c} \quad f_{si} = E_s \varepsilon_{si} \leq f_y \quad (6)$$

$$\varepsilon_{pi} = \varepsilon_{ps} - \varepsilon_c \frac{y_{pi} - c}{c} \quad f_{pi} = f_{ps}(\varepsilon_{pi}) \leq f_{pu} \quad (7)$$

여기서  $\varepsilon_{ps}$ 는 하중이 재하되기 전 긴장재의 초기 변형률이며,  $f_{ps}(\varepsilon_{pi})$ 는 긴장재의 변형률  $\varepsilon_{pi}$ 에 대한 긴장재 응력의 함수로 참고문헌 9와 10 등에서 제안된 긴장재의 응력-변형률 관계로부터 결정될 수 있다. 여러 층으

로 배치된 보강철근과 긴장재에 대한 다음의 단면력  $F_s$ 와  $T_p$ 에 대해

$$F_s = \sum f_{si} A_{si} \quad T_p = \sum f_{pi} A_{psi} \quad (8)$$

평형조건식은 다음과 같이 된다.

$$C_c = T_p + F_s \quad (9)$$

또는

$$\frac{c}{\varepsilon_c} \int_0^{\varepsilon_c} f(\varepsilon) b d\varepsilon = \sum f_{ps}(\varepsilon_{psi}) A_{psi} + \sum f_{si} A_{si} \quad (10)$$

위의 평형조건식으로부터 콘크리트 압축연단의 변형률  $\varepsilon_c$ 에 대한 중립축의 깊이  $c$ 가 결정되면 곡률  $\phi$ 와 모멘트  $M$ 은 각각 다음과 같이 계산된다.

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{c} \quad (11)$$

$$M = C_c(c - k_2 d) + \sum f_{si} A_{si}(y_{si} - c) + \sum f_{pi} A_{psi}(y_{pi} - c) \quad (12)$$

PS 콘크리트 휨부재의 모멘트-곡률 관계는 다음의 세 단계에 대한 모멘트와 곡률을 연결하여 간단히 계산될 수도 있다.

- ① 콘크리트 인장연단의 응력  $f_r = 2.0\sqrt{f_c'}$  :  
 $\phi_{cr} = M_{cr}/E_c I_g$
- ② 보강재의 최대 응력  $f_{si}^{\max} = f_y$  또는 긴장재의 응력  $f_{ps} = f_{py}$  :  $\phi_y = M_y/E_c I_g$
- ③ 콘크리트 압축연단의 변형률이 한계상태  $\varepsilon_c = \varepsilon_u$  :  
 $\phi_u = M_u/E_c I_u$

여기서  $I_g$ ,  $I_y$ ,  $I_u$ 는 각각 비균열 단면, 항복단면, 극한단면의 단면이차모멘트이다. 철근콘크리트 휨부재의 경우에는 추가로 콘크리트 압축연단의 응력이 허용압축응력이 되는 허용응력의 한계상태에 대한  $\phi_a = M_a/E_c I_{cr}$ 이 추가되며, 여기서  $M_a$ 와  $I_{cr}$ 은 각각 저항모멘트와 균열단면에 대한 단면이차모멘트이다.

## 2.2 CEB - FIP의 제안식

CEB - FIP 설계규준<sup>3)</sup>에서 제안하는 비선형 모멘트-곡률 관계에는 휨모멘트 또는 축하중과 휨모멘트가 작용하는 콘크리트 휨부재에 대한 식으로 균열이 발생된 이후에 콘크리트의 인장단면력이 무시되는 대신에 인장 보강철근의 인장경화<sup>11)</sup>를 고려하기 위해 감소된 곡률이 사용된다. 이 제안식에서는 작용 모멘트  $M$ 이  $\sqrt{\beta_b} M_{cr}$  보다 작은 경우에 비균열 단면으로 정의되며, 이는 건조수축과 온도 및 이전에 작용된 활하중의 반복에 의한 구조물의 평균 거동을 고려하기 위해서 휨인장강도에 대해 계산된 균열 모멘트  $M_{cr}$ 보다 작은 모멘트  $\sqrt{\beta_b} M_{cr}$ 에서 균열이 발생되는 것으로 가정한다.  $\beta_b$ 는 부착상태에 대한 계수  $\beta_1$ 과 하중의 작용기간 또는 반복에 의한 영향을 고려하기 위한 계수  $\beta_2$ 의 곱이다.  $\beta_1$ 은 부착성능이 큰 경우에 1.0이 사용되며, 부착 성능이 작으면 0.5이고,  $\beta_2$ 는 초기 단순 하중에 대해 0.8, 장기 하중 또는 반복 하중에 대해서는 0.5이다. PS 콘크리트 단면에 대해 균열 모멘트는 인장 연단의 응력이  $0.7f_{ctm}$ 을 초과할 때의 모멘트로 다음과 같이 계산된다.

$$M_{cr} = S_{ten} \left( \frac{P}{A_g} + 0.7f_{ctm} \right) + Pe \quad (13)$$

여기서  $f_{ctm}$ 은 평균 인장강도이다.

이 제안식에서는 강도설계법의 가정에 의한 방법으로 계산된 균열발생 이전의 환산 단면이차모멘트  $I_g$  그리고 보강재가 항복할 때의 항복모멘트  $M_y$ 와 한계상태의 모멘트  $M_u$ 에 대한 곡률  $\phi_y$ 와  $\phi_u$ 에 대해 다음의 휨강성을 정의하고 있다.

$$\begin{aligned} K_I &= E_c I_g \\ K_{II} &= E_c I_y = \frac{M_y}{\phi_y} \\ K_{III} &= \frac{M_u - M_y}{\phi_u - \phi_y} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $K_{III}$ 는 보강재의 항복이후 한계상태까지의 평균 휨강성이다. 작용모멘트  $M$ 에 대해 인장경화가 고려된 곡률은 다음과 같이 계산된다.

$$M \leq \sqrt{\beta_b} M_{cr} : \phi = \frac{M}{K_I} \quad (15)$$

$$\sqrt{\beta_b} M_{cr} \leq M \leq M_y :$$

$$\phi = \frac{M}{K_{II}} - \left( \frac{M_{cr}}{K_{II}} - \frac{M_{cr}}{K_I} \right) \beta_b \frac{M_{cr}}{M} \quad (16)$$

$$M_y \leq M \leq M_u :$$

$$\phi = \frac{M}{K_{II}} - \left( \frac{M_{cr}}{K_{II}} - \frac{M_{cr}}{K_I} \right) \beta_b \frac{M_{cr}}{M_y} + \frac{M - M_y}{2K_{III}} \quad (17)$$

위의 식은 모멘트  $\sqrt{\beta_b} M_{cr}$  와  $M_y$ 에서 연속이며,  $(M_{cr}/K_{II} - M_{cr}/K_I) \beta_b (M_{cr}/M)$ 과  $K_{III}$ 의 항은 인장경화에 의한 곡률의 감소를 고려하기 위한 것이다.

## 2.3 적층법(Layer Method)

적층법에 의해 PS 콘크리트 휨부재의 비선형 모멘트-곡률 관계를 계산하기 위해서 단위길이의 휨요소에 일정한 모멘트가 작용하는 이차원 유한요소법이 사용된다. 콘크리트는 높이 방향으로 여러 층의 사각형 요소로 구성되며, 보강재는 콘크리트 요소의 절점에 연결된 트러스 요소로 구성된다. 보다 안정적인 해석을 위해서 한쪽 단부의 절점은 하나의 헌지와 여러 롤러로 구속되며, 다른 단부에 평면보존의 가정에 의한 변위 또는 변형률의 경계조건으로부터 단면의 휨모멘트와 곡률이 계산된다.

순수 휨을 받는 요소의 모멘트-곡률을 구하기 위한 요소망은 그림 1과 같다. 그림 1의 위쪽 연단에서 변형률  $\varepsilon_{top}$ 과 아래 연단의 변형률  $\varepsilon_{bot}$ 에 대해 곡률  $\phi$ 는 단위길이당 접선의 변화 또는 단면의 높이  $h$ 에 대한 변

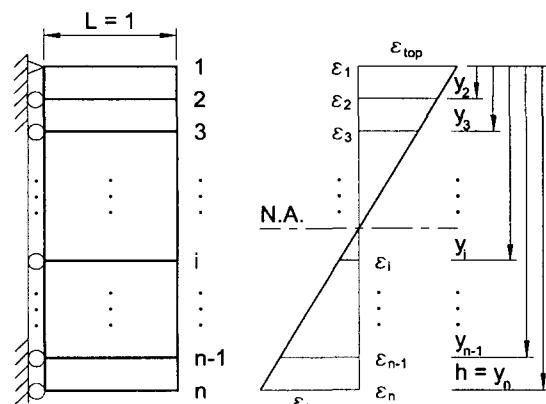


그림 1 모멘트-곡률 관계의 계산을 위한 적층법의 FEM 요소망과 경계조건

형률의 기울기로 콘크리트에 대해 압축을 양의 값으로 하는 경우에 다음과 같다.

$$\phi = \frac{\varepsilon_{\text{top}} - \varepsilon_{\text{bot}}}{h} \quad (18)$$

임의의 절점  $i$ 의 변형률  $\varepsilon_i$ 는 위쪽 연단의 변형률  $\varepsilon_{\text{top}}$ 과 압축연단에서 절점까지의 거리  $y_i$ , 그리고 곡률  $\phi$ 로 부터 다음과 같이 계산된다.

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{\text{top}} + \phi y_i \quad (19)$$

변형률  $\varepsilon_i$ 와 요소의 길이  $L=1$ 에 대해 임의의 절점의 변위  $u_i = \varepsilon_i$ 이다.

가정된 압축 및 인장연단의 변형률에 대한 절점력 벡터  $[R]$ 은 위의 식으로 계산된 각 절점의 변위 벡터  $[u_i]$ 로부터 요소 전체에 대한 강성행렬  $[K]$ 에 대해  $[R] = [K][u]$ 로 계산된다. 절점력이 계산되면 이 절점력의 합이 작용하는 축력 또는 긴장력을 만족하도록 인장연단의 변형률을 수정하여 압축연단의 변형률  $\varepsilon_{\text{top}}$ 에 대해 힘의 평형조건을 만족하는 곡률을 결정한다. 결정된 곡률에 해당하는 휨모멘트는 한쪽 단부의 절점력 벡터  $[R]$ 와 위연단에 대한 각 절점의 거리  $y_i$ 로부터 다음과 같이 계산된다.

$$M = \sum R_i y_i \quad (20)$$

적층법에 의해 모멘트 - 곡률 관계를 구하는 과정은 다음과 같다.

- ① 콘크리트 압축연단의 변형률  $\varepsilon_{\text{top}}$ 를 설정한다.
- ② 콘크리트 인장연단의 변형률  $\varepsilon_{\text{bot}}$ 을 가정한다.
- ③ 각 절점의 변형률 또는 변위벡터  $[u]$ 를 계산한다.
- ④ 유한요소 해석을 실행하여 절점력  $[R] = [K][u]$ 을 계산한다.
- ⑤ 힘의 평형조건을 만족하지 않으면  $\varepsilon_{\text{bot}}$ 를 수정하고 단계 ③부터 반복한다.
- ⑥ 단면의 모멘트  $M$ 과 곡률  $\phi$ 를 계산한다.
- ⑦  $\varepsilon_{\text{top}} < \varepsilon_u$ 인 경우 단계 ①부터 반복한다.

### 3. PS 콘크리트 휨부재의 매트릭스 구조해석

철근 및 PS 콘크리트 휨부재의 모멘트-곡률 관계는

곡률이 증가할수록 휨강성이 감소하는 현상을 보인다. 이 경우 곡률 또는 휨모멘트는 이전 하중에 대해 계산된 실제보다 큰 휨강성에 의해 계산되기 때문에 절점력은 실제보다 큰 값이 그리고 곡률은 작은 값이 계산된다. 주어진 하중에 대해 임의 요소의 정확한 휨강성은 수치해석에 의해 계산된 평균 곡률과 휨모멘트에 해당되는 곡률 사이의 값이 된다. 반복과정에서 실제보다 작은 휨강성이 가정되면 실제보다 큰 곡률과 작은 휨모멘트가 계산되기 때문에 이 경우에도 최대 곡률은 계산된 평균곡률과 평균 휨모멘트에 해당하는 모멘트-곡률 관계의 곡률이 되어 안정적인 해석이 가능하다.

이 논문에서 사용된 비선형 매트릭스 구조해석은 직접치환법(direct substitution)<sup>12)</sup>과 유사하며, 철근 및 PS 콘크리트 휨부재의 비선형 거동은 주어진 모멘트-곡률 관계  $M(\phi)$  또는  $\phi(M)$ 으로부터 각 하중의 증가에 대해 다음의 과정으로 해석된다.

- (1) 이전의 하중단계에서 결정된 각 요소의 휨강성  $E_c I_{oi}$ 로부터 현단계의 하중벡터  $[P]$ 에 대한 각 요소의 초기 휨강성  $E_c I_i = E_c I_{oi}$ 를 가정한다.
- (2) 가정된 각 요소의 휨강성에 대해 유한요소 해석을 한다.
  - ① 휨부재에 대한 강성행렬  $[K]$ 을 구성한다.
  - ② 휨부재의 변위벡터  $[u] = [K]^{-1}[P]$ 를 계산한다.
  - ③ 각 요소의 변위벡터  $[q]$ 를 구성하고, 요소의 절점력벡터  $[Q] = [k]^{-1}[q]$ 를 계산한다.
- (3) 길이가  $l$ 인 각 요소에 대해 휨강성을 검토 및 수정한다.
  - ① 요소의 변위벡터  $[q]$ 에 대한 평균 곡률  $\phi_{ave} = [\theta(l) - \theta(0)]/l$ 과 휨강성  $E_c I_\phi = M(\phi_{ave})/\phi_{ave}$ 을 계산한다.
  - ② 요소의 절점력벡터  $[Q]$ 에 대한 평균 모멘트  $M_{ave} = \frac{1}{2}[M(l) - M(0)]$ 과 휨강성  $E_c I_M = M_{ave}/\phi(M_{ave})$ 을 계산한다.
  - ③ 다음과 같이 휨강성을 보정한다.  

$$E_c I_i = \frac{1}{2}(E_c I_\phi + E_c I_M) \geq E_c I_u$$
  - ④  $\phi_{ave} \approx \phi_M$ 를 검토한다.
- (4) 모든 요소가 단계(3)의 ④를 만족하지 않으면 단계 (2)부터 다시 반복한다.
- (5) 모든 요소가 단계(3)의 ④를 만족하면 하중을 증가시키고 단계(1)부터 다시 반복한다.

#### 4. PS 콘크리트 휨부재의 실험 및 해석

이 논문에서 제안된 비선형 매트릭스 구조해석의 과정에 의한 계산결과는 이미 발표된 PS 콘크리트 거더(girder)의 실험결과와 비교되었다. 참고문헌 5와 6에 있는 실험에 대한 재료특성은 표 1과 같다. 콘크리트의 압축강도는  $68.6 \text{ MPa}$ ( $700 \text{ kgf/cm}^2$ )이며, 긴장재는 저응력이완 7연선(SWPC 7B) 9개로 구성된 텐던(tendon) 3개가 사용되었으며, 긴장력은 긴장재 항복강도의 80%에 해당하는 힘으로 양단에서 도입되었다. 그림 2와 3은 실험에 사용된 휨부재의 단면과 재하조건을 보여준다. 20m 길이의 고강도 PS 콘크리트 휨부재는 순경간 19.1m, 단면높이 1,500mm, 하부 플랜지 폭 580mm, 상부 플랜지 폭 800mm, 복부 폭 200m이다.

DB-24의 활하중에 대해 설계된 이 시험편은 1,960KN(200tonf) 용량의 두 재하장치로 극한하중의 85%까지는 하중제어에 의해 그리고 이후에는 변위제어에 의해 하중이 재하되었다. 하중이 20~40KN(2~4tonf) 증가할 때마다 처짐이 측정되었으며, 하중의 증가에 따른 손상의 정도를 관측하기 위해서 초기 균열의 발생 직후부터 극한하중의 약 60%와 90%에 대한 하중에서 하중을 제거하였다가 하중을 다시 재하하는 방법으로 실험이 실시되었다.

모든 해석방법에 적용된 콘크리트의 탄성계수는 콘크리트구조 설계기준의 제안식에 의한  $34.3 \text{ GPa}$ ( $0.35 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ )이다. 강도설계법과 CEB-FIP 제안식에 의한 모멘트-곡률 관계의 계산에는 표 1의 재료특성에 대해 참고문헌 7의 콘크리트 압축응력-변형률 관계와 참고문헌 9의 긴장재 인장응력-변형률 관계가 적용되었다. 적층법에 의한 해석에는 추가로 콘크리트의 인장응력-변형률 관계에 대해 참고문헌 13의 식이 적용되었다. 그림 2(c)와 같이 26개의 콘크리트 층에 대해 그림 1

표 1 PS 콘크리트 휨부재의 재료특성

재료	재료특성(MPa)	
콘크리트	압축강도	68.6
PS 긴장재 (SWPC 7B)	인장강도	1,920
	항복응력	1,569
	탄성계수	196,000
	항복응력	294
보강철근 (D13)	탄성계수	196,000

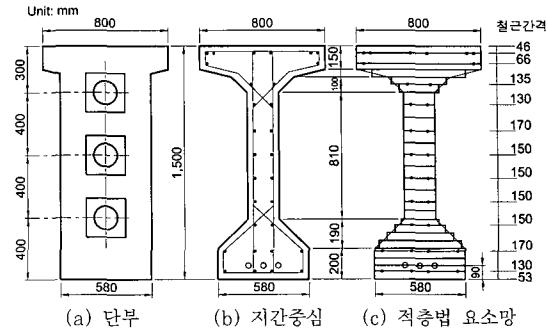


그림 2 휨부재의 단면특성과 적층법을 위한 FEM 요소

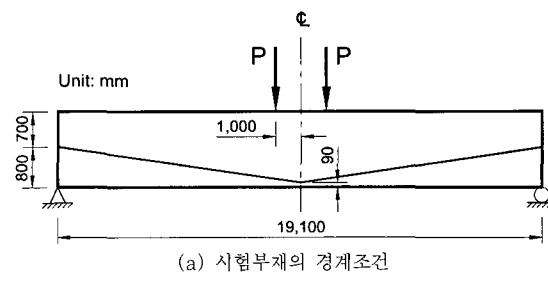


그림 3 휨부재의 실험조건과 매트릭스 구조해석의 요소망 및 경계조건

의 경계조건에 대한 유한요소 해석으로 모멘트-곡률 관계가 계산되었고, 각 휨요소에 대한 긴장재의 위치는 요소 양단의 평균값으로 가정되었다. CEB-FIP 제안식의  $M_{cr}$ 의 계산에 있는 콘크리트의 평균 인장강도에 대한  $0.7 f_{ctm}$ 에는 근사적으로 강도설계법의 휨인장강도  $f_r$ 이 적용되었다.

PS 콘크리트 휨부재에 대한 실험결과를 해석하기 위해 경간을 그림 3(b) 같이 22개의 휨요소로 나누고, 각 휨요소에 대해 계산된 모멘트-곡률 관계를 사용하여 비선형 매트릭스 구조해석이 시행되었다. 해석 후 균열하중과 항복하중 그리고 극한하중에 대한 경간중심의 처짐을 실험 값과 비교하였다. 매트릭스 구조해석에는 순경간이 19.1m인 PS 콘크리트 휨부재에 대하여 그림 3과 같이 길이 방향으로 22개의 휨요소가 사용되었다. 하중은 경간중심에서 좌우로 각각 1m 떨어진 곳에 재하되었다.

## 5. 해석결과

그림 4는 실험에 사용된 휨부재의 위험단면에서 긴장력과 자중 이후의 하중에 대해 계산된 각 해석방법에 의한 비선형 모멘트 - 곡률 관계이다. 그림 4의 균열모멘트  $M_{cr} = 4.72 \text{ MN} \cdot \text{m}$  와 항복모멘트  $M_y = 5.33 \text{ MN} \cdot \text{m}$  그리고 극한모멘트  $M_u = 7.47 \text{ MN} \cdot \text{m}$ 는 강도설계법에 대해 계산된 값으로 항복모멘트와 극한모멘트는 각각 긴장재가 항복할 때와 극한변형률  $\epsilon_u = 0.003$ 에서 모멘트이다. 균열모멘트 또는 극한모멘트에 비해 상대적으로 작은 항복모멘트는 긴장재에 도입된 초기 인장변형률과 콘크리트에 도입된 선압축력(pre-compression) 때문이다. 적층법에 의한 모멘트 - 곡률 관계는 균열모멘트까지 선형으로 증가하며, 강도설계법과 거의 같은 균열모멘트에서 기울기는 감소되나 콘크리트 인장응력에 대한 고려로 강도설계법과 같이 급격한 곡률의 증가는 발생되지 않았다. 휨부재의 높이방향으로 여러 층으로 배근된 보강철근의 순차적인 항복으로 균열모멘트 이후에 적층법과 강도설계법에 의한 모멘트-곡률 관계는 서서히 감소하였다. 콘크리트의 인장단면력에 의한 중심축 깊이의 증가로 적층법의 극한모멘트에서 곡률  $0.015/\text{m}$ 는 강도설계법의 곡률  $0.019/\text{m}$  보다 작게

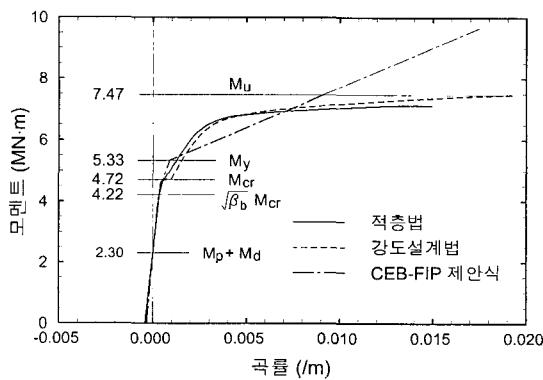


그림 4 이론에 의해 계산된 모멘트-곡률 관계

계산되었다.

CEB-FIP 제안식에서는 균열모멘트  $\sqrt{\beta_b} M_{cr}$ 과 항복모멘트  $M_y$ 에서 강성의 급격한 변화가 있으며, 항복모멘트 이후에는 일정한 강성이 적용되어야 하기 때문에 PS 휨부재와 같이 긴장재의 변형률이 조기에 항복하고 긴장재의 응력-변형률 관계가 항복응력에서 급격히 변하는 경우에 적절한 모멘트-곡률 관계에 의해 긴장재의 항복을 전후로 직선 형태로 나타났다. CEB-FIP 제안식에서 극한모멘트  $9.67 \text{ MN} \cdot \text{m}$ 은 극한변형률  $\epsilon_u = 0.0035$ 에 대한 값이다. 단면에 보강철근이 포함되지 않은 경우에는 긴장재가 더 빨리 항복되기 때문에 균열모멘트 이후의 비선형 구간은 더욱 작게 될 것으로 판단된다.

각 해석방법에 의해 계산된 균열과 항복 및 극한모멘트 그리고 에너지흡수율은 표 2와 같다. 콘크리트의 인장단면력이 무시된 강도설계법의 에너지흡수율은 적층법보다 큰 극한모멘트와 곡률로 상대적으로 큰 값이 계산되었다. CEB-FIP 제안식의 경우에는  $\epsilon_u = 0.0035$ 에 의해 극한모멘트가 크게 계산되었음에도 인장경화에 의한 곡률  $0.0175/\text{m}$ 의 감소효과로 에너지흡수율은 강도설계법과 유사한 값을 보이고 있다.

그림 5는 PS 콘크리트 휨부재의 경간중심에서 처짐의 실험결과와 해석결과를 비교한 것이며, 제안된 비선

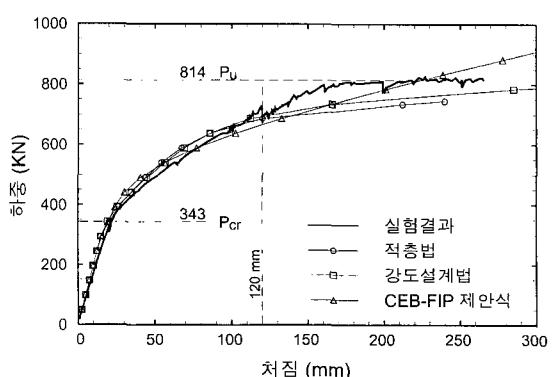


그림 5 측정 및 계산된 하중-처짐 관계

표 2 실험 및 해석 결과

구 分	모멘트(MN · m)			에너지 흡수율(KN)	하중(KN)		최대처짐(mm)	외부일(MN · m)
	균열	항복	극한		균열	극한		
실 험	-	-	-	-	343	814	257	174
적층법	4.61	5.26	7.14	100.2	295	750	240	147
강도설계법	4.72	5.33	7.47	132.1	295	794	321	213
CEB-FIP	4.22	5.33	9.67	128.6	278	923	402	301

형 수치해석 과정이 극한상태까지 안정적으로 PS 콘크리트 휨부재를 해석할 수 있는 것을 보여준다. 실험에서 측정된 위험단면에서 처짐으로부터 실제 사용된 콘크리트의 탄성계수는 콘크리트구조 설계기준에 의해 계산된 탄성계수보다 약간 작은 값을 보인다. 실험 도중에 하중이 제거된 120mm의 처짐까지 적층법과 강도설계법에 의한 하중-처짐 관계는 실험결과와 유사하며, 이 때의 외부일은 실험결과에서  $58.7\text{MN} \cdot \text{m}$ , 적층법에서  $60.7\text{MN} \cdot \text{m}$ , 강도설계법에서  $60.9\text{MN} \cdot \text{m}$  그리고 CEB-FIP 제안식에서  $59.7\text{MN} \cdot \text{m}$ 로 거의 같은 값이었다.

그러나 하중이 다시 재하된 후에는 일시적인 강성의 증가를 보였다. 균열이 발생될 때와 극한하중에서 실험 및 각 해석이론에 의한 결과는 표 2와 같다. 모멘트-곡률 관계를 실험에 의해 측정하기 위해서는 전경간에 걸친 처짐의 측정이 필요하다. 그러나 이 연구에서 인용된 실험결과는 위험단면에서 처짐만 측정되었기 때문에 실험결과로부터 직접 에너지흡수율을 유도할 수는 없다. 이러한 이유로 실험과 계산결과의 외부일을 비교하여 간접적으로 모멘트-곡률 관계를 유도하기 위한 이론을 비교하였다. 표 2에 의하면 적층법에 의한 모멘트-곡률 관계가 사용된 해석결과의 극한하중과 외부일은 각각 실험결과의 92%와 85%이며, 강도설계법과 CEB-FIP 제안식에 의한 경우에는 각각 측정된 외부일의 122%와 173%이었다. 강도설계법의 극한하중은 측정값의 97.5%로 비교적 정확한 안전측의 값을 보여주나 상대적으로 큰 처짐이 계산되어 에너지기구(energy mechanism)에는 불안전하게 계산되기 때문에 에너지흡수율이 과대 계산되는 것을 보여준다. CEB-FIP 제안식의 과대 계산된 극한하중은 고강도 콘크리트에  $\epsilon_u = 0.0035$ 의 극한변형률이 적용되면 안전성에 문제가 있는 것을 보여준다. CEB-FIP 제안식

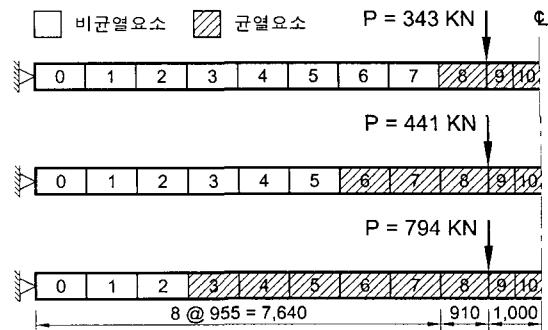


그림 7 적층법에 의해 계산된 균열요소

에 극한변형률  $\epsilon_u = 0.003$ 에 대한 강도설계법의 극한모멘트가 사용되면 계산된 외부일은  $125\text{MN} \cdot \text{m}$ 로 강도와 에너지흡수율에서 안전측의 값이 된다.

하중의 증가에 대해 측정된 균열은 그림 6과 같으며, 적층법과 강도설계법 그리고 CEB-FIP에 의한 해석결과는 모두 그림 7과 같았다. 그림 6의 실험결과에서 균열이 측정된 하중은 균열하중  $343\text{KN}(35\text{tonf})$ 과 하중  $441\text{KN}(45\text{tonf})$  그리고 극한하중  $814\text{KN}(83\text{tonf})$ 이었다. 균열하중에 대해 경간 중심에서 1.2m 정도까지 균열이 발생하였으며, 항복하중에 대해 경간중심에서 약 3m까지 그리고 극한하중에서는 경간중심에서 약 6m 까지 균열이 발생하였다. 해석결과는 균열하중  $343\text{KN}$ 에 대해 경간중심에서 1.9m까지 3개의 요소가 균열모멘트를 초과하였으며, 하중이  $441\text{KN}$ 에 대해 경간중심에서 3.82m까지 5개의 요소가 균열모멘트를 초과하였다. 최대하중  $794\text{KN}(81\text{tonf})$ 에서는 경간중심에서 6.645m까지 8개의 요소가 균열모멘트를 초과하였다. 균열의 발생에 대한 실험결과와 해석결과의 차이는 요소의 크기에 따른 것으로 적층법에 의한 모멘트-곡률 관계가 상당히 정확히 계산된 것을 보여준다.

## 6. 결 론

이 논문에서는 유한요소법을 적용한 적층법에 의해 비선형 모멘트-곡률 관계를 계산하는 과정을 제안하였고, 적층법의 비선형 모멘트-곡률 관계로부터 PS 콘크리트 휨부재에 대한 기존의 강도설계법 그리고 CEB-FIP 제안식의 결과가 검토되었다. 가장 간단한 수치해석인 매트릭스 구조해석에 대한 제료 및 단면특성의 입력자료로 계산된 비선형 모멘트-곡률 관계가 사용되었고, 제안된 비선형 수치해석 과정은 극한강도까지 안정적

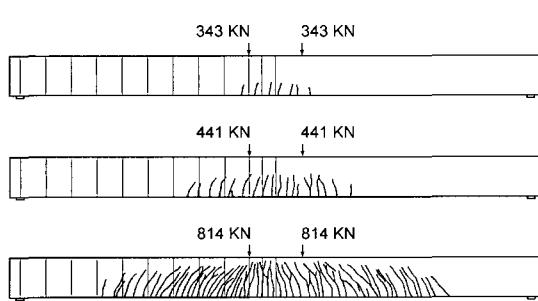


그림 6 실험부재에 발생된 균열형상

으로 PS 콘크리트 휨부재가 해석될 수 있었다. 제안된 수치해석 과정에 의한 결과는 기존의 실험결과와 비교되었으며, 이 연구에서 제안된 방법에 의한 계산 및 해석결과는 다음과 같다.

- (1) 인장단면력이 도입된 이 논문의 적층법 적용과정에 의한 비선형 모멘트-곡률 관계의 극한모멘트는 압축연단의 극한변형률 0.003에서 강도설계법보다 약 5% 작은 값이었다. 그러나 상대적으로 작은 강도설계법의 중립축 깊이에 의해 강도설계법의 곡률은 적층법의 28% 그리고 에너지흡수율은 32%나 크게 계산되었다. 이는 강도설계법에 의한 경우에 에너지흡수율이 과대 계산될 수도 있는 것을 보여준다.
- (2) 긴장재에 도입된 선인장력과 콘크리트에 도입된 선압축력에 의해 PS 콘크리트 휨부재의 항복모멘트는 균열모멘트와 극한모멘트에 비해 상대적으로 작은 값이 계산되었다. 균열 및 항복모멘트에서 강성이 급격히 변하는 CEB-FIP 제안식에 의한 모멘트-곡률 관계는 항복모멘트에서 급격한 강성의 변화를 보였다. 상대적으로 큰 극한변형률 0.0035에 의해 CEB-FIP 제안식의 극한모멘트는 상당히 큰 값이 계산되었으나, 인장강성에 의한 곡률의 감소로 에너지흡수율은 강도설계법과 유사한 값이어서, CEB-FIP 제안식의 극한모멘트와 에너지흡수율은 모두 과대 계산되었다.
- (3) 이 논문에서 제안된 휨부재의 비선형 수치해석 과정은 상대적으로 단순한 재료 및 단면특성(비선형 모멘트-곡률 관계)의 입력자료에도 불구하고 고강도 PS 콘크리트 휨부재의 거동을 극한상태까지 안정적으로 계산할 수 있었다. 극한하중의 약 80%까지 하중-처짐 관계와 균열의 전과정도가 실험결과와 거의 유사하였다.
- (4) 실험자료와 비교한 결과 적층법과 강도설계법에 의한 극한모멘트는 각각 실험결과의 92%와 97%로 안전측으로 계산될 수 있었으나, 외부일은 적층법에서 15% 작은 값이 그리고 강도설계법에서는 과대한 에너지흡수율의 결과로 22% 큰 값이 계산되었다.
- (5) 상대적으로 큰 극한변형률이 적용되는 CEB-FIP 제안식의 극한하중과 외부일은 각각 실험결과보다 13%와 73% 큰 값이 계산되었으며, 이는 고강도

PS 콘크리트 휨부재에 적용되는 경우에 극한변형률 0.0035의 적용이 안전성에 문제가 될 수 있는 것을 보여준다.

### 참 고 문 헌

1. 한국콘크리트학회, *콘크리트구조설계기준 및 해설*, 기문당, 2000, p.413
2. ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete(ACI 318-99) and Commentary (ACI 318R-99)*, American Concrete Institute, Farmington Hill, MI, 2000, p.392
3. Comite Euro-International du Beton(CEB-FIP), *Model Code for Concrete Structures: CEB-FIP International Recommendations*, Thomas Telford Services Ltd., London, 1993, p.437
4. Petr, R., "Layer Model of Bending-Shear Failure in RC Plate and Beams," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 117, No. 10, 1991, pp. 2865~2883
5. 한국도로공사, 동아건설, 쌍용양회, "콘크리트 장경간보 개발에 대한 연구", 연구보고서, 1998
6. 정원기, 이형준, 이규정, 윤석구, 한승환, 김기수, "고강도 PSC Beam 교량의 휨거동," 한국콘크리트학회 가을학술발표회 논문집, Vol. 10, No. 2, 1998, pp.706~711
7. Portland Cement Association, *Note on ACI318-95 Building Code Requirements for Structural Concrete with Design Application*, PCA, Skokie, IL, 1996
8. Thorenfeldt, E., Tomaszewicz, A., and Jensen, J. J., "Mechanical Properties of High-Strength Concrete and Application in Design," *Proceedings of the Symposium on Utilization of High Strength Concrete*, Stavanger, Norway, 1987, pp.127~133
9. Mattock, A. H., "Flexural Strength of Prestressed Concrete Sections by Programmable Calculator," *PCI Journal*, Vol. 24, No. 1, Jan-Feb. 1964, pp.32~57
10. Prestressed Concrete Institute, *PCI Design Handbok: Precast and Prestressed Concrete*, 5th ed., PCI, Chicago, 1999

11. Maissicotte, B., Elwi, A. E., and MacGregor, J. G., "Tension - stiffening model for planar reinforced concrete members," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 116, No. 11, 1990, pp.3039~3058
12. Cook, R. D., Malkus, D. S., and Plesha, M. E., *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1989, p.630
13. Scanlon, A., and Murray, W., "An Analysis to Determine the Effect of Cracking in Reinforced Concrete Slabs," *Proceedings Special Conference on Finite Element Methods in Civil Engineering Materials*, 1972