

카오스란 무엇인가?

· 이 상 훈 | 인제대학교 컴퓨터응용과학부, 교수 / e-mail : yish@chaos.inje.ac.kr

이 글에서는 카오스현상의 발견 그리고 카오스의 정의와 개념에 대해 알아봄으로써, 카오스의 응용 분야에 대한 소개를 한다.

카오스(Chaos)란 말은 우리말로 혼돈(混沌)이라는 뜻으로 번역되는 단어로서 사전적 의미로는 천지창조 이전의 혼란스러움 또는 무질서, 대 혼란이란 뜻으로 쓰이며, 코스모스(Cosmos)와는 상대적인 개념의 단어이다. 카오스란 말의 근원은 그리스어에서 기원하며, 그 뜻은 세상의 여러가지 무질서한 상태, 즉 우주가 생성되는 과정 중 최초의 단계로 천지의 구별과 질서가 없는 엉망진창의 상태를 말한다. 그러나 이 단어의 내면에는 창조와 질서, 그리고 정보의 근원이라는 이미지가 포함되어 있다. 1975년에 라이와 요크스는 "Period Three Implies Chaos(주기 3은 카오스를 의미한다)"라는 제목의 논문을 발표하였고, 이 논문에서 '카오스'라는 단어가 공식적으로 처음 언급되었으며, "마찰을 받고 있는 결정론적 비선형 동적시스템에서 나타나는 비주기적이며, 장기 예측이 불가능한 현상"이라는 의미로 사용되고 있다.

카오스의 발견

카오스 과학의 태두는 누구인가? 이 질문에 딱 부러진 답은 불가능하다. 하지만 카오스의 심연에 빛을 비추기 시작한 사람으로 포앙카레를 꼽는데 주저하는 사람은 없다. 포앙카레는 18세기 말부터 19세기 초에 걸쳐 맹활약한(그는 논문을 400여 편이나 발표했다) 프랑스의 수학자이다. 현실로부터 유리돼 추상의 세계에 머물기 쉬운 학문이 바로 수학이다. 그는 수학이 완전한 수식으로만 장식되고 매우 세분화된 영역으로 분리되기 직전의 수학자다. 그는 수학의 전 분야에 걸쳐 섭렵하며, 많은 창의적인 해결책을 제시하였다. 5살 때 디프테리아를 앓아 몸이 약간 불편했던 그는 겉으로 보기는 먼 산을 멍하게 바라보는 공상이 타입이었지만, 그의 학문적 연구 활동은 어느 정열적인 정치가 못지 않았다.

1887년 스웨덴의 국왕 오스카 2세는 "뉴턴의 방정식으로 기술

되는 태양계는 과연 동역학적으로 안정된 상태인가"라는 천문학의 오랜 궁금증을 해결하는 사람에게 2만 5,000크라운의 상금을 준다고 발표했다. 태양과 이홉 개의 행성, 그리고 소행성과 수많은 위성들이 안정된 궤도를 계속 돌 것인가, 아니면 언젠가는 어느 행성이 궤도를 이탈해 태양과 정면 충돌하는 사건이 발생해 태양계가 사라지거나, 변화할 것인가를 묻는 문제였다. 뉴턴 역학에서는 태양계에서 지구의 공전주기를 달이나 다른 행성의 존재는 무시하고 태양과 지구만을 고려하여 정확하게 계산한다. 그리고 현재의 지구의 궤도를 알고 있다면 미래의 궤도도 정확하게 예측할 수 있다. 포앙카레는 천체운동의 영원성을 증명하기 위해서는 두 물체의 궤도에 영향을 주는 주변의 물체를 반드시 고려해야 한다고 판단했다. 그러나 지구와 태양의 관계에서 달 또는 다른 행성을 고려하는 삼체문제로 발전되면 비선형 미분방정식으로 기술되며,

풀리지 않는다. 굳이 해답을 얻자면 일련의 근사치를 구할 수밖에 없다. 예를 들어 화성과 목성 사이 소행성들의 궤도를 계산하기 위해서는 섭동이론을 사용해야 한다. 작은 무한개의 항이 등장하는데 작다는 이유만으로 이들을 무시할 수 없으며, 비선형 효과에 의해 작은 섭동들이 전체 계를 지배하는 운동으로 발전될 수 있다는 것이 포앙카레의 생각이었다.

포앙카레는 태양계는 본질적으로 다체문제이기 때문에 비선형 방정식으로 풀 수밖에 없다고 결론짓고 새로운 방정식을 구성하였다. 그리고 방정식이 너무 복잡해 세 번째 천체의 질량을 0으로 두고, 다른 두 천체에 영향을 주지 않지만 두 천체로부터는 영향을 받는다는 '제한삼체문제(restricted three body problem)'를 제시해 세 번째 천체의 운동을 조사하였다. 또한 다차원 궤도를 저차원 궤도로 차원을 내려 운동 상태를 해석하는 '포앙

카레의 절단면(Poincare's section)' 방법을 고안하여 비선형 미분방정식이 해석적으로 풀리지 않더라도 해의 집합의 공간적 구조를 조사해서 동역학계의 정성적 성질을 이해하는 방법(위상기하학(topology))을 제시하였다. 이와 같이 새로운 분석 방법을 적용한 결과, 대부분의 경우 작은 섭동은 큰 영향을 주지 못하고 궤도는 안정을 유지했으나, 어떤 경우는 매우 작은 섭동을 가해 궤도 행성이 큰 폭으로 요동하고 충분한 시간이 지나면 궤도를 이탈하게 된다는 결론을 얻게 되었다.

포앙카레는 카오스의 예측불허성의 원인이 되는 '비선형 결정론적 계에서의 초기 조건에의 민감성'을 최초로 알아낸 것이다. 포앙카레는 결정론적 법칙에 따르면서도 복잡하게 움직이고, 초기조건에 민감한 '나비효과'에 의해 장기예측이 불가능한 현상, 즉 '카오스'를 발견한 것이다. 포앙카레는 뉴턴의 흠그라운드라고

할 수 있는 태양계에서 카오스의 가능성을 발견한 것이다. 뉴턴의 세계관은 그와 그의 추종자들이 가장 안전하다고 믿었던 곳에서 무너지기 시작했던 것이다. 그러나 포앙카레의 뛰어난 직관은 1960년대 카오스의 후예들이 여기저기서 자연발생적으로 생겨나기까지 70년 이상 먼지를 뒤집어 쓴 채 골방에 처박히고 말았다. 뉴턴의 세계관은 너무도 깊게 뿌리 박혀 있었고, 실제의 천문현상은 뉴턴의 역학을 잘 따르고 있었기 때문이다. 포앙카레 자신조차 "이 결과는 너무나 기이해 더 생각할 수 없다"고 말했을 정도다.

포앙카레 이후 20세기 초 자연과학의 중심은 상대성 이론과 양자역학을 기반으로 한 물리학이 차지했으며, 풀리지 않는 비선형 고차방정식으로 기술되는 카오스 이론은 주류에서 벗어나 관심을 끌지 못했다. 하지만 원자의 내부구조의 이해를 기반으로 한 전자공학의 발전은 카오스를 연구할



그림 1(a) 로렌츠의 끌개



그림 1(b) 우에다의 끌개



그림 1(c) 담배연기의 확산

새로운 도구, 즉 컴퓨터와 전자계측장비 등을 제공하였다. 20세기 중반 이후 새로운 도구를 이용하여 카오스의 실체가 우리의 전면에 드러나기 시작한다.

카오스의 구조

1980년 프랑스의 수학자인 뤼엘(David Ruelle)은 제한된 공간에서 비주기적이며, 불규칙한 운동 양상을 보이지만 결정론적 방정식과 모형으로 기술되는 현상들을 기존의 여러 분야의 연구 결과들에서 찾아내어 학계에 소개했다. 기상의 변화의 예측불허성을 설명하는 로렌츠(Lorenz)의 나비 모양의 운동궤도[그림 1(a)], 우에다(Ueda)가 비선형 전자회로에서 발견한 불규칙한 전압과 전류 변화의 포앙카레 절단면[그림 1(b)]이 대표적인 카오스현상으로 소개되었다. 그리고 카오스보다 더 복잡하고 예측 불가능한 현상인 난류(turbulence)의 예로서 담배연기의 불규칙적인 확산[그림 1(c)]이 제시되었다.

컴퓨터와 오실로스코프에서 재현되는 그림 1(a), (b)는 하나의 초기조건에서 시작하여 비주기적이고 복잡한 궤도를 가지지만 3차원 공간에서 제한된 영역에 전체 구조를 표현하는 형태, 즉 저차원 끌개(attractor) 구조를 보여준다. 저차원 끌개를 채우는 운동 구조는 일반적으로 널리 사용되고 있는 선형동역학계에서 구해지는 정지 상태에 대응되는 고정점(fixed point), 회전 및 진동

상태에 대응되는 주기적 순환, 두 개 이상의 주기적 운동이 결합해서 주기의 비가 무리수로 주어질 때 발생하는 도넛 표면에 그려지는 준주기적 순환 구조와는 다르다. 또한 무작위 계에서 나타나는 주어진 상태 공간을 고르게 채우는 무질서 상태와도 구별된다. 그림 1(c)는 한 점에 모인 수많은 담배 연기 알갱이들이 시간이 지나면서 확산되면서 무한개의 자유도를 가진 고차원 난류 운동으로 발전하는 과정을 보여주고 있다. 일반적으로 카오스는 저차원 상태 공간에서 발생하는 불규칙하나 결코 겹쳐지지 않는 비주기적인 운동에 국한된다는 점에서 고차원 시공간(spatio-temporal space)에서 정의되는 난류와는 구별된다.

카오스는 비선형적(nonlinear)이고, 소산적(dissipative)이며, 동시에 외부 구동력(driving force)을 받고 있는 자연계 및 모형계에서 발생한다. 외부에서 주어지는 자극에 대해 일대일로 반응하지 않고 어떤 경계 값 이상인 경우에만 선택적으로 반응하는 성질이 비선형성이다. 예를 들면 수압이 낮은 수도꼭지에서 불규칙한 시간 간격으로 떨어지는 물방울의 운동, 또는 신경세포 내의 이온의 농도가 문턱치 이상이 될 때의 신경세포의 발화(firing)현상, 그리고 거대 자본의 현란한 유·출입에 의해 결정되는 환율과 주가의 변화 등이다. 한편 자연계에 존재하는 모든 계는 본질적으로 마찰에 의해 에너지가 줄어드는 소산계이다. 소산계는 외

부로부터 끊임없이 에너지가 공급되어야 마찰에 의해 에너지가 소모되더라도 정지하지 않고 비주기적인 카오스 상태를 지속적으로 유지할 수 있다. 포앙카레가 발견한 나비효과와 예로 흔히 회자되는 “봄날 북경 나비의 날개짓이 뉴욕에 폭풍우를 불러온다”라는 현상을 대해 적용해보자. 나비날개의 팔랑거림은 바로 마찰에 의해 소멸되어 버릴 수도 있고, 때마침 불어온 바람을 타고 상승한 후 제트기류에 의한 지속적인 에너지 유입이 유지되는 경우, 마찰에 의한 에너지 소모를 극복하며, 동쪽으로 이동해 뉴욕에 폭풍우를 일으킬 수 있다는 것이다. 즉 카오스계의 발생할 조건 즉, 에너지의 공급과 소모가 비선형적으로 절묘하게 조절되면 아주 작은 초기값이 예측을 불허하는 큰 변화를 일으킨다.

카오스는 흔히 겉으로는 불규칙하고 무질서해 보이지만 완전한 무질서 혼란 상태와는 달리 그 이면에 잘 정의된 규칙성이 존재하며, 이 규칙성은 ‘기이한 끌개’(strange attractor)라고 불리는 질서 구조에 의하여 주어진다. 카오스 이면의 질서 구조는 1963년 MIT의 기상 학자 로렌츠(Lorenz)에 의해 처음 발견되었다. ‘결정론적 비주기적 유동’(Deterministic Nonperiodic Flow)란 표제를 한 그의 논문에서 대기의 상태 변화를 기술하는 간단한 3차원 비선형 미분방정식이 제시되었다. 그는 대류에 의한 기상현상을 이해하기 위하여 불위에 올려놓은 냄비 안의 물과 같

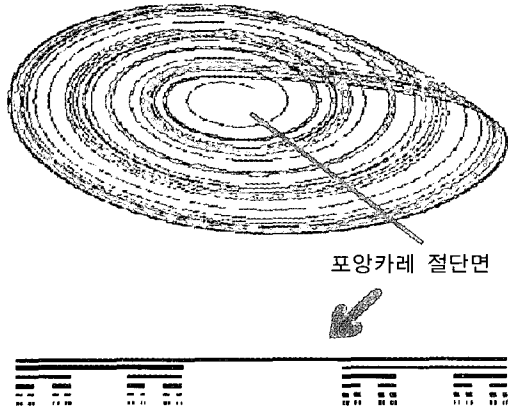


그림 2 뢰슬러 끌개와 포양카레 절단면의 칸토 집합 구조

은 간단한 대류 모델을 컴퓨터로 연구하였다. 불이 약할 때 물의 흐름은 스스로 동적 평형 상태인 원통 형태의 질서 구조를 만들어 내고 이 원통을 따라 규칙적 주기 운동을 하게 된다. 그리고 불이 조금 세어지면 주기 1인 원운동이 불안정해지면서 원운동이 두 번 꼬인 주기 2인 운동으로 전환된다. 공급되는 에너지의 크기, 즉 불이 점점 세어짐에 따라 주기 4, 8, 16, ... 과 같이 2의 지수 값을 가진 장주기 운동으로 발전된다. 이와 같이 하나의 안정한 운동 상태가 불안정해지면서 주기 또는 구조가 다른 새로운 운동 상태가 나타나는 현상을 비선형동역학에서는 바이퍼케이션(bifurcation)이라고 한다. 불이 어떤 임계치를 넘어 더욱 세어지면 원통 구조가 완전히 깨지며, 주기성이 없고, 즉 무한 주기의 불규칙해 보이는 새로운 대류 운동이 나타나는 것이 관찰되었다. 대류운동은 로렌츠 끌개로 알려진 나비 모양의 궤도를 구성하며,

조로 이해할 수 있다. 규칙적인 단주기 운동이 장주기 운동으로 변하다가 카오스로 발전하는 보편적인 경로는 파이겐바움(Feigenbaum)에 의해 비선형적 되먹임(feed-back) 구조를 가진 간단한 수학적 모형에서 증명되었으며, 몇 개의 실험에서도 재현되었다.

로렌츠 끌개는 3차원 위상공간에서 결코 겹치지 않는 무한히 많은 층으로 이루어졌으며, 자기 유사성(self-similarity)을 지닌, 매우 기묘한 기하학적 구조[프랙탈(fractal) 또는 쪽거리 구조라 불림]를 가지고 있다. 이러한 점에서 복잡한 동적 운동으로서 카오스를 이해하기 위하여 카오스가 자신의 상태를 드러내는 공간적 기하학적 구조인 프랙탈의 연구가 불가피하게 된다. 그림 2는 카오스를 나타내는 가장 단순한 3차원 비선형 방정식인 뢰슬러(Rossler) 모형의 해 궤도와 궤도 내부의 한 단면(포양카레 절단면)을 잘랐을 때 드러나는 칸

한 쪽 날개 상을 돌다가 불규칙적으로 다른 쪽 날개로 넘어가서 도는 것을 반복하는 형태로 나타난다. 비주기적인 운동을 나타내는 로렌츠 끌개는 실제로는 불안정한 무한개의 주기적 운동들이 포함되어 있는 복합적 구

토 집합(Cantor set) 모양의 프랙탈 구조를 보여주고 있다. 흔히 프랙탈은 카오스의 무늬(pattern)를 만드는 구조로 알려져 있으며, 내부적으로 프랙탈 구조를 가진 끌개를 기이한 끌개라고 부른다.

카오스의 응용

카오스운동은 외관상 불규칙적이고 비예측적이므로 무질서한 운동처럼 보이지만, 기이한 끌개의 예에서 볼 수 있듯이 그 불규칙성의 이면에는 잘 정의된 질서 구조가 공존한다. 카오스의 응용 가능성은 바로 이 불규칙성에 내재한 질서 구조로부터 나온다. 또한 카오스 이론은 카오스운동의 복잡성을 정량적으로 규정하는데 그치지 않고, 카오스운동을 제어할 수 있는 방법까지도 제시한다. 카오스는 외관상 훨씬 다루기 쉬워 보이는 규칙적 운동이 갖고 있지 않은 여러가지 장점들을 갖고 있다. 그 하나는 카오스운동은 초기조건과 주위 환경변화에 매우 민감한 운동이기 때문에 매개변수의 제어에 대해 매우 빠른 속도로 반응할 수 있다는 것이다. 또 다른 하나는 무한 개의 불안정한 주기의 궤도들로 구성된 끌개의 복잡한 구조(그림 3)가 암시하듯이, 카오스는 내재된 개개의 불안정한 주기 궤도에 대응하는 무한한 정보를 갖고 있다는 점이다. 비주기적이고 복잡한 카오스 상태를 원하는 주기적 상태로 전환시키거나, 특정한 주기 상태를 카오스 상태로 이끌어주는 방법으

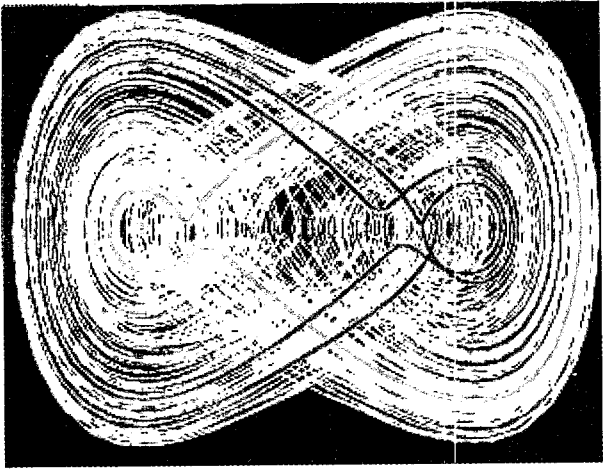


그림 3 카오스 끌개 내에 포함된 불안정한 주기적 궤도들 (빨간색과 파란색으로 표시된 궤도들)

로 카오스를 이용하려는 연구가 여러 분야에서 시작되고 있다.

카오스응용에 관해서는 퍼지, 뉴로-퍼지, 뉴로, 카오스의 단계로 가전제품 개발의 피상적인 흐름에 기초한 극단적인 낙관론으로부터 “카오스의 복잡한 현상의 제어를 허용할 수 없다”는 극단적인 비관론이 존재하는 등 다양한 의견이 상존한다. 실제로 카오스는 무작위적인 잡음에 의해 결정론적 단기 예측성을 쉽게 잃어버리는 문제점을 가지고 있다. 카오스의 연구는 현재 발전과정에 있다고 말할 수 있으며, 그 응용분야의 장alt빛 장래를 예상하기란 쉽지 않다. 그러나 이 분야를

중이 높아질 것으로 보고 있다. 기계공학에 국한시켜 응용의 예를 들면 불필요한 진동의 제거, 열교환기의 불안정성 제어, 화학 플랜트의 혼합 제어, 로봇의 운동 제어, 그리고 난류의 제어 등이 시도되고 있다.

이제 카오스는 공학자들에게 있어 피해야 하는 현상이 아니라, 오히려 그 장점을 이용하여 무궁무진한 응용을 기대할 수 있는 대상이 되었다고 해야 할 것이다. 과학자와 공학자들은 이제 카오스와 비선형을 회피(무시)하려는 대신에 탐구하여 응용해야 할 대상으로 평가하기 시작했다. 카오스 과학은 현재 비선형 동역학이

연구하고 관심이 있는 학자와 연구원들은 대부분 현재 카오스 연구가 기초적 이론을 축적하는 과정에 있으며, 앞으로는 카오스에 관한 연구가 기초적 이론연구에서 응용연구 분야로 비

론의 정립과 실험 및 분석 도구로서의 컴퓨터, 전자계측 및 제어장비의 발전으로 폭발적으로 성장하고 있으며, 학제 간 관심 분야에서 제기되는 문제들을 해결하는 새로운 시도로 인정받고 있다. 1980년 여러 분야에서 발견된 카오스현상들을 수집하여 학계에 소개하며, 카오스에 대한 관심을 상기시킨 프랑스의 수학자 루엘은 1994년 미국물리학회지에 투고한 글에서 카오스의 수학적 구조 규명에 머무르지 말고 카오스를 생체, 경제계와 같은 복잡계(complex systems)에 적용시켜 새로운 응용을 모색해야 할 것을 지적했다. 최근에는 잘 알려진 저차원 카오스 계를 여러 개 공간적으로 연결한 카오스 결합계 또는 난류와 같은 고차원 시공 카오스의 구조를 이해하고 응용하려는 노력이 시작되고 있다. 카오스의 생체, 경제 및 유체 계에서의 응용은 본 테마기획의 다음 글들에서 자세히 소개될 것이다.

[후기] 본 글의 일부는 포항공대 물리학과 김승환 교수와 여수대 전기공학과 배영철 교수의 글을 참고하였습니다.

1506 특이점

배기 재순환(EGR : Exhaust Gas Recirculation)

연소 후에 배기관으로 배출되는 배기 중의 일부(EGR율에 따라 재순환되는 량이 달라짐)를 흡기관의 흡입공기에 재순환시켜 혼합한 후

연소용의 산화제(공기)로 활용하는 방식으로 연소실 내의 흡입산소 농도의 감소와 연소가스 온도의 저하로 인하여 배기 배출물 중의 NOx 배출물을 저감시킬 목적으로 채용하는 방식을 배기 재순환이라고 한다.