

유한요소법에 의한 항만 정온도의 수치모의

김남형* · 허영택**

*제주대학교 해양과학대학 해양토목공학과 · 부교수, **제주대학교 대학원 토목해양공학과 · 석사과정

The Numerical Simulation of Harbor Calmness by Finite Element Method

NAM-HYEONG KIM* AND YEONG-TAK HEO**

*Department of Ocean Civil Engineering, Cheju National University, Jeju, Korea

**Department of Civil and Ocean Engineering, Graduate School Cheju National University, Jeju, Korea

KEY WORDS: Finite Element Method 유한요소법, Mild Slope Equation 완경사방정식, Harbor Calmness 항만정온도, Numerical Accuracy 수치정도

ABSTRACT: In this paper, a finite element method is applied to the numerical calculation of the harbor calmness. The mild slope equation as the basic equation is used. The key of this model is that the bottom friction and boundary absorption are imposed. A numerical result is presented and compared with the results obtained from the other numerical analysis. These results are in very well agreement. This method calculating the calmness can be broadly utilized making the new design of harbor and fishing port in the future.

1. 서 론

항만, 어항 등의 항내 정온도는 선박의 입출항의 안전성, 물양장 및 안벽에서의 하역 가동율의 관점에서 결정된다. 항만의 계획에 있어서는 소요의 정온도를 확보하기 위하여 항입구에서 직접파랑이 입사되지 않도록 해야 하며, 또한 다중반사가 일어나지 않도록 항내 형상이 계획됨과 동시에 반사파를 저감하기 위한 구조형식이 선정되어야 한다. 항내 정온도를 산정 할 때에는 다방향 불규칙파의 회절과 반사를 높은 정도로 계산할 수 있는 것이 중요하다. 또, 항내의 수심변화가 현저한 경우에는 굴절, 천수변형, 쇄파변형도 고려해야 하는 경우도 있다.

종래의 항만 정온도에 관한 연구로서는 먼저 Ippen and Goda(1963), Lee(1969), Saito et al.(1993) 등의 연구결과가 있으며, 수치모형실험으로서 Chen(1984, 1986), Houston(1986), Kashiya(1993), Kondo et al.(1987), Sato et al.(1988), Nishimura et al.(1993)에 의한 많은 연구가 보고되어 있다. 국내에서는 주로 수치계산을 이용한 항만 정온도에 관한 연구가 일반적이다(정원무 등, 1992, 1996, 1998; 서승남 등, 1994; 박우선 등, 1994; 이철웅 등, 1994). 이러한 연구는 주로 항내의 공진현상에 관한 것으로서, 항내 전 수역에 걸친 정온도에 대한 연구는 아직 미비한 실정이다.

본 연구는 수치계산의 전처리로서 김남형 등(2000)에 의해 개발된 자동요소 생성기법을 이용하였고, 수치계산은 Chen과 Houston(1987)에 의해 개발된 수치기법을 이용하여, 항내 전 수역에서의 정온도를 구하고, 그 타당성을 검토한 것이다.

2. 기초방정식과 경계조건

유체는 비압축, 비점성, 비회전의 유체운동을 가정한다. Fig. 1에 나타난 것과 같이 천해역에서 항만 정온도 해석의 기초방정식은 수심변화의 영향을 고려한 다음의 완경사방정식을 이용한다(Berkhoff, 1972; Chen, 1986).

$$\frac{\partial}{\partial x} \lambda h \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \lambda h \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\omega^2}{g} \phi = 0 \quad \text{in } \Omega_i \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{1}{1 + \frac{i\beta a_0}{kh^2} e^{i\gamma}} \quad (2)$$

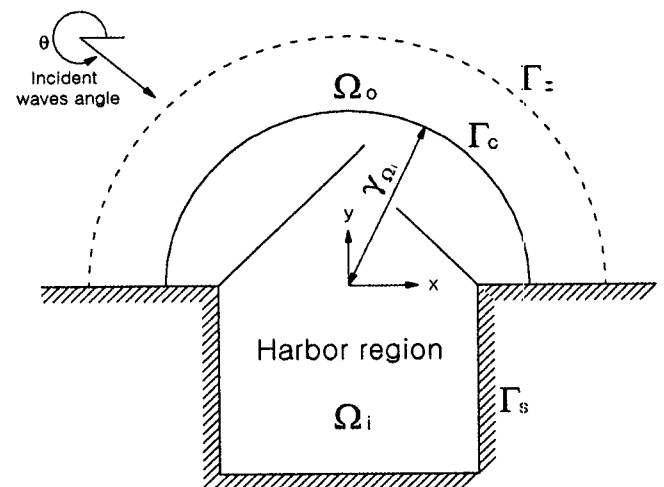


Fig. 1 Definition sketch.

여기서, h 는 수심, ϕ 는 속도포텐셜, ω 는 각 진동수, g 는 중력가속도, Ω 는 해석영역을 나타낸다. 또 β 는 저면마찰계수, a_0 는 입사파 진폭, k 는 파수, i 는 $\sqrt{-1}$, e 는 2.71828, γ 는 위상차이다.

방파제나 해안구조물과 같은 고체경계 Γ_s 는 음향학에서 사용된 임피던스조건과 비슷한 흡수경계조건을 사용하였고, 반사계수 K_r 를 이용하여 다음과 같이 나타내었다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} - \alpha \phi = 0 \quad \text{on } \Gamma_s \quad (3)$$

여기서, n 은 해석영역에서 외향인 단위수직벡터, $\alpha = ik \frac{1-K_r}{1+K_r}$ 이다. 유체의 연속성을 고려하여 경계 Γ_C 에서의 매칭조건(matching condition)은 다음과 같다.

$$\left(\lambda h \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{\Omega_i} = \left(\lambda h \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{\Omega_o}, \quad \phi_{\Omega_i} = \phi_{\Omega_o} \quad \text{on } \Gamma_C \quad (4)$$

방사조건은 무한한 것으로 가정하였고, 먼바다 경계 Γ_∞ 에서의 방사조건은 다음과 같다.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} - ik \right) (\phi - \phi_0) = 0 \quad \text{on } \Gamma_\infty \quad (5)$$

여기서, (r, θ) 는 극좌표이다. 또, ϕ_0 는 입사파의 속도포텐셜이며, 다음과 같이 주어진다.

$$\phi_0 = -\frac{iga_0}{w} \{ \exp[ikr \cos(\theta - \theta_0)] + K_r \exp[ikr \cos(\theta + \theta_0)] \} \quad (6)$$

여기서, θ_0 는 입사각이다. 경계조건식(3),(4),(5)를 고려하여, 기초방정식(1)을 풀면 항만의 정온도를 구할 수 있다.

3. 기초방정식의 이산화

해석영역을 Fig. 1에 나타냈듯이 근해역 Ω_i 와 원해역 Ω_o 로 구분하였고, 근해역 Ω_i 에서는 변분유한요소해석을, 원해역 Ω_o 에서의 미지량은 해석해를 적용한다. 변분법의 경계값 문제를 해결하기 위하여 범함수가 근해역 Ω_i 와 원해역 Ω_o 에서 각각 포텐셜함수 ϕ 와 ϕ_o 의 임의의 1차변분에 관해 함수의 정류성(stationarity)을 가져야 한다. 범함수 Π 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi(\phi, \phi_o) = & \int \int_{\Omega_i} \frac{1}{2} \left[\lambda h (\nabla \phi)^2 - \frac{\omega^2}{g} \phi^2 \right] d\Omega_i \\ & - \int_{\Gamma_s} \frac{1}{2} \alpha \lambda h \phi^2 dL + \int_{\Gamma_C} \lambda h \left[\frac{1}{2} (\phi_{\Omega_i} - \phi_o) - (\phi_{\Omega_i} \right. \\ & \left. - \phi_o) \right] \frac{\partial \phi_{\Omega_i}}{\partial n_{\Omega_i}} dL - \int_{\Gamma_C} \frac{1}{2} \lambda h (\phi_{\Omega_i} - \phi_o) \frac{\partial \phi_o}{\partial n_{\Omega_o}} dL \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, ϕ_o 는 입사파 포텐셜, n_{Ω_i} 는 영역 Ω_i 에서 외향인 수직 단위벡터이다. 반무한 원해역과 직선해안에 대해서는 완전반사가 산란파에 대하여 일어난다고 가정하면, 속도 포텐셜 ϕ_o 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_o = -\frac{iga_0}{w} \sum_{n=0}^{\infty} \mu_n \frac{H_n(kr)}{H_n(kr_0)} \cos n\theta + \phi_o \quad (8)$$

여기서, a_0 는 무한영역에서 항으로 입사하는 입사파의 진폭, μ_n 은 풀어야 할 미지상수, $H_n()$ 은 제1종 Hankel함수, r_0 는 근해역 Ω_i 에서의 반경이다. 직선해안을 가진 반무한 해역의 경우에는 입사파 포텐셜 ϕ_o 는 다음과 같이 입사파와 반사파의 합이다.

$$\begin{aligned} \phi_o = & -\frac{iga_0}{w} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n J_n(kr) [(1+k_r) \cos n\theta_0 \cos n\theta + \\ & (1-K_r) \sin n\theta_0 \sin n\theta] \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, θ_0 는 x 축과 이루는 각도, $J_n()$ 는 제1종 Bessel함수, $\varepsilon_0 = 1$ 과 $\varepsilon_n = 2(n > 0)$ 이다.

해석영역 Ω_i 를 적당한 삼각형 유한요소로 분할하고, 식(7)을 각 요소별로 대입하여, 전 영역에 걸쳐 중첩시키면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$[K]\{\phi\} = \{Q\} \quad (10)$$

여기서, $[K]$ 는 대칭인 복소계수 매트릭스, $\{F\}$ 는 입사파에 의한 하중벡터, $\{\phi\}$ 는 구할려고 하는 미지수이다. 식(10)은 N 개의 미지수로 이루어진 선형연립대수방정식으로 항만의 정온도를 계산할 수 있으며, Gauss소거법을 이용한다.

4. 수치해석 및 고찰

본 수치모형의 타당성을 검토하기 위하여, Kashiya(1993)와 Sato et al.(1988)이 수치해석을 실시한 것과 동일한 모델항만의 제원을 Fig. 2에 나타냈다. 모델항만은 항입구에서의 입사파의 반사를 저감하기 위하여 항내쪽의 일부는 소파구조로 했다. 반사율은 소파구조의 경우 0.4, 직립구조의 경우 0.9로 했다. 수치계산조건으로서 입사파랑의 파고는 1.0m, 주기는 10sec를 주었고, 수심은 해석영역 전체를 7m로 일정하게 주었다.

Fig. 3은 삼각형 유한요소를 이용하여 해석영역을 분할한 것을 나타낸 것으로, 삼각형 유한요소의 절점수는 35,967개, 요소수는 70,791개이다. 방파제 선단으로부터 경계까지의 거리는 75m로, 이것은 입사파의 파장 78.92m와 거의 같다. 또 요소의 크기는 파장과 요소의 크기의 비율이 1/20이 되도록 4m로 일정하게 했다.

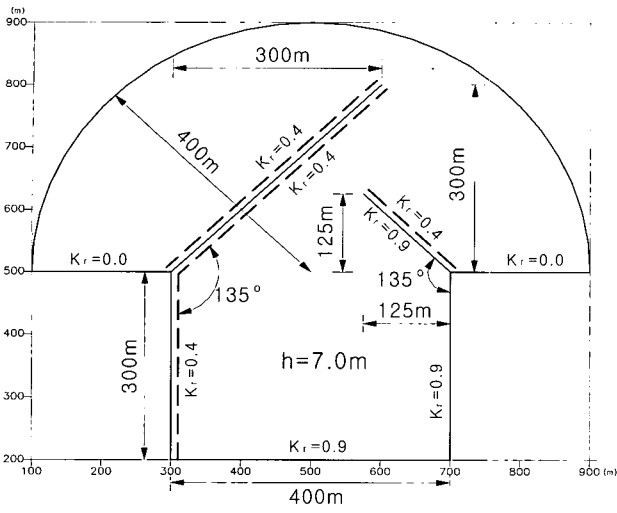


Fig. 2 Configuration of a harbor and boundary conditions.

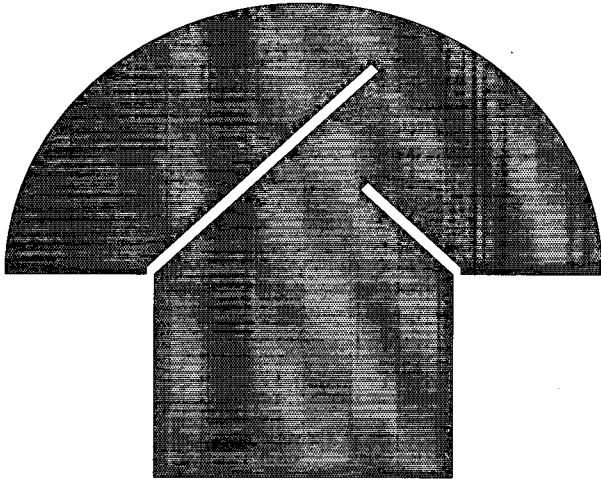


Fig. 3 Finite element idealization(nodes=35,967, elements=70,791)

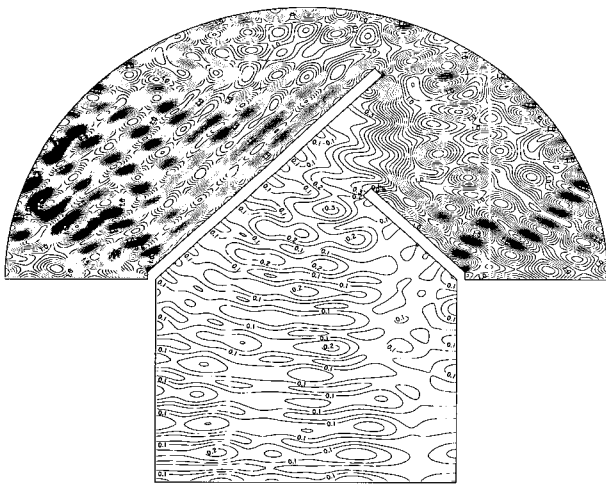


Fig. 4 The relative wave height computed by the present study.

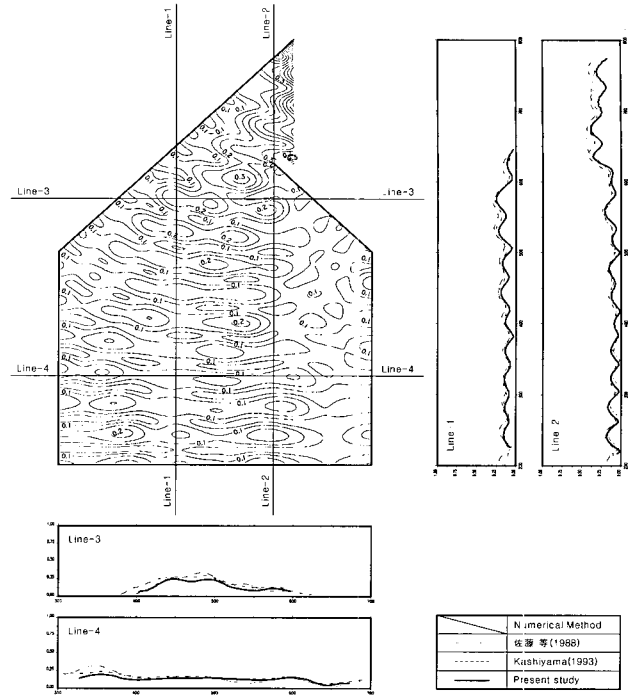


Fig. 5 The comparisons of results obtained from the present study and other numerical methods.

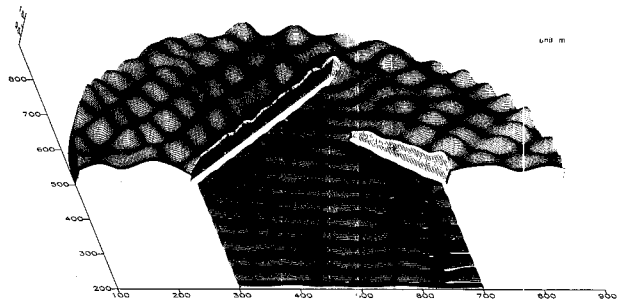


Fig. 6 Three dimensional wave height distribution un and out harbor by the present study.

Fig. 4는 입사각을 갖지 않는 입사파랑(파고 1m, 주기 10sec)에 대한 항만 정온도의 수치계산 결과를 나타냈다.

Fig. 5는 Fig. 4에서 얻어진 계산결과 중 항내 수역만을 사용하여, 본 계산값과 다른 수치해석결과(Sato et al.(1988); Kashiwama(1993))와 비교한 것이다. Fig. 5에서 종축은 파고비를 나타낸 것이며, 횡축은 모델 항만의 거리를 나타낸 것이다. Fig. 5에 비교한 단면은 항내측방향으로 Line-1, Line-2, 연안방향으로 Line-3, Line-4 등 모두 4개의 단면이다. 먼저 Line-1, Line-2의 항내측방향에 관해서 검토해 보면, 공진조건에 의한 배(loop)와 절(node)이 거의 일치하고 있고, Sato et al.(1988)의 방법만이 Line-2에서 주방파제와 부방파제 사이에서 배와 절의 구분이 약간 벗어나고 있으나 대체로 양호한 것을 알 수 있다.

Line-3, Line-4의 연안방향에 관해 검토해 보면, 공진조건에 의한 배와 절이 대부분 일치하고 있고, Line-3에서 Sato et al.(1988)의 방법이 주방파제와 부방파제 사이에서 공진현상이 한번 더 발생하지만 계산값 자체는 거의 일치하고 있는 것을 알 수 있다. Line-4에서는 Sato et al.(1988)의 방법이 약간 큰 값과 작은 값을 나타내지만, 공진현상을 나타내는 배와 절은 대체로 양호하게 일치하고 있다.

Fig. 6은 Fig. 4에 나타난 계산값을 3차원으로 시각화한 것으로 항외와 항내의 파고분포를 잘 나타내고 있다.

5. 요약 및 결론

본 연구에서는 항내 파랑변형을 계산하기 위하여 모형의 기본 방정식으로 마찰감쇠를 고려한 환경사 방정식을 이용하였고, 특히 소파구조의 경계조건을 임의로 줄 수 있도록 하였다. 본 연구에서는 소파구조의 경계조건을 항외 쪽과 항내 쪽의 직접 파랑이 부딪치는 부분은 0.4로, 나머지 부분은 0.9로 부과했다. 본 연구의 타당성을 검토하기 위하여 Kashiyama(1993)와 Sato et al.(1988)가 실시한 것과 동일한 조건으로, 동일한 모델항만의 수치해석 결과와 비교를 하였다. 그 결과, 본 수치모의의 타당성이 검증되었다. 따라서 다양한 형상의 항만, 어항 등의 항내 정온도 계산에 본 수치모의가 유용하게 사용될 수 있겠다.

또한, 본 연구에서는 언급하지 않았지만, 김남형 등(2000)이 개발한 자동요소 생성기법을 다양한 형태로 구성되는 항만에 서도 적용이 가능하도록 개량하였고, 단주기 입사파에 대해서도 충분한 수의 요소분할을 할 수 있도록 개량했다.

6. 후 기

One of the authors would like to express his gratitude to Dr. Chen, NOAA, for his valuable comments on program coding. 이 논문은 2000년도 제주대학교 발전기금 학술 연구비 (해양연구소)에 의해 연구되었습니다. 관계자들의 지원과 배려에 감사드립니다. 또한 이 논문의 제2저자는 교육인적자원부 두뇌한국21 사업의 지원을 받아서 연구를 수행하였습니다.

참 고 문 헌

김남형 역 (2002). 수치유체역학, 원기술, pp 819-823.
 김남형, 양정필, 박상길 (2000). “수심을 고려한 친해역에서의 자동요소 생성법”, 한국항만학회지, 제14권 제1호, pp 97-105.
 박우선, 전인식, 정원무 (1994). “Infinite Element for the Analysis of Harbor Resonances”, 한국해양·해양공학회지, 제6권 제2호, pp 139-149.
 서승남, 연영진 (1994). “Galerkin 유한요소법에 의한 항내 정온도 모형”, 한국해양·해양공학회지, 제6권 제4호, pp 439-451.

이철용, 이길성 (1994). “항만 및 해안공학파군에 따른 장주기 파와 항만의 진동”, 대한토목학회 논문집, 제14권 제3호, pp 607-618.
 정원무, 편종근, 정신태, 정경태 (1992). “복합요소법을 이용한 항내 파랑 응답 수치해석”, 한국해양·해양공학회지, 제4권 제1호, pp 34-44.
 정원무, 박우선 (1996). “항만공진에 대한 복합요소 수치모형의 민감도 분석”, 한국해양·해양공학회지, 제8권 제2호, pp 174-184.
 정원무, 이길성, 박우선, 정경태 (1998). “항입구 손실과 저면 마찰을 고려한 항만부진동 유한요소 모형”, 해양연구, 제20권 제3호, pp 285-306.
 한국해양연구소 (1986). “항만 부진동 해석을 위한 기초연구”, 한국해양연구소, BSPE-00069-110-2
 한국해양연구소 (1991). “항만 정온도 유지대책 수립에 관한 연구(I)”, 과학기술처, BSPG-00153-373-2
 한국해양연구소 (1992). “항만 정온도 유지대책 수립에 관한 연구(II)”, 과학기술처, BSPG-00153-481-2
 Berkhoff, J. C. W. (1972). “Computation of Combined Refraction-diffraction”, Proc. 13th International Conference on Coastal Engineering, ASCE, pp 471-490.
 Chen, H. S. (1984). “Hybrid Element Modelling of Harbor Resonance”, 4th International Conference on Applied Numerical Modelling, pp 312-316.
 Chen, H. S. (1986). “Effects of Bottom Friction and Boundary Absorption on Water Wave Scattering”, Applied Ocean Research, Vol 8, No 2, pp 99-104.
 Chen, H. S. and Houston, J. R. (1987). “Calculation of Water Oscillation in Coastal Harbors: HARBS and HARBD user’s manual”, Instruction Report CERC-87-2, U.S Army Corps of Engineers, Waterway Experiment Station.
 Chen, H. S. and Mei, C. C. (1974). “Oscillation and Wave Forces on an Offshore Harbor”, Report 190, R. M. Parsons Lab. for Water Resources and Hydrodynamics, MIT, Cambridge, MA, USA.
 Houston, J. R. (1981). “Combined Refraction and Diffraction of Short Waves Using the Finite Element Method”, Applied Ocean Research, Vol 3, No 4, pp 163-170.
 Ippen, A. T. and Goda, Y. (1963). “Wave Induced Oscillations in Harbor: The Solution for a Rectangular Harbor Connected to the Open Sea”, Report 59, Hydrodynamics Laboratory, MIT.
 Kashiyama, K. (1993). “Numerical Accuracy of a Simplified Finite Element Model for Wave Diffraction-refraction”, Computational Fluid Dynamics, Vol 1, pp 305-320.
 Kashiyama, K. and Kawahara, M. (1988). “A Boundary-type Finite Element Model for Water Surface Wave Problems”, International Journal for Numerical

- Methods in Fluids, Vol 8, pp 65-79.
- Kondo, H., Shimizu, T. and Yamada, K. (1987). "Directional Spectrum Engineering, JSCE, Vol 34, pp. 106-110.
- Lee, J. J. (1969). "Wave Induced Oscillations in Harbors of Arbitrary Shape", Report KH_R_20, W. M. KECK Lab. of Hydrodynamics and Water Resources, California Institute of Technology, Terminal Island, CA.
- Mei, C. C. and Chen, C. S. (1975). "Hybrid-element Method for Water Wave", International Proceeding Symposium on Modelling Techniques, San Francisco, USA.
- Nishimura, H., Matsuoka, M., Matsumoto, R. and Shinoda, M. (1993). "Harbor Calmness Analysis Using Green Function", Proc. of Coastal Engineering, JSCE, Vol 40, pp 106-110.
- Saito, S., Oki, M., Shimizu, T., Kamokai, R. and Isobe, M. (1993). "A Study on The Characteristics of Wave Deformation Using Harbor Model", Proc. of Coastal Engineering, JSCE, Vol 40, pp 106-110.
- Sato, N., Isobe, M. and Senmiya, N. (1988), "Computation of Irregular Wave Distribution in Arbitrary Shape Harbor", Proc. of Coastal Engineering, JSCE, Vol 35, pp 106-110.

2001년 12월 3일 원고 접수

2002년 1월 28일 최종 수정본 채택