

반복 변환을 이용한 준최적 프랙탈 부호화 기법

정회원 강 현 수*, 홍 성 훈**

Sub-optimal Fractal Coding Scheme Using Iterative Transformation

Hyun-Soo Kang*, Sung-Hoon Hong** *Regular Members*

요 약

본 논문은 반복적인 부호화 과정을 수행함으로써 준최적 변환(sub-optimal transformation)을 얻을 수 있는 새로운 프랙탈 부호화 기법에 대해 기술한다. 최적 변환(optimal transformation)은 원영상과 가장 가까운 끌개(attractor)를 생성시키는 변환으로 정의될 수 있다. 불행히도, 최적 변환을 찾는 것은 과도한 계산량으로 인해 실제적으로 불가능한 것으로 알려져 있다. 그러나, 본 논문에서는 프랙탈 변환 및 끌개에 관련된 몇 가지 새로운 정리들을 통해 특수한 경우에 대해 최적 변환을 얻을 수 있을 뿐만 아니라 좀 더 일반적인 경우에 대해서는 준최적 변환을 얻을 수 있음을 보인다. 그 정리들에 기초한 제안된 방법은 복호화 시 수행하는 반복적인 과정과 유사한 과정을 수행함으로써 준최적 변환을 얻는다. 그래서 제안된 방법은 계산량이 많아지는 단점을 가지지만 복원화질 면에서 우수한 특징을 가진다. 실제 영상에 대한 실험결과는 제안된 방법이 최적 방법에 가까우며, 기존의 방법에 비해 우수함을 입증한다.

ABSTRACT

This paper presents a new fractal coding scheme to find sub-optimal transformation by performing an iterative encoding process. An optimal transformation can be defined as the transformation generating the attractor which is closest to an original image. Unfortunately, it has been well-known that it is actually impossible to find the optimal transformation due to heavy computation. In this paper, however, by means of some new theorems related with the fractal transformation and the attractor, it is shown that for a special case the optimal transformation can be obtained as well as for a general case the sub-optimal transformation. The proposed method based on the theorems obtains the sub-optimal transformation performing an iterative process as if done in decoding. Thus, it requires more computation than the conventional method but improves the image quality. We verify the superiority of the proposed method through the experimental results for real images, which shows that the proposed method approaches to the optimal method in the performance and is superior to the conventional method.

I. 서론

프랙탈 영상 부호화의 핵심은 영상을 부호화하는 대신 그 영상을 발생시킬 수 있는 변환을 부호화함으로써 감축 효과를 얻는 것이다. 이것은 Barnsley^[1]에 의해 소개된 콜라주 정리(Collage the-

orem)과 IFS(iterative function system)의 수학에 기초한다. Jacquin^[2]이 처음으로 영상에 대한 실용적인 프랙탈 부호화 방식을 소개한 이래, 많은 연구들이 그의 방식을 개선하였다. 프랙탈 부호화는 지역 블록과 닮은 정의역 블록을 찾는 범위에 의해 전역 방식(global method)과 지역방식(local method)으로 크게 두개의 부류로 나누어 볼 수 있다. 전역방식은

* 중앙대학교 첨단영상대학원 영상공학과(hskang@cau.ac.kr), ** 전남대학교 정보통신공학부 전자공학과 홍성훈(hsh@chonnam.ac.kr)
 논문번호 : 00158-0509, 접수일자 : 2000년 5월 9일

넓은 범위에 대해 정의역 블록을 찾는 방식으로 많은 정합 과정을 수행하게 된다. Jacquin의 방식이 전역방식의 하나이다. 이 방식이 많은 계산량을 요구하는 단점을 해결하기 위해 복잡도에 따라 블록을 분류하는 방식^{[3][4]}, 계층적으로 찾는 방식^{[5][6]}, 주파수 영역에서 찾는 방식^[7], 등이 제안되었다. 또한 웨이브렛 영역에서의 프랙탈 부호화는 블록의 복잡도에 따라 자동적인 분류가 수행됨으로써 계산량을 줄이는데 기여하였다^[8]. 한편, 지역방식은 정의역 블록을 찾는 영역을 지역 블록 주위의 몇 개의 블록으로 한정하는 방법이다. 대표적인 방법으로는 Monro의 방식^[9]과 3차원 블록에 적용한 Li의 방식^[10], 등이 있다. 이 방식들은 정의역 블록을 찾는 영역이 줄어들기 때문에 계산량에 있어서 전역방식에 비해 상당히 작은 반면 정합에 의해 발생하는 에러가 크므로 이를 다항식 근사화 하는 항을 변환에 추가하여 복호화되는 영상의 화질을 보상해 주도록 하였다.

복화기에 있어서도 성능 개선을 위한 노력이 있었다. Lepsfy^[11]는 반복 변환이 필요 없는 방식을 제안하였고, Kang^[12]은 공간 변위항의 분포와 변환된 블록의 결과를 이용함으로써 빠른 수렴 속도를 얻도록 하였다.

프랙탈 부호화의 성능은 원영상과 변환의 끝개 사이의 거리에 의해 결정되므로 그 거리를 최소화 하는 변환을 찾는 것이 중요하다. 우리는 그 거리를 최소로 하는 변환을 최적의 변환이라고 정의할 수 있다. 그러나 최적 변환을 찾는 것은 너무 많은 계산량을 요구하므로 실제적으로 구현하는 것은 불가능하다. 그래서 일반적인 프랙탈 부호화는 풀라쥬 정리를 이용하여 원영상과 풀라쥬 영상과의 거리를 최소화 함으로써 원영상과 끝개 사이의 거리를 제한하는 방식을 사용한다. 이 방식은 끝개에 대한 직접적인 접근 방식이 아니기 때문에 원영상과 끝개 사이의 거리의 제한이 느슨하다는 단점을 가지고 있다. 이러한 문제에 대해 Honda^[13]는 확장된 풀라쥬 정리를 이용하여 그 제한을 줄였고 Harada^[14]는 이미 구해진 블록 변환들을 이용하여 정의역 풀(pool)을 대체함으로써 좀 더 적절한 변환을 찾으려는 연구를 하였다. Honda의 방식은 최적의 변환을 구하는 방식과 거의 동일한 과정을 수행하여야 하기 때문에 매우 간단한 경우에 대해서는 유효하지만 일반적인 경우에 대해 적용하는 것은 어렵다. 이 방식과는 대조적으로, 본 논문에서는 일반적인 경우에 대해서도 적용 가능한 새로운 부호화 방법을 제

안한다. 이 방법은 복호화 시 수행되는 것과 유사한 반복 과정을 수행하는데, 이 과정은 다음과 같은 단계로 이루어진다. (1) 원영상과 초기 영상 사이의 거리를 최소화하는 변환은 찾는다. 여기서 초기 영상은 임의로 선택될 수 있다. (2) 그 초기 영상은 찾아진 변환에 의해 한번 변환되고 과정(1)에서의 초기 영상을 변환된 초기영상으로 갱신한다. (3) 갱신된 초기 영상을 이용하여 과정(1)과 (2)를 변환이 수렴할 때까지 반복한다. 비록 이러한 반복 과정이 계산량의 증가를 가져오지만 최적 변환에 가까운 변환을 얻을 수 있도록 함으로써 화질 개선에 기여한다.

본 논문은 다음과 같은 구성으로 되어 있다. 2장에서 기존의 부호화 방식과 최적 변환을 정의하고, 3장에서 몇 가지 정리들을 소개하고 증명한 뒤 그 정리들을 이용한 새로운 방법을 제안한다. 4장에서는 제안된 방법을 실험을 통해 성능 평가하고 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

II. 이론적 배경 및 최적변환

영상의 거리 공간을 (X,d) 이라고 하자. 여기서 d 는 거리를 의미한다. 그리고 다음 식을 만족하는 변환 $w: X \rightarrow X$ 를 생각해 보자.

$$d(w(x), w(y)) \leq sd(x, y), \quad x, y \in X \quad (1)$$

여기서 $|s| < 1$ 이면, w 는 축소 계수가 s 인 축소변환이라고 한다. w 가 축소 변환이면, 그 변환은 다음 식과 같은 고정점(또는 끝개) x_f 를 가진다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} w^n(x_0) = x_f, \quad w(x_f) = x_f \quad (2)$$

x_f 가 원영상이고 x_{f_i} 가 w_i 의 끝개일 때, 최적 변환은 다음과 같이 정의될 수 있다

$$w_{opt} = \arg \min_w [\lim_{n \rightarrow \infty} d(x, w_i^n(x_0))] \quad (3)$$

변환의 계수들은 실수이므로 모든 가능한 변환들의 수는 무한하다. 그러나 실질적으로 그 계수들을 양자화하여 부호화하므로 양자화에 의해 유한한 수를 가지게 된다. 이때, T_w 를 양자화된 변환들의 집합이라고 하자. T_w 의 모든 원소들의 끝개가 만들어질 때 원영상과 그 끝개들 사이의 거리를 최소화 하는 하나의 변환을 얻을 수 있다. 이 변환이 최적

변환이다. 이러한 과정은 계산량이 너무 많으므로 일반적으로 다음 식으로 나타나는 풀라취 정리를 이용한다.

$$d(x, x_f) \leq (1-s)^{-1} d(x, w(x)) \quad (4)$$

단순한 경우의 최적 변환 : Monro^[2]의 방식처럼 셔플(shuffle) 변환이 없고 정의역 블록에 대한 찾는 과정이 없는 단순한 경우를 생각해 보자. 그러나 Monro의 방식과는 달리 정합 오차에 대한 다항식 근사화는 고려되지 않는다. 그림 1은 이 경우를 보여준다. 이 경우에 식(3)으로부터 모든 가능한 끝개들을 생성함으로써 최적변환을 얻을 수 있다.

그림 1에 나타난 4개의 변환은 다음과 같이 표현된다.

$$w_i(D) = s_i G(D) + \delta g_i, 0 \leq i \leq 3 \quad (5)$$

여기서 $D, G(\cdot), s_i, \delta g_i$ 는 정의역 블록, 기하학적 변환(geometric transformation), 축소 계수, 밝기 값의 변위항이다. δg_i 는 치역 블록과 s_i 의 계수에 의해 축소된 정의역 블록들의 평균 값들의 차에 의해 쉽게 얻어지므로 s_i 들을 얻는 것이 주요 문제이다.

$$\min_{s_0, s_1, s_2, s_3} d(\cup_{i=0}^3 R_i, \lim_{n \rightarrow \infty} \cup_{i=0}^3 w_i^n(D)),$$

$$\delta g_i = E[R_i - s_i G(D)] \quad (6)$$

여기서 R_i 는 i 번째 치역 블록이고 $E[x]$ 는 x 의 평균이다. 예를 들어 s_i 는 구간 $[0.05, 1.0]$ 에 존재하고 0.05의 양자화 간격으로 양자화될 때 모든 가능한 끝개의 수는 20^4 개이다. 모든 끝개들이 치역 블록과 비교되고 그때 치역 블록과의 거리가 최소인 끝

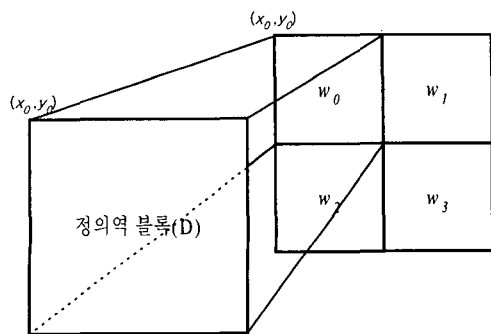


그림 1. 간단한 경우에 대한 변환

개가 선택된다. 좀 더 일반적인 경우, 너무 많은 끝개들이 존재하므로 구현이 불가능하다. 한편, 풀라취 정리를 이용한 기존의 방법들은 하나의 치역 블록당 20개의 풀라취 블록들 중에 하나를 선택한다. 비록 이것이 간단한 경우이긴 하지만 최적의 방법에 의해 간주되는 끝개의 수와 기존의 방식에 의해 간주되는 풀라취 블록의 수 사이에는 매우 큰 차이가 있다. 이러한 차이는 최적의 방법이 좀 더 나은 복원 화질을 주지만 일반적인 경우에 대해 그것을 구현하는 것은 계산량이 너무 과도하기 때문에 불가능하다.

III. 제안된 방법

본 장에서는 몇 가지 정리를 소개하고 그 정리에 기초한 제안된 방법을 기술한다. 제안된 방법을 기술하기 이전에, 우선 몇 가지 집합을 정의하고 축소 변환에 관련된 몇 가지 정리를 소개한다.

- T_w : 영상을 부호화하는데 허용되는 모든 축소 변환을 원소로 하는 집합을 나타낸다. 영상 부호화에서 가장 일반적인 변환은 어파일 변환 (affine transformation)으로서 그 변환의 계수들은 블록의 크기, 정의역 블록의 탐색 범위, 다단 분할 방법에 있어서 계층의 개수 등과 같은 부호화 계수에 의해 제한을 받는다. 허용된 변환이란 이러한 제한 조건을 만족하는 변환만이 T_w 의 원소가 됨을 의미한다.

- T_{opt} : 식(3)에 보여진 것처럼 최적 변환의 집합을 나타낸다. 여기서 우리는 최적 변환이 유일하지 않을 수 있음을 주지해야 한다.

- X_f : 변환 $w \in T_w$ 의 끝개의 집합을 나타낸다.

$X_{f_{opt}}$: 변환 $w \in T_{opt}$ 의 끝개의 집합을 나타낸다. 즉, 최적 끝개의 집합이다.

정리 1: 최적 끝개 $x'_{f_{opt}} \in X_{f_{opt}}$ 가 구 $B(x, |x - x'_{f_{opt}}|)$ 의 표면 모두를 덮을 수 있을 정도로 충분히 촘촘히 분포한다고 하자. 여기서 $B(x, r)$ 는 x 가 중심이고 반경 r 인 구이다. 이 때, 만약 모든 $w_i \in T_w$ 에 대해 $d(x, x_f) \leq d(x, w_i(x_f))$ 이면, 그 때 $x_f \in X_{f_{opt}}$ (즉, $w_f \in T_{opt}$ 여기서 w_f 는 끝개 x_f 의 변환)이다.

[증명] 본 명제의 증명을 하여 명제의 대우가 참이면 그 명제가 참임을 이용한다. 여기서 대우는 다음과 같다. 만약 $w_f \notin T_{opt}$ ($x_f \notin X_{f_{opt}}$)이면 어떤 w_i

$\notin T_w$ 에 대해 $d(x, x_f) > d(x, w_i(x_f))$ 이다. $x_f \notin X_{fopt}$ 이라는 것은 x_f 가 구 $B(x, |x - x_{fopt}|)$ 의 외부에 위치함을 의미한다. 그 때, $d(x, x_f) > d(x, w_i(x_f))$ 을 만족하는 최소 한 개의 w_i 가 존재한다면 명제의 대우가 참이다. 따라서 어떤 변환 w_i 에 대해 $d(x, x_f) > d(x, w_i(x_f))$ 가 참이면 그 명제의 대우는 참이다. 여기서 물론 $x_f \notin X_{fopt}$ 이다.

이제 $w_i = w'_{opt}$ 인 경우를 간주해 보자. 여기서 w'_{opt} 는 그림2에서 보여지는 것처럼 x 와 x_f 를 연결하는 선과 구 $B(x, |x - x_{fopt}|)$ 의 교점에 위치하는 끝개의 변환이다. w'_{opt} 는 축소계수 $|s'_{opt}| < 1$ 인 축소 변환이므로 $d(x', w'_{opt}(x_f)) \leq |s'_{opt}| d(x, x_f)$ 이다. 즉, $w'_{opt}(x_f)$ 는 그림 2의 어두운 부분의 내부에 위치한다. 따라서 $B(x', |x' - x_{fopt}|)$ 는 $B(x, |x - x_f|)$ 의 내부에 완전히 포함되므로 $d(x, w'_{opt}(x_f)) < d(x, x_f)$ 임은 명확하다. 결론적으로 어떤 변환 $w_i = w'_{opt}$ 에 대해 $d(x, x_f) > d(x, w'_{opt}(x_f))$ 하므로 그 명제의 대우는 참이다.

위의 정리는 최적끝개에 대한 가정 아래 어떤 최적끝개를 변환함으로써 얻어지는 영상은 그 최적끝개보다 원영상에 가까울 수 없음을 말한다.

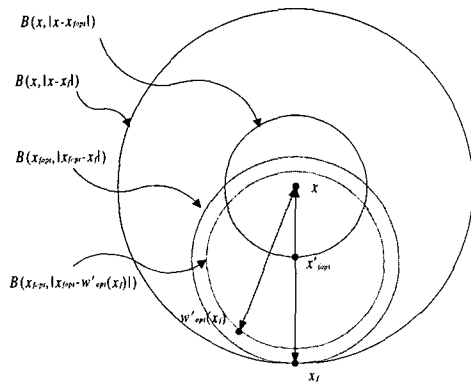


그림 2. 최적변환에 대한 정리 (정리1)

영상부호화에 위의 정리를 적용하기 위하여 시퀀스(sequence) $x_n \equiv w_n w_{n-1} \dots w_2 w_1(x_0)$ 를 생각해 보자. 여기서 x_0 는 초기 영상이다. 그 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \rightarrow z$ 이면 z 는 끝개가 된다. 이것은 $n \rightarrow \infty$ 일 때 $x_n \equiv x_{n+1}$ (즉, $x_n = w_{n+1} x_n$) 이므로 x_n 은 변환

w_{n+1} 의 끝개가 된다. 유사하게 $x_{n-1} = w_n(x_{n-1})$ 가 성립한다. 이것은 x_{n-1} 은 변환 w_n 의 끝개임을 의미한다. 따라서, $n \rightarrow \infty$ 일 때 $x_n = x_{n-1}$ 이므로 $w_n = w_{n+1}$ 이다. 결과적으로 $n, m \rightarrow \infty$ 일 때 $w_n = w_m$ 가 된다. 즉, x_n 가 z 에 수렴하면, w_n 또한 어떤 변환 w_z 에 수렴한다 (즉, $w_z = \lim_{n \rightarrow \infty} w_n$). 이러한 사실로부터 따르는 정리가 성립한다.

정리 2: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \rightarrow z$ 이면, z 는 변환 w_z 의 끝개이다. 여기서 $w_z = \lim_{n \rightarrow \infty} w_n$.

[증명] $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \rightarrow z$ 이므로, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{n+k} \rightarrow z$, for all $k=1, 2, \dots$, 이다. 그래서 $n \rightarrow \infty$ 에 대해, $x_n = x_{n+k}$ 이므로, $x_n = w_{n+k-1} \dots w_{n+1}(x_n)$ for all $k=1, 2, \dots$, 이다. $k=1$ 에 대해 $x_n = w_{n+1}(x_n)$ 이므로 w_{n+1} 은 x_n 의 끝개이고, $k=2$ 에 대해 $x_n = w_{n+2} w_{n+1}(x_n)$ 이므로 $x_n = w_{n+2}(x_n)$ 이 성립하여 w_{n+1} 도 x_n 의 끝개이다. 여기서 끝개는 유일하므로 $w_{n+1} = w_n$ 이다. 이 관계는 모든 k 에 대해 성립한다 (즉, $w_{n+k} = w_n$, for all $k=1, 2, \dots$).

그 때, $w_z \equiv w_n$ 라고 두면, $z = \lim_{n \rightarrow \infty} w_n w_{n-1} \dots w_2 w_1(x_0) = \lim_{k \rightarrow \infty} w_z^{(k)}(z_0)$ 가 된다. 여기서 $z_0 = w_{n-1} \dots w_2 w_1(x_0)$ 이다. 그래서 z 는 변환 w_z 의 끝개이다.

정리2는 z 가 w_z 만으로도 얻어질 수 있다는 것을 말한다. 즉, 수렴하기 전의 변환 w_n 과는 무관하게 결정됨을 알 수 있다. 정리1과 정리2를 조합함으로써 다음과 같은 정리가 주어진다.

정리 3: 만약 $w_n = \min_w d(x, w_i(x_{n-1}))$ 이고 $w_n \rightarrow w_z$, for $n \rightarrow \infty$ 이면, 정리1의 가정 아래 $w_z \in T_{opt}$ 가 된다.

[증명] $w_n = \min_w d(x, w_i(x_{n-1}))$ 이므로 $d(x, w_n(x_{n-1})) \leq d(x, w_i(x_{n-1}))$ 이다. 그러므로 $n \rightarrow \infty$ 일 때, $d(x, z) \leq d(x, w_i(z))$ 가 된다. 여기서 $z = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$. 정리1에 의해 $z \in X_{fopt}$ 이므로 $w_z \in T_{opt}$ 이다.

정리 3은 w_n 에 의한 반복 변환은 최적 끝개 z 를

생성한다. 여기서 변환 w_n 은 x 와 x_{n-1} 사이의 거리를 최소화하는 변환을 탐색함으로써 쉽게 얻어질 수 있다. 그래서 제안된 부호화 방식은 w_n 에 의한 반복변환을 통해 최적 끌개 z 를 생성하고 최적 끌개 z 의 변환을 복호기에 전송한다. 다행스럽게도 실제 디지털 영상에 있어서 어느 정도 큰 n 에 대해 w_n 은 거의 수렴한다. 즉, $w_n \approx w_z$. 결과적으로 최적 변환은 n 번의 최소화 과정과 변환에 의해 얻어질 수 있다.

지금까지 최적 끌개들이 구 $B(x, |x - x_{fopt}|)$ 상에 촘촘히 분포한다고 가정하였다. 그러나 이 가정이 실제로 유효한지 의문일 것이다. 사실, 최적 끌개들이 그 구를 완전히 덮을 수 있을 만큼 많다는 조건을 만족한다는 것은 실제적이지 못하다. 즉, 최적 끌개는 유일하거나 몇 개 되지 않을 가능성이 훨씬 크다. 그림 3은 최적 끌개가 유일한 예를 보이고 있다. 이 그림에서 어두운 영역이 끌개들이 존재하는 영역이다. 그 때, 각 방향에서 원영상과 가장 가까운 끌개를 생각해 볼 수 있다. 이 끌개들을 준최적 끌개라고 부른다. 그림3의 A는 각 방향에 대한 준최적 끌개에 의해 형성되는 표면이다. 이 그림에서 $x_{\beta_1}, x_{\beta_2}, x_{\beta_3}$ 는 준최적 끌개에 해당한다. 준최적 끌개의 집합을 X_{sub} 이라고 할 때, 최적 끌개는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$x_{fopt} = \arg \min_{x_f} d(x, x_f), \text{ for } x_f \in X_{fsub} \quad (7)$$

그림 3에서 x_{β_3} 가 x 에 가장 가까우므로 x_{β_3} 이 최적 끌개이다. 이 예에서 보여지는 것처럼 표면 A는 구형태가 아니라 임의의 형태를 가지는 것이 일반적이다. 이러한 일반적인 경우에 대해 정리1과 유사

한 다음과 같은 정리가 성립한다.

정리 4: 준최적 끌개 $x_{fsub} \in X_{fsub}$ 가 A의 표면 모두를 덮을 수 있을 정도로 충분히 촘촘히 분포한다고 가정할 때, 만약 모든 변환 $w_i \in T_w$ 에 대해 $d(x, x_f) \leq d(x, w_i(x_f))$ 이면, 그 때, $x_f \in X_{fsub}$ (즉, $w_f \in T_{sub}$, 여기서 w_f 와 T_{sub} 는 각각 x_f 의 변환과 X_{fsub} 의 원소인 끌개들의 변환의 집합)이다.

[증명] 정리1의 증명과 유사하게 명제의 대우가 참이면 그 명제가 참임을 이용한다. 여기서 명제의 대우는 다음과 같다. '만약 $w_f \notin T_{sub} (x_f \notin X_{fsub})$ 면, 그 때 어떤 변환 $w_i \in T_w$ 에 대해 $d(x, x_f) > d(x, w_i(x_f))$ 이다.' $x_f \in X_{fsub}$ 라는 것은 x_f 가 A의 외부에 위치함을 의미한다. 그 때, $d(x, x_f) > d(x, w_i(x_f))$ 를 만족하는 최소한 한 개의 변환 w_i 가 존재한다면 명제의 대우는 참이다. 따라서 어떤 변환 w_i 에 대해 $d(x, x_f) > d(x, w_i(x_f))$ 가 참이면 그 명제의 대우는 참이다. 여기서 물론 $x_f \in X_{fsub}$ 이다. 이제 $w_i = w_{sub}$ 인 경우를 간주해 보자. 여기서 w_{sub} 는 그림3에서 보여지는 것처럼 x 와 x_f 를 연결하는 선과 A의 교점에 위치하는 끌개의 변환이다. w_{sub} 는 축소 계수가 $|s_{sub}| < 1$ 인 축소 변환이므로 $d(x_{fsub}, w_{sub}(x_f)) \leq s_{sub} d(x_{fsub}, x_f)$ 이다. 즉, $w_{sub}(x_f)$ 는 그림3의 어두운 부분의 내부에 위치한다. 따라서, $B(x_{fsub}, |x_f - x_{fsub}|)$ 는 $B(x, |x - x_f|)$ 의 내부에 포함되므로 $d(x, w_{sub}(x_f)) < d(x, x_f)$. 결론적으로 어떤 변환 $w_i = w_{sub}$ 에 대해 $d(x, w_{sub}(x_f)) < d(x, x_f)$ 이므로 그 명제의 대우는 참이다

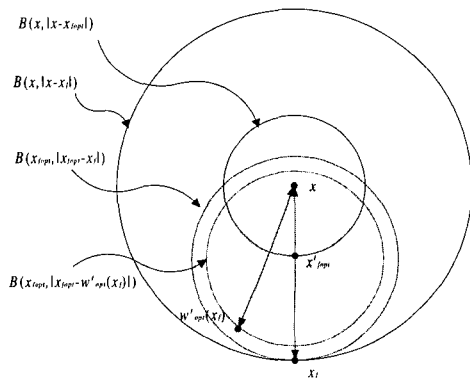


그림 3. (a) 최적변환에 대한 정리 (정리1)

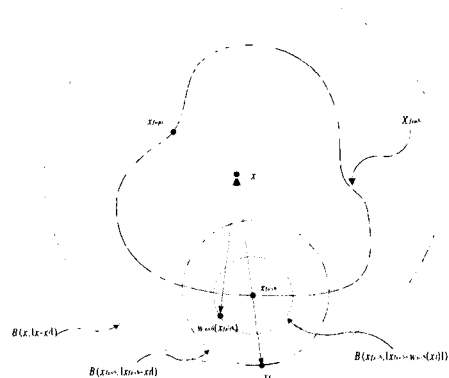


그림 3. (b) 정리3의 증명

표 1. 간단한 변환의 경우 (SC)에 대한 부호화 결과

방법	MSE (Lena)	MSE(Akiyo)
최적방법	383.84	130.67
제안된방법	384.04	131.31
기존의방법	405.51	138.43

위의 정리4를 기초로 정리3과 유사한 새로운 정리가 다음과 같이 주어진다.

정리 5: 만약 $w_n = \min_w d(x, w_i(x_{n-1}))$ 이고 $w_n \rightarrow w_z$, for $n \rightarrow \infty$ 이면, $w_z \in T_{sub}$ 가 된다.

[증명] $w_n = \min_w d(x, w_i(x_{n-1}))$ 이므로 $d(x, w_n(x_{n-1})) \leq d(x, w_i(x_{n-1}))$ 이다. 그러므로 $n \rightarrow \infty$ 일 때, $d(x, z) \leq d(x, w_i(z))$ 가 된다. 여기서 $z = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$. 정리4에 의해 $z \in X_{fsub}$ 이므로 $w_z \in T_{sub}$ 이다.

정리 5는 정리3에서 이미 언급한 바와 유사하게 w_n 에 의한 반복 변환은 준최적 끌개 z 를 생성한다. 그래서 제안된 부호화 방식은 w_n 에 의한 반복변환을 통해 준최적 끌개 z 를 생성하고 최적 끌개 z 의 변환을 복호기에 전송한다. 결론적으로 정리5는 표면 A가 일반적인 형태를 가진 경우에 대해 제안된 방법에 의해 얻어진 변환이 준최적 변환임을 입증하고 있다.

제안된 방식은 다음과 같은 과정으로 수행된다.

- (1) $n=1$ 로 두고 초기 영상 x_0 를 임의로 선정한다. 실험에서 선정된 초기 영상은 모든 화소가 128의 밝기 값을 갖는 평탄영상이다.
- (2) $w_n = \min_w d(x, w_i(x_{n-1}))$ 를 만족하는 변환 w_n 을 구하고 그 변환으로부터 x_n 을 얻는다.
- (3) x_n 이 수렴하면 (즉, $x_n \approx x_{n-1}$), w_n 을 부호화할 변환으로 결정하고 이 과정을 끝낸다. 그렇지 않으면, $n=n+1$ 로 하고 과정2로 간다.

IV. 실험결과

제안된 방법의 성능을 평가하기 위하여, 2장에서 나타난 간단한 변환의 경우 (SC)와 기존의 부호화 방식에서 가장 널리 쓰이는 어파인 함수를 사용하는 일반적인 변환의 경우 (GC)의 각각에 대해 실험이 수행되었다. SC에서는 식(6)으로부터 최적 변환을 실질적으로 얻을 수 있으나, GC에서는 실질적으

로 불가능하다. SC에서는 최적 변환을 구하는 것이 가능하므로 그 변환이 제안된 방법과 기존의 방법의 성능 평가의 기준으로 사용될 수 있다. 그러나 GC에서는 최적 변환이 유효하지 않음에 따라 제안된 방법은 기존의 방법과 비교된다.

우선, SC에 대해 각 방법이 실험되었다. 실험에 사용된 256x256 Lena와 352x288 Akiyo이다. 적용된 변환 계수들은 다음과 같다. 16x16 정의역 블록과 8x8 치역 블록이 사용되었고, 밝기 값에 대한 변위량은 8비트가 할당되었고, 축소계수는 [0.05, 1.0]의 범위에 있도록 하였다. 각 방법의 좀 더 정확한 평가를 위하여 축소 계수가 0.05간격으로 양자화되었다. 이는 허용된 변환의 수가 충분히 많도록 하여 위의 정리의 가정을 만족하기 위함이다. SC에 대한 부호화 결과는 표1에 나타나 있다. 최적 부호화는 Lena와 Akiyo 영상에 대해 각각 383.84, 131.60의 MSE를 가진다. 이 표는 또한 제안된 방법이 기존의 방법에 비해 우수할 뿐만 아니라 최적 부호화 결과와 매우 가깝다는 것을 보여준다. 그림4에서는 좌측-위쪽 좌표가 (128,128)인 16x16 블록에 대한 자세한 결과를 도시하였다. 이 그림에서 16x16의 원영상과 모든 허용된 끌개 (총 20⁴개) 사이의 거리의 분포를 보여준다. 이 블록에 대해 최적 방법, 제안된 방법, 기존의 방법의 MSE가 각각 32.67, 32.74, 33.83이다. 그 분포가 가우스 분포를 가진 랜덤 변수의 샘플 분산 분포인 chi-square 분포와 닮은 점이 흥미로운 부분이다.

이제 GC에 대해 제안된 방법을 평가해 보자. 이 경우에 대해 최적 부호화 결과가 유효하지 않음에 따라 제안된 방법은 기존의 방법과만 비교한다. 비교를 위해 256x256 Lena 영상에 대해 두 가지 실험이 수행된다. 그 하나는 모든 치역 블록이 8x8인 경우에 대한 것이고, 또 하나는 Jacquin의 방법과 같은 2-계층 분할 방법을 적용함으로써 8x8과 4x4 크기의 치역 블록을 사용한 경우에 대한 것이다. 편의를 위해 여기서는 각각 1-계층 방법과 2-계층 방법이라고 부른다. 위의 두가지 방법에 대해 SC와는 대조적으로8종류의 셔플 (shuffle) 변환이 적용되고 정의역 블록을 전체 영상에 대해 탐색한다. 정의역 블록 탐색 간격은 치역블록의 크기에 의존하는데, 4x4 치역 블록에 대해서는 4이고 8x8 치역 블록에 대해서는 8이다. 축소계수는 [0.1 1.0]의 범위로 한정하고 0.1의 간격으로 양자화하였다. 그림 5와 그림 6은 각각 1계층 방법과 2계층 방법에 대한 실험 결과이다.

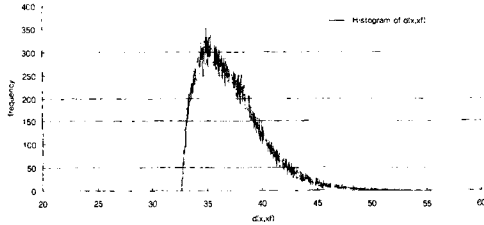


그림 4. $d(x,xf)$ 의 분포 (x 는 Lena의 (128,128) 위치의 16x16 블록)

그림5와 그림6은 제안된 방법과 기존의 방법에 의한 복호화 과정에서 얻어지는 PSNR과 제안된 방법의 부호화 과정에서 나타나는 x_n 의 PSNR을 보여준다. 복호화 과정에서 사용된 초기 영상은 밝기 값이 모두 128인 영상이 공통적으로 사용되었다. 그리고 제안된 방법에서 사용된 x_n 의 초기 영상 x_0 또한 밝기 값이 모두 128인 영상이 사용되었다. 그림5와 그림6에서 다음과 같은 사실을 관찰할 수 있다. (1) 수렴속도에 있어서, 제안된 방법이 기존의 방법에 비해 느리다. 이는 제안된 방법의 축소계수 (식(1)의 s)가 기존의 방법의 계수보다 크다는 것을 의미한다. (2) 수렴한 후의 화질의 측면에서 수렴 속도를 비록 늦지만 제안된 방법이 기존의 방법에 비해 우수하다. (3) x_n 이 제안된 방법에 의해 복호화된 영상에 접근한다. 앞절의 정리에서 보여진 바와 같이 $n \rightarrow \infty$ 일 때, x_n 은 이론적으로 제안된 방법에 의해 얻어진 변환의 끌개와 같아야 하지만 그 끌개와 완전히 일치하지는 않는다. 이것은 변환 계수의 양자화에 의한 것으로 추정된다. 그림5와 그림6을 관찰함으로써, 제안된 방법이 앞 절에 기술된 정리와 잘 일치함을 알 수 있고 따라서 제안된 방

법은 준최적 변환을 얻는 방법이라고 말할 수 있다.

지금까지 x_n 의 초기 영상 (x_0)으로서 밝기 값이 일정한 영상을 사용하였다. 그래서 부호화 결과가 그 초기 영상에 의존하는지 궁금해할 수 있다. 즉, 초기 영상이 밝기 값이 일정하지 않는 일반적인 영상일 때 어떤 현상이 일어날지를 살펴보는 것은 흥미롭다. 결론은 부호화 결과가 그 초기 영상에 의존적이라는 것이다. 이것은 정리4에서 기술한 것처럼 준최적 끌개들에 의해 덮여지는 표면 A 가 구형이 아니기 때문이다. 즉, 제안된 방법에 의해 찾아진 변환의 끌개가 표면 A 상에 위치하게 되는데 이는 초기 영상에 따라 변한다. 결론적으로 비록 제안된 방법에 의해 얻어진 변환이 초기 영상에 관계없이 준최적 변환이긴 하지만 (즉, 그 변환의 끌개가 표면 A 상에 위치함), 그 위치는 초기 영상에 의존적이다. 즉 그 변환은 초기 영상에 의존적임을 의미한다. 초기 영상에 관계없이 제안된 방법이 준최적 변환을 찾음을 검증하기 위하여 초기 영상을 부호화하고자 하는 원영상으로 하여 실험하였다. 이 실험에서 제안된 방법은 1계층과 2계층에 대해 각각 26.61dB와 30.69dB의 결과를 보였다. 1계층의 경우, 초기 영상을 원영상으로 한 경우에 대해 좀 더 우수한 결과를 산출하였고, 2계층의 경우 초기 영상을 밝기 값이 일정한 영상으로 한 경우에 대해 좀 더 우수한 결과를 산출하였다. 그러나, 주목할 점은 제안된 방법은 초기 영상에 관계없이 기존의 방법보다 우수하다는 점이다. 이 실험에서 보듯이, 어떤 초기 영상이 좀 더 우수한 변환을 얻게 하는지, 부호화를 수행하기 전에는 알 수 없다. 그래서 좀 더 우수한 변환을 얻을 수 있는 초기 영상을 선택하는 방법에 대한 연구가 좀 더 필요하다고 생각된다.

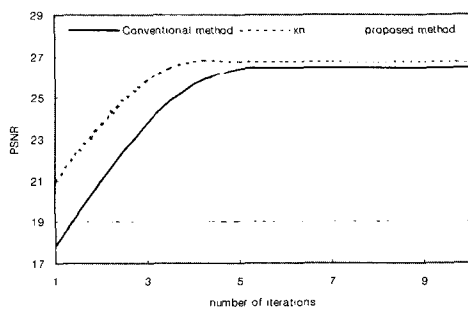


그림 5. Lena영상에 대한 부호화 결과 (1계층): 기존의 방법, x_n , 제안된 방법의 최종 PSNR은 각각 26.49dB, 26.75dB, 26.67dB.

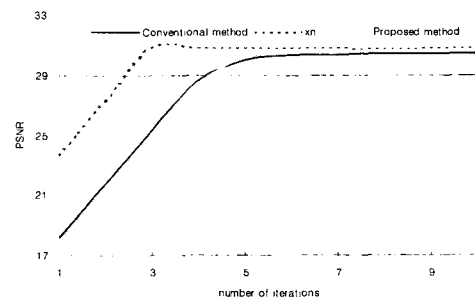


그림 6. 그림 5 Lena영상에 대한 부호화 결과 (2계층): 기존의 방법, x_n , 제안된 방법의 최종 PSNR은 30.41dB, 30.84dB, 30.68dB.

V. 결론

본 논문은 준최적 변환을 얻는 새로운 프랙탈 부호화 방식을 기술하였다. 제안된 방식의 부호화 과정은 두 영상 간의 반복적인 최적화 계산과, 복호화 과정과 유사한 반복적인 변환으로 이루어짐을 특징으로 한다. 이러한 특징은 3장에 소개한 정리들로부터 기인하는데, 그 정리들은 반복적인 부호화를 수행함으로써 준최적 변환을 얻을 수 있음을 말하고 있다.

제안된 방법은 간단한 경우와 일반적인 경우에 대해 평가되고 검증되었다. 그 결과로, 제안된 방법이 간단한 경우에 대해 최적 방법과 매우 가깝고 일반적인 경우에 대해 기존의 방법에 비해 0.3dB 정도의 이득이 있음을 알았다. 이러한 실험 결과들은 위의 정리에서 나타난 것처럼 제안된 방법이 준최적 방법임을 입증한다.

한편 좀 더 연구되어야 할 두 가지가 있다. 하나는 최적 변환을 가져올 수 있는 초기 영상을 발견하는 것이다. 준최적 변환의 최선은 최적 변환이므로 초기 영상의 최선의 선택은 최적 변환을 얻을 수 있도록 한다. 제안된 방법이 기존의 방법에 비해 우수하지만 그 성능은 초기 영상에 의존한다는 것을 본문에서 언급하였다. 제안된 방법의 성능 향상을 위한 간단한 방법으로서, 여러 가지 초기 영상에 대해 제안된 방법을 적용하여 얻어진 변환들 중 가장 우수한 것을 선택하는 방법이 있다. 그러나 이는 계산량이 과도하므로 초기 영상을 잘 선택하는 방법에 대한 연구가 필요하다. 그리고 또 한가지는 계산량의 감소에 관한 연구이다. 제안된 방법의 계산량은 반복 횟수에 정비례한다는 단점이 있다. 계산량의 감소를 위해서는 약간의 반복만으로 수렴된 변환 (정리5에서의 w_2)을 얻을 필요가 있다.

참고 문헌

- [1] M. Barnsley, *Fractals Everywhere*, Academic Press, San diego, 1988.
- [2] A. E. Jacquin, "Fractal Image coding: A Review," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 81, No. 10, Oct. 1993.
- [3] Y. Fisher, Ed., *Fractal Image Compression: Theory and Application*. New York: Springer-Verlag, 1995.
- [4] G. E. øien, S. Lepsfy and T. A. Ramstad, "L2-optimal Attractor Image Coding With Fast decoder Convergence," Ph. D. Dissertation, The Norwegian Institute of Technology.
- [5] G. Caso, P. Obrador and C.-C. Jay Kuo, "Fast Methods For Fractal Image Encoding," *Proceedings of VCIP' 1995*, SPIE Vol. 2501, part 1, 1995.
- [6] M. Kawamata, M. Nagahisa and T. Higuchi, "Multi-Resolution Tree Search For Iterated Transformation Theory-Based Coding," *Proceedings of ICIP' 94*, Vol. 3, pp. 137-141, 1994.
- [7] G. Gaso and C.-C. Jay Kuo, "New Results For Fractal/Wavelet Image Compression," *Proceedings of VICP' 96*, SPIE Vol. 2727, part 2, 1996.
- [8] O. C. Au, M. L. Liou and L. K. Ma, "Fast Fractal Encoding In Frequency Domain," *Proceedings of ICIP' 97*, Vol. 2, pp. 298-301, 1997.
- [9] D. M. Monro and F. Dudbridge, "Fractal Approximation Of Image Blocks," *Proceedings of ICASSP' 92*, Vol. 3, pp. 485-488, 1992.
- [10] H. Li, M. Novak and R. Forchheimer, "Fractal ?Based Image Sequence Compression Scheme," *Optical Engineering*, Vol. 32, No. 5, pp. 1588-1595, 1993.
- [11] S. Lepsfy, G. E. øien and T. A. Ramstad, "Attractor Image Compression With A Fast Non-Iterative Decoding Algorithm," *Proceedings of ICASSP' 93*, Vol. 5, pp. 337-340, 1993.
- [12] H. S. Kang and S. D. Kim "Fractal Decoding Algorithm For Fast Convergence," *Optical Engineering*, Vol. 35, No. 11, Nov. 1996.
- [13] H. Honda, M. Haseyama, H. Kitajima and S. Matsumoto, "Extension Of The Collage Theorem," *Proceedings of ICIP' 97*, Vol. 2, pp. 306-309, 1997.
- [14] M. Harada, T. Fujii, T. Kimoto and M. Tanimoto, "Fractal Image Coding Based On Replaced Domain Pools," *Proceedings of VCIP' 98*, SPIE Vol. 3309, part 2, pp. 1042-1049, 1998.

강 현 수(Kang Hyun-Soo)

정회원



1999년 2월 : 한국과학기술원 전
기및전자공학과(공학박사)

1995년 5월~2001년 4월 : 하이
닉스반도체 (주) 선임연구
원

2001년 5월~2002년 2월 : 한국
전자통신연구원 선임연구
원

2002년 3월~현재 : 중앙대학교 첨단영상대학원 조
교수

<주관심 분야> 영상처리, 부호화, 콘텐츠보호기술 등.

홍 성 훈(Hong Sung-Hoon)

정회원



1999년 8월 : 한국과학기술원 전
기및전자공학과(공학박사)

1999년 1월~2000년 7월 : LG전
자 DTV연구소 책임연구원

2000년 7월~현재 : 전남대학교
정보통신공학부 전임강사

<주관심 분야> 영상처리 및 압축부호화, 멀티미디어
통신, DTV, 영상처리를 VLSI 설계 등