

# 상하 비대칭 롤러를 이용한 이중곡면 성형의 변형특성에 대한 연구

최양렬\* · 신종계\*\*

\*목포대학교 기계선박해양공학부

\*\*서울대학교 조선해양공학과

## Deformation Characteristics of Compound Curved Plate Bending by Asymmetric Rollers

YANG-RYUL CHOI\* AND JONG-GYE SHIN\*\*

\*Division of Mechanical Eng. and Naval Arch. & Marine Eng., Mokpo National University, Mokpo, Korea

\*\*Department of Naval Architecture & Ocean Eng., Seoul National University, Seoul, Korea

**KEY WORDS:** Die-less Forming 다이리스 성형법, Plate Bending 곡가공, Compound Curved Plate 이중곡면, Slab Method 슬래브법, Finite Element Analysis 유한요소해석, Asymmetric Rolling 비대칭 압연

**ABSTRACT:** Die-less forming is a cold forming process which is to bend thick flat plates into compound curved plates using two asymmetric rollers. This forming method has several advantages compared with line heating which is widely used to fabricate compound curved pieces in shipyards. The die-less forming, however, has scarcely been studied. Even the deformation mechanism in this forming process has not been understood clearly. So, in this paper, the deformation characteristics of die-less forming is investigated analytically and numerically. For the analytic investigation, slab method based on equilibrium equation is applied. And the mechanism of curvature generation is derived for the asymmetry in roller radii. And three dimensional numerical analyses are performed with realistic modeling of interactions between the rollers and work-piece using finite element program, ABAQUS. It is shown that curvature generation is mainly due to the difference of normal positive strain distribution between the top and bottom surface of the work-piece. And a convex-type curved plate is formed if the center region of the work-piece is rolled with asymmetric rollers of which the lower is larger than the upper in diameter.

### 1. 서 론

선박 및 해양구조물의 건조에 있어서 평판의 곡가공은 필수적인 공정 중의 하나이다. 특히 선체의 선수부나 선미부는 복잡한 3차원 형상의 이중곡면으로 구성되어 있다. 이러한 이중곡면형상을 성형하기 위하여 대부분의 조선소에서는 가스토치를 열원으로 하는 선상가열법을 주로 이용하고 있다(Shin et al., 1996; 장창두 등, 1997; 이주성, 1999). 그러나 선상가열법은 가열과 냉각을 반복함으로써 재료의 열화를 야기시킬 뿐만 아니라 많은 가공변수(Lee, 1999)에 의해 가공형상이 결정되는 복잡성 때문에 생산공정의 자동화가 어렵고, 가공과정을 기능인력의 경험에 주로 의존하고 있는 실정이다.

유럽과 캐나다의 일부 조선소에서는 열간가공법 대신에 롤러(Roller)를 이용한 냉간가공으로 이중곡면을 성형하는 다이리스(die-less) 성형법을 이용하고 있으나 현재까지 다이리스성형법의 변형특성이나 가공변수에 대한 연구는 거의 없는 실정이다. Rady(1992)는 미소의 초기형상을 가정한 평판에 불균일한 면내변형을 가함으로써 이중곡면이 성형된다는 것을 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 그러나 롤러와 판 사이의 접촉이나

마찰력 등은 고려되지 않았다.

Holbrook 등(Holbrook and Zorowski, 1966; Hwang and Tzou, 1995)은 비대칭 평면변형을 문제에 대하여 슬래브법을 이용하여 접촉압력의 분포와 응력 및 모멘트 등을 구하였다. 그러나 상하 롤러 반지름의 비대칭성은 충분히 고려되지 않았고 주로 하중의 관점에서 비대칭 압연 문제를 고찰하였다.

본 연구에서는 슬래브법(slab method)을 이용하여 다이리스(die-less) 성형법의 기본적인 역학을 파악하고 변형형상에 영향을 미치는 가공변수를 구한 다음 유한요소법을 이용하여 3차원 수치해석을 수행함으로써 상하 비대칭 롤러에 의한 이중곡면 성형의 변형역학을 고찰하고 상하 롤러의 반지름이 다른 경우의 변형특성을 검토하였다.

### 2. 다이리스(die-less) 성형법의 변형특성

#### 2.1 다이리스 성형법

다이리스 성형법은 Fig. 1에 보인 것과 같이 가공하고자 하는 평판에 비해 폭이 작은 두 개의 회전하는 롤러가 판의 상하에 위치하고 롤러에 상하방향으로 가해진 압력에 의해 판 두께를 감소시켜 소성변형을 발생시킨다. 비대칭 소성변형의 발생은 롤러의 반지름, 롤러의 폭, 롤러의 회전속도의 비대칭성 또는 상하 접촉부에서의 마찰력 차이 등에 의해 발생할 수 있다. 회전하는 롤러와 판의 마찰력에 의해 평판이 롤러 사이

제1저자 최양렬 연락처: 전라남도 무안군 청계면 목포대학교  
061-450-6457 choiy25@hanmir.com

를 지나면서 곡률을 가진 곡판으로 성형되게 된다.

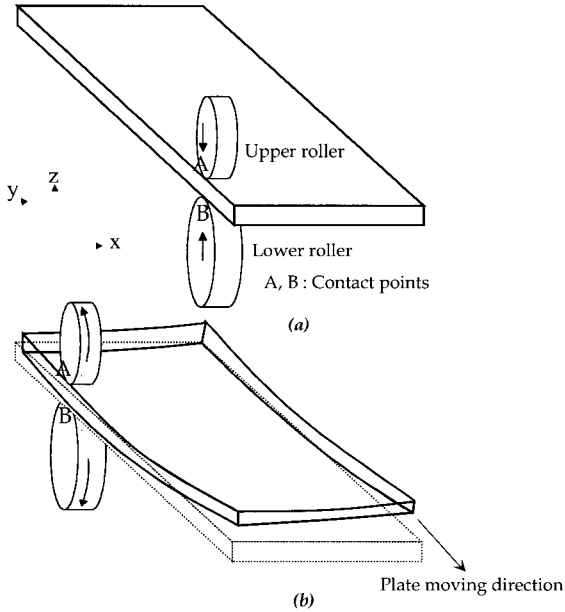


Fig. 1 Configuration of die-less forming  
(a) initial state, (b) deformation through rolling

2.2 기하해석(kinematics)에 의한 굽힘변형의 발생원리

굽힘변형과 변형률 성분 사이의 관계를 구하기 위해 적합조건(Malvern, 1969)을 만족하는 선형 변형률 성분을 다음과 같이 가정한다.

$$[\varepsilon] = [C][x] + [C^0] \quad (1)$$

여기서,  $[x] = [x \ y \ z]^T$ ,

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} \end{bmatrix}, \quad [C^0] = \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{20} \\ C_{30} \\ C_{40} \\ C_{50} \\ C_{60} \end{bmatrix} \text{ 이고}$$

$C_{ij}$ 는 변형률 성분의 각 방향에 대한 변화율을 나타내는 연관 계수이다.

변형률과 변위 사이의 관계식을 이용하여 면외방향의 변위를 구하면 다음과 같다(Choi, 2001).

$$u_z = \frac{1}{2}(C_{61} - C_{13})x^2 + \frac{1}{2}(C_{52} - C_{23})y^2 + \frac{1}{2}(C_{62} + C_{51} - C_{43})xy + D_1x + D_2y + D_3 \quad (2)$$

여기서  $D_i$ 는 적분 상수이다. 그러므로 가공경로(rolling path) 방향(y)과 가공경로에 수직한 방향(x)의 곡률(curvature)은 연관 계수를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\kappa_{xx} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = -C_{13} + C_{61} \text{ (가공경로에 수직한 방향)} \quad (3)$$

$$\kappa_{yy} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} = -C_{23} + C_{52} \text{ (가공경로에 평행한 방향)} \quad (4)$$

즉, y 방향의 가공경로에 대하여 가공경로에 수직한 방향(x)의 곡률은  $\varepsilon_{xx}$ 의 판 두께 방향(z) 변화와  $\varepsilon_{zx}$ 의 x방향의 변화에 의하여 결정되고, 가공 경로에 평행한 방향(y)의 곡률은  $\varepsilon_{yy}$ 의 판 두께 방향(z) 변화와  $\varepsilon_{yz}$ 의 y방향의 변화에 의하여 결정된다는 것을 알 수 있다.

3. 다이리스(die-less) 성형법의 역학적인 접근

3.1 비대칭 평면변형률 압연(rolling)의 역학

다이리스 성형법은 가공하고자 하는 판에 비해 폭이 작은 롤러를 사용하기 때문에 가공경로(rolling path)에 수직한 방향의 변형도 존재하지만, 기본적인 변형역학을 이해하기 위하여 평면변형률(plane strain) 문제에 대하여 해석적인 방법으로 역학적인 접근을 피하였다.

상하 롤러의 반지름과 원주속도가 다른 비대칭 평면변형률 문제의 변형형상을 Fig. 2에 나타내었다. 중립점(neutral point)을 경계로하여 롤러와 판재의 상대적인 미끄러짐 방향이 다르기 때문에 마찰력의 방향이 바뀌게 된다(Hosford and Caddell, 1993). 특히, 비대칭 압연 문제에서는 상하 접촉면에서의 중립점의 위치가 다르기 때문에 Fig. 2에 나타난 것과 같이 상하에서의 마찰력의 방향이 반대인 영역(cross shear region)이 발생하게 된다.

가공영역에서의 미소 슬래브 요소에 작용하는 힘과 모멘트(Fig. 3)로부터 평형방정식을 구하면 다음과 같다.

$$d(h\sigma) + [(f_1 - f_2) + (p_1 \tan \theta_1 + p_2 \tan \theta_2)] \cdot dy = 0 \quad (5)$$

$$d(h\tau) + [(f_1 \tan \theta_1 + f_2 \tan \theta_2) - (p_1 - p_2)] \cdot dy = 0 \quad (6)$$

$$dM + (h/2) \cdot [(p_1 \tan \theta_1 - p_2 \tan \theta_2) + (f_1 + f_2) - 2\tau] \cdot dy = 0 \quad (7)$$

여기서  $p_i$ 는 접촉면에서의 압력,  $f_i$ 는 마찰력이다. 그리고 접촉면의 길이가 롤러의 크기에 비해 작은 경우에 가공영역에서의 판 두께(h)는 위쪽 롤러와 아래쪽 롤러의 반지름( $R_1, R_2$ )과 가공 후의 판 두께( $h_0$ )로 표시할 수 있다.

$$\tan \theta_1 \cong \theta_1 \cong y/R_1, \quad \tan \theta_2 \cong \theta_2 \cong y/R_2$$

$$h(y) = h_0 + \Delta h = h_0 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot y^2 \quad (8)$$

(8)식을 이용하여 (5),(6),(7)식을 정리하면 아래와 같다.

$$\frac{d(h\sigma)}{dy} = - \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \cdot \Delta + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot p \right] \cdot y - (f_1 - f_2) \quad (9)$$

$$\frac{d(h\tau)}{dy} = - \left( \frac{f_1 + f_2}{R_1 + R_2} \right) \cdot y + \Delta \quad (10)$$

$$\frac{dM}{dy} = -\frac{h}{2} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot \Delta + \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \cdot p \right) \cdot y + h\tau - (f_1 + f_2) \frac{h}{2} \quad (11)$$

여기서  $p(y) = (p_1 + p_2)/2$  : 상하접촉면의 평균 접촉압력  
 $\Delta(y) = p_1 - p_2$  : 상하접촉면의 접촉압력 차이

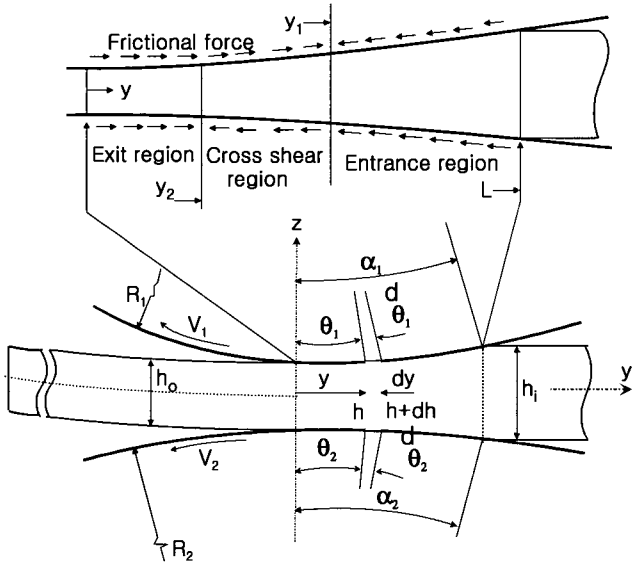


Fig. 2 Schematic diagram of plane strain asymmetric rolling

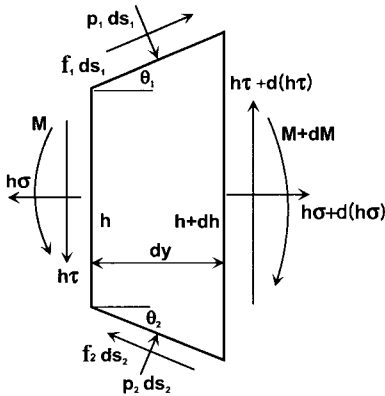


Fig. 3 Free body diagram of a slab

한편, 변형된 von Mises 항복조건식은 다음과 같다 (Holbrook and Zorowski, 1966).

$$p + \sigma = 2k \sqrt{1 - \left( \frac{\tau}{k} \right)^2} + \left( \frac{f_1}{R_1} - \frac{f_2}{R_2} \right) \cdot y \quad (12)$$

여기서,  $k = \sigma_y / \sqrt{3}$  : 재료의 전단 항복응력  
 $\sigma_y$  : 재료의 인장 항복응력

3개의 평형방정식 (9),(10),(11)식과 항복조건식 (12)는 5개의 미지수(p,  $\sigma$ ,  $\tau$ , M 및  $\Delta$ )로 이루어진 비선형 방정식으로서 해를 구하기 위해서는 압력차( $\Delta$ )와 관련된 추가적인 식이 필요하다.

다. 상하 접촉면에서의 압력차이는 해석적인 방법으로 구하기는 어려우므로 비대칭 압연 문제는 유한요소법을 이용한 수치적인 방법을 이용하고 있다(Xu et al., 1991).

### 3.2 변형특성에 영향을 미치는 가공변수

(9),(10),(11) 및 (12)식으로부터 상하 비대칭 롤러를 이용한 성형에 영향을 미치는 가공변수는 상하 롤러의 반지름( $R_1, R_2$ ), 상하 접촉면에서의 마찰력( $f_1, f_2$ ), 상하 접촉면에서의 압력( $p_1, p_2$ ), 판 두께 감소량( $h_i - h_0$ ), 재료상수( $k, E$ ) 및 중립점의 위치와 관련된 롤러의 원주속도( $V_1, V_2$ )임을 알 수 있다. 또한 3차원 효과까지 고려한다면 상하 롤러의 폭( $w_1, w_2$ )도 영향을 미칠 수 있다.

### 3.3 롤러 반지름의 비대칭에 의한 곡률 방향의 정성적인 추정

상하 롤러의 원주속도는 동일하고 롤러의 반지름이 서로 다른 경우( $V_1 = V_2, R_1 \neq R_2$ ), 상하 접촉면에서의 압력차( $\Delta$ )의 영향은 작다(Holbrook and Zorowski, 1966). 그러므로 압력차( $\Delta$ )를 무시하고 (9), (10) 및 (11)식을 Fig. 2의 세 영역에서 각각 적분한 다음 경계조건을 이용하여  $\sigma, \tau, M$  및 상하 접촉면에서의 중립점의 위치 등을 구할 수 있다. 경계조건은 가공영역의 양단에서 전단력, 인장력 및 모멘트가 영이 되어야 한다는 조건과 상하 중립점에서 연속이어야 한다는 조건을 사용하였다.

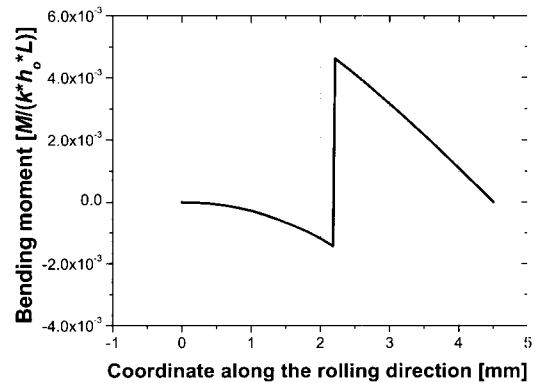


Fig. 4 Bending moment distribution over rolling region

Table 1에 주어진 문제에 대하여 고착마찰(sticking friction) 상태로 가정하여 가공영역에서의 굽힘모멘트의 분포를 구하면 Fig. 4와 같다. 상하 롤러의 반지름만이 서로 다른 경우(아래 쪽 롤러의 반지름이 위 쪽 롤러의 반지름보다 큰 경우)에는 마찰력의 방향이 반대인 영역(cross shear region)이 상대적으로 작고, 입구측(entrance region)에서 발생하는 양의 굽힘모멘트가 출구측(exit region)에서의 음의 굽힘모멘트보다 훨씬 크다. 이러한 굽힘모멘트의 가공경로를 따른 반복적인 분포에 의하여 전체적으로는 양의 굽힘모멘트가 발생한다. 즉, 반지름이 큰 아래 쪽 롤러의 방향으로 굽어지는, 위로 볼록한 형태의 곡이 발생한다.

### 4. 유한요소법에 의한 수치 시뮬레이션

#### 4.1 수치해석 모델

3차원 다이리스 성형법은 해석적인 방법으로 해를 구하는 것은 한계가 있기 때문에 범용 유한요소 구조해석 프로그램 ABAQUS를 이용하여 비선형 해석을 수행하였다. 일반 구조용 강판(SWS50A)은 8-절점 3차원 입체요소(C3D8R)를 사용하고 롤러는 강체(rigid body)로 모델링하였다. 판과 롤러는 접촉 요소를 사용하여 연결하였다. 접촉면에서의 마찰은 마찰계수와 접촉압력에 비례하는 쿨롬(Coulomb) 마찰 조건을 채용하였고 강판의 전단 항복응력(k)을 초과하지 않도록 하였다. 여러 가지 비대칭 요인 중에서 실제 곡가공 공정에 적용하기에 가장 적절하다고 판단되는 상하 롤러의 반지름이 서로 다른 경우에 대한 해석을 수행하였다. 해석 모델과 가공 영역을 Table 1과 Fig. 5에 나타내었다.

Table 1 Numerical model

Roller radius ( $R_1/R_2$ )	180 / 300 (upper/ lower, mm)
Roller width ( $w_1=w_2=w$ )	80 mm
Forming speed ( $V_1=V_2=V$ )	90 mm/s
Forming length	160 mm
Friction coefficient ( $\mu$ )	0.2
Plate dimension	280 × 200 × 10 mm
Thickness reduction ( $h_i-h_o$ )	0.09 mm

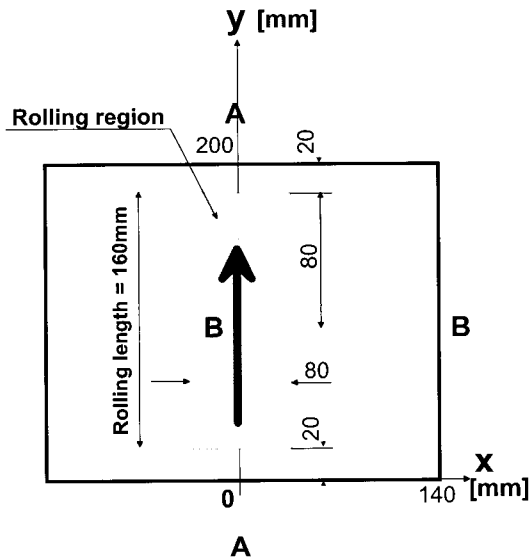


Fig. 5 Dimension of numerical model and rolling region

#### 4.2 수치해석 과정

해석 과정은 4개의 단계로 요약할 수 있다(Fig. 6).

- Step 1 : 상하 롤러의 크기가 같은 대칭 문제의 경우, 롤러

에 작용시킨 하중에 의한 판의 두께 감소량이 상하 접촉면에서 동일하지만 비대칭 문제의 경우에는 그 값이 서로 다르다. 그러므로 먼저 강판의 양 단을 고정된 후, 롤러에 상하방향으로 하중을 각각 작용시켰을 때 발생하는 강판의 두께 감소량을 상하 접촉면에서 하중 단계별로 각각 구한다.

- Step 2 : Step 1에서 구해진 두께 감소량 결과 중에서 각각의 두께 감소량의 합이 가공하고자 하는 두께 감소량( $h_i-h_o$ )에 해당하는 값을 선택하여 롤러의 상하방향 강제 변위량으로 입력한다.

- Step 3 & Step 4 : 강판의 구속조건을 제거하고 롤러에 회전력을 가한다. 회전하는 롤러와 강판 사이의 마찰력에 의하여 강판이 롤러 사이를 지나면서 가공이 이루어지도록 한다.

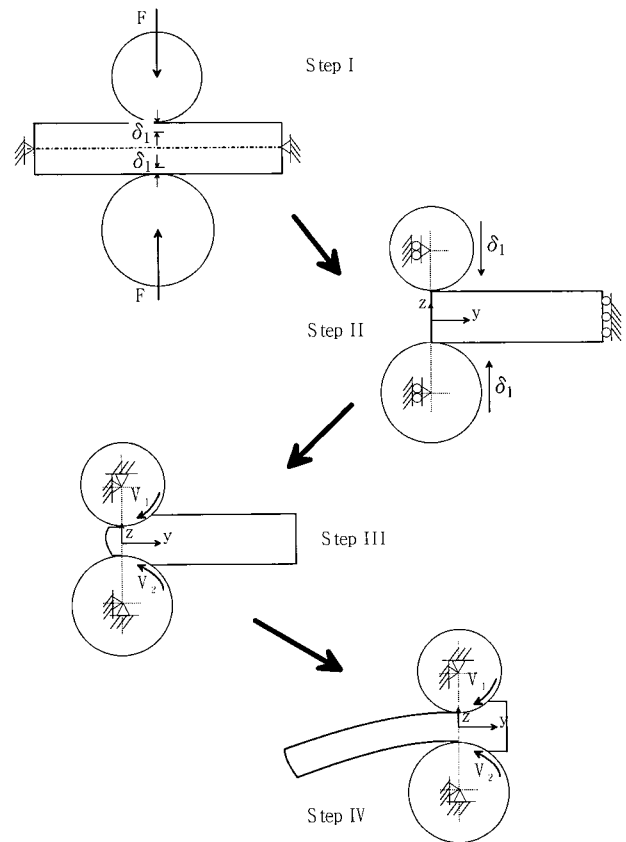


Fig. 6 Simulation process of asymmetric die-less forming

#### 4.3 수치해석 결과 및 검토

Table 1과 Fig. 5에 나타낸 모델에 대하여 수치해석을 수행한 결과 Fig. 7에 보인 것과 같이 위로 볼록한 형상의 이중곡면을 얻었다. 3.3절에서 해석적으로 예측된 결과와 같이, 아래쪽 롤러의 반지름이 위쪽 롤러의 반지름보다 큰 경우에는 가공 경로에 평행한 방향으로 음(negative)의 곡률(위로 볼록)을 가진 곡면이 성형되고 가공 경로에 수직한 방향으로도 음의 곡률을 보인다.

가공 경로를 따른 중앙단면(Fig. 5, 단면 A-A)에서의 강판의 위 면과 아래 면의 수직변형률(normal strain,  $\epsilon_{yy}$ ) 분포를 Fig.

8에 나타내었다. 가공영역에서는 강판의 위 면에서의 수직변형률이 아래 면의 수직변형률보다 항상 크다. 즉, 이러한 신장량의 판 두께 방향 차이에 의하여 위로 볼록한 형상이 얻어진다. Fig. 9는 단면 A-A에서의 전단변형률(shear strain,  $\epsilon_{yz}$ )의 분포이다. 전단변형률의 y 방향에 따른 변화는 거의 없음을 알 수 있다. 즉 가공경로 방향의 곡률에 영향을 미치는 성분 중 (2.2절 참조)에서 수직변형률 성분( $\epsilon_{yy}$ )의 판 두께 방향(z)의 차이가 곡률에 주로 영향을 미침을 알 수 있다.

Fig. 10은 가공 경로에 수직한 방향(단면 B-B)의 수직변형률( $\epsilon_{xx}$ ) 분포이다. 롤러의 폭에 해당하는  $x=0 \sim 40$  mm 부분까지는 위 면의 신장량(elongation)이 더 크고 그 이후에는 위 면이 약간 큰 수축을 보이는 것을 알 수 있다. 음(negative)의 수직변형률을 보이는 이유는 국부적인 신장에 대해 인접한 부위가 구속효과를 주기 때문으로 판단된다. 가공경로에 수직한 방향(x)의 전단변형률( $\epsilon_{zx}$ )의 변화율도 가공경로 방향의 전단변형률과 마찬가지로 작은 값을 보임을 확인할 수 있었다. 즉, 가공 경로에 수직한 방향의 곡률도 주로 수직변형률( $\epsilon_{xx}$ )의 강판의 위 면과 아래 면의 차이에 의해서 발생한다는 것을 알 수 있다.

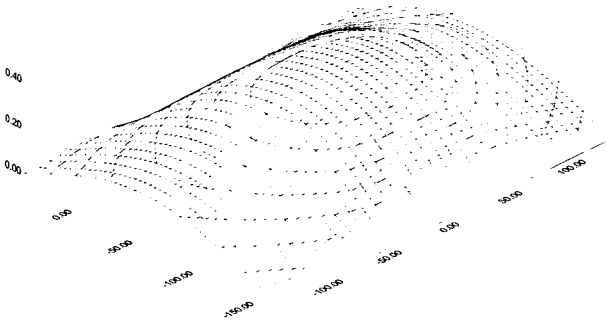


Fig. 7 Deformed shape by one pass rolling

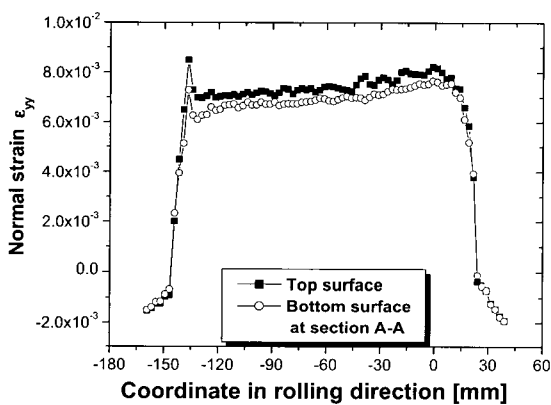


Fig. 8 Normal strain( $\epsilon_{yy}$ ) along the coordinate parallel to rolling path (Section A-A)

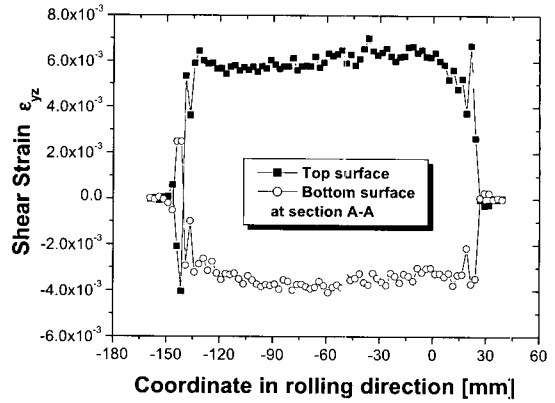


Fig. 9 Shear strain( $\epsilon_{yz}$ ) along the coordinate parallel to rolling path (Section A-A)

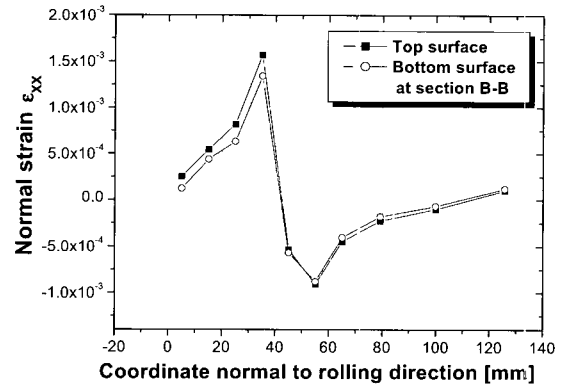


Fig. 10 Normal strain( $\epsilon_{xx}$ ) along the coordinate perpendicular to rolling path (Section B-B)

### 5. 결 론

비대칭 다이리스(die-less) 성형법의 변형 특성을 해석적인

방법과 수치적인 방법으로 연구한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 반지름이 서로 다른 상하 비대칭 롤러를 이용하여 평판의 중앙 부위를 가공하면 이중곡 형상의 곡판이 성형될 수 있음을 알 수 있었다.
- (2) 아래 쪽 롤러의 반지름이 위 쪽 롤러의 반지름보다 크고 다른 비대칭이 없는 경우에는 위로 볼록한 형상의 곡판이 얻어지는 것을 해석적인 방법과 수치적인 방법으로 혼인 할 수 있었다.
- (3) 이중곡 형상의 곡판이 성형되는 메커니즘은 주로 수직변형률의 판의 위 면과 아래 면에서의 차이에 의해서 발생한다.

이상의 결과로부터 다이리스 성형법이 이중곡 형상의 곡판을 성형하는 방법으로서 적용될 수 있는 가능성을 보였다. 그러나 실제 공정에 적용될 수 있기 위해서는 목적하는 형상을 성형하기 위한 구체적인 정보가 필요하게 된다. 본 논문에서 수행한 다이리스 성형의 변형역학에 대한 기초적인 분석이 판의 초기 전개형상 및 가공경로를 얻는 알고리즘을 구하는데 기여할 수 있을 것이고, 제안된 수치해석모델로부터 얻어진 해석결과와 실험결과 자료로부터 가공변수들의 구체적인 값을 역으로 추정할 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

- 이주성 (1999). "강판의 곡가공 시뮬레이션을 위한 전산시스템 개발 ", 한국해양공학회지, 제13권 제1호, pp 79-87.
- 장창두, 서승일, 고대은 (1997). "간이 열탄소성 해석을 이용한 선상가열에 의한 판의 변형 예측에 관한 연구", 대한조선학회논문집, 제34권, 제3호, pp 104-112.
- Choi, Y.R. (2001). "Mechanics-based Production Information of the Primary Path for the Fabrication of Curved Shell Using Asymmetric Roller Press", Ph. D. Thesis, Dept. of Naval Arch. & Ocean Eng., Seoul National University, Korea
- Holbrook, R.L. and Zorowski, C.F. (1966). "Effects of Nonsymmetry in Strip Rolling on Single-roll Drive Mills", J. of Basic Engineering, Trans. ASME, Vol 88, pp 401-409.
- Hosford, W.F. and Caddell, R.M. (1993). Metal Forming - Mechanics and Metallurgy, Prentice-Hall, pp 131-133.
- Hwang, Y.M. and Tzou, G.Y. (1995). "An Analytical Approach to Asymmetric Hot-Sheet Rolling Considering the Effects of the Shear Stress and Internal Moment at the Roll Gap", J. of Materials Processing Technology, Vol 52, pp 399-424.
- Lee, J.H. (1995). "Relations Between Input Parameters and Residual Deformations in Line Heating Process Using Finite Element Method and Multi-Variate Analysis", Ph. D. Thesis, Dept. of Naval Arch. & Ocean Eng., Seoul National University, Korea
- Malvern, L.E. (1969). Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium, Prentice-Hall, pp 183-185.
- Rady, E.F. (1992). "Mechanics of Die-less Forming of Doubly Curved Metal Shells", Ph. D. Thesis, Dept. of Ocean Eng., M.I.T., Cambridge, USA.
- Shin, J.G., Kim, W.D. and Lee, J.H. (1996). "Numerical Modeling for Systematization of Line Heating Process", J. of Hydrospace Technology, Vol 2, No 1, pp 41-54.
- Xu, S.G., Lian, J.C. and Hawkyard, J.B. (1991). "Simulation of Ring Rolling Using a Rigid-plastic Finite Element Method", Int. J. Mech. Sci., Vol 33, No 5, pp 393-401.

---

2001년 11월 21일 원고 접수

2002년 3월 25일 수정본 채택