

유압관로의 주파수변화 따른 압력전파특성

유영태*, 나기대*, 김지환**

A Characteristics of Pressure Propagation According to Frequency Changes in a Hydraulic Pipeline

Young-Tae Yoo*, Gee-Dae Na*, Ji-Hwan Kim**

Abstract

In this paper, an oil hydraulic pipeline is terminated by both rotary sinusoidal flow generator at upstream and orifice at down stream. The pulsating pressure wave form, generated by the rotary sinusoidal flow generator, is measured by pressure sensor. In the analysis of this paper, a component of the fundamental frequency is obtained by using Laplace transformation. The experimental and analytical results make clear that (1) viscosity is significant role in hydraulic pipe. (2) When pulsating frequency is matched with the natural frequency, resonance frequency occurred periodically. According to the study proposed here, dynamic pressure in a circular oil pipe is expressed in propagation of pressure wave with respect to frequency and Bessel function. The resonance frequency is 108Hz at oil temperature 20°C in this study. The abrupt change of gain value is due to effect of resonance frequency. The results of experiment are compared with the calculated results, and agreement of both results is fairly good.

Key Words : Fluid Power Systems(유압시스템), Hydraulic Pipeline Dynamics(유압관로의 동특성), Pressure Measurement(압력계측)
Unsteady Flow(비정상유동)

1. 서론

유압 시스템은 현대의 생산 플랜트와 제조 설비외에 공작 기계의 고속화 정밀화 자동화와 선박, 산업기계, 자동차, 비행기 등 많은 분야에 이용되고 있다. 특히 비행기 내의 유압

시스템은 다른 어떤 곳보다도 안전도가 중요하기 때문에 높은 신뢰성이 요구된다. 그러므로 유압기계의 설계나 유압기계의 정확한 운전을 위해서는 시스템 내의 동특성 해석은 물론이고, 각종 유압요소의 유동특성을 정확히 해석해야 한다⁽¹⁾. 이는 시스템을 구성하는 연결 관로내의 유동해석 뿐만

* 조선대학교 기계공학부
(유영태 ytyou@chosun.ac.kr)

** 조선대학교 대학원

아니라 유체제어장치의 전체 효율 및 안정성, 경제성 산출 등을 위해 각 요소 내에 여러 형태로 유동하는 국소 유동에 대한 유동의 동적 유동 해석이 필요하다. 그러나 유압요소 of 반복운동 영향 때문에 유동형태도 매우 복잡하여 이론적 접근이 쉽지 않다. 유압 관로를 이용하여 유압기계를 제어 할 경우에는 이 진동수에 따른 정확한 유량과 에너지 전달 현상을 연구해야만 오작동을 제거할 수 있다⁽²⁾.

유체기계와 유압기계에 포함되어있는 관로계, 열 또는 물질전달을 포함하는 화학공장 등 산업현장의 복잡한 관로계에서의 맥동 유동의 기본적인 특성을 이해하기 위하여, 원형관 내에서의 층류, 맥동 유동의 파동전파계수, 임피던스 및 압력, 유량을 이론적으로 연구하였다.

실제 유압관로망에서는 유압기기 내의 압력과 관차찰때문에 작동유의 온도변화가 발생하고 있으며 또한 유압관로망에서 압력맥동 해석에도 많은 영향을 끼치는데 실험에서도 작동유의 온도를 일정하게 유지한다는 것은 쉽지 않다. 본 연구에서는 유압관로망에서의 압력맥동 해석시 밀도, 동점성계수, 음속, 등을 변수로 하여 관로내에서 주파수 특성을 분석하였다. 넓은 주파수 범위로 주파수를 변화시키면서 실험을 통하여 얻은 자료를 근거로 주파수응답식의 타당성을 검토하였다.

본 연구의 목적은 각 이론적 물리량성분의 변화가 압력맥동에 어떤 영향을 미치는지를 분석, 맥동압력의 전파특성을 체계적으로 정리하고 실험을 통해 보다 명백히 함으로써 실제의 유압관로망 설계에 활용할 수 있는 보다 정확한 맥동해석법 개발과 유압 관로 내에서 발생할 수 있는 맥동압력파의 전달현상을 예측할 수 있도록 하고자 한다.

2. 이론해석

Fig. 1과 같은 관로계에서 반경방향의 속도분포는 축방향 성분에 비해 무시할수 있고 수평방향으로 놓여 있기 때문에 물체력을 무시하면 점성유체의 운동방정식과 연속식은 아래와 같다.

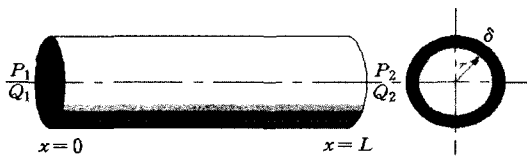


Fig. 1 Cylindrical coordinate

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{K_e} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

윗 식에 있어서 u , v 는 임의의 점에서의 축방향과 반경 방향속도, p 는 압력, ρ 는 기름의 밀도, ν 는 기름의 동점도, x 는 축방향, r 은 반경방향, t 는 시간을 나타내고 있다. 또 기름의 체적탄성계수를 K , 관 재료의 종탄성계수를 E , 관의 내경을 r_0 , 관의 두께를 δ 라 하면, 유효탄성계수 K_e 는 다음의 식으로 나타낸다.

$$\frac{1}{K_e} = \frac{1}{K} + \frac{2r_0}{\delta E} \quad (3)$$

식 (1)을 라플라스 변환하고 압력과 유량의 비인 임피던스 항을 이용하여 정리한 다음 식 (2)를 단면적분 후 식 (1)의 라플라스 변환식과 연립해서 정리하면 다음과 같다.

$$P_1(s) = P_2(s) \cosh \Gamma(s)L + Q_2(s) Z_0(s) \sinh \Gamma(s)L \quad (4)$$

$$Q_1(s) = P_2(s) \frac{1}{Z_0(s)} \sinh \Gamma(s)L + Q_2(s) \cosh \Gamma(s)L \quad (5)$$

윗 식에서 $\Gamma(s)$, $Z_0(s)$ 는 점성 저항을 고려한 관로의 전파 상수(propagation constant)와 특성 임피던스(characteristic impedance)이며 다음 식으로 주어진다^{(3),(4),(5)}.

$$\Gamma(s) = \frac{s}{c} \left[1 - \frac{2J_1(ja\sqrt{s/\nu})}{ja\sqrt{s/\nu}J_0(ja\sqrt{s/\nu})} \right]^{-1/2} \quad (6)$$

$$Z_0(s) = \frac{\rho c}{\pi a^2} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{2J_1(ja\sqrt{s/\nu})}{ja\sqrt{s/\nu}J_0(ja\sqrt{s/\nu})}} \right\} \quad (7)$$

식 (6)에 있어 $j = \sqrt{-1}$, J_0 , J_1 는 제 1종 베셀함수이며, πa^2 는 관로단면적, c 는 관로에서의 압력파의 전달속도이다.

$$c = \sqrt{\frac{K_e}{\rho}} \quad (8)$$

그리고 식 (4), 식 (5)는 하류에서의 압력과 유량 값으로

다음과 같이 정리 할 수 있다.

$$P_2(s) = P_1(s) \cosh \Gamma(s)L - Q_1(s)Z_0(s) \sinh \Gamma(s)L \quad (9)$$

$$Q_2(s) = -P_1(s) \frac{1}{Z_0(s)} \sinh \Gamma(s)L + Q_1(s) \cosh \Gamma(s)L \quad (10)$$

Fig. 1과 같은 관로계에 대하여 유동영역에서 시간과 온도에 따라 변화하는 비정상유동의 동특성을 해석하기 위해 관로의 상, 하류 사이의 압력, 유량간 동특성식은 다음식으로 주어진다^{(3),(4),(6)}.

$$\begin{bmatrix} P_1(s) \\ Q_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \{\Gamma(s)L\} & Z_0(s) \sinh \{\Gamma(s)L\} \\ \frac{1}{Z_0(s)} \sinh \{\Gamma(s)L\} & \cosh \{\Gamma(s)L\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2(s) \\ Q_2(s) \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서 식 (11)의 관로 모델을 기초로 하여, 관로를 통과하는 관로입구의 $P_1(s)$, $Q_1(s)$ 와 출구의 $P_2(s)$, $Q_2(s)$ 의 사이에는 식 (11)을 정리하면 다음 전달함수가 된다.

$$\frac{P_2(s)}{P_1(s)} = \frac{1}{\cosh \Gamma(s)L + \frac{Q_2(s)}{P_2(s)} Z_0(s) \sinh \Gamma(s)L} \quad (12)$$

식 (12)의 $\frac{Q_2(s)}{P_2(s)}$ 는 관로 하단의 경계조건에 의해 결정된다. 아래 그림과 같이 V 의 체적과 단면 a_0 의 교축이 있는 경우에는 식(13)이 성립한다.

$$Q_2 = c_0 a_0 \sqrt{\frac{2P_2}{\rho}} + \frac{V}{K} \frac{dP_2}{dt} \quad (13)$$

위식의 c_0 는 오리피스 유량계수이고 V 는 관로 끝단의 체적이다. 위식을 변동량으로 나타내어 라플라스변환하면 다음 식을 얻는다.

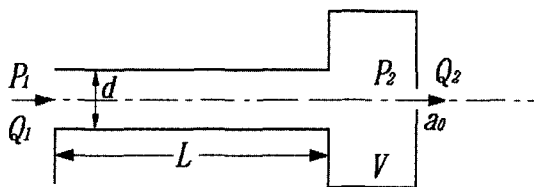


Fig. 2 Case of orifice in the pipe

$$\frac{Q_2(s)}{P_2(s)} = K_0 + K_v s \quad (14)$$

$$K_0 = \frac{c_0 a_0}{\sqrt{2\rho P_{20}}} = \frac{Q_{20}}{2P_{20}}, \quad K_v = \frac{V}{K} \quad (15)$$

윗 식에서의 P_{20} , Q_{20} 은 시험관로 하단부의 압력과 유량의 정상유동 값이다.

본 연구의 경계조건인 관로끝단에 교축만 있을 경우에는 $K_v = 0$ 이 되므로 식 (14)는 K_0 만 남게 된다. 따라서 경계조건을 고려한 전달함수는 식 (14)를 (12)식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{P_2(s)}{P_1(s)} = \frac{1}{\cosh \Gamma(s)L + K_0 Z_0(s) \sinh \Gamma(s)L} \quad (15)$$

3. 실험

본 논문에 이용한 실험장치의 회로도도 Fig. 3에 나타냈다. 플런저펌프(HAWE Co. V30D)로부터 발생하는 주파수 성분을 감쇠시키기 위해 유압펌프의 출구 바로 앞에 축압기(BOSCH Co.)를 설치하였다, 유압관로앞에도 직렬로 2개의 축압기를 설치하여 서지(surge)압을 크게 감소시켰다. 축압기에 의해 제거되지 않는 고주파수 성분은 Fig. 4와 같이 제작한 정류기(rectifier)를 시험관로에 500 mm 간격으로 2개를 삽입하여 외란을 최소화하였다. 임의의 주파수 대역의 진동유동을 발생시키기 위하여 스플의 원주에 정현파형의 홈을 만들어 1000 Hz까지 주파수 제어가 가능한 진동유동 발생기를 Fig. 5와 같이 제작하였다. 정상유동을 할 때에는 이 진동유동 발생기를 구동시키지 않는 상태에서 작동유가 관로 내에 흐르도록 하였다.

본 실험에서 사용된 작동유는 유압용 작동유(ISO VG46)를 작동유체로 사용하였으며, 작동유의 온도범위는 20~60℃였고, 정상상태의 공급압력 $P=4000$ kPa이다. 유량은 터보유량계를 이용하여 측정한 다음 기름탱크로 재순환 할 수 있도록 시스템을 구성하였다. 기름탱크에 가열코일과 냉각탑을 설치하여 작동유체가 일정한 온도를 유지하도록 하였다. 순간적으로 변화하는 압력을 측정하기 위해 압력 검출기(SENSOTEC Co. AP131)를 이용해서 상류와 하류에서 동시에 압력을 측정했다. 관로에서 직접 압력을 측정할 수 없으므로 매니폴드(Fig. 6)를 제작하여 압력을 측정하였다. 시험에 이용한 관은 내경이 15 mm인 고압배관용 탄소 강관(SPPH)이며, 압력 측정부위는 상류부와 하류부의 거리를

2000 mm로 하였다. 유체가 관내를 흐르는 동안 주파수변화에 따른 전파특성과 위상지연 등을 측정하기 위해 압력 검출기의 전기신호를 상·하류부의 압력을 동시에 측정하여 PKE 983시리즈의 시스템분석기를 이용해 저장 분석하였다. 실험 주파수 범위는 $10 \leq f \leq 1000$ Hz이고, Reynolds수는 초음파 유량계로 측정하여 $Re \leq 2000$ 범위내에서 실시하였다. 유체가 관내를 흐르는 동안 주파수변화에 따른 전파특성과 위상지연 등을 측정하기 위해 압력 검출기의 전기신호를 오실로스코프(LeCroy Co. 9354A)를 이용해서 상류와 하류의 압력을 동시에 측정하여 분석하였다.

주기적으로 발생하는 주파수 성분 특성을 비교 분석하기 위해 FFT를 실시하여 주파수 성분을 비교 분석하였다. 본 실험에 이용한 장치를 photo. 1에 나타내었다.

3. 결과 및 고찰

본 연구의 실험방법으로는 진동 발생기를 이용하여 발생

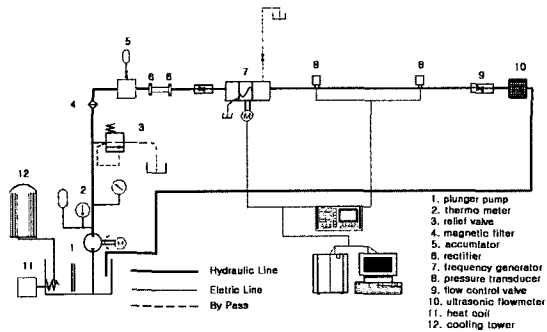


Fig. 3 Schematic diagram of experimental apparatus

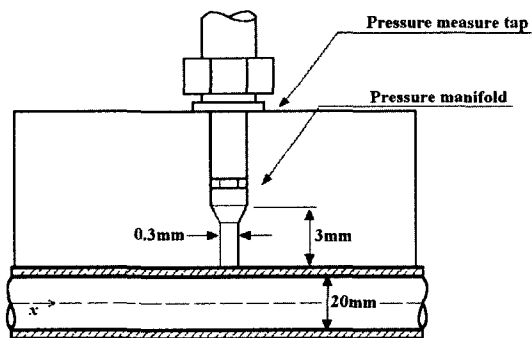


Fig. 6 Test section and pressure measurement manifold

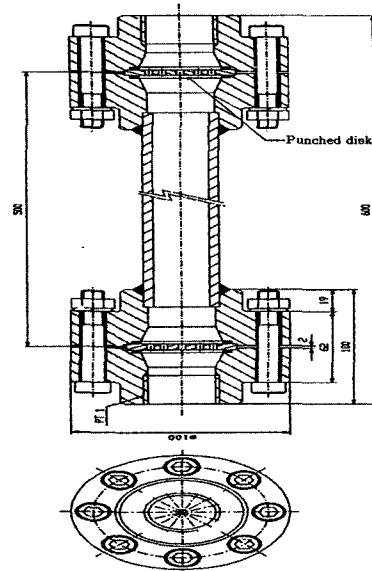


Fig. 4 A schematic diagram of rectifier

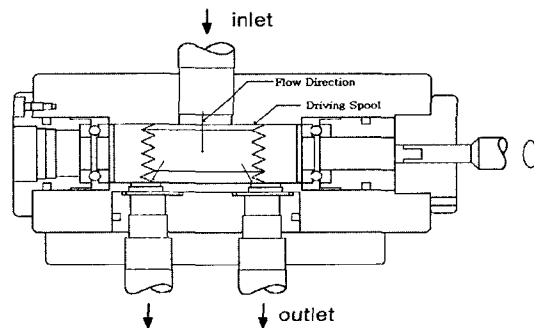


Fig. 5 Rotary type sinusoidal wave generator

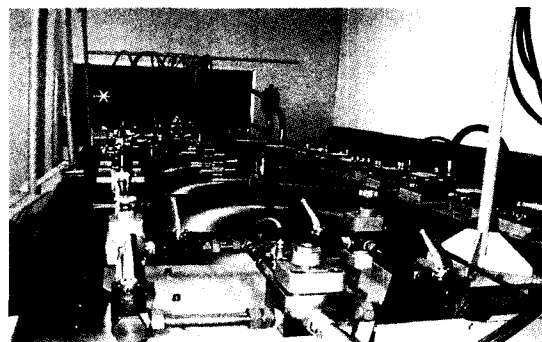


Photo. 1 Experimental apparatus

한 압력 맥동을 계측하여, 이론식의 타당성과 유효성에 대하여 검토하였다. Fig. 7은 실험관로의 정상유동의 파형을 계측한 결과인데 펌프에서 발생한 소음(noise)이 관찰되지 않고 있음을 알 수 있다.

Fig. 8은 작동유의 온도가 40℃일 때 맥동압력 계측파형의 일례를 나타낸 것으로 횡축은 시간 종축은 동작점에서 압력변동분포며 실선은 상류 압력, 점선은 하류부의 압력을 나타낸다. Fig. 8에 따르면, 주파수가 증가함에 따라 진폭이 줄어들고 있음을 알 수 있다. 저주파수 영역에서는 진폭은 크고 파장은 길지만 주파수가 증가할수록 진폭은 작아지고 파장도 짧아지는 성질을 잘 나타내고 있어 주파수 발생장치가 비교적 잘 제작되었다고 판단된다. 즉 주파수가 증가할수록 파장은 짧아지고, 압력진폭은 작아지는 현상이 일관성 있게 나타나고 있다. 관로에서 유체가 하류로 흐를 때 압력값의 차이가 나타나는 것은 유량변화가 압력파와 같은 위상이 될 수 없게 되어 유체입자가 관로를 흐를 때 마찰력에 의한 감쇠 현상이 야기되는데, 이때 감쇠력을 이기기 위해 압력손실이 발생하는 현상을 연구했다. 외부에서 주파수 발생기에 의해 전달되는 유체입자의 관성력은 점성력의 영향을 받은 감소현상을 실험으로 기록한 압력파로부터 관찰했다.

점성을 지닌 유체가 관로내를 유동하면 점성에 의한 마찰 또는 유체의 관성력에 대한 저항등에 기인하는 임피던스가 발생하는 현상을 Fig. 9에 나타내고 있다. 이러한 임피던스 증가는 압력 손실을 포함한 많은 손실을 의미하고 이 손실을 극복하기 위해 열이 발생하게 된다. 유압관로에서 주파수가 증가함에 따라 관로벽면에서 마찰저항인 리지스턴스와 같은 임피던스가 증가하고 맥동유동의 작동유체가 가속하거나 감속하면서 유도성 임피던스가 증가한다. 이런 각종 임피던스는 유체의 동력을 전달하는 특성을 방해하는 요소로 작용하게 되며 식 (7)로 나타내었다.

본 연구에서 주로 관심을 갖는 이론적 물리량은 밀도, 동점성계수, 음속등이다. Fig. 10은 관로상의 압력맥동에 영향을 주는 물리량인 작동유의 온도 변화에 따라 변화하는 동점성계수값 만을 변화 시켜 그린 이론 결과 곡선이다. 온도가 증가함에 따라 작동유의 동점성계수는 감소하게 되어 관로내를 전달하는 작동유체의 임피던스가 변화하게 된다. 작동유의 온도범위 20~40℃까지는 압력 진폭값이 약, 15% 가량씩 증가하는 경향을 보인다. 작동유의 온도가 40℃에서 50℃로 증가할때는 약 2%만이 증가하였다. 또 그에 비해 위상변화는 20~40℃로 변화할 때 위상지연이 약 80Hz 부근부터 시작되지만 40~50℃로 변화하면서 약 100Hz 정도 부근에서부터 지연현상이 관찰되고 있다. 이것은 작동유의

온도가 증가하면 점성계수가 떨어져서 주파수에 따른 지연현상이 고주파수 쪽으로 이동하고 있기 때문이다.

Fig. 11은 이론식 (15)를 이용하여 그렸으며 작동유의 온도변화에 따라 변화하는 물성치중 음속만을 변화 시켜 가면서 그린 결과 곡선은 작동유의 온도가 10℃씩 변화함에 따라 2%정도의 압력진폭값이 증가하여 거의 변화가 없다. 위상지연 현상도 온도변화에 따라 거의 변화가 없으며 주파수가 108Hz정도에서 방향이 바뀐이 관찰되었다. 관로에서 작동유의 이득값이나 위상지연 현상은 온도를 변화 시켰을 때 점성의 영향에 비해 작동유체속의 음속의 영향이 크게 작용하고 있음을 알았다.

이론값을 실험결과와 비교하기 위해 Fig. 12~Fig. 15에 나타내었다. 온도변화에 따른 이득값과 위상지연결과를 나타낸 Fig. 12~Fig. 15를 고찰하면 비교적 잘 일치하고 있다. 이와 같은 특성은 작동유의 온도가 증가했을 때 온도가 증가함에 따라 이득값이 점점 증가함을 나타내고 있다. 이는 온도가 증가함에 따라 작동유체의 점도가 떨어져서 운동에너지가 상승하기 때문이다. 이와 같은 고찰로부터 유압관로에서 이득값이나 위상지연은 작동유의 점도에 밀접한 관계를 가지고 있으며 온도에 따라 선형적으로 비례하지 않는 것을 알았다.

그러므로 점성을 고려한 작동유의 동력전달을 해석할 때 온도증가에 따라 선형적으로 점성계수를 대입하여 해석하는 것은 문제가 있음을 의미한다. 기름의 경우, 점성 때문에 압력손실이 발생하게 되고, 이 압력손실은 열을 수반하게 되어 작동유체의 온도를 상승시켜 점성, 밀도 등을 변화시켜 복합적으로 작용하기 때문이다. 주파수가 변화하여 작동유체의 고유진동수와 같아져 공명을 발생하면 진폭이 매우 커지면서 작동유에 열 에너지로 흡수된다. 열에너지로 흡수되면 작동유의 밀도가 변하기 때문에 변화된 고유진동수에서 공진이 발생하게 된다. 이와같은 현상이 반복적으로 나타나는 현상은 Fig. 12~Fig. 15에 나타내었다.

이와같은 물성의 변화는 작동유체의 고유진동수도 바뀌게 되어 서로 다른 진동수에서 공진을 발생시켜 관로의 진동을 유발하는 요인이 된다. 또한 작동유의 온도변화에 따라 변화하는 밀도값만을 변화 시켰을 경우에는 그래프상에서는 아무런 변화를 보이지 않았다. 이는 온도 변화에 따라 변화하는 각종 성분중 점성이 유압관로의 특성을 결정하는 중요한 성분이며 점성의 변화에 따라 온도변화에 따른 유압관로 동특성이 결정됨을 나타낸 것이라 할 수 있겠다.

이론식 (15)를 이용하여 이론적으로 그래프를 출력하여 실험주파수 범위 10~1000Hz에서 온도를 20℃~50℃로 변

화시킨 결과를 Fig. 12 ~ Fig. 15에 실험치와 비교한 결과를 나타낸다. 1 ~ 100Hz의 저주파수 영역에서는 유체입자들 간의 충돌에 의한 운동량 손실이 작기 때문에 위상 지연이 거의 발생하지 않았다. 주파수가 증가하면서 입사파의 전파계수가 커지면 에너지 흡수가 커지기 때문에 작동유체의 밀도가 변화하게 된다. 주파수 특성 분석에서 진폭비가 커지면 유압관로에서는 동력손실을 유발시키는 임피던스가 증가되기 때문에 보다 많은 일을 하게 되고, 이것은 유압관로에서 동력손실과 밀접한 관계가 있다. 이것 때문에 점성에 의한 마찰손실로 위상의 변화가 심하게 나타남을 보이고 있고 공진주파수를 지나면서 맥동유의 전파파장의 방향이 108Hz부근에서 바뀔 수 있다. 주파수가 증가하면서 입사파의 전파계수가 커지면 에너지 흡수가 커지기 때문에 작동유체의 밀도가 변화하게 된다.

이는 온도가 증가함에 따라 에너지 흡수에 의한 유체의 점도가 떨어져 운동에너지가 상승하기 때문이다. 이상과 같은 결과로부터 작동유의 온도가 낮을수록 이득값이 작으며, 온도가 높을수록 이득값은 커지고 이득값의 선폭은 줄어들고 있다. 이와 같은 고찰로부터 유압 관로에서 이득값이나 위상지연은 작동유의 온도에 밀접한 관계를 가지고 있으며 이런 것들은 작동유체에 전달되는 운동에너지의 크기를 결정하는 요인으로 작용한다.

4. 결론

유압관로에서 맥동유동의 주파수 변화에 따른 관로내의 유동특성을 이론과 실험을 통해 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

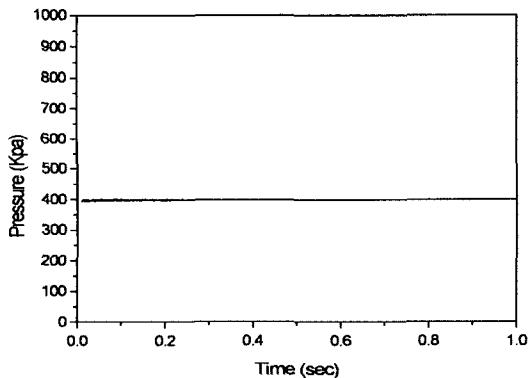
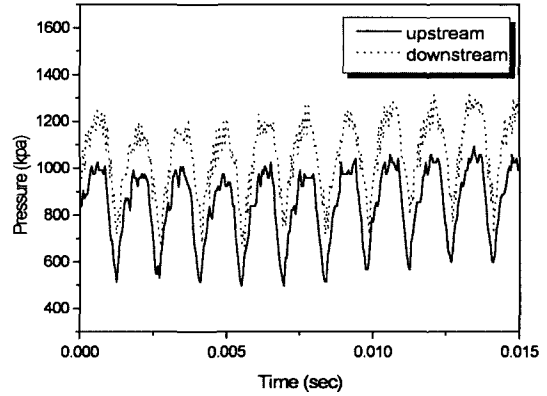
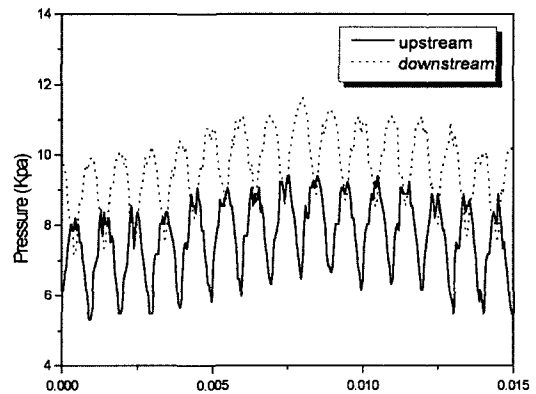


Fig. 7 Pressure wave forms of steady condition



(a) Temp. 40°C Frequency 700Hz



(b) Temp. 40°C Frequency 1000Hz

Fig. 8 Pressure wave forms measured in pipe

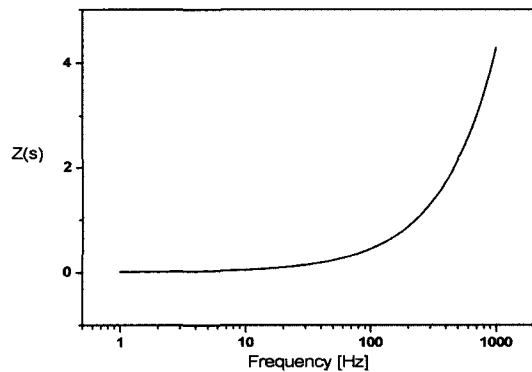
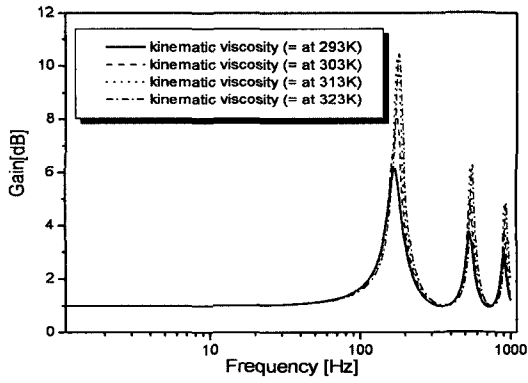
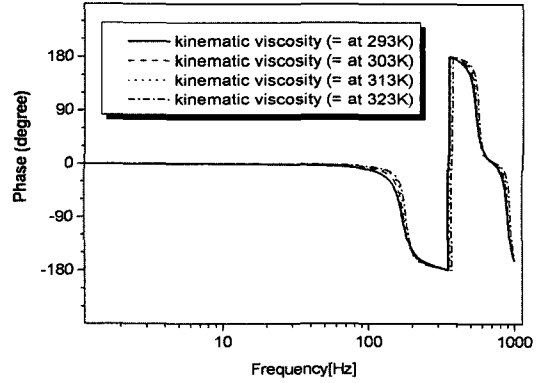


Fig. 9 Impedance characteristics

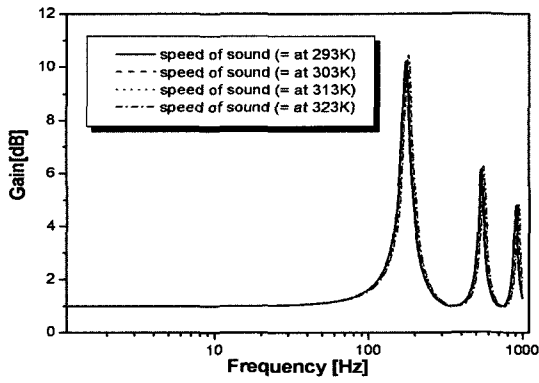


(a) Frequency response characteristics (gain)

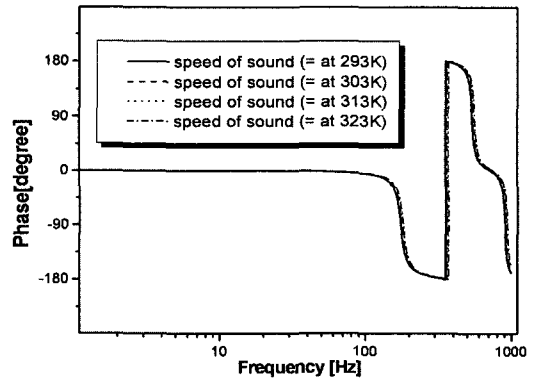


(b) Frequency response characteristics (phase)

Fig. 10 Variable kinematic viscosity changes

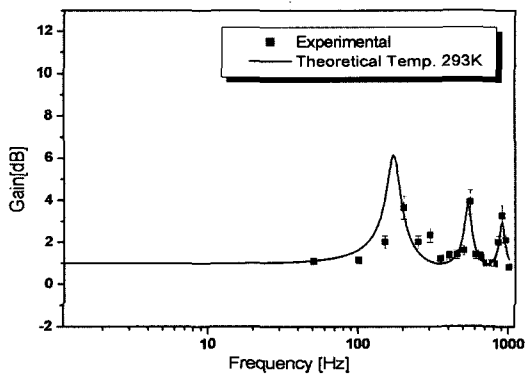


(a) Frequency response characteristics (gain)

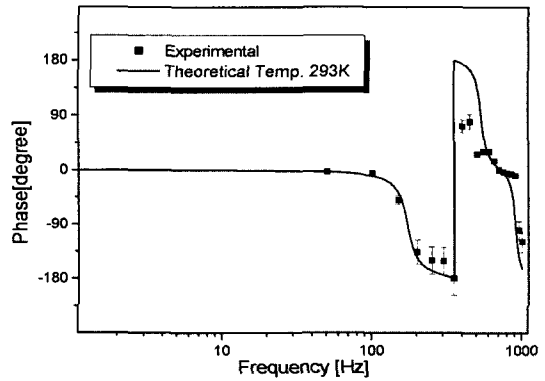


(b) Frequency response characteristics (phase)

Fig. 11 Variable speed of sound changes

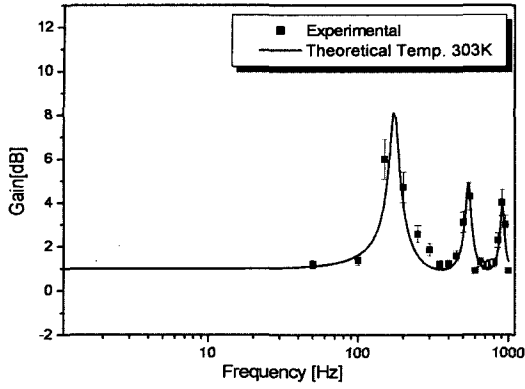


(a) Frequency response characteristics (gain)

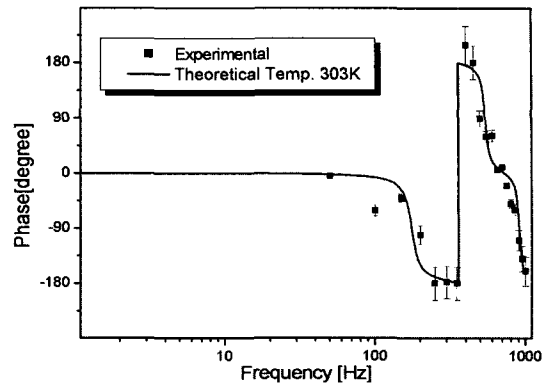


(b) Frequency response characteristics (phase)

Fig. 12 Frequency response characteristics in oil (Temp. 20°C)

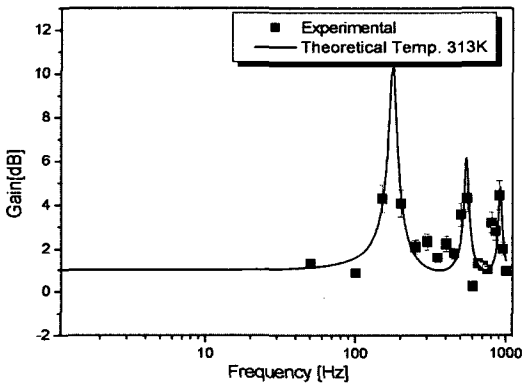


(a) Frequency response characteristics (gain)

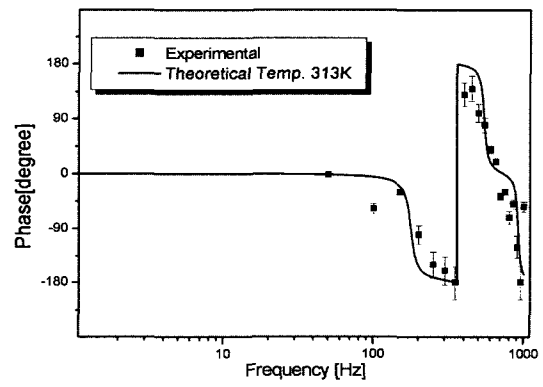


(b) Frequency response characteristics (phase)

Fig. 13 Frequency response characteristics in oil (Temp. 30 °C)

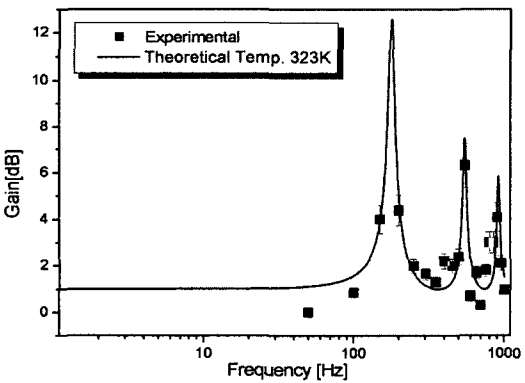


(a) Frequency response characteristics (gain)

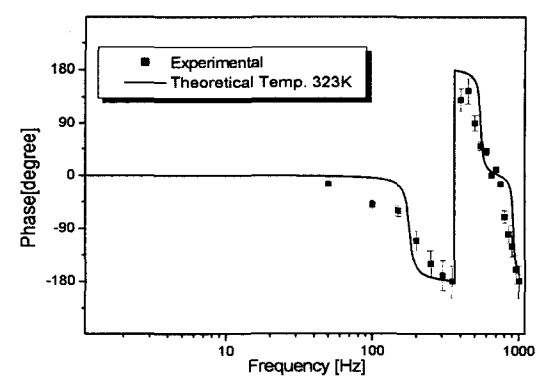


(b) Frequency response characteristics (phase)

Fig. 14 Frequency response characteristics in oil (Temp. 40 °C)



(a) Frequency response characteristics (gain)



(b) Frequency response characteristics (phase)

Fig. 15 Frequency response characteristics in oil (Temp. 50 °C)

- (1) 온도변화에 따라 변화하는 각종성분중 점성이 유압관로의 특성을 결정짓는 중요한 성분이며, 맥동주파수가 공진주파수와 일치되면 밀도가 변하여 주기적으로 공진주파수가 발생된다.
- (2) 본 실험장치에서는 20℃에서 108Hz가 공진주파수였으며 공진주파수 영향 때문에 온도가 10℃씩 상승하면, 20Hz씩 공진주파수 영역도 증가하였다.
- (3) 공진주파수의 작용 때문에 상승한 작동유의 공진 주파수 값에서 이득값 변화가 크게 나타났다.

후 기

본 논문은 1999년도 조선대학교 교내연구비 지원을 받아 수행하였습니다. 본 연구에 사용된 시험장비는 산업자원부 지정 (사)부품산업테크노센터에서 제공한 것 임.

Nomenclatures

- a : 관의 직경
 c_0 : 오리피스 유량계수
 u : 작동유의 속도
 K : 작동유의 체적탄성계수
 K_e : 유효탄성계수
 $P_1(s)$: 상류 압력에 대한 라플라스 변환
 $P_2(s)$: 하류 압력에 대한 라플라스 변환
 $Q_1(s)$: 상류부의 유량에 대한 라플라스 변환
 $Q_2(s)$: 하류부의 유량에 대한 라플라스 변환
 Re : Reynolds 수
 s : 라플라스 연산자
 i : 허수부

- J_0 : 제1종 0차 Bessel 함수
 $Z_0(s)$: 특성임피던스
 $\Gamma(s)$: 관로의 전파상수

참 고 문 헌

- (1) 염만호, "원자력 발전소용 Tilting Check Valve의 특성 실험 2", 대한기계학회 논문집, 제22권, 제6호, pp. 803~812.
- (2) 이운태, 김진환, 김수태 "파워 스티어링용 베인펌프 유량제어부 설계에 관한연구", 한국공작기계학회지 제9권, 제5호, pp. 96~104, 2000. 10.
- (2) D' souza A. F., Oldenburger R., "Dynamic response of fluid lines", J. Basic Engineering, September, pp. 589~598, 1964.
- (3) 横田, 金道泰, 中和, "油壓管路の 動特性を 利用した 遠隔瞬時流量計測手法", 油空論文集, 平成 2年, 第21号, 第2号, pp. 81~87, 1990.
- (4) 나기대, 모양우, 유영태, 정지철, 김지환 "관로의 층류 맥동유동에서 주파수 변화에 따른 응답특성에 관한 연구", 韓國航空宇宙學會誌, 제26권, 제8호, pp. 105~117, 1998.
- (5) Ikuro Imura, Kenji Shoji, Seiichi Ishi and Hiroshi Hatanaka "The transient response of cavity-mounted pressure sensing Systems", 計測自動制御學會論文集 Vol. 22, No. 4, pp. 417~422, 1986. 4.
- (6) 나기대, 유영태, 김지환 "직경이 작은 유압관로에서의 동특성", 한국공작기계학회지, 제8권, 제4호 pp. 38~44, 1999. 8.