

취성재료의 손상후 잔류강도 평가

오상엽* · 신형섭* · 서창민**
(2001년 11월 10일 접수, 2002년 2월 4일 심사완료)

Evaluation of Residual Strength in Damaged Brittle Materials

Sang-Yeob Oh, Hyung-Seop Shin and Chang-Min Suh

Key Words: Soda-Lime Glass(소다라임유리), Uniaxial/Biaxial Flexure Strength(단축/2축 굽힘강도), Ball-on-Ring Test(2축 굽힘시험), 4-Point Bend Test(4점 굽힘시험), Residual Strength(잔류강도), Damage Tolerance Design(손상허용설계)

Abstract

In structural applications, brittle materials such as soda-lime glasses and ceramics are usually subjected to multiaxial stress state. Brittle materials with cracks or damage by foreign object impacts are apt to fracture abruptly from cracks, because of their properties of very high strength and low fracture toughness. But in most cases, the residual strength of structural members with damage has been tested under uniaxial stress condition such as the 4-point bend test. Depending upon the crack pattern developed, the strength under multiaxial stress state might be different from the one under uniaxial. A comparative study was carried out to investigate the influence of stress state on the residual strength evaluation. In comparable tests, the residual strength under biaxial stress state by the ball-on-ring test was greater than that under the uniaxial one by the 4-point bend test, when a small size indentation crack was introduced. In the case that crack having an angle of 90deg. to the applied stress direction, the ratio of biaxial to uniaxial flexure strength was about 1.12. The residual strength was different from crack angles to loading direction when it was evaluated by the 4-point bend test. The ratio of residual strength of 45deg. crack to 90deg. one was about 1.20. In the case of specimen cracked by a spherical impact, it was shown that an overall decrease in flexure strength with increasing impact velocity, and the critical impact velocity for formation of a radial and/or cone crack was about 30m/s. In those cases that relatively large cracks were developed as compared with the case of indented cracks, the ratio of residual strength under biaxial stress state to one uniaxial became small.

1. 서론

취성재료는 낮은 파괴인성으로 인하여 사용중 외래물 충격에 의한 손상을 받거나, 가공결함 및 제조시 내재한 이물질이 표면 균열로 작용하여

응력집중에 의한 급작스런 파괴 또는 파단강도의 급격한 저하를 가져온다. 그러므로, 취성재를 구조용 재료로 적용하기 위해서는 손상의 존재 또는 발생으로 인한 잔류강도를 정량적으로 평가하는 것이 손상허용설계 관점에서 매우 중요하다.^(1,2)

그러나 실험적으로 잔류강도를 평가하여 얻어진 데이터를 실기에 적용하는 것은 용이하지 않다. 구조물에서 부재는 다축 응력상태(multi-axial stress state)을 받는 것이 보통이다. 그러나 취성판재의 잔류강도는 단축 응력상태(uni-axial stress state) 하에서 굽힘시험에 의한 값이 주로 사용되고 있어서, 실제 적용시의 응력 상태와는 다르다.

* 회원, 경북대학교 대학원 기계공학부

† 책임저자, 회원, 안동대학교 기계공학부

E-mail : hsshin@andong.ac.kr

TEL : (054)820-5675 FAX : (054)820-5675

** 회원, 경북대학교 기계공학부

일반적으로, 취성재료의 강도 평가시는 4점 굽힘시험(4-point bend test : 4PB)을 주로 사용하고 있다. 이 방법은 시험편 형상의 가공과 하중축 정렬(alignment)이 어려운 인장시험에 비하여, 상대적으로 기계적 강도 측정이 쉬워 취성재료의 잔류강도 평가에 이용하고 있다. 한편, 이 방법은 시험편에서 최대 인장응력이 작용하는 표면부위에 발생한 균열이, Fig. 1과 같이 인장응력의 방향과 이루는 각도에 따라서 잔류강도가 결정되고 특히, 응력방향에 직각으로 발생한 경우가 가장 낮은 값을 가져온다. 따라서 실제로 인장응력 방향에 평행으로 존재하는 균열 등, 발생 균열 형상의 영향이 잔류강도의 평가시 제대로 고려되지 않는 문제가 있다.

이에 ball-on-ring 방법과 같은 2축 응력하에서 잔류강도 평가가 바람직하다는 제안도 있어, 2축 응력하에 대한 연구^(3~5)가 많이 진행되고 있다. 특히, Shetty 등은 단상 세라믹 재료에 대한 2축 굽힘시험(biaxial flexure test)으로서 3종류의 시험편 형상 ; ball-on-ring(BOR), piston-on-3-ball(PO3B), ring-on-ring(ROR)에 대하여 비교한 연구 결과를 보고한 바 있다. 여기서 세라믹 재료의 2축하 굽힘강도 시험법으로서, BOR 방법이 가장 유용함을 제시하였다. 그러나 손상을 갖는 취성판재의 잔류강도를 평가하는데 있어서 널리 사용되고 있는 단축 응력하에 대한 2축 응력하에서의 굽힘시험 결과의 비교 예는 많지 않은 실정이다.⁽⁶⁾

따라서, 본 연구에서는 소다라임유리 판재를 사용하여 취성 부재의 잔류강도 평가에 미치는 손상 양상의 영향을 평가하였다. 이를 위해 먼저, 단축 및 2축 굽힘응력 상태하에서, 정적 하중하

에서 도입한 표면 균열(controlled surface cracks)이 굽힘 하중축과 이루는 각도에 따른 잔류강도의 변화를 조사하였다. 또한, 구형입자충격에 의한 손상을 받은 경우에 대하여 충격속도에 따른 잔류강도에 미치는 응력 상태의 영향을 비교 평가하였다.

2. 굽힘 응력 이론

2.1 단축 응력 조건

Fig. 1과 같이 굽힘 모멘트에 의해서 최대 인장 응력이 작용하는 시험편 표면에 작용 응력 방향과 α 의 각도를 이루는 균열이 존재하는 경우, Reissner의 진단변형 이론을 적용하면 임의의 각도를 갖는 형상의 균열 선단 A, B점에서의 응력확대계수는 다음과 같이 주어진다.

$$K_{1,A} = K_{1,B} = F_1 \sigma_b \sin^2 \alpha \sqrt{a} \quad (1)$$

$$K_{2,A} = K_{2,B} = F_2 \sigma_b \sin \alpha \cos \alpha \sqrt{a} \quad (2)$$

$$K_{3,A} = -K_{3,B} = F_3 \tau \sin \alpha \cos \alpha \sqrt{a} \quad (3)$$

$$\sigma_b = \frac{12z}{t^3} M \quad \tau = \frac{\sqrt{10}}{(1+\nu)t} \left[\frac{3(t^2 - 4z^2)}{2t^3} \right] M \quad (4)$$

여기서, F_1, F_2, F_3 는 시험편의 기하학적 형상의 영향을 나타내는 것으로 참고 문헌의 도표⁽⁷⁾로부터 구한다. a 는 최대 균열길이의 반, α 는 응력작용축과 균열 발생 방향 사이의 각도이다.

이때, 단축 응력 상태에서 잔류강도는 Fig. 2와 같은 4점 굽힘시험 방법을 사용하여 시험편 하부 표면에서의 최대 굽힘응력을 다음 식으로 구한다.

$$\sigma_{\max} = \frac{3Ps}{bt^2} \quad (5)$$

여기서, P 는 최대 부하하중, s, b, t 는 시험편의 상하부 지지점 사이의 길이, 폭 및 두께를 각각 나타낸다.

2.2 2축 응력 조건

Fig. 3과 같은 BOR 시험 방법을 이용한 경우, 시험편에 발생하는 최대 굽힘응력은 Kirstein과 Woolley의 해^(4,8)로서 다음과 같이 주어진다.

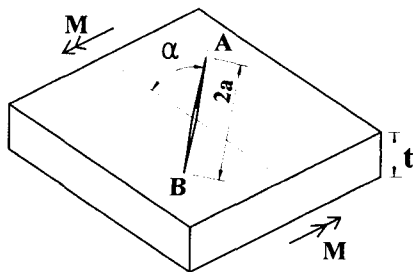


Fig. 1 An infinite plate with an arbitrarily oriented crack subjected to bending moment - Reissner's theory⁽⁷⁾

$$\sigma_{max} = \frac{3P(1+\nu)}{4\pi t^2} \left[1 + 2 \ln \frac{r}{q} + \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)} \left(1 - \frac{q^2}{2r^2} \right) \frac{r^2}{R^2} \right] \quad (6)$$

여기서, P는 부가하중의 최대치, r은 시험편 지지부(링)의 반경, R은 시험편의 반경, q는 시험편 중심부에서 균일 하중이 작용하는 영역의 반경, t는 시험편의 두께, 그리고 ν는 포아송비를 나타낸다. 본 연구에서는 원형 실린더 대신 구를 사용하여 헤르츠안 접촉이론을 고려한 등가 균일하중 영역의 반경으로 $q_e \approx t/3$ 를 사용하였다.⁽⁴⁾

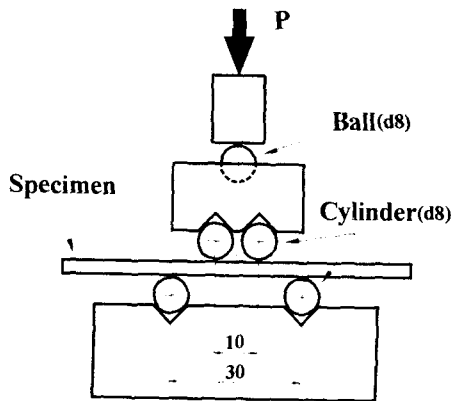


Fig. 2 Schematics of 4-point bend test apparatus

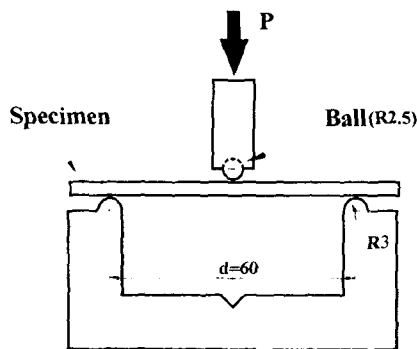


Fig. 3 Schematics of biaxial flexure test using a ball-on-ring test apparatus

3. 실험방법

3.1 시험편

취성재료의 잔류강도 평가 시험에는 시판의 소다라임유리 판재를 사용하였다. 편지, 두께 3mm인 유리 판재를 13× 80mm의 장방형과 지름 80mm인 원판형으로 절단한 후 비키스 압입에 의한 표면 균열을 도입하여, 각각 단축 및 2축 굽힘시험에 사용하였다. 또한 두께 5mm인 유리 판재를 15× 80mm의 장방형과 지름 80mm인 원판형으로 절단하여 입자충격 손상 시험편으로 사용하였다. 유리판은 절단후 모서리 부분의 영향을 제거하기 위하여 연마지 #600번을 사용하여 C0.2로 모따기 가공을 하였다. 시험편 표면의 잔류응력을 제거하기 위하여, 전기로에 넣어 Fig. 4와 같이 550℃까지 가열하여 1시간 유지시킨 후 노냉시키는 어닐링 열처리를 하였다.

Table 1에는 시험에 사용한 유리 재질의 기계적 성질을 나타내고 있다.

3.2 굽힘시험 장치

단축 응력 상태로서 4PB 시험장치의 개략도를 Fig. 2에 나타내었다. 이 장치는 상부 스패 10mm, 하부 스패 30mm, 지름 8mm인 4개의 원형봉으로 구성되어 있다. 또한 하중의 부하는 상부지지 스패에 강구를 통하여 이루어지고, 상부지지 스패 중심과 부하 중심을 정렬시켜 주는 지지대를 사

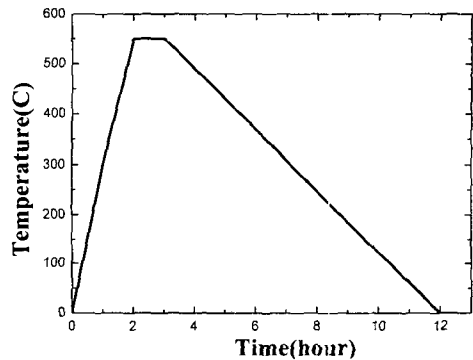


Fig. 4 Heat treatment diagram

Table 1 Mechanical properties of soda-lime glass specimen

Material	Density, ρ (g/cm ³)	Poisson's ratio, ν	Young's modulus E (GPa)	Hardness, Hv (GPa)	Flexure strength σ (MPa)	Fracture toughness K _{IC} (MPa√m)
Soda-lime Glass	2.5	0.23	69	500	69	0.75

용하였다.

한편, 현재 2축 굽힘시험에 대한 규정은 piston-on-3-ball에 대한 시험법만 ASTM에 규정되어 있다.⁽⁹⁾ 본 연구에서는 Fig. 3에 보인 바와 같이 시험편 하부 하중 지지부에 연속 링을 사용한 BOR 시험 장치를 사용하였다. 이 장치에서 시험편 지지 링부는 3mm의 곡률반경을 갖고, 링부 직경은 60mm이다. 또한, 시험편의 하중 작용부에는 직경 5mm의 강구를 사용하였다. 매 시험시 완전한 접촉 상태를 유지하도록 표면 상태를 확인하였다.

3.3 잔류강도 측정 시험

정적 굽힘시험은 유압식 만능재료시험기(Instron 8516, 용량 100kN)를 사용하여 시험속도 0.5mm/min로 실시하였다. 그리고 시험편에 손상을 도입하기 위하여 마이크로비커스 경도계(Shimadzu, H MV-2000)를 사용하여 19.6N의 압입 하중하에서 압입에 의한 표면 균열을 형성시켰다. 이때, 압입 자극의 코너에서 발생하는 레디얼크랙의 발생 방향과 굽힘 응력축이 이루는 각도에 따라 잔류강도에 미치는 영향을 조사하였다. 이때 발생하는 레디얼크랙이 굽힘 응력축에 대하여 90°, 45°가 되도록 하였다. 발생한 균열의 길이를 실제현미경으로 측정하여 계산에 사용하였다.

한편, 잔류강도에 미치는 보다 실제적인 손상에 대한 응력 상태의 영향을 파악하기 위하여, 입자충격 손상을 도입하였다. 에어건을 사용하여 직경 1.2mm인 강구를 30~200m/s 속도 범위에서 두께 5mm인 유리 시험편에 충격을 가하여 헤르츠안/레디얼크랙을 형성시킨 후, 단축 및 2축 응력하에서 굽힘시험을 실시하였다.

특히, 소다라임유리 판재는 시험환경에 민감하기 때문에 시험편에 균열을 형성시킨 후 곧바로 굽힘시험을 실시하여 그 영향을 최소화하였다.

4. 실험결과 및 고찰

4.1 평활재 시험편의 잔류강도

균열이 없는 평활재 소다라임유리 판재에 대한 2축 응력 조건하에서 굽힘시험에 의한 파괴양상의 예를 Fig. 5(a)에 나타내었다. 시험편 하부의 최대 굽힘응력이 작용하는 위치에서부터 균열이 발생하여 방사상의 여러 조각으로 파단되었다. 또한, 파단된 시험편 조각의 수가 증가할 경우

더 많은 파괴 에너지가 필요하였기 때문에, 최대 굽힘응력이 증가하였다. 이에 따라 소다라임유리의 원반형 시험편에 대한 2축 응력하 굽힘강도는 파괴 양상에 따라서 굽힘강도에 큰 차를 나타내었다. 파단된 조각 수의 차가 다소 심한 것은 시험편 제조 및 가공시 내재된 결함의 크기 및 분포가 불균일하였기 때문으로 생각된다. 그리고, 단축 굽힘시험에 의한 파괴 양상의 예를 Fig. 6(a)에 나타내었다. 잔류응력이 낮은 경우는 균열 도입시의 경우와 유사한 파단을 나타내는데 비하

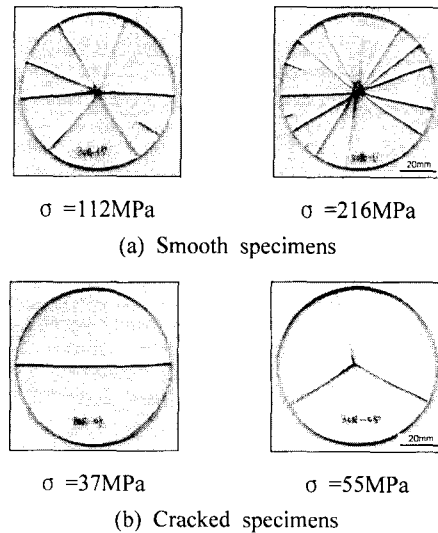
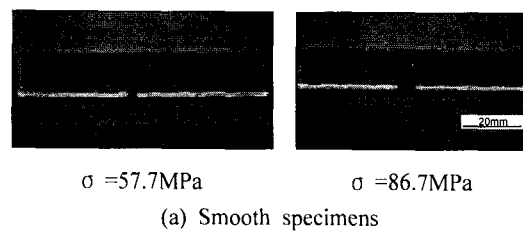
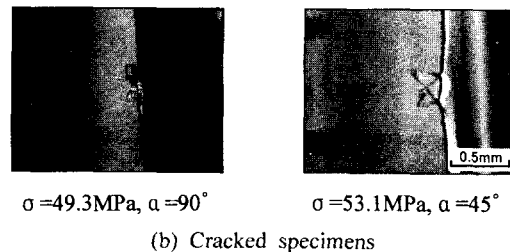


Fig. 5 Fracture patterns after ball-on-ring bend test in 3mm thick glass specimens



(a) Smooth specimens



(b) Cracked specimens

Fig. 6 Fracture patterns after 4-point bend test in 3mm thick glass specimens

여, 높은 잔류응력값을 나타내는 경우는 파면부 부근에서 작은 파편으로 조각나면서 파괴되는 양상을 나타내었다. 따라서, 파괴 양상에 따라 약 50%까지 굽힘강도 차를 나타내었다.

4.2 균열재 시험편에 대한 손상 형태

Fig. 7은 하중 19.6N에서 비커스 압입시험으로 도입한 균열의 모양을 나타내고 있다. 이때 균열의 발생 방향이 굽힘 응력축에 0° (수평), 45°, 90° (수직)가 되도록 하였다. 압입부의 대각선 길이는 약 0.1mm, 압입부 주위에 발생한 레디얼크랙의 최대 길이 2a는 약 0.3mm이었다.

굽힘시험후의 손상 형태는 2축 응력하에서는 Fig. 5(b)와 같이 2~3조각으로, 단축 응력하에서는 Fig. 6(b)와 같이 응력축에 90° 인 경우에는 균열 선단에서부터 균열이 전파하여 평탄한 파면을 나타내었고, 45° 인 경우는 초기에 45° 방향으로 진전을 개시하다가 점차 응력축과 90° 의 각도를 이루면서 파단되었다.

Fig. 8은 응력축에 대한 균열 각도에 따른 굽힘강도의 변화를 나타내었다. 각 조건에서 얻어진 평균 10회의 시험 결과이다. 여기서 응력축에 대한 균열 각도가 45° 에서 90° 로 증가함에 따라 균열 선단에 작용하는 응력확대계수의 차이로 인하여 굽힘강도가 감소하였다.

Table 2에 단축 및 2축 응력조건에서 얻어진 굽힘강도를 나타내었다. 단축 응력하에서는 균열 각도가 45° 인 경우가 90° 인 경우보다 20% 정도 높은 잔류강도를 나타내었다. 또한, 동일한 손

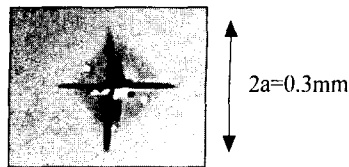


Fig. 7 Shape of radial cracks produced after Vickers indentation test

상 크기에 대하여 단축 응력(4점 굽힘시험의 90° 의 경우)과 2축 응력의 경우를 비교해 보면, 2축 응력의 경우가 12% 정도 높은 잔류강도를 나타내었다. 따라서 임의 균열각도의 영향을 고려하지 않은 단축 응력의 경우가 잔류강도의 과소평가 가능성을 나타내 주고 있다.

그러므로, 손상을 입은 취성판재의 잔류강도 평가시 본 연구에서 사용한 2축 응력하 굽힘시험 방법을 적용하게 되면, 발생한 최대 균열의 크기에 의존하는 강도 결정이 가능하게 되어, 균열의 발생 방향 및 위치에 따른 영향을 받는 기존의 4점 굽힘시험을 개선할 수 있게 된다.

4.3 균열 선단에서의 응력확대계수

Table 3에는 2절에서 언급한 전단변형 이론에 의한 식(1)~(4)를 이용하여 계산한 균열 선단에서의 응력확대계수 K_1 , K_2 를 나타내었다. 단축 굽힘응력하에서 균열이 45° 로 존재할 경우, 전단 파괴 모드(K_2)에 의한 영향으로 인해 응력확대계수 K_1 값이 균열이 90° 를 이루는 경우보다 낮게 나타났다. 한편, K_2 의 영향이 없이 인장파괴 모드

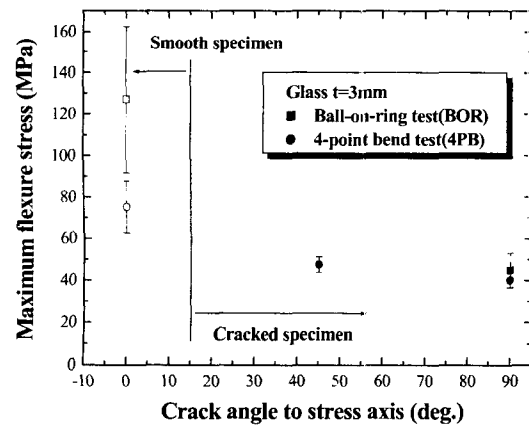


Fig. 8 Variation of maximum flexure stress according to crack angles to the stress direction in 3mm thick soda-lime glass specimen

Table 2 Ratios of flexure residual strength of BOR to 4PB test

Test condition	4-point bend (4PB) σ_{max} (MPa)	Ball-on-ring (BOR) σ_{max} (MPa)	$\sigma_{BOR} / \sigma_{4PB}$
Smooth specimen	75.2	127.1	1.69
Cracked specimen (crack angle to stress axis)	45deg.	-	-
	90deg.	40.1	44.9

Table 3 Stress intensity factors calculated by Reissner's theories⁽⁷⁾ to oriented cracks subjected to bending stress

Test condition (crack angle to stress axis)		crack length (mm)	σ_{max} /s.d. (MPa)	K_1 /s.d. (MPa \sqrt{m})	K_2 /s.d. (MPa \sqrt{m})	K_3 /s.d. (MPa \sqrt{m})
4-point bend	45deg.	0.29	47.5 /3.80	0.29 /0.01	0.29 /0.01	0
	90deg.	0.29	40.1 /3.68	0.48 /0.05	0	0
Ball-on-ring	90deg.	0.28	44.9 /8.15	0.53 /0.10	0	0

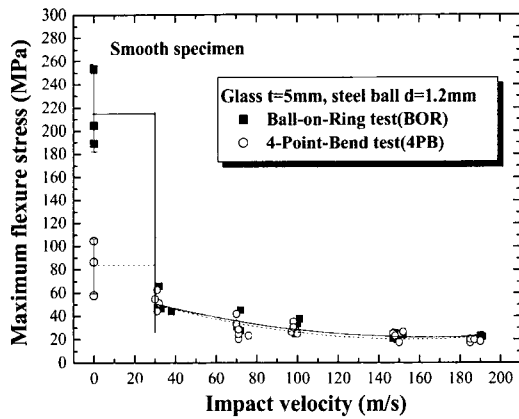


Fig. 9 Variation of maximum flexure stress according to impact velocities

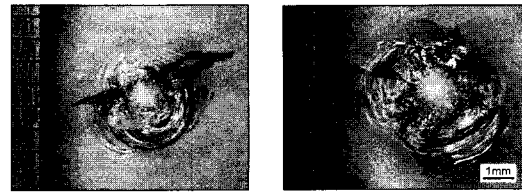
(K_1)가 지배하는 90°의 각도를 갖는 균열인 경우에 대하여 단축과 2축 응력하의 경우를 비교하면, 단축 응력하에 비하여 2축 응력하에서 잔류강도가 약 10% 정도 높게 나타났다.

따라서, BOR 시험 방법을 사용하면 단축 응력하에서 비해 전단파괴 모드의 영향을 최대한 줄일 수 있으며, 입자충격 손상과 같이 방사상으로 발생하는 경우의 실제 취성판재의 잔류강도를 평가하는데 있어서 균열 위치의 영향을 크게 받지 않게 된다는 것을 알 수 있다.

4.4 구형입자충격 손상에 대한 굽힘강도의 거동

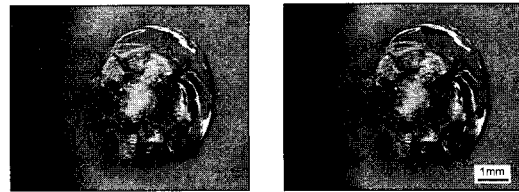
Fig. 9는 직경 1.2mm의 구형입자충격 손상을 받은 t=5mm의 유리 시험편에 대하여 단축 및 2축 굽힘시험으로 구한 잔류 굽힘강도의 충격속도에 따른 거동을 나타내고 있다. 먼저 평활제인 경우, 시험편 내부에 존재하는 초기 결함 및 작용 굽힘 모멘트의 영향으로 굽힘강도는 응력상태에 따라서 큰 차이를 나타냈다. 그러나 충격손상 발생후는 잔류강도의 급격한 저하를 나타내었고, 응력상태에 따른 차가 현저하게 감소하였다.

소다라임유리 판재에 직경 1.2mm인 강구의 충



(a) v=149m/s, σ =19.8MPa
(b) v=152m/s, σ =24.1MPa

Fig. 10 Difference of residual strength with damage shape under a BOR test



(a) v=148m/s, σ =22.9MPa
(b) v=152m/s, σ =26.3MPa

Fig. 11 Difference of residual strength with damage crack shape under a 4PB test

돌시, 헤르츠안 콘크랙 뿐만아니라 레디얼크랙이 충격속도 약 30m/s 부근을 지나면서 형성되었음을 관찰할 수 있었고, 이들 균열은 입자충격속도가 증가함에 따라서 증대하였다. 그리고 손상 발생 양상도 다소의 차를 나타내었다. 이 레디얼크랙의 발생 임계속도를 지나면 굽힘강도는 급격히 감소하여 약 60MPa이었으며, 이후 충격속도가 증가함에 따라 굽힘강도는 완만하게 감소되어 150 m/s 이후에는 거의 20MPa에 수렴하였다.

Fig. 10에 보인 바와 같이 비슷한 충격속도에서 형성된 균열이지만 손상의 발생 형태에 따라서 최대 굽힘강도는 20% 정도의 차를 나타내었다. 이는 Fig. 10에서와 같이 표면에 발생한 레디얼크랙의 크기 및 형상이 강도저하에 크게 영향을 미쳤기 때문이다. Fig. 11의 단축 응력하에서도 같은 충격속도에서 발생한 손상이지만 레디얼크랙

의 형상 및 발생 각도에 따라서 15% 정도의 잔류강도 차를 나타내었다.

또한, 취성재의 특성상 굽힘강도의 편차가 존재하였지만 손상을 입은 유리판재에 있어서 단축 응력하(4PB)에 비해 2축 응력(BOR)하에서 잔류강도가 평균 10% 정도 크게 나타났다.

5. 결 론

손상을 받은 취성재에서 잔류강도에 미치는 부하 응력 상태와 하중축과 균열 발생 각도의 영향을 소다라임유리를 사용하여 조사한 결과는 다음과 같다.

(1) 동일 압입 하중하에서 도입된 미소균열을 갖는 시험편에 대한 4점 굽힘시험에서는 균열 각도가 하중축에 45° 인 경우가 90° 인 경우보다 잔류강도가 20% 정도 높게 나타나, 잔류강도의 손상평가 방법으로 4점 굽힘시험의 적용은 미소균열에 대한 손상의 과소평가 가능성을 나타냈다.

(2) 하중축에 90° 각도의 균열을 가진 시험편에 대한 ball-on-ring 굽힘시험이 4점 굽힘시험보다 최대 굽힘강도가 12% 정도 높은 값을 나타내 응력 상태에 따른 차를 나타내었다.

(3) 레디얼크랙의 발생과 같은 손상을 받은 취성판재의 잔류강도 평가시 ball-on-ring 시험 방법을 적용하면 기존의 4점 굽힘시험시 Mode II(K₂)의 영향을 받는 균열의 각도에 따른 영향을 배제할 수 있다.

(4) 입자충격 손상을 도입한 유리판재에서 굽힘강도의 저하에 영향을 미치는 레디얼크랙의 발생 임계속도는 약 30m/s 부근이었으며, 단축 하중하보다 2축 응력하에서 굽힘강도값은 약 10% 높게 나타났다.

후 기

본 연구는 BK 21 사업의 지원으로 수행되었으

며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) 신형섭, Maekawa, I., 서창민, 1992, "탄화규소 세라믹의 충격손상 및 강도저하에 미치는 입자의 재질 및 크기의 영향," 대한기계학회논문집, Vol. 16, No. 10, pp. 1869~1876.
- (2) Akimune, Y., 1989, "Spherical-Impact Damage and Strength Degradation in Silicon Nitride," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 27, pp. 1422~1428.
- (3) Shetty, D. K., Rosenfield, A. R., Bansal, G. K. and Duckworth, W. H., 1981, "Biaxial Fracture Studies a Glass-Ceramic," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 64, pp. 1~4.
- (4) Shetty, D. K., Rosenfield, A. R., McGuire, P., Bansal, G. K. and Duckworth, W. H., 1980, "Biaxial Flexure Tests for Ceramics," *Ceram. Bull.*, Vol. 59, No. 12, pp. 1193~1197.
- (5) Bennison S. J., Jagota A. and Anthony S., C., 1999, "Fracture of Glass/Poly(vinyl butyral)(Buatacite[®]) Laminates in Biaxial Flexure," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 82, No. 7, pp. 1761~1770.
- (6) Orestes E., Alarcon, R. E. and Peter P. G., 1994, "Fracture of Glass in Tensile and Bending Tests," *Metall. Mater. Trans. A*, Vol. 25A, pp. 961~968.
- (7) Murakami, Y., 1987, "Stress Intensity Factors Handbook," Pergamon Press, Vol. 2, pp. 1249~1250 and pp. 1312~1316.
- (8) Kirstein, A. F. and Woolley, R. M., 1967, "Symmetrical Bending of Thin Circular Elastic Plates on Equally Spaced Point Supports," *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, 71C, Vol. 1, pp. 1~10.
- (9) ASTM Designation : F394-78. 1991, "Standard Test Method for Biaxial Flexure Strength (Modulus of Rupture) of Ceramic Substrates," Annual Handbook of ASTM Standard, pp. 431~435.